

〈論 文〉

천이상태에 있는 커스프균열에 대한 열응력세기계수의 경계요소 해석

이강용* · 홍정균*

(1992년 4월 11일 접수)

Boundary Element Analysis of Thermal Stress Intensity Factors for Cusp Crack in Transient State

Kang Yong Lee and Jeoung Kyun Hong

Key Words : Cusp Crack(커스프 균열), Thermal Stress Intensity Factor(열응력세기계수),
Transient State(천이상태), Boundary Element Method(경계요소법)

Abstract

The boundary element method is applied to determine thermal stress intensity factors for a cusp crack in transient state. In the steady temperature field, numerical values of thermal stress intensity factors for a Griffith crack and a symmetric lip cusp crack in a finite body are in good agreement within $\pm 5\%$ with the previous solutions. In transient state, the numerical values of thermal stress intensity factors for the Griffith crack are also in good agreement with the previous solutions. In both steady and transient states, those for the symmetric lip cusp crack with the crack surface insulated or fixed to the constant temperature are calculated for various effective crack lengths, configuration parameters and uniform heat flow angles. The variations of the thermal boundary conditions of the crack surface have a great effect on stress intensity factors. The signs on the values of thermal stress intensity factors can be changed in time variation.

1. 서 론

지금까지 열응력세기계수(thermal stress intensity factor)에 대한 많은 이론 및 수치해석적 연구가 진행되어 왔다.

이러한 연구 중 Hellen 등⁽¹⁾은 열구배를 갖는 중앙선형균열에서의 정상상태 열응력세기계수를 유한요소법을 이용하여 구했으며, Emery 등⁽²⁾은 천이상태 열유동에 대한 유한평판의 선형 가장자리균열의 열응력세기계수를 유한요소법을 이용하여 얻

었다. Emmel 등⁽³⁾은 유한요소법을 이용하여 정상상태 Griffith 균열의 열응력세기계수를 구하여 Sumi 등⁽⁴⁾의 결과와 비교하고, 균열길이 대 폭의 비가 0.5인 경우에 대해 천이상태에서의 열응력세기계수를 제시하였다. Stippes 등⁽⁵⁾은 3차원 정상상태 탄성학문제에서 경계적분방정식 상의 체적적분의 항으로 표현되는 물체력(body force)을 면적적분으로 변환시킨 경계적분방정식을 제시하였다. Sladek 등⁽⁶⁾은 Stippes 등⁽⁵⁾이 제시한 방법을 이용하여 경계적분방정식의 물체력항의 면적적분을 선적분화하여 선형 가장자리균열의 정상상태 열응력세기계수를 구하였다. Tanaka 등^(7,8)은 정상 및 천이상태에서의 선형 가장자리균열 및 각종 유한체

* 정회원, 연세대학교 기계공학과

선형균열의 열응력세기계수를 구하였다. 이와 같이 단순한 균열형태에 대해서는 수치해석을 통한 열응력세기계수를 결정한 연구가 비교적 많이 보고되고 있으나, 커스프균열(cusp crack)에 대한 연구는 최근 Lee 등⁽⁹⁻¹¹⁾이 복소방법을 사용하여 이론적으로 제시한 무한체에서의 열응력세기계수 결정에 관한 연구^(9,10)와 유한체에서의 열응력세기계수를 경계요소법으로 결정한 연구⁽¹¹⁾ 이외에는 찾아보기 어렵다. 이러한 연구도 정상상태에서의 해석이고 천이상태의 해석은 전무한 것 같다.

본 연구에서는 경계요소법에 의해 천이상태 열전도문제를 해석하는 프로그램과 Sladek 등⁽⁶⁾이 제안한 열탄성 경계적분방정식을 기초로 하여 열탄성문제를 해석하는 프로그램을 개발하여, 유한체 내에 존재하는 Griffith 균열에 대해 정상 및 천이상태에서 계산한 열응력세기계수와 유한체 내에 존재하는 대칭 입술형 커스프균열(symmetric lip cusp crack)에 대해 정상상태에서 열응력세기계수를 계산한다. 그 결과를 기존의 해^(3,4,11)와 비교하여 프로그램의 타당성을 입증한다. 그후 대칭 입술형 커스프균열에 대한 천이상태에서의 열응력세기계수를 계산하고자 한다.

2. 경계요소법

2.1 천이상태 열전도 문제 해석을 위한

경계적분방정식

경계 $\Gamma (= \Gamma_1 + \Gamma_2)$ 로 둘러싸인 영역 Ω 내부에 열원이 없는 등방성 균질재료에 대한 2차원 천이상태 열전도 문제에서 지배방정식은 식(1)~(3)과 같은 초기조건, 경계조건과 가중잔여법(weight residual method)을 적용하면 식(4)와 같은 경계적분방정식으로 변환된다.⁽¹²⁾

· 초기 조건 :

$$T = T_0 \quad (t=0 \text{ 일때 } \Omega \text{ 내에서}) \quad (1)$$

· 경계 조건 :

$$T = \bar{T} \quad (\Gamma_1 \text{ 상에서}) \quad (2)$$

$$q = \partial T / \partial n = \bar{q} \quad (\Gamma_2 \text{ 상에서}) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} C(X) T(X) + \kappa \int_0^t \int_{\Gamma} q^*(X, Y) T(Y) d\Gamma(Y) dt \\ = \kappa \int_0^t \int_{\Gamma} T^*(X, Y) q(Y) d\Gamma(Y) dt \\ + \left[\int_{\Omega} T(Y) T^*(X, Y) d\Omega(Y) \right]_{t=0} \end{aligned}$$

$$(0 \leq t \leq \tau) \quad (4)$$

여기서 T 는 온도, q 는 열유동량이며, T_0, \bar{T} 와 \bar{q} 는 이미 알고 있는 상수이고, n 은 경계면상의 단위법선벡터이다. C 는 경계면상의 기하학적 형상에 따라 결정되는 상수로서 원할곡면 위의 점일 경우에는 1/2의 값을 갖는다. 점 X 는 집중열하중을 받는 경계 Γ 상의 점이며, 점 Y 는 적분이 수행되는 경계 Γ 와 영역 Ω 내의 점이다. $T^*(X, Y)$, $q^*(X, Y)$ 는 경계면상의 점 X 에 작용된 집중열하중에 의한 점 Y 에서의 온도 및 열유동량의 기본해(fundamental solution)로 다음과 같다.

$$T^* = \frac{1}{4\pi\kappa(\tau-t)} \exp\left[-\frac{R^2}{4\kappa(\tau-t)}\right] \quad (5)$$

$$q^* = \frac{\partial T^*}{\partial n} \quad (6)$$

여기서

$$\kappa = \frac{K}{\rho c} \quad (7)$$

τ , t 는 시간, κ 는 열확산계수(thermal diffusivity), K 는 열전도율, ρ 는 밀도, c 는 비열, R 은 점 X 와 점 Y 사이의 거리를 나타낸다.

T 와 q 의 변화는 T^* 와 q^* 의 변화에 비해 매우 느리므로, 미소 시간간격($\Delta t = t_2 - t_1$)에서는 일정하다고 가정할 수 있으며, 따라서 식(4)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} CT + \kappa \int_{\Gamma} T \int_{t_1}^{t_2} q^* dt d\Gamma \\ = \kappa \int_{\Gamma} q \int_{t_1}^{t_2} T^* dt d\Gamma + \left[\int_{\Omega} TT^* d\Omega \right]_{t=t_1} \quad (8) \end{aligned}$$

여기서

$$\int_{t_1}^{t_2} T^* dt = \frac{1}{4\pi\kappa} Ei\left[\frac{R^2}{4\kappa(t_2-t_1)}\right] \quad (9)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} q^* dt = -\frac{1}{2\pi\kappa R} \exp\left[-\frac{R^2}{4\kappa(t_2-t_1)}\right] \left(\frac{\partial R}{\partial n}\right) \quad (10)$$

$Ei[\cdot]$ 는 지수적분함수(exponential integral function)이다.

식(8)의 수치해를 구하기 위해 N 개의 상수경계요소와 M 개의 삼각형 내부요소로 나누면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} CT^{t_2} - \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} \frac{1}{R} \left(\frac{\partial R}{\partial n}\right) T_j^{t_2} \exp[-Z] d\Gamma \\ = \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} q_j^{t_2} Ei[Z] d\Gamma \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{4\pi\kappa(t_2-t_1)} \sum_{k=1}^M \int_{\Omega_k} T_k^{t_i} \exp[-Z] d\Omega \quad (11)$$

($i=1, 2, \dots, N$)

여기서, 하첨자 i 는 집중열하중이 부여된 i 번째 경계요소의 절점(node)이며, 하첨자 j 는 적분이 수행되는 경계면상의 j 번째 경계요소이고, 하첨자 k 는 적분이 수행되는 영역의 k 번째 내부요소를 나타낸다. t_1, t_2 는 미소시간 Δt 의 초기시간과 끝시간을 나타낸다. $Z=R^2/(4\kappa(t_2-t_1))$ 이다.

식(11)에서 경계적분은 Gauss 수치적분이 적용되었으며, 특이성이 나타나는 요소는 Cauchy 주치적분이 적용되었으며, 삼각형 내부요소를 해석하기 위해서는 Hammer의 규칙(Hammer's rule)⁽¹³⁾이 적용되었다. 지수적분함수를 포함한 특이성이 나타나는 요소에는 Wrobel 등⁽¹⁴⁾이 사용한 식을 사용하였다.

식(11)에 식(1)~(3)에서 주어진 초기조건과 경계조건을 적용하여 미지해의 벡터를 구성하면 다음과 같이 표현된다.

$$[A^T]_{N \times N} \{X^T\}_{N \times 1} = \{D^T\}_{N \times 1} \quad (12)$$

여기서 $\{X^T\}$ 는 경계에서 최종적으로 남겨진 미지의 온도 T 와 법선방향 열유동량 q 로 구성된 벡터이고, $[A^T]$ 는 시간과 무관하게 된 계수행렬이며, $\{D^T\}$ 는 초기조건 및 경계조건에 의해 구성된 벡터이다.

2.2 열탄성학문제 해석을 위한 경계요소법

2차원 선형 등방성 탄성체의 지배방정식은 다음의 경계적분방정식으로 표현될 수 있다.^(6,13)

$$\begin{aligned} C_{lm}(X) u_m(X) + \int_{\Gamma} p_{lm}^*(X, Y) u_m(Y) d\Gamma(Y) \\ = \int_{\Gamma} u_{lm}^*(X, Y) p_m(Y) d\Gamma(Y) \\ + \int_{\Gamma} S_m^*(X, Y) T(Y) d\Gamma(Y) \\ - \int_{\Gamma} V_m^*(X, Y) q(Y) d\Gamma(Y) \end{aligned} \quad (13)$$

여기서, l, m 은 방향을 나타내는 인덱스(index)이고, u_m, p_m 은 경계면상에서의 변위와 트랙션벡터이고, C_{lm} 은 경계면상의 기하학적 형상에 의해서 결정되는 상수로서 강체병진운동(rigid body translation)을 적용하여 구할 수 있고, 경계면이 원할 곡면인 경우에는 $(1/2)\delta_{lm}$ 의 값을 갖는다. δ_{lm} 은

Kronecker delta이다. $p_{lm}^*(X, Y)$ 와 $u_{lm}^*(X, Y)$ 는 점 X 에서의 l 방향으로의 단위점력(unit point load)으로 인한 경계면상의 점 Y 에서의 m 방향으로의 트랙션 기본해와 변위 기본해로 각각 다음과 같이 표현된다.

$$p_{lm}^* = -\frac{1}{4\pi(1-\bar{\nu})R} \{[(1-2\bar{\nu})\delta_{lm} + 2R_{,l}R_{,m}]R_{,n} - (1-2\bar{\nu})(R_{,l}n_{m,r} - R_{,m}n_{l,r})\} \quad (14)$$

$$u_{lm}^* = \frac{1}{8\pi G(1-\bar{\nu})} \left[(3-4\nu) \ln\left(\frac{1}{R}\right) \delta_{lm} + R_{,l}R_{,m} \right] \quad (15)$$

여기서 G 는 전단계수이다. 식(13)에서 S_m^* 와 V_m^* 는 선적분화된 물체력항으로 2차원 문제에서 다음과 같다.

$$S_m^* = -\frac{(1+\bar{\nu})}{8\pi(1-\bar{\nu})} \bar{\alpha} [(1+2\ln R)R_{,m} + 2R_{,m}R_{,l}n_{l,r}] \quad (16)$$

$$V_m^* = -\frac{(1+\bar{\nu})}{8\pi(1-\bar{\nu})} \bar{\alpha} [1+2\ln R]R_{,m} \quad (17)$$

여기서

$$\bar{\nu} \equiv \begin{cases} \nu & (\text{평면 변형률 상태}) \\ \frac{\nu}{1+\nu} & (\text{평면 응력 상태}) \end{cases} \quad (18)$$

$$\bar{\alpha} \equiv \begin{cases} \alpha & (\text{평면 변형률 상태}) \\ \alpha \left(\frac{1+\nu}{1+2\nu} \right) & (\text{평면 응력 상태}) \end{cases} \quad (19)$$

여기서 ν 는 Poisson 비, α 는 선행창계수이다.

식(13)의 수치근사해를 구하기 위해 경계면 Γ 를 N 개의 상수경계요소로 나누면 식(20)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} [C_{lm}]\{u_m\}_i + \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} [p_{lm}^*] d\Gamma_j \{u_m\}_j \\ = \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} [u_{lm}^*] d\Gamma_j \{p_m\}_j + \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} [S_m^*] d\Gamma_j T_j \\ - \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} [V_m^*] d\Gamma_j q_j \quad (i=1, 2, \dots, N) \end{aligned} \quad (20)$$

식(20)에 경계조건을 적용하여 미지해의 벡터 $\{X^e\}$ 를 구성할 수 있다.

$$[A^e]_{2N \times 2N} \{X^e\}_{2N \times 1} = \{D^e\}_{2N \times 1} \quad (21)$$

여기서 $\{X^e\}$ 는 경계조건을 적용한 뒤, 트랙션 계수행렬과 변위계수행렬에서 미지해로 남겨진 행과 열의 요소가 합성되어 재구성된 벡터이고, $\{D^e\}$ 는

이미 구해 놓은 온도장의 T, q 와 물체력 계수행렬이 조합된 상수벡터이다.

3. 열응력세기계수의 결정

상수경계요소를 사용하는 경우 균열선단요소의 중앙절점에서 구한 열변위해로부터 모드 I 과 모드 II 에 대한 열응력세기계수 K_I, K_{II} 는 다음식으로부터 계산할 수 있다.⁽⁸⁾

$$K_I = \frac{2G}{1+\lambda} \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} u_y \quad (22)$$

$$K_{II} = \frac{2G}{1+\lambda} \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} u_x \quad (23)$$

여기서

$$\lambda \equiv \begin{cases} 3-4\nu & (\text{평면 변형률 상태}) \\ \frac{3-\nu}{1+\nu} & (\text{평면 응력 상태}) \end{cases} \quad (24)$$

r 은 균열선단에서 균열선단요소의 절점까지의 거리이고 u_x, u_y 는 이 지점에서의 x, y 방향으로의 변위를 나타낸다.

4. 수치해석의 결과 및 검토

2차원 천이상태 열전도문제를 해석하는 프로그램을 개발하고, Lee 등⁽¹¹⁾이 개발한 정상상태 열탄성학문제 해석 프로그램을 발전시켜 하나의 혼합된 프로그램으로 만들었으며, PC를 사용하여 수치계산하였다.

프로그램의 검증을 위하여 Fig. 1 같은 Sumi 등⁽⁴⁾이 제안한 모델을 선택하였다. 이는 가로 $2b$, 세로 $2c$ 로 $b/c=1$ 인 정사각형 판에 길이 $2a$ 의 중앙선형균열이 있는 경우이다. 여기서 사용된 물질상수는 $\alpha=12.0 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$, $G=7.92 \times 10^4 \text{ MPa}$, $\nu=0.3$ 이다. 물체의 대칭성을 고려하여 물체의 1/4만 수치해석을 하였고, 균열선단에서의 경계요소 분할 방법은 Lee 등⁽¹¹⁾의 연구를 참고하여 결정하였으며, 내부 삼각형요소의 분할방법도 균열선단요소 분할방법에 근거하여 균열주위의 내부 삼각형요소를 상대적으로 작게 하였다. 전체 모델은 30~40개의 상수경계요소와 20개 정도의 내부 삼각형요소를 사용하였다.

Table 1에서 정상상태로 볼 수 있는 충분히 긴 시간에서 계산한 열응력세기계수 결과를 정상상태

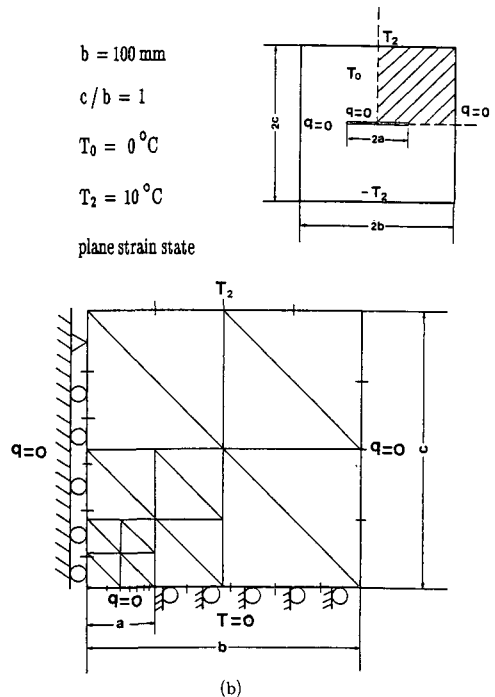
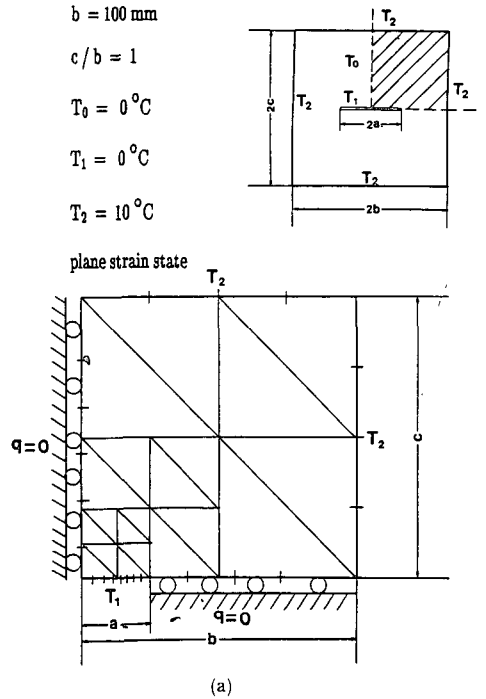


Fig. 1 Griffith crack under thermal loading conditions (a) Mode I (b) Mode II

에서의 Sumi 등⁽⁴⁾의 결과와 비교하고 있다. Table 1에서 F_I 과 F_{II} 는 모드 I 과 모드 II의 무차원 열응력세기계수로서 다음과 같다.⁽⁴⁾

$$F_I = \frac{K_I}{\bar{\alpha} E (T_2 - T_1) \sqrt{b}} \quad (25)$$

$$F_{II} = \frac{K_{II}}{\bar{\alpha} E T_2 \sqrt{b}} \quad (26)$$

Table 1에서 Sumi 등⁽⁴⁾의 이론해와 오차범위 $\pm 3\%$ 이내에서 잘 일치됨을 알 수 있다.

천이상태의 열응력세기계수를 결정하기 위해 열확산계수 $\kappa = 1.39 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ 를 사용하였으며, 이에 의해 시간간격 Δt 를 결정하였다.⁽¹²⁾ Fig. 2에서는 Emmel 등⁽³⁾이 $a/b = 0.5$ 인 경우에 같은 모델에 대해 구한 천이상태 열응력세기계수와 수치결과를 비교하고 있다.

여기서 사용한 무차원 시간 τ_t 는 다음과 같이 정의한다.⁽²⁾

$$\tau_t = \frac{\kappa t}{b^2} \quad (27)$$

Table 1 Dimensionless thermal stress intensity factors F_I and F_{II} for Griffith crack
(a)

a/b	F_I		err. (%) *
	Ref. [4]	Present	
0.1	0.272	0.278	-2.21
0.2	0.347	0.347	0.00
0.3	0.405	0.414	-2.22
0.4	0.453	0.467	-3.09
0.5	0.493	0.502	-1.83

(b)

a/b	F_{II}		err. (%) *
	Ref. [4]	Present	
0.1	0.0212	0.0210	0.943
0.2	0.0530	0.0536	-1.13
0.3	0.0976	0.100	-2.46
0.4	0.142	0.143	-0.704
0.5	0.188	0.191	-1.60

$$*err. (\%) = \frac{Ref.[4] - Present}{Ref.[4]} \times 100$$

대칭입술형 커스프균열의 복소등각사상함수 $\omega(\phi)$ ⁽⁹⁾는 다음과 같다.

$$z = \omega(\phi) = \frac{a_0(m+2)}{4} \left[\phi + \frac{2(1-m)}{m+2} \frac{1}{\phi} + \frac{m}{m+2} \frac{1}{\phi^3} \right] \quad (28)$$

여기서 a_0 는 상당 균열길이 (equivalent crack length)이고, z 와 ϕ 는 실평면상과 사상평면상의 좌표점, m 은 형상계수로 0인 경우에는 커스프균열의 형상이 선형균열이 되며, 형상계수의 증가에 따라 균열면 중앙부의 배가 점점 커지게 된다. 커스프 균열에 열유동 q 가 x 축과 임의의 각도 λ 로 유입되는 경우에 성분 q_x 는 K_I 성분을, q_y 는 K_{II} 를 발생시키므로,⁽⁹⁾ 혼합모드 문제를 2개의 단순모드 문제로 분리하여 수치해석하였다. 균열면이 단열인 경우 ($\gamma=1$)와 균열면이 일정 온도로 유지된 경우 ($\gamma=-1$)에 대한 커스프균열체의 경계분할면 상의 기계적 경계조건은 같은 외부 열경계조건에서 Florence 등⁽¹⁵⁾과 Lee 등⁽⁹⁾의 이론해를 참고하여 Fig. 3와 같이 설정하였다. 전체 모델은 40~50개의 상수경계요소와 20~30개의 내부 삼각형요소를 사용하였다. 균열선단 요소의 길이는 Lee 등⁽¹¹⁾의 연구를 참고로 결정하였다. $\gamma = \pm 1$ 인 입술형 커스프균열에 대해 Lee 등⁽¹¹⁾이 제시한 정상상태의 열응력세기계수와 비교하기 위하여 정상상태로 볼 수 있는 충분히 긴 시간 후에 해당하는 열응력세기계수를 구하여 Table 2, Table 3에 제시하였다.

여기서 사용된 무차원열응력 세기계수 F_I^* , F_{II}^* 는 다음과 같다.⁽¹¹⁾

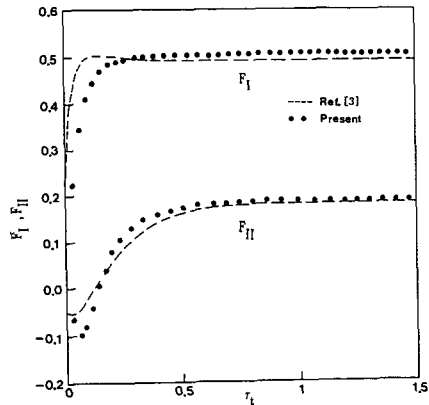


Fig. 2 Time dependent dimensionless thermal stress intensity factors F_I and F_{II} for a Griffith crack

Table 2 Dimensionless thermal stress intensity factors (DTSIFs) for symmetric lip cusp crack with insulated crack surface ($\gamma=1$) in finite body

DTSIF	λ (degree)	m	Comparison	a_o/b				
				0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
F_I^*	0	0.1	Present	-0.004	-0.020	-0.046	-0.072	-0.119
			Ref.[11]	-0.004	-0.019	-0.046	-0.075	0.116
			err.(%) [*]	0.00	-5.26	0.00	4.00	-2.59
		0.3	Present	-0.013	-0.039	-0.100	-0.144	-0.218
			Ref.[11]	-0.013	-0.038	-0.101	-0.149	-0.210
			err.(%) [*]	0.00	-2.63	0.99	3.36	-3.81
F_{II}^*	90	0.1	Present	0.045	0.137	0.237	0.366	0.568
			Ref.[11]	0.044	0.131	0.243	0.371	0.555
			err.(%) [*]	-2.27	-4.58	2.47	1.35	-2.34
		0.3	Present	0.032	0.086	0.162	0.247	0.326
			Ref.[11]	0.032	0.083	0.155	0.245	0.318
			err.(%) [*]	0.00	-3.61	-4.52	-0.82	-2.52

$$* \text{err.}(\%) = \frac{\text{Ref.}[11] - \text{Present}}{\text{Ref.}[11]} \times 100$$

Table 3 Dimensionless thermal stress intensity factors (DTSIFs) for symmetric lip cusp crack with zero crack surface temperature ($\gamma=-1$) in finite body

DTSIF	λ (degree)	m	Comparison	a_o/b				
				0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
F_I^*	0	0.1	Present	0.0520	0.1260	0.2213	0.3043	0.3769
			Ref.[11]	0.0524	0.1318	0.2176	0.3054	0.3858
			err.(%) [*]	0.76	4.40	-1.70	0.36	2.31
		0.3	Present	0.0616	0.1392	0.2226	0.3149	0.4080
			Ref.[11]	0.0630	0.1382	0.2313	0.3161	0.4034
			err.(%) [*]	2.22	-0.72	3.76	0.38	-1.14
F_{II}^*	90	0.1	Present	-0.0047	-0.0130	-0.0232	-0.0313	-0.0405
			Ref.[11]	-0.0048	-0.0128	-0.0224	-0.0328	-0.0405
			err.(%) [*]	2.08	-1.56	-3.57	4.57	0.00
		0.3	Present	-0.0130	-0.0312	-0.0523	-0.0773	-0.0961
			Ref.[11]	-0.0124	-0.0322	-0.0544	-0.0764	-0.1011
			err.(%) [*]	-4.84	3.11	3.86	-1.18	4.95

$$* \text{err.}(\%) = \frac{\text{Ref.}[11] - \text{Present}}{\text{Ref.}[11]} \times 100$$

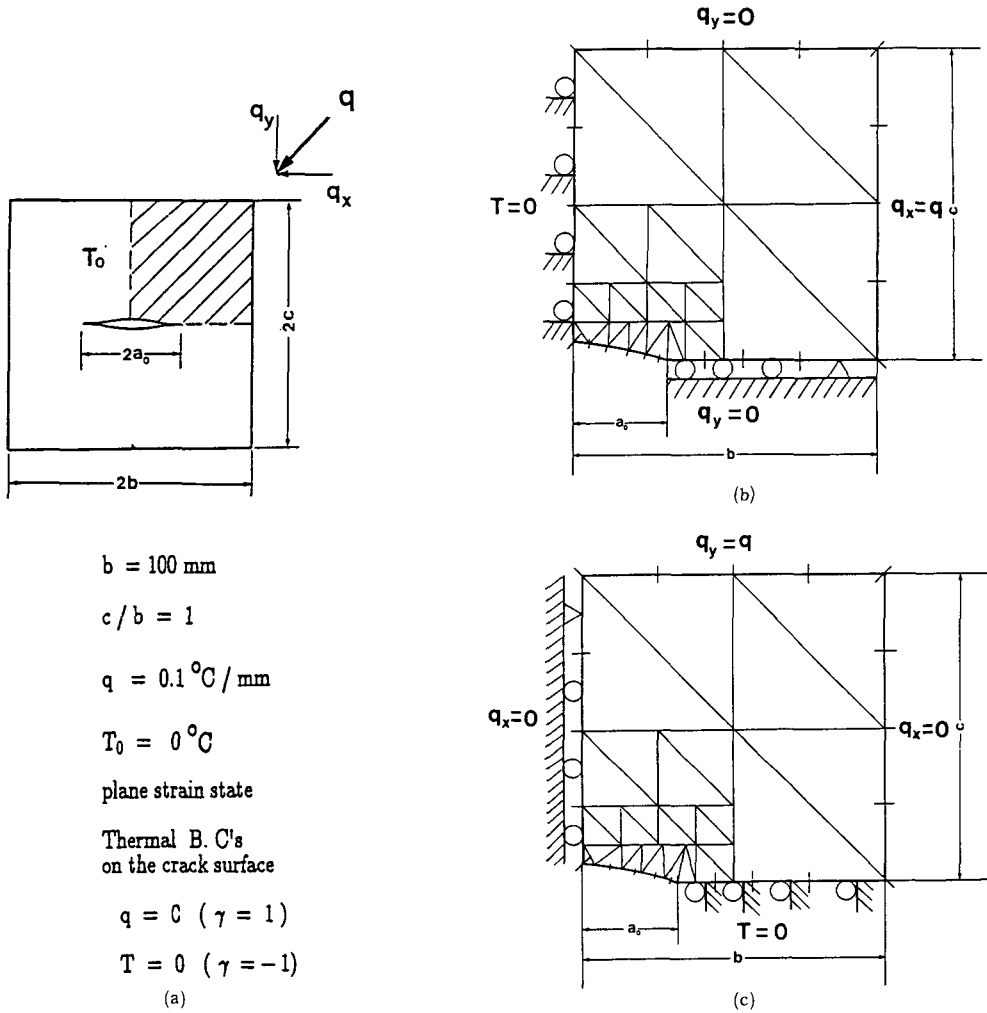


Fig. 3 Boundary conditions for symmetric lip cusp crack
 (a) Geometric configuration (b) x -directional heat flow (c) y -directional heat flow

$$F_I^* = \frac{K_I}{G\alpha qb^{3/2}} \quad (29)$$

$$F_{II}^* = \frac{K_{II}}{Q\alpha qb^{3/2}} \quad (30)$$

비교결과는 기존의 수치해⁽¹¹⁾와 대체적으로 $\pm 5\%$ 이하의 오차를 보이고 있다.

Fig. 4과 Fig. 5에서 $\gamma = \pm 1$, $\lambda = 0^\circ, 90^\circ$ 인 경우에 대해 천이상태 무차원 열응력세기계수 F_I^* , F_{II}^* 를 제시하였다.

모드 I인 경우인 Fig. 4로부터 γ 의 값에 관계없이 모든 열응력세기계수가 처음에 커지다가 시간이 흐를수록 작아져서 정상상태 값에 접근하며, m 이 일정할 때 균열과 폭 비 a_0/b 가 증가할수록 최대

열응력세기계수가 감소함을 볼 수 있다.

$\gamma=1$ 인 경우에는 m 이 일정할 때 균열과 폭 비 a_0/b 가 증가할수록 균열단힘이 일어나는 시간이 빠름을 알 수 있다. $\gamma=-1$ 인 경우 무차원시간 τ_c 가 0.3 부근이 될 때는 a_0/b 가 어떤 경우일 때라도 거의 같은 열응력세기계수를 나타내며, a_0/b 와 m 의 값에 관계없이 균열단힘현상이 발생하지 않는다.

모드 II인 경우에 대해 Fig. 5로부터 γ 와 m 에 관계없이 초기상태에서는 a_0/b 가 증가할수록 열응력세기계수값이 양의 값에서 점차 음의 값으로 전환한다는 것을 알 수 있다. $\gamma=1$ 인 경우를 보면 m 의 값에 관계없이 a_0/b 가 증가하면 정상상태의

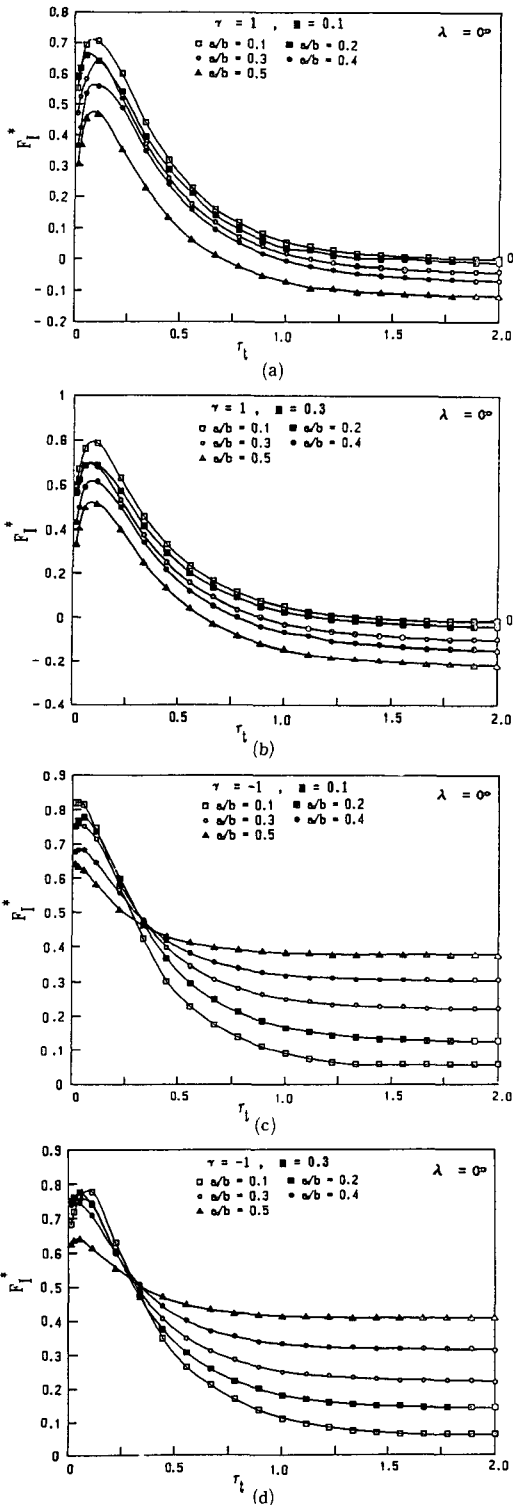


Fig. 4 Time dependent mode I dimensionless thermal stress intensity factors F_I^* for symmetric lip cusp crack

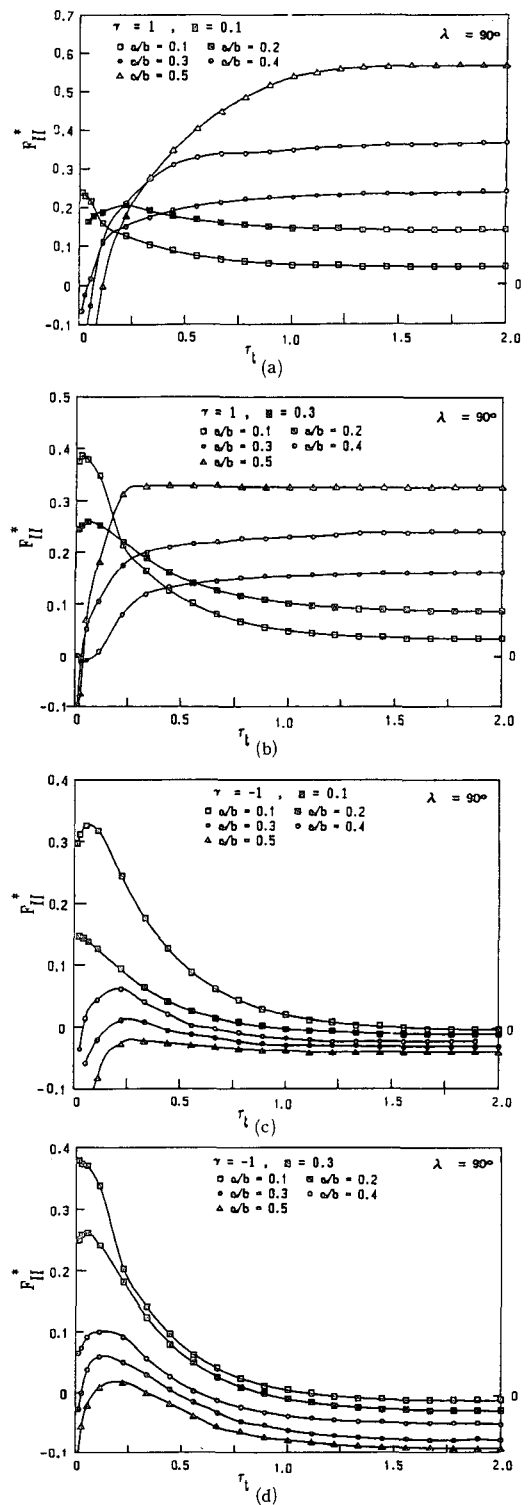


Fig. 5 Time dependent mode II dimensionless thermal stress intensity factors F_{II}^* for symmetric lip cusp crack

열응력세기계수는 증가하며 모든 a_o/b 에 대해서 양의 값을 갖는다. 그러나 $r=-1$ 인 경우는 $r=1$ 의 경우와는 달리 m 의 값의 변화에 관계없이 a_o/b 가 증가하면 정상상태의 열응력세기계수는 감소하며, 모든 a_o/b 에 대해서 음의 값을 갖는다. 그리고, 임의시간에서의 열응력세기계수는 a_o/b 가 증가할 수록 더 작은 값을 갖는다.

Fig. 4, Fig. 5를 통해서 τ_t 가 1.5 정도가 되면 이

모델은 정상상태에 도달함을 알 수 있다.

열유동 방향의 영향을 보이기 위해 $a_o/b=0.1$, $m=0.1$ 로 고정하고, $\gamma=\pm 1$ 의 경우에 대해 열유동각도 $\lambda=0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 로 변화시켜 열응력세기 계수를 구한 결과를 Fig. 6에 제시하였다. Fig. 6에서 $\tau_t=1.0$ 으로 고정된 시간에서의 F_I^* , F_{II}^* 를 구해 Fig. 7에 제시하였다. Fig. 7에서 모드 I의 경우는 \cos 주기 함수, 모드 II의 경우는 \sin

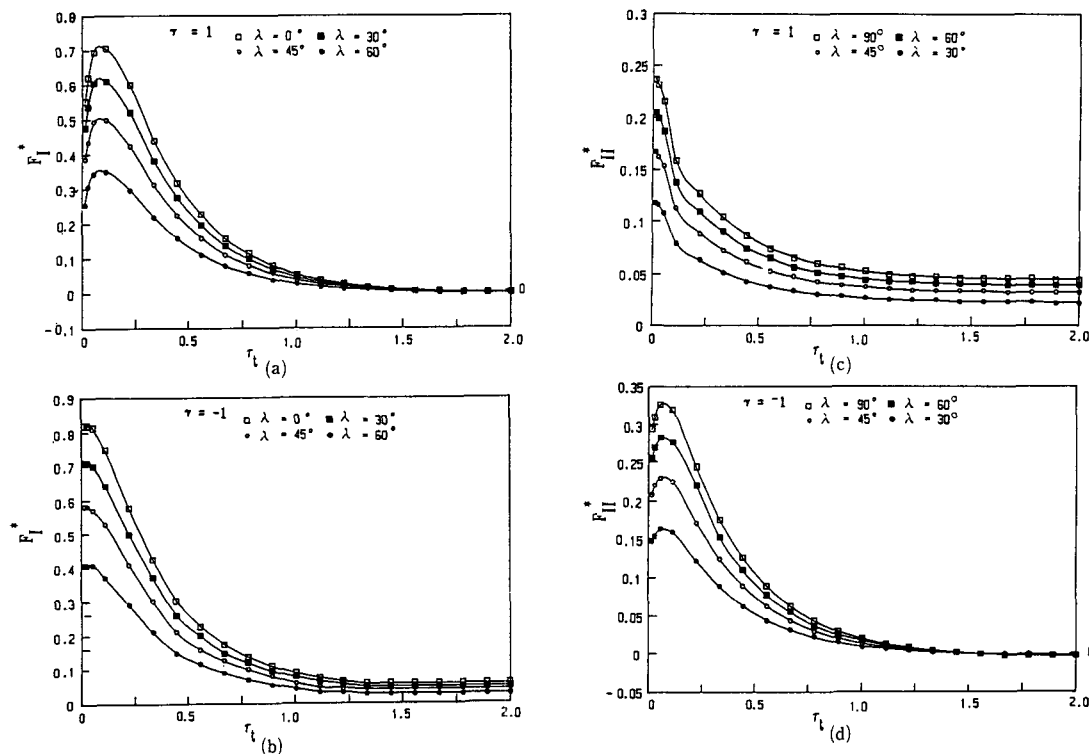


Fig. 6 Time dependent dimensionless thermal stress intensity factors F_I^* and F_{II}^* for symmetric lip cusp crack with various heat flow directions λ ($m=0.1$, $a_o/b=0.1$)

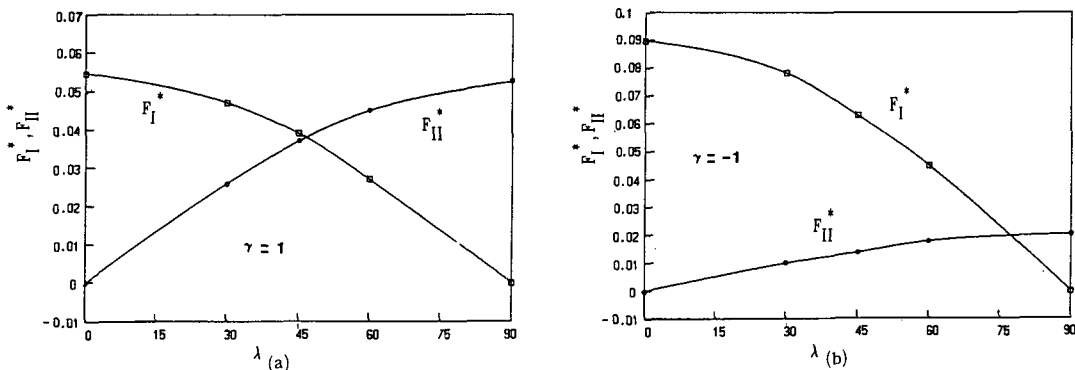


Fig. 7 Time dependent dimensionless thermal stress intensity factors F_I^* and F_{II}^* for symmetric lip cusp crack with various heat flow directions λ at $\tau_t=1.0$ ($m=0.1$, $a_o/b=0.1$)

주기함수로 나타남을 알 수 있다. 이는 정상상태의 열응력세기계수 결정에 대한 Lee등^(9,11)의 결과와 일치한다.

6. 결 론

균열면이 단열된 경우($\gamma=1$)와 일정온도로 고정된 경우($\gamma=-1$)에 대칭 입술형 커스프균열의 천이상태 열응력세기계수를 경계요소법을 적용하여 구하는 연구에서 다음의 결론을 얻었다.

(1) 정상상태와 천이상태에서 Griffith 균열의 열응력세기계수값과, 대칭 입술형 커스프균열의 $\gamma=\pm 1$ 인 경우에 대해 정상상태의 열응력세기계수값들은 기존의 수치해와 $\pm 5\%$ 이하의 오차로 일치한다.

(2) 천이상태에 놓인 대칭입술형 커스프균열에서 모드 I의 경우에 대해 상당균열길이와 폭의 비 a_0/b 가 증가할수록 최대 열응력세기계수가 감소하며, $\gamma=1$ 인 경우에 a_0/b 와 균열형상계수 m 이 증가할수록 균열단합현상이 빨리 발생하며, $\gamma=-1$ 인 경우에 무차원 시간 $\tau_0=0.3$ 되는 때에 어떠한 a_0/b 이라도 거의 같은 열응력세기계수를 나타내며, a_0/b 와 m 의 값에 관계없이 균열단합현상이 발생하지 않는다.

(3) 대칭 입술형 커스프균열에서 모드 II의 경우, γ 와 m 의 값에 관계없이 초기 상태에서는 a_0/b 가 증가할수록 열응력세기계수값이 양의 값에서 점차 음의 값으로 전환한다. $r=1$ 인 경우는 정상상태열응력세기계수가 a_0/b 의 증가와 함께 증가하고, a_0/b 에 관계없이 항상 양의 값을 가지나 $\gamma=-1$ 인 경우는 $\gamma=1$ 인 경우와 역의 현상이 나타난다.

후 기

본 연구는 1991년도 교육부 학술 연구 조성비 지원으로 수행되었으며 이에 감사를 표합니다.

참고문헌

- (1) Hellen, T.K. and Cesari, F., 1979, "On the Solution of the Centre Cracked Plate with a Quadratic Thermal Gradient," Engng Fracture Mech., Vol.12, pp.469~478.
- (2) Emery, A.F., Neighbors, P.K., Kobayashi, A.S. and Love, W.J., 1977, "Stress Intensity Factors in Edge-Cracked Plates Subjected to Transient Thermal Singularities," J. Pres. Ves. Techn., Vol.99, pp.100~104.
- (3) Emmel, E. and Stamm, H., 1985, "Calculation of Stress Intensity Factors of Thermally Loaded Cracks Using the Finite Element Method," Int. J. Pres. Ves. & Piping, Vol.19, pp. 1~17.
- (4) Sumi, N. and Katayama, T., 1980, "Thermal Stress Singularities at Tips of a Griffith Crack in a Finite Rectangular Plate," Nucl. Engng Des., Vol.60, pp. 389~394.
- (5) Stippes, M. and Rizzo, F.J., 1977, "A Note on the Body Force Integral of Classical Elastostatics," Zeits. Ang. Math. Physik, Vol.28, pp.339~341.
- (6) Sladek, V. and Sladek, J., 1987, "Computation of the Stress Intensity Factor in 2-D Stationary Thermoelasticity Using the BEM," ACTA TECHNICA CSAV, Vol. 32, No.2, pp.217~229.
- (7) Tanaka, M., Togoh, H. and Kikuta, M., 1984, "Boundary Element Method Applied to 2-D Thermoelastic Problems in Steady and Non-Steady States," Engng Analysis, Vol. 1, No. 1, pp. 13~19.
- (8) Tanaka, M., Togoh, H. and Kikuta, M., 1984, Chapter 3. Fracture Mechanics Application in Thermoelastic States, in Topics in Boundary Element Research, Vol.1, ed. Brebbia, C.A., Springer-Verlag, Berlin, pp. 59~77.
- (9) Lee, K.Y. and Choi, H.S., 1988, "Determination of Thermal Stress Intensity Factors for Traction Free Cusp Cracks under Uniform Heat Flow," Engng Fracture Mech., Vol. 31, No.4, pp.661~672.
- (10) Lee, K.Y. and Choi, H.S., 1989, "Determination of Thermal Stress Intensity Factor for Rigid Cusp Cracks under Uniform Heat Flow," Engng Fracture Mech., Vol.32, No.2, pp.183~193.
- (11) Lee, K.Y. and Cho, Y.H., 1990, "Boundary Element Analysis of Thermal Stress Intensity Factors for Cusp Cracks," Engng Fracture Mech. Vol.37, No.4, pp. 787~798.

- (12) Wrobel, L.C. and Brebbia, C.A., 1981, Chapter 5. Boundary Elements in Thermal Problems, in Numerical Methods in Heat Transfer, ed. Rewis, R.W., Morgan, K. and Zienkiewicz, O.C., John Wiley & Sons Ltd., New York, pp. 91~113.
- (13) Brebbia, C.A., Tels, J.C.F. and Wrobel, L.C., 1984, Boundary Element Techniques : Theory and Applications in Engineering, Springer-Verlag, Berlin, pp.141~176.
- (14) Wrobel, L.C. and Brebbia, C.A., 1981, Chapter 6, Time Dependent Potential Problems, in Progress in Boundary Element Methods, Vol.1, ed. Brebbia, C.A., Pentech Press, London, pp.192~212.
- (15) Florence, A.L. and Goodier, J.N., 1959, "Thermal Stress at Spherical Cavities and Circular Holes in Uniform Heat Flow," Trans. ASME, J. Applied Mech, Vol. 81, pp. 293~294.