

〈論 文〉

균열진폭 하중하에서의 확률론적 균열진전 수명해석

윤한용* · 양영순** · 윤장호***

(1992년 3월 9일 접수)

A Stochastic Analysis of Crack Propagation Life under Constant Amplitude Loading

Han-Yong Yoon, Young-Soon Yang and Jang-Ho Yoon

Key Words : Variation of Crack Propagation Life(균열진전 수명의 변동성), Inter and Intra-Specimen Variability(시편내, 시편간 변동성), Variation of Crack Propagation Resistance(균열진전 저항의 변동성), Random Field(확률장)

Abstract

The experimental results of fatigue crack propagation under constant amplitude loading show that intra- and inter-specimen variability exist. In this paper, a stochastic model for the estimation of mean and variance of crack propagation life is presented. To take into account the intra-specimen variability, the material resistance against crack propagation is treated as an 1-dimensional spatial stochastic process, i. e. random field, varying along the propagation path. For the inter-specimen variability, C in Paris equation is assumed to be a random variable. Compared with experimental results reported, the present method well estimate the variation in fatigue crack propagation life. And it is confirmed that the thicker the specimen thickness is, the less the variation of propagation life is.

1. 서 론

균열진폭 하중하에서 피로균열진전의 변동성은 균열의 진전에 저항하는 재료특성의 변동성에 기인한다고 할 수 있다. 따라서, 재료특성을 확률론적 기반에서 검토함으로써 피로 균열진전을 보다 합리적으로 해석할 수 있다.

Fig. 1에서 나타내는 바와 같이, 일반적으로 균열진전에 있어서 균열진전의 변동성은 각각의 시편내(intra-specimen)에 존재할 뿐만 아니라 시편간(inter-specimen)에도 존재한다. 따라서 이 2가지의 변동성을 모두 고려한 균열진전의 확률모델이

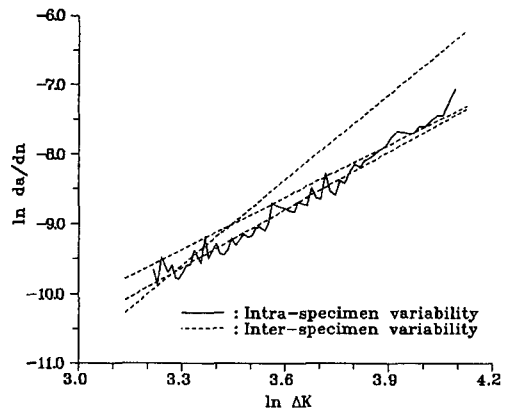


Fig. 1 Illustration of the inter and intra-specimen variability

*정회원, 목포대학교 기계공학과

**서울대학교 조선해양공학과

***삼성중공업(주) 선박해양연구소

합리적인 피로 균열진전 해석에 있어서 필요하다. 그리고, 대부분의 균열진전에 대한 확률론적 연구는 균열진전 식 특히, 널리 사용되는 Paris-Erdogan 방정식(PE식)을 배경으로 하고 있다.

시편간 변동성에 대한 연구로는 균열진전식의 계수를 확률변수로 취급하는 방법이 대부분으로, PE식의 C , m 모두를 확률변수로 취급하는 방법, C 를 확률변수로 m 을 상수로 취급하는 방법, 그리고 C 를 확률변수로 m 을 C 의 함수로 취급하는 방법이 있다.⁽¹⁾

시편내 변동성을 고려한 확률론적 균열진전에 관한 연구로는 재료특성이 균열의 진전시간에 따라 변동성을 갖는 확률과정(stochastic process)이 된다는 개념에서 수행된 연구들이 있다. 이와같은 연구는 균열진전식에서 균열길이의 확률밀도함수의 지배방정식으로 Fokker-Planck 방정식을 유도하여 그 해를 구함으로써 균열진전을 확률론적으로 규명하려는 방법이다.^(2,3) 또, 재료특성의 변동성을 균열이 진전함에 따라 각 위치에 따라 변동성을 갖게 되는 확률과정으로 취급하여 피로 균열진전을 확률론적으로 해석하려는 연구가 있다.^(4,5)

본 연구에서는, 시편내 변동성을 위치에 따라 변하는 확률과정으로 가정하여 정식화한다. 일반적으로 확률과정에서 가까운 2점간에는 상관성이 크고, 거리가 멀어질수록 상관성이 줄어드는 공간적인 상관특성을 갖는다. 이와같이 공간적인 상관특성을 갖는 것을 확률장(random field)이라 하며, 본 연구에서는 균열의 진전과정에 생기는 재료의 저항특성에 이러한 확률장이론을 도입하여 피로 균열진전을 수행하였다.

그리고, 시편간의 변동성은 PE식의 계수 C 를 확률변수로 취급하여 고려한다. 균열진전 실험결과는 PE식의 계수 C 와 m 모두가 변동성을 보이고 있으나, 균열진전 실험결과는 각 시편에서 구할 계수 $\ln C$ 와 m 사이에는 강한 부(negative)의 상관성을 갖고 있음을 보여주고 있다.^(1,6) 따라서, C 만을 확률변수로 하고 m 을 고정된 값으로 하는 것이 가능하다. 본 연구에서도 C 값만을 확률변수로 하여 시편간 변동성을 고려한다.

본 연구에서는 이와같은 2가지 변동성을 동시에 고려한 확률모델을 제시하고 실제 균열진전 실험결과를 이용한 계산례를 통하여 본 방법의 유용성을 보이고자 한다.

2. 정식화

균열의 진전식으로 가장 널리 사용되고 있는 Paris-Erdogan 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K)^m \tag{1}$$

여기서, a 는 균열길이, N 은 하중의 반복수(number of cycle), ΔK 는 응력확대계수폭(stress intensity factor range), 그리고 C 와 m 은 재료계수이다. 균열진전의 변동성은 균열진전에 저항하는 재료특성을 계수 C 에 부여하고 이 C 의 변동성으로부터 기인된다고 가정하여 시편내 그리고 시편간 불확실성 모두를 고려할 수 있도록, Ortiz 등⁽⁵⁾이 사용한 것처럼, 다음과 같이 놓을 수 있다.

$$C = \frac{Z}{X(a)} C_0 \tag{2}$$

여기서, C_0 는 상수이며, X 는 Fig.2와 같이 위치에 따라 변하는 확률과정으로 시편내 변동성을 나타내고 있으며, Z 는 시편간 변동성을 표현하는 확률변수이다. 이때, X 와 Z 의 기대값은 1이 된다. 따라서 식(1)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{da}{dN} = \frac{Z}{X(a)} C_0 (\Delta K)^m \tag{3}$$

한편, 균열의 진정경로를 Fig.3과 같이 균열길이에 따라 b 개로 이산화하여 진전수명 N 을 계산하면,

$$N = \sum_{i=1}^b N_{i1} = \sum_{i=1}^b \int_{a_i}^{a_{i+1}} \frac{X(a)}{Z} \frac{da}{C_0 (\Delta K)^m} \tag{4}$$

여기서, N_i 는 구간 i 를 진전하는데 걸리는 수명



Fig. 2 Sample of one-dimensional stochastic process

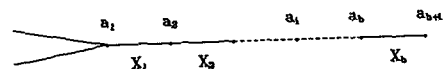


Fig. 3 Discretization of crack propagation path

이 된다. 이와같이 이산화하여 균열의 진전수명을 계산하는 경우, 식(4)에서 보는 바와같이 확률적분(stochastic intergral)을 수행하여야 한다. 이러한 어려움을 피하기 위하여 이산화된 각 구간에서 X 의 구간평균(moving average) X_i 를 이용하면 다음식과 같이 근사시킬 수 있다.

$$N_i = \int_{a_i}^{a_{i+1}} \frac{X(a)}{Z} \frac{da}{C_0(\Delta K)^m} \doteq \frac{X_i}{Z} \int_{a_i}^{a_{i+1}} \frac{da}{C_0(\Delta K)^m} \quad (5)$$

식(5)의 우변에서 X_i/Z 를 제외한 부분이 상수이므로, 다음과 같이 놓을 수 있다.

$$\bar{N}_i = \int_{a_i}^{a_{i+1}} \frac{da}{C_0(\Delta K)^m} \quad (6)$$

따라서

$$N_i = \frac{X_i}{Z} \bar{N}_i$$

$$N = \sum_{i=1}^b N_i = \sum_{i=1}^b \frac{X_i}{Z} \bar{N}_i \quad (7)$$

식(7)에서 균열진전 수명 N 의 평균과 분산은 다음과 같이 된다.

$$E[N] \cong \sum_{i=1}^b \frac{E[X_i]}{E[Z]} \bar{N}_i \quad (8)$$

$$Var[N] \cong \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^b \left(\frac{1}{E[Z]} \right) \left(\frac{1}{E[Z]} \right) \bar{N}_i \bar{N}_j Cov[X_i, X_j]$$

$$+ \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^b \left(-\frac{E[X_i]}{E[Z]^2} \right) \left(-\frac{E[X_j]}{E[Z]^2} \right) \bar{N}_i \bar{N}_j Cov[Z, X_i]$$

$$+ \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^b \left(\frac{1}{E[Z]} \right) \left(-\frac{E[X_i]}{E[Z]^2} \right) \bar{N}_i \bar{N}_j Cov[Z, X_i]$$

$$= \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^b \bar{N}_i \bar{N}_j \{Cov[X_i, X_j] + Var[Z] - Cov[Z, X_i]\} \quad (9)$$

이상의 정식화 과정을 통하여, 균열진전의 변동성을 보이는 확률변수 Z 와 확률과정 X 의 통계적 특성만 구하면, 균열진전 수명의 평균과 분산을 계산할 수 있음을 보였다.

또, 확률과정 X 를 정상과정(stationary process)으로 가정하면, X 의 평균과 분산은 위치에 관계없이 일정한 값을 갖게되며, 공분산(covarian-

ce)과 상관함수(correlation function)는 위치에는 무관하고 두 점간의 거리에만 지배되는 확률과정이 된다.

이산화된 균열진전경로 i 의 길이를 U_i 로 놓으면 X 의 구간평균 X_i 는 다음식과 같이 된다.

$$X_i = \frac{1}{U_i} \int_{u-U_{i/2}}^{u+U_{i/2}} X(u) du \quad (10)$$

임의의 두점 u_1 과 u_2 사이의 상관함수(correlation function)를 $\rho_x(u_1 - u_2)$ 로 표현하면, X_i 의 평균과 분산은 다음식과 같이 된다.

$$E[X_i] = E[X] = 1.0 \quad (11)$$

$$Var[X_i] = \frac{2\sigma_x^2}{U_i^2} \int_0^{U_i} \int_0^{U_i} \rho_x(u_1 - u_2) du_1 du_2$$

$$= \frac{2\sigma_x^2}{U_i^2} \int_0^{U_i} \left(1 - \frac{u}{u_1}\right) \rho_x(u) du \quad (12)$$

여기서, σ_x^2 은 확률과정 X 의 분산이며, ρ_x 는 X 의 상관함수이다. 일반적으로 2점간의 상관성은 같은 점에서는 1이 되고 2점간의 거리가 멀어질수록 감소하므로, 본 연구에서는 다음과 같이 ρ_x 를 지수함수로 가정하였다.

$$\rho_x(u) = \exp(-|u|/\theta_x) \quad (13)$$

여기서, θ_x 는 확률과정 X 의 상관거리(correlation distance)로 Vanmarcke⁽⁷⁾에 의하면 다음식과 같이 정의되는 값이다.

$$\theta_x = \int_0^\infty \rho_x(u) du \quad (14)$$

식(13)을 식(12)에 대입하므로써 구간평균 X_i 의 분산은 다음과 같이 된다.

$$Var[X_i] = \frac{2\sigma_x^2}{U_i^2} (\theta_x U_i + \theta_x^2 \exp(-U_i/\theta_x) - \theta_x^2) \quad (15)$$

또, Fig. 3과 같이 이산화된 각 구간에서의 구간평균 X_i 와 X_j 의 공분산은 다음식으로 된다.

$$Cov[X_i, X_j] = \frac{1}{2U_i U_j} (U_0^2 Var[X_0] - U_i^2 Var[X_1] + U_j^2 Var[X_2] + U_3^2 Var[X_3]) \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서, } U_i &= a_{i+1} - a_i \\ U_j &= a_{j+1} - a_j \\ U_0 &= a_j - a_{i+1} \\ U_1 &= a_j - a_i \end{aligned}$$

$$U_2 = a_{j+1} - a_i$$

$$U_3 = a_{j+1} - a_{i+1}$$

식(15)(16)으로부터 구간평균 X_i 의 통계적 특성을 추정할 수 있다. 따라서, 확률변수 Z 의 통계적 특성과 X_i 의 통계적 특성을 추정하는데 필요한 확률과정 X 의 분산 σ_x^2 과 상관함수 ρ_x 에서의 상관거리 θ_x 를 재료의 특성으로 구하면, 식(8)(9)로부터 균열이 임의의 길이까지 전파하는 피로 균열진전 수명을 구할 수 있다.

3. 실험결과와 분석

앞서 정식화에서 사용된 확률변수 z 의 통계적 특성 및 확률과정 x 의 분산 σ_x^2 과 상관함수 ρ_x 에 필요한 상관거리 θ_x 는 실험결과로부터 얻을 수 있다.

일정진폭 하중하에서의 균열진전 실험은 동일한 재료, 동일한 규격의 여러개의 시편에 대하여 동일한 하중조건하에서 수행하게 되는데, 본 연구에서는 초기균열로부터 등 간격 Δa 가 되도록 균열길이를 정하고, 정해진 각 균열길이에 도달하는 하중의 반복수를 얻어낸 실험 데이터를 이용한다.

우선, 시편간 변동성을 표현하는 확률변수 Z 의 통계적특성을 구해야 하는데, 앞서 언급한대로 PE식의 재료상수중 m 은 고정값으로 하는 것이 가능하므로 여기에서도 C 만을 확률변수로 취급하여 다음과 같은 순서로 Z 의 통계적특성을 구한다.

(1) k 번째 시편의 실험결과에서, 균열의 진전률과 응력확대계수폭과의 관계를 구하고 그것으로부터 최소자승법을 이용하여 상수 C_k 와 m_k 를 고정하고 다시 각 시편에서 새로운 재료상수 \bar{C}_k 를 구한다.

(2) 각 시편에서 구해진 \bar{C}_k 로부터 평균 C_0 를 구하면, Z_k 는 다음과 같이 된다.

$$Z_k = \bar{C}_k / C_0 \tag{17}$$

(3) 각 시편의 Z_k 로부터 확률변수 Z 의 통계적특성을 구한다.

다음으로 시편내 표현하는 확률과정 X 의 σ_x^2 과 θ_x 를 구하는 과정을 살펴보면 그 수순은 다음과 같다.

(1) 앞서 구한 k 번째 시편의 \bar{C}_k , m 를 참값으로 하여 균열길이에 따른 확률과정 x 의 값을 다음식으로 구한다.

$$X(\Delta a) = \frac{(da/dN)_{da,i}}{\Delta a \int_{a_i}^{a_i+\Delta a} \bar{C}_k(\Delta K)^m da} \tag{18}$$

여기서, $(da/dN)_{da,i} = \frac{a_{i+1} - a_i}{N_{i+1} - N_i}$

$i = 0, 1, 2, \dots$, 데이터수 - 1

(2) X 의 공분산(covariance)함수 $C_{x,k}(\Delta a)$ 를 다음식으로 구한다.

$$C_{x,k}(\Delta a) = E\{[X(a) - E\{X(a)\}][X(a + \Delta a) - E\{X(a + \Delta a)\}]\} \\ = E[X(a) X(a + \Delta a)] - 1.0 \tag{19}$$

(3) 공분산 함수를 이용하여 상관함수 $\rho_{x,k}(\Delta a)$ 를 다음식으로 구한다.

$$\rho_{x,k}(\Delta a) = \frac{C_{x,k}(\Delta a)}{C_{x,k}(0)} \tag{20}$$

(1) ~ (3)의 과정을 모든 시편에 대하여 수행한다.

(4) 각 시편에서 구한 상관함수 $\rho_{x,k}$ 로부터 각 시편간의 평균을 취하여 다음과 같이 상관함수 ρ_x 를 구한다.

$$\rho_x(\Delta a) = \frac{C_x(\Delta a)}{C_x(0)} \tag{21}$$

(5) 확률과정 X 의 분산 σ_x^2 은 $C_x(0)$ 이 되며, 상관거리 θ_x 는 과정 (4)에서 구한 상관함수로부터 추정한다.

4. 계산례 및 고찰

본 연구에서는 윤⁽⁶⁾의 실험결과를 이용하였다. 이 실험은 고강도 알루미늄합금 A12024-T3재를 가지고 1.0, 3.0, 5.0 그리고 12.5 mm 등 4가지의 서로다른 두께에 대하여 각각 20개의 표준형 CT 시험편을 제작하여 응력비 0.14의 동일한 조건으로 균열진전 실험을 수행하였다. 또한, 균열길이의 측정은 시험편의 배면에 붙인 스트레인 게이지로부터의 출력과 하중신호로부터 컴플라이언스(compliance)를 구해 환산하는 방법을 택했다.

본 연구에서는 실험결과로부터, PE식에 적용되는 구간에서 균열길이를 0.2 mm씩 증가시켜 가면서 각 균열길이에 이를때까지의 하중의 반복수를 삼간법을 이용하여 얻었다. 이와같은 실험 데이터를 이용하여 앞절에서 언급한 방법으로 재료의 불

확정성을 표현하는 각 계수의 통계적 특성을 크랙진전 제 II 영역에서 구하였다. 계산의 편의상 재료상수 C 는 자연대수를 취한 $\ln C$ 로 통계적특성을 파악하였다. 이때 사용한 응력확대계수식은 다음과 같이 표준형 CT 시험편의 경우를 적용하였다.

$$K = \frac{P}{(B\sqrt{W})} g(\zeta) \quad (22)$$

$$g(\zeta) = \frac{2+\zeta}{(1+\zeta)^{3/2}} \{0.886+4.46\zeta - 13.32\zeta^2 + 14.72\zeta^3 - 5.6\zeta^4\} \quad (23)$$

여기서, $\zeta = a/W$, p 는 하중, B 는 판두께, W 는 판폭 그리고 a 는 균열길이이다.

우선, 재료상수로 $\ln C$ 와 m 사이의 상관성을 검토하였다. Fig.4~Fig.7은 각 두께에 따른 $\ln C$ 와 m 과의 관계를 보여주고 있는데, 강한 부의 상관성을 갖고 있음을 볼 수 있다. 따라서 변동성을 C 에

집중시킬 수 있다라는 가정이 타당함을 알 수 있다.

앞서 언급한 방법으로 PE식의 C , m 과 시편간 변동성을 나타내는 확률변수 Z 의 통계적특성을 파악하였다. 구해진 결과는 Table 1에서 보여주고 있

Table 1 Statistical property of random variable Z & C , m

Thickness	E[Z]	σ_z	E[lnC _k]	E[m]
1.0 mm	1.0024	0.1256	-19.2848	2.9524
3.0 mm	1.0021	0.0703	-18.2644	2.6718
5.0 mm	1.0006	0.0454	-18.9645	2.9081
12.5 mm	1.0004	0.0351	-20.1546	3.2628

* E[.] ; Expectation

* σ ; Standard Deviation

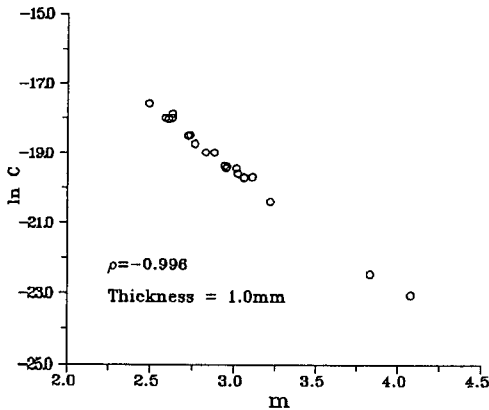


Fig. 4 Correlation of ln C and m

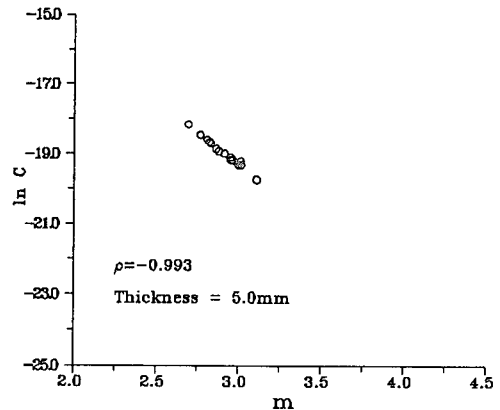


Fig. 6 Correlation of ln C and m

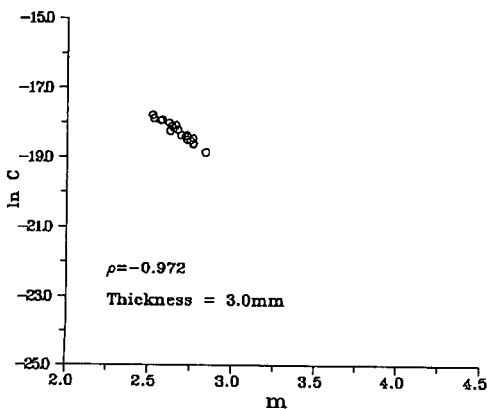


Fig. 5 Correlation of ln C and m

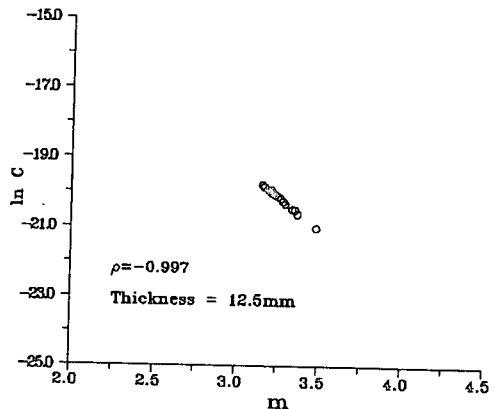


Fig. 7 Correlation of ln C and m

는데, 두께가 두꺼울수록 변동성이 줄어드는 것을 알 수 있다.

Fig.8~Fig.11은 각 두께에 따른 확장과정 X 의 상관함수 ρ_x 를 실험결과로부터 얻어진 것을 보여 주고 있다. 이로부터 앞서의 정식화 과정에서 가정했던 상관함수로 최소자승법에 의하여 구한 상관거리 θ_x 와 분산 σ_x^2 을 Table 2에서 보여주고 있다. 구해진 상관거리는 0.122~0.206 mm가 얻어졌으며 이 값은 균열의 전체 전파거리에 비하여 미소한 거리에 해당되므로 white noise에 가까운 값으로 확률과정 X 는 상관성이 작은 확률과정임을 알 수 있다.

이상과 같이 구한 확률변수 Z 와 확률과정 X 의 통계적 특성으로부터 균열진전 수명의 평균과 분산을 추정한 결과를 Fig. 12~Fig.19에서 보여주고 있다. 그림에서 $M1$ 은 시편내 변동성만을 고려한 결

괴이며, $M2$ 는 시편간 변동성만을 고려한 경우이다. 또, $M3$ 은 확률변수 Z 와 X_i 사이에 상관성이 없다는 가정에서 시편내 변동성과 시편간 변동성을 동시에 고려한 경우이며, $M4$ 는 Z 와 X_i 의 상관성을 고려하면서 시편내 변동성과 시편간 변동성을

Table 2 Statistical property of stochastic process X

Thickness	Variance(σ_x^2)	Correlation Distance(θ_x)
1.0 mm	0.6526	0.2061 mm
3.0 mm	0.3650	0.1893 mm
5.0 mm	0.1931	0.1226 mm
12.5 mm	0.1519	0.1755 mm

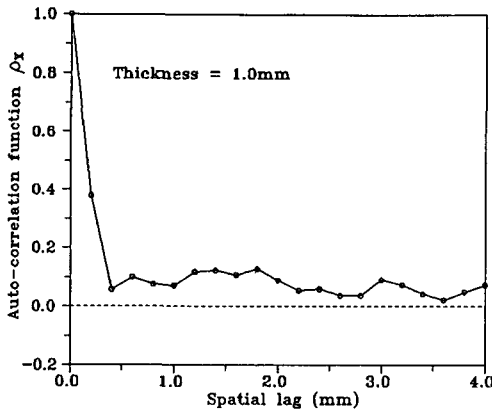


Fig. 8 Ensemble auto-correlation function

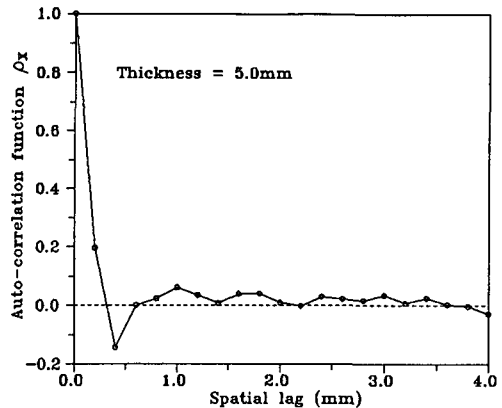


Fig. 10 Ensemble auto-correlation function

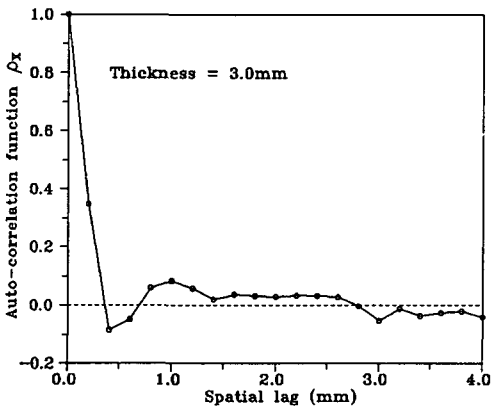


Fig. 9 Ensemble auto-correlation function

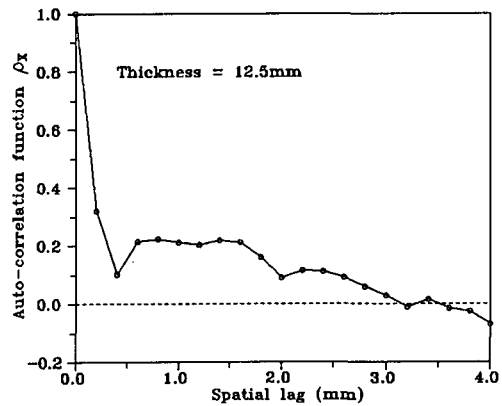


Fig. 11 Ensemble auto-correlation function

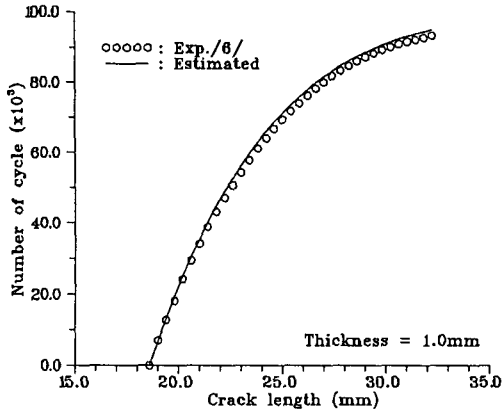


Fig. 12 Crack length vs. Mean propagation life

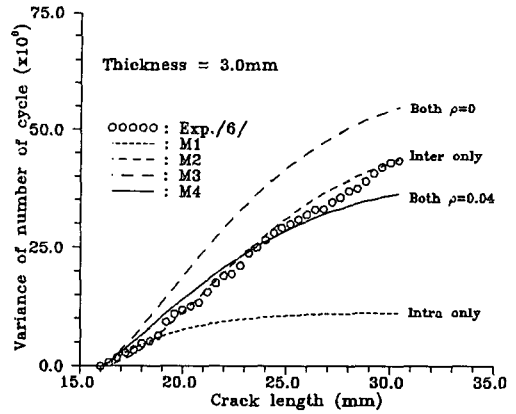


Fig. 15 Crack length vs. Variance of number of cycle

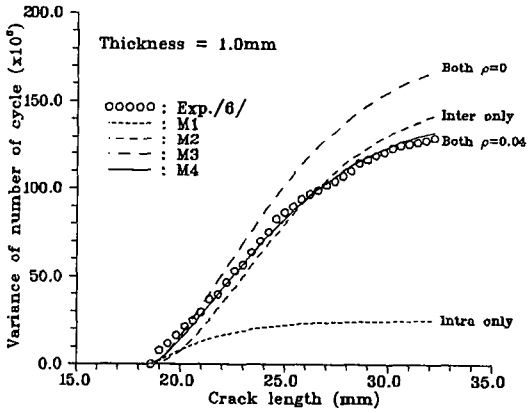


Fig. 13 Crack length vs. Variance of number of cycle

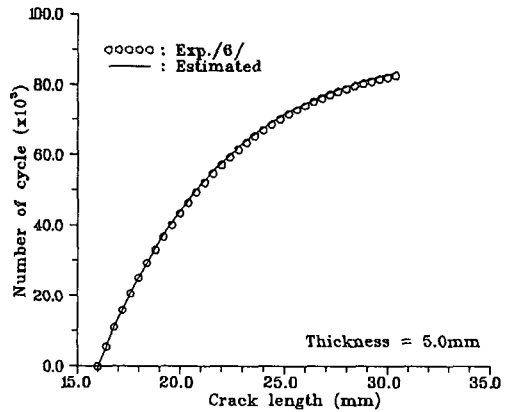


Fig. 16 Crack length vs. Mean propagation life

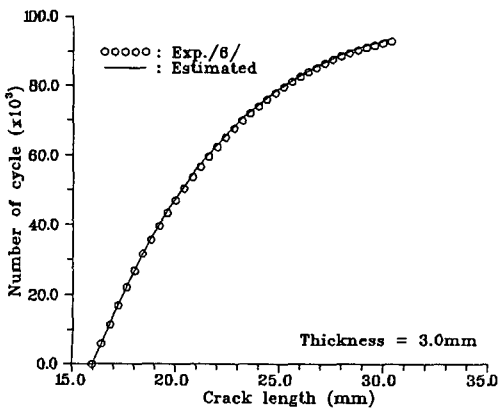


Fig. 14 Crack length vs. Mean propagation life

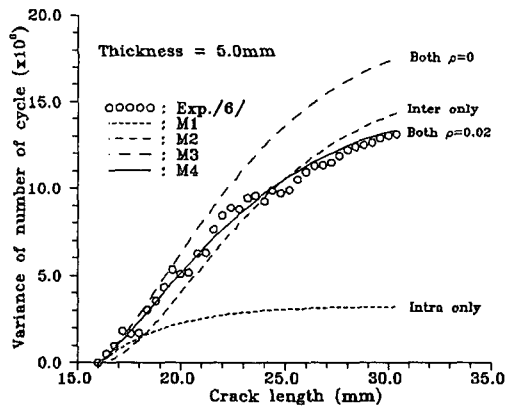


Fig. 17 Crack length vs. Variance of number of cycle

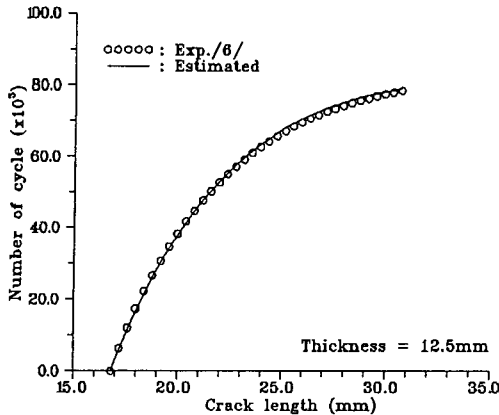


Fig. 18 Crack length vs. Mean propagation life

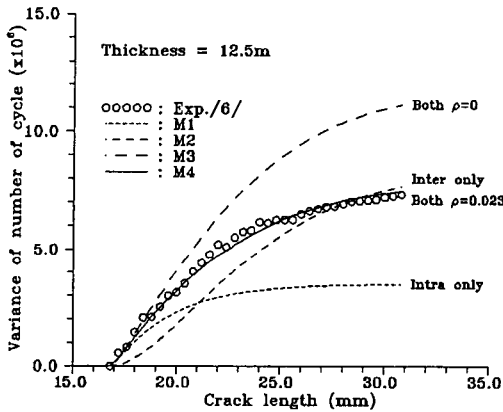


Fig. 19 Crack length vs. Variance of number of cycle

동시에 고려한 경우이다.

그림에서 보는 바와 같이 시편간의 변동성만을 고려한 경우는 실험결과에 비하여 볼때, 균열길이가 작을수록 진전수명의 변동성이 작게 추정되는 것을 알 수 있다. 또한, 시편내 변동성만을 고려한 경우는 진전수명의 변동성이 전체적으로 과소하게 추정됨을 알 수 있다. 따라서, 시편내 변동성과 시편간 변동성을 동시에 고려하여야 한다. 그러나, 균열진전을 표현하는 식이 참값이 될 때는 시편내 및 시편간 변동성은 상관성이 없다고 취급할 수 있으므로 앞의 식(9)에서 Z 와 X_i 의 공분산($Cov[Z, X_i]$)는 0이 되어야 한다. (M3) 이와같이 하여 진전수명의 변동성을 추정할 경우 실험결과에 비하여 과대하게 추정되는 것을 볼 수 있다. 이것은 거시

적인 균열진전을 대상으로 한 확정론적 평가 모델인 PE식의 적용 한계성과, Z 와 X_i 사이에는 논리적으로는 상관성을 갖지 않지만 하나의 공정에서 만들어진 모재에서 채취한 시험편이므로 물리적으로는 약간의 상관성을 가질 가능성을 배제할 수 없다고 생각된다. 따라서, Z 와 X_i 의 상관계수를 0.02~0.04로 고려하였을 경우(M4) 실험결과와 잘 일치함을 알 수 있다. 물론 여기서 적용한 Z 와 X_i 의 상관계수는 재질 등 여러 조건에 의해 달라질 수도 있으나 그 상관성을 0으로 가정하여 균열진전의 변동성을 추정하면 그 값을 변동성의 상한치로 하는 보수적인 평가가 가능하다.

5. 결 론

본 연구는 피로균열진전의 변동성에 대한 확률모델을 제시하고 그 유용성을 검토한 것으로, 보고된 실험결과와의 분석 및 계산례를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 시편간 변동성은 두께가 두꺼워질수록 줄어든다.

(2) 시편내 변동성은 white noise에 가까운 확률과정이 되며, 그 분산은 두께가 두꺼워질수록 줄어든다.

(3) 균열진전수명의 변동성은 시편간 그리고 시편내 변동성을 모두 고려하여야 하며, 이들 모두를 고려한 본 연구의 방법은 균열진전 수명의 변동성을 잘 추정하고 있다.

(4) 일반적인 균열진전식을 사용하여 균열진전수명의 변동성을 추정할 경우, 시편간 변동성과 시편내 변동성을 상호독립, 즉 상관성을 0으로 가정하여 균열진전 수명의 변동성을 추정하면 그 값을 변동성의 상한치로 하는 보수적인 평가가 가능하다.

참고문헌

(1) Ichikawa, M., 1987, "Probabilistic Fracture Mechanics Investigation of Fatigue Crack Growth Rate," Current Japanese Material Research Vol. 2, Elsevier, pp. 71~89.
 (2) Ishikawa, H. and Tsurui, A., 1987, "Stochastic Fatigue Crack Growth Model and Its Wide Applicability in Reliability-based Design," Cur-

- rent Japanese Material Research Vol. 2, Elsevier, pp. 45~58.
- (3) Lin, Y.K. and Yang, J. N., 1985, "A Stochastic Theory of Fatigue Crack Propagation," AIAA Vol. 23 No. 1, pp. 117~124.
- (4) Ortiz, K. and Kiremidjian, A.S., 1986, "Time Series Analysis of Fatigue Crack Growth Rate Data," Engineering Fracture Mechanics Vol. 24 No. 5, pp. 657~675.
- (5) Ortiz, K. and Kiremidjian, A.S., 1988, "Stochastic Modelling of Fatigue Crack Growth Rate Data," Engineering Fracture Mechanics Vol. 29 No. 3, pp. 317~334.
- (6) 尹漢鏞, 1988, "缺陷を有する部材の疲労寿命予測に関する信頼性工學的研究", 東京大學 博士學位 論文
- (7) Vanmarke, E., 1983, "Random Fields: Analysis and Synthesis," MIT Press, Boston.
- (8) Benjamin, J.R. and Cornell C.A., 1970, "Probability, Statistics, and Decision for Civil Engineering," McGraw-Hill, New York.