

〈論 文〉

# 벽면의 법칙(Law of the Wall)을 이용한 봉다발의 난류마찰계수 예측

김내현\* · 전태현\*\* · 이상근\*\* · 김시환\*\*

(1991년 8월 6일 접수)

## Prediction of the Friction Factor for Turbulent Flow in a Rod Bundle Using Law of the Wall

Nae-Hyun Kim, Tae-Hyun Chun, Sang-Keun Lee and Si-Hwan Kim

**Key Words:** Nuclear Reactor Thermal-Hydraulics(원자로 열수력), Turbulent Friction Factor  
(난류 마찰계수), Rod Bundle(봉다발), Law of the Wall(벽면의 법칙)

### Abstract

This work is concerned with the prediction of turbulent friction factors in rod bundles. In this study, the Law of the Wall is assumed to be valid over the entire flow area. The flow channel is divided into element channels, and the algebraic form of the "Law of the Wall" is integrated over each element channel to yield an analytic expression for the pressure drop in the rod bundle. The method is applied to rod bundles with  $1.2 < p/D < 1.7$ , and the results show that it predicts the experimental data very well.

### 기 호 설 명

- $A$  : 전체 봉다발의 유로 면적
- $A_i$  : 요소 유로 면적
- $D_h$  : 전체 봉다발의 수력 직경
- $f$  : 마찰 계수
- $K$  : 층류 기하형상계수
- $P$  : 봉간 피치
- $R$  : 봉 반경
- $Re$  : 레이놀즈 수 ( $= \rho \bar{u} D_h / \mu$ )
- $u$  : 유속
- $\bar{u}_i$  : 요소유로에서의 평균 유속
- $u^+$  : 무차원 유속 ( $= u / u^*$ )
- $u^*$  : 마찰유속 ( $= \sqrt{\tau_w / \rho}$ )
- $y$  : 벽면과 수직인 좌표
- $y^+$  : 무차원거리 ( $= y u^* / \nu$ )

- $W$  : 봉과 벽면의 거리 (Fig. 7)
- $\rho$  : 밀도
- $\nu$  : 운동 점도
- $\tau_w$  : 국부 전단 응력
- $\bar{\tau}_w$  : 봉다발 평균 전단 응력

### 1. 서 론

봉다발의 난류마찰계수를 예측하는 문제는 많은 공학적 응용 특히 핵연료의 설계에 아주 중요하다. 핵연료는 통상 봉다발의 형상을 하고 있고 냉각수는 봉들과 평행하게 흐르게 된다. 지난 40년간 이 분야에 많은 연구가 되어 왔는데 몇가지 대표적인 난류 마찰계수 예측 방법들은 아래와 같다.

(1) Blasius원관 상관식: 원관의 압력 손실 상관식중 가장 간단한 Blasius 상관식을 사용한다. 이때, 특성 길이로는 수력직경을 사용한다. 이 방법

\*정회원, 금오공과대학 기계공학과

\*\*한국원자력연구소

은 상관식의 형태가 간단하기 때문에 실제 핵연료 설계에 널리 사용되고 있다.<sup>(1,2)</sup> 그러나, 실험 결과는 잘 예측하지 못하는데,<sup>(3)</sup> 그 이유는 수력 직경 개념으로서는 봉 원주방향의 균일하지 않은 유속 및 전단응력을 설명할 수가 없기 때문으로 생각된다.

(2) 등가 환형대(環形帶) 방법(equivalent annular zone method) : 등가 환형대(equivalent annular zone)<sup>(3)</sup>란 봉 주위의 기본 유로를 같은 면적의 환형대로 바꿈으로써 이루어진다. (Fig. 1) 이 환형대 내에서 속도 분포가 원관의 그것과 같다고 가정하고 평관의 속도 분포 곡선을 적분하여 압력손실을 구한다. 그러나, 이 방법에서는 봉다발을 둘러싸고있는 벽면의 영향이 고려되지 않기 때문에(벽면은 주로 마찰계수를 감소시키는 역할을 한다) 실험결과를 과대예측하는 경향이 있다.

(3) Rheme의 방법 : Rheme<sup>(3)</sup>은 주어진 봉다발에서 아래 식으로 정의되는 층류 형상계수를 이용하여 난류 마찰계수를 구해내는 방법을 개발했다.

$$K = fRe \tag{1}$$

이 방법으로 Rheme은 기존 실험자료들을 예측할 수 있었다. 그러나, 이 방법은 층류 형상계수를 미리 알아야한다는 단점이 있다.

(4) Eifler와 Nijsing의 방법 : Eifler와 Nijsing<sup>(4)</sup>은 봉다발의 난류 마찰계수를 예측하는 해석적 방법을 개발했다. 전체 유로를 요소 유로로 나누고 Fourier변환을 이용하여 각 요소 유로에서의 국부 전단응력을 구한다. 봉다발의 마찰계수는 이 국부 전단응력으로부터 구해진다. 이 방법으로 그들은

몇 종류 봉다발의 실험결과를 예측할 수 있었다. 그러나, 이 방법은 수학적으로 너무 복잡하여 공학적으로 적용하기에는 부적합하다고 판단된다.

본 논문에서는 벽면의 법칙(law of the wall)<sup>(5)</sup>을 이용하여 봉다발의 난류 마찰 계수를 예측하는 간단한 방법이 제안되었다. 이 방법은 전체 유로를 요소 유로로 나누고 각 요소유로에 벽면의 법칙을 적용하여 마찰 계수를 구한다. 이 방법을 사용하면 마찰 계수가 간단한 산술식의 형태로 나타나므로 복잡한 형상의 봉다발의 마찰 계수도 손쉽게 구할 수 있다.

## 2. 이론적 배경

본 방법은 “벽면의 법칙”에 근간을 두고 있다. 벽면의 법칙이란 점도의 영향을 받는 벽면영역에서의 속도 분포는 유로의 형상이나 크기에 관계없이 일정하다는 것으로 실험에 의해 검증된 법칙이다. 간단한 벽면의 법칙은 난류가 지배적인 영역( $y^+ > 26$ )에 대하여 아래식으로 나타낼 수 있다.

$$u^+ = 2.5 \ln y^+ + 5.5 \tag{2}$$

원관의 마찰계수는 식 (2)를 전체 관 내경에 적분함으로써 얻어지는데 그 결과는 식 (3)과 같고, 식 (3)은 원관의 기존 실험결과를 잘 예측함이 알려져 있다.

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = 2.5 \ln \left( Re \sqrt{\frac{f}{2}} \right) + 1.75 \tag{3}$$

Deissler와 Taylor<sup>(6)</sup>는 벽면의 영향이 없는 무한

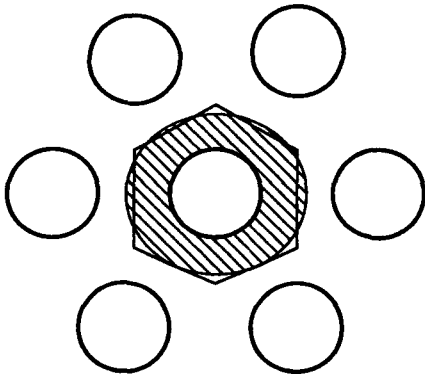


Fig. 1 Equivalent annular zone

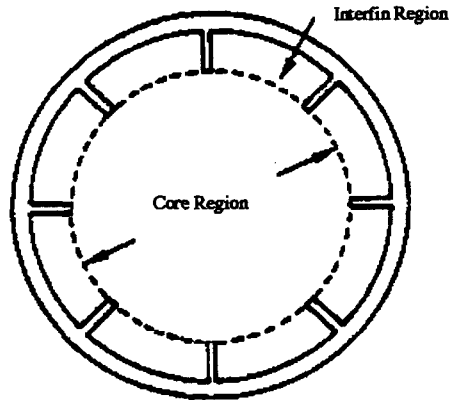


Fig. 2 Sketch of a internally finned tube

봉다발의 압력손실계수를 구하였다. 그들은 등속 곡선과 그에 수직인 경사 곡선을 반복하여 그림으로써 속도장을 구하고 평균의 속도 분포 곡선을 도식적으로 적분하여 압력 손실계수를 구하였다. Hartnett 등<sup>(7)</sup>은 식(2)를 사각형 유로의 단면적에 적분하여 그 유로의 마찰계수를 잘 예측할 수 있었다. Scott와 Webb<sup>(8)</sup>은 이 개념을 이용하여 내측관이 달린 관(internally finned tube)의 마찰계수를 예측하였다. Fig. 2는 내측 환관의 개략도를 보여 준다. 전 유로 면적을 (1) 환간 영역 과 (2) 중심 영역으로 나누고 식(2)를 각 영역에 적분함으로써 그들은 기준 실험자료를 ±10% 이내로 예측할 수 있었다.

본 논문에서는 벽면의 법칙을 성공적으로 적용한 상기의 예들에 힘입어 그 법칙을 봉다발에 적용하여 보았다. Fig. 3은 25개(5×5)의 봉다발의 유속 분포<sup>(9)</sup>로 식(2)와 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

Fig. 4에 보여지듯이 임의의 유로 단면적 (A)는

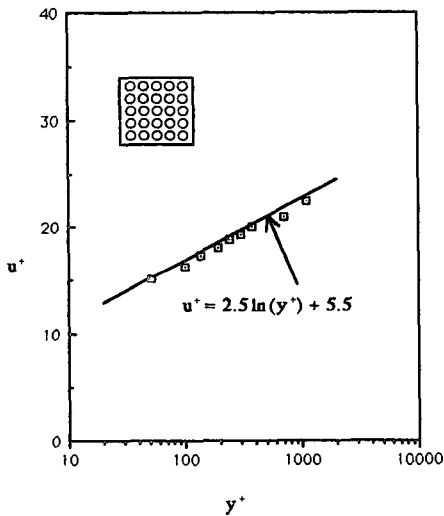


Fig. 3 Turbulent velocity profile for a 5x5 rod bundle

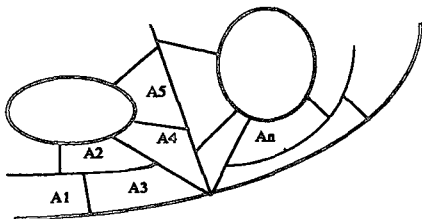


Fig. 4 Rod bundle with arbitrary channel shape

여러개의 요소 유로로 나눌 수 있다. ( $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ ) 그러면,

$$A = A_1 + A_2 + \dots + A_n \quad (4)$$

연속방정식으로부터

$$\bar{u}A = \bar{u}_1A_1 + \bar{u}_2A_2 + \dots + \bar{u}_nA_n \quad (5)$$

식 (5)를  $u^*$ 로 나누고 항등식  $\bar{u}/u^* = \sqrt{2/f}$ 을 이용하면

$$\sqrt{\frac{2}{f}} = \frac{\bar{u}_1}{u^*} \frac{A_1}{A} + \frac{\bar{u}_2}{u^*} \frac{A_2}{A} + \dots + \frac{\bar{u}_n}{u^*} \frac{A_n}{A} \quad (6)$$

여기서, 마찰 속도  $u^*$ 는  $\sqrt{\bar{\tau}_w/\rho}$ 로 정의된다. 평균의 국부 전단응력  $\tau_w$ 은 원주방향으로 균일하고 평균 전단응력  $\bar{\tau}_w$ 과 같게 된다. 그러나, 봉다발에서는 통상  $\tau_w$ 은 원주 방향으로 다른 값을 지니게 된다. Subbotin 등<sup>(11)</sup>의 측정에 의하면, 핏치와 직경의 비  $p/D$ 가 1.0에 가까운 경우에는  $\tau_w$ 은 원주 방향으로 큰 차이가 있으나,  $p/D > 1.2$ 인 경우에는  $\tau_w$ 은 거의 균일한 값을 보여준다. 본 연구에서는 국부 전단응력  $\tau_w$ 은 봉다발 평균 전단응력  $\bar{\tau}_w$ 과 같다고 가정하였다. 이 가정은  $p/D > 1.2$ 인 경우 적절한 가정이라고 생각된다. 이때  $\bar{u}_i/u^*$ 는 식(2)를 각 요소 영역에 적분하여 얻어진다.

상기의 과정을 요약하면 아래와 같다.

(1) 전체 유로 단면적 (A)를 여러개의 요소 유로로 나눈다. 요소 유로로 나누는 요령은 다음 절에 나타나 있다.

(2) 각 요소 유로에서  $\bar{u}_i/u^*$ 의 식을 아래와 같이 구성한다.

$$\bar{u}_i/u^* = \int_{A_i} \left[ 2.5 \ln \left( \frac{y}{D_h} Re \sqrt{f/2} \right) + 5.5 \right] dA_i \quad (7)$$

식(7)에서  $D_h$ 는 봉다발의 수력직경,  $Re$ 는 봉다발의 Reynolds수,  $f$ 는 봉다발의 마찰계수이다.

(3) 식(7)을 식(6)에 대입한다. 마찰계수는 식(6)의 좌변과 우변항을 반복 계산하여 구한다.

다음 절에서 상기 방법을 여러 봉다발의 마찰계수 예측에 적용한 결과를 제시하겠다.

### 3. 봉다발에의 적용

#### 3.1 무한 봉다발

상기 방법을 무한 봉다발의 마찰계수를 예측하는데 적용하였다. 무한 봉다발이란 무한의 봉다발로

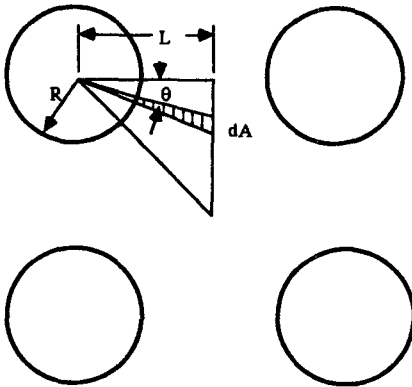


Fig. 5 Sketch of a infinite rod bundle

구성된 형상으로 변혁의 영향은 고려할 필요가 없다. Fig 5에 대표적인 형상이 나타나 있는데 기하학적 대칭으로 1/4 영역만 고려하였다. 마찰계수를 구하기 위하여 식(2)의 속도 분포 곡선을 요소 면적  $dA$ 에 대하여 우선 적분하고, 그 결과를 다시  $0 \leq \theta \leq \pi/4$ 의 영역에 적분하면 아래식을 얻는다.

$$\sqrt{\frac{2}{f}} = \frac{1}{A} \int_0^{\pi/4} \frac{L \sec \theta + R}{2} \int_0^{(L \sec \theta - R)} \left[ 2.5 \ln \left[ \frac{y}{D_h} Re \sqrt{f/2} \right] + 5.5 \right] dy d\theta \quad (8)$$

여기서  $A$ 는 적분이 행해지는 전유로 면적이고,  $R$ 은 봉의 반경, 그리고  $L$ 은 봉간 핏치의 절반치이다. 적분 결과는

$$\sqrt{\frac{2}{f}} = 2.5 \ln \left( \sqrt{\frac{f}{2}} Re / D_h \right) + 3.0 + \frac{2.5}{A} \int_0^{\pi/4} \frac{L^2 \sec^2 \theta - R^2}{2} \ln(L \sec \theta - R) d\theta \quad (9)$$

마찰계수  $f$ 는 식(9)로부터 쉽게 구할 수 있고, 그 결과가 Fig 6에 나타나 있다. Fig. 6에서  $f$ 는 본 모델을 사용한 예측치이고  $f_s$ 는 Blasius 평관 상관식으로 식(10)과 같다.

$$f_s = 0.079 Re^{-0.25} \quad (10)$$

Fig. 6에서 또한 본 모델의 결과와 다른 이론적인 모델의 결과<sup>(6,11,12)</sup>가 비교되었다. 각 결과들은 서로 잘 일치하고,  $p/D$ 가 1.0에 근접한 경우를 제외하고는  $f/f_s > 1.0$ 임을 보여준다. 이로부터, 원자로 봉다발 설계에 Blasius 상관식을 사용할 경우 실제 봉다발의 압력손실을 과소예측함을 알 수 있다.

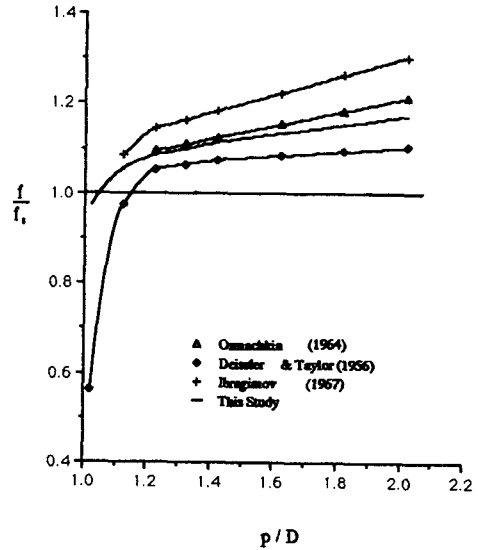


Fig. 6 Predicted friction factor for a infinite rod bundle

### 3.2 벽면내의 봉다발

본 모델을 사용하여 벽면으로 둘러 싸인 실제 봉다발의 압력 손실을 예측하여 보았다. Fig. 7은 봉다발의 개략도를 보여준다. Case(1)은 매우 간단한 형상의 봉다발로 네 개의 봉이 정사각형의 벽면으로 둘러 싸여 있다. Case(2)는 일곱개의 봉이 원형 벽면으로 둘러싸인 봉다발을 보여주고, Case(3)은 19개의 봉이 육각형 벽면으로 둘러 싸인 봉다발을 보여준다. Cases(2)와 (3)은 KMRR (Korea Multi-purpose Research Reactor)의 설계에 고려되고 있는 봉다발과 유사한 형상이다.

Fig. 8은 Case(1) 봉다발의 요소유로를 보여준다. 요소유로들은 서로 관련이 있는 양쪽 벽면에서 식(2)로 계산된 유속이 일치하는 선, 즉 등거리선(equi-distant line)으로 나뉘어졌다. 이러한 선은 봉과 봉 사이에서는 전단응력이 영인 선과 일치하게 되고, 봉과 벽면 사이에서는 전단응력이 영인 선과 보통 일치하지 않는다. 상기 등거리선 분할의 예도 요소유로를 나누는 방법은 여러가지가 있을 수 있다. 본 논문에 제안된 마찰계수 계산 방법의 일반화를 위해서는 요소 유로 분할에 따른 마찰계수의 민감도가 검토되어야 한다. 따라서, 요소 유로를 여러가지 형태로 분할하여 마찰 계수를 계산해 본 결과 그들은  $\pm 1\%$  이내로 일치하였다.<sup>(13)</sup> 본 논문에서는 가장 합리적인 방법으로 판단되는

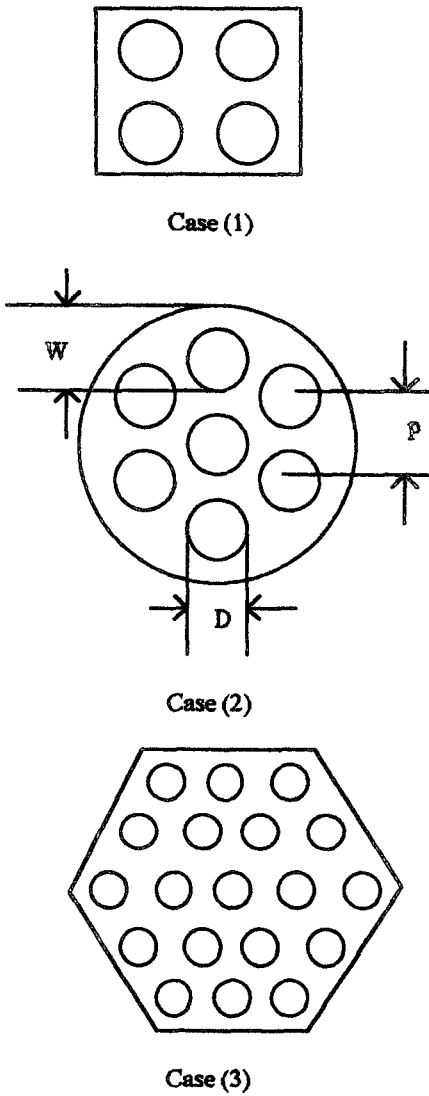


Fig. 7 Rod bundles with a channel

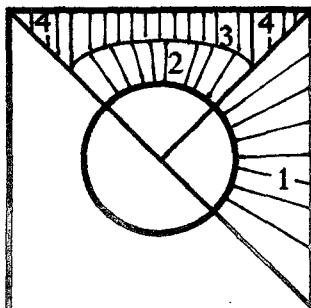


Fig. 8 Element channels for case(1) in Fig. 7

등거리 분할법을 사용하였다.

식(2)를 각 요소 유로에 대하여 적분하고 식(6)을 사용하여 마찰계수를 구한다. 각 요소에 행해질 적분은 아래와 같다.

$$\frac{\bar{u}_1}{u^*} = \frac{2}{A_1} \int_0^{\pi/4} \frac{L \sec \theta + R}{2} \int_0^{(L \sec \theta - R)} \left[ 2.5 \ln \left( \frac{y}{D_h} Re \sqrt{f/2} \right) + 5.5 \right] dy d\theta \quad (11)$$

$$\frac{\bar{u}_2}{u^*} = \frac{2}{A_2} \int_0^{\pi/4} \left( R + \frac{L \sec \theta - R}{4} \right) \int_0^{(L \sec \theta - R)/2} \left[ 2.5 \ln \left( \frac{y}{D_h} Re \sqrt{f/2} \right) + 5.5 \right] dy d\theta \quad (12)$$

$$\frac{\bar{u}_3}{u^*} = \frac{2}{A_3} \int_0^{\pi/4} \left( \frac{L \sec^2 \theta + R \sec \theta}{2} \right) \int_0^{(L \sec \theta - R)/2} \left[ 2.5 \ln \left( \frac{y}{D_h} Re \sqrt{f/2} \right) + 5.5 \right] dy d\theta \quad (13)$$

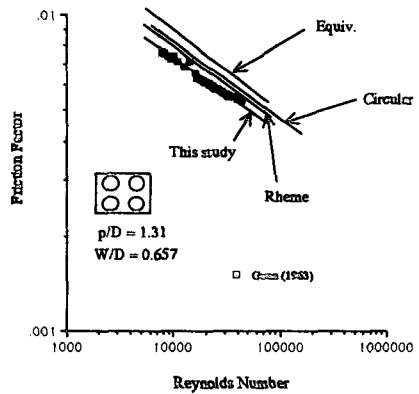


Fig. 9 Friction factor vs. Reynolds number, square channel wall ( $p/D=1.31$  and  $W/D=0.657$ )

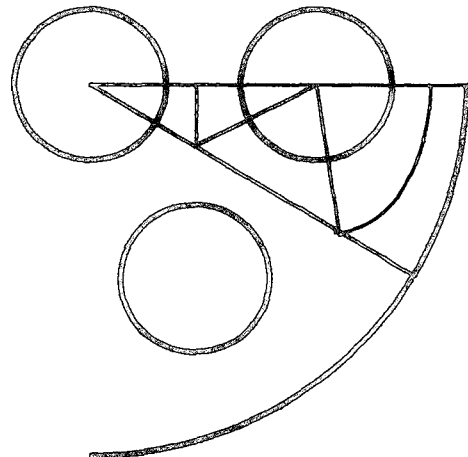


Fig. 10 Element channels for case(2) in Fig. 7

$$\frac{\bar{u}_A}{u^*} = \frac{2}{A_4} \int_0^{\frac{\sqrt{2}L-R}{2\sqrt{2}}} \int_0^x \left[ 2.5 \ln \left( \frac{y}{D_h} Re \sqrt{f/2} \right) + 5.5 \right] dy dx \quad (14)$$

상기 결과는 Fig. 9에 Gunn과 Darling<sup>(14)</sup>의 실험치 ( $p/D=1.31$ ,  $W/D=1.31$ )와 비교되었는데, 실험 결과를 매우 잘 예측함을 보여준다. 이 그림에서 서론에 기술된 다른 모델들의 예측치도 나타나 있는데, 본 모델이 실험결과를 가장 잘 예측하고 다른 모델들은 과대예측함을 보여준다.

Fig. 10은 Case(2)의 요소 유로를 보여준다. 마

찰계수를 구하는 과정은 Case(1)과 동일하므로 생략하였다. 예측 결과는 Fig. 11과 12에 Park<sup>(15)</sup>의 실험치와 비교되었다. Fig. 11에는  $p/D=W/D=1.402$  결과가 나타나 있고, Fig. 12에는  $p/D=1.219$ ,  $W/D=1.25$  결과가 나타나 있다. 각 그림은 본 모델이 실험치를 매우 잘 예측하고 있음을 보여준다. 이 그림에는 다른 모델들의 예측치도 나

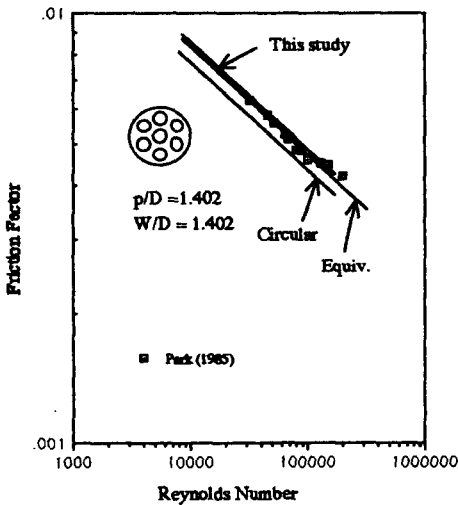


Fig. 11 Friction Factor vs. Reynolds number, circular channel wall ( $p/D=1.402$  and  $W/D=1.402$ )

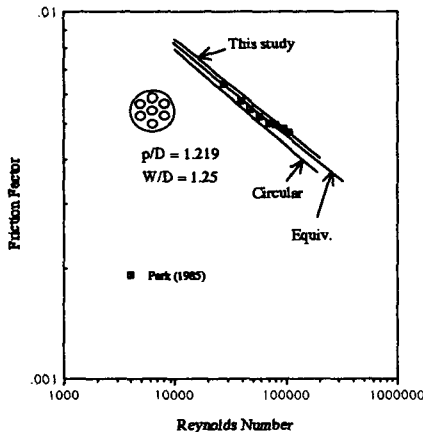


Fig. 12 Friction factor vs. Reynolds number, circular channel wall, ( $p/D=1.219$  and  $W/D=1.25$ )

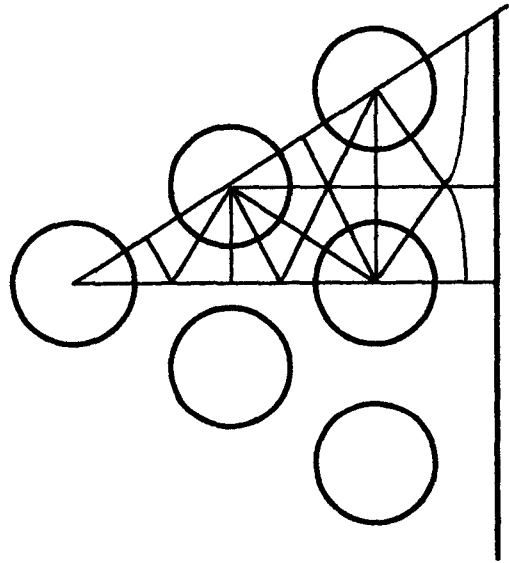


Fig. 13 Element channels for case(3) in Fig. 7

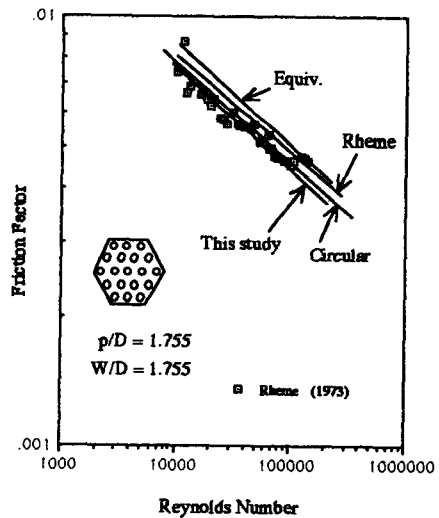


Fig. 14 Friction factor vs. Reynolds number, hexagonal channel wall, ( $p/D=1.755$  and  $W/D=1.755$ )

타나 있는데, 평균 상관식은 실험 결과를 과소 예측하고, 등가 환형대 방법은 본 모델과 같은 정도로 예측함을 보여준다. Rheme의 모델은 상기 봉다발에 대한 층류해를 구할 수 없어서 실험치와 비교해 볼 수 없었다.

Fig. 13은 Case(3) 봉다발의 요소유로를 보여준다. Fig. 14에 Rheme<sup>(3)</sup>의 실험치 [ $p/D = W/D = 1.755$ ]와 비교되었는데, 본 모델이 실험치를 잘 예측함을 보여준다. 평균 상관식은 본 모델과 거의 같은 정도로 예측하고, 등가 환형대나 Rheme의 방법은 실험치를 과대 예측한다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 벽면의 법칙(Law of the Wall)를 이용하여 봉다발의 난류마찰계수를 예측할 수 있는 모델이 개발되었다. 벽면의 법칙이 전 유로에 걸쳐서 적용가능하다고 가정하고 유로를 적분가능한 작은 요소유로로 나누어 각 유로마다 간단한 형태의 벽면함수를 적분하여 난류 마찰계수를 구한다. 이 방법을 기존 실험결과와 ( $1.2 < p/D < 1.7$ ) 비교한 결과 실험치를 잘 예측하였다.

#### 참 고 문 헌

- (1) DIWAN Code," 1978, KWU-TR R 162/e3279/78, KWU
- (2) "TORC Code," 1986, CENPD-161-P-A, Combustion Engineering
- (3) Rheme, K. 1973, "Simple Method of Predicting Friction Factors of Turbulent Flow in Non-Circular Channels," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 16, pp. 933~950.
- (4) Eifler, V.W. and Nijsing, R. 1971, "Calculation of Turbulent Velocity Distribution and Wall Shear Stress in Asymmetric Rod Bundles," Atomkernenergie, Vol. 18, pp. 189~197.
- (5) Hinze, J. O., 1975, Turbulence, 2nd E., McGraw-Hill, New York, pp. 614~619.
- (6) Deissler, R. G. and Taylor, M.F. 1957, "Analysis of Axial Turbulent Flow and Heat Transfer through Banks of Rods or Tubes," Proceedings of Reactor Heat Transfer Conference, Pt 1, Book 2, TID-7529, USAEC, pp. 416~461.
- (7) Hartnett, J.P. Koh, J.C.Y. and McComas, S.T. 1962, "A Comparison of Predicted and Measured Friction Factors for Turbulent Flow through Rectangular Ducts" J. of Heat Transfer, ASME, Vol. 84, pp. 82~88.
- (8) Scott, M.J. and Webb, R.L., 1981, "Analytic Prediction of the Friction Factor for Turbulent Flow in Internally Finned Channels," J. of Heat Transfer, ASME, Vol. 103, pp. 423~428.
- (9) KAERI/RR-907/90, 1990, "Development of Flow Test Technology for PWR Fuel Assembly"
- (10) Subbotin, V.I. Ushakov, P.A. Levchenko YU. D. and Aleksandrov, A.M., 1971, "Velocity Fields in Turbulent Flow Past Rod Bundles," Heat Transfer-Soviet Research, Vol. 3, No. 2, Mar-April.
- (11) Osmachkin, V.,S. 1964, "Some Problems of Heat Transfer in Liquid Cooled Reactors," A/ Conf. 28/P/326, UdSSR, Third United Nations International Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy.
- (12) Ibragimov, M.K., Isupov, I.A. and Subbotin, V.I., 1967, "Calculation and Experimental Study of Velocity Fields in a Complicated Channel," Liquid Metals, Atomizdat, Moscow, pp. 234~250, KFK-tr-379.
- (13) KAERI/TR-177, 1990, "임의 단면의 봉다발 난류 마찰 계수 예측을 위한 모델."
- (14) Gunn, D.J. and Darling, C.W.W., 1963, "Fluid Flow and Energy Losses in Non-circular Conduits," Trans. Instn. Chem. Engrs., Vol. 41, pp. 163~173.
- (15) Park, H-J. 1985, "A study on Pressure Drop of Axial Flow through Hexagonal Rod Bundles in Circular Tube," M.S. Thesis, KAIST