

〈論 文〉

# 임의의 경계조건을 갖는 가선계의 파동 현상에 대한 고찰

김양한\* · 박연규\*\* · 김시문\*\* · 노현석\*\*

(1992년 3월 23일 접수)

## Wave Propagation Characteristics along a Catenary with Arbitrary Boundary Conditions

Yang-Hann Kim, Yon Kyu Park, See Moon Kim and Hyoun Surk Roh

**Key Words:** Mechanical Impedance(임피던스), Boundary Condition(경계조건)

### Abstract

The characteristics of wave propagation along a catenary in rail electrification system depend on the boundary impedance, characteristic impedance of catenary, and the contact force of pantograph moving along the catenary. In this study, the wave propagation along catenary is studied with arbitrary boundary conditions and characteristic impedance of catenary. The reflection and transmission of waves through the boundaries of catenary and the propagation of waves along the catenary are found to be dependent on the wave length.

### 1. 서 론

고속전철 집전장치를 구성하고 있는 카테너리(catenary)와 팬터그래프(pantograph)의 동적 거동에 대한 이해와 정확한 추정은 고속전철의 한계 속도 결정과 아울러 집전장치계의 효과적인, 즉 연속적이고도 일정한, 집전능력에 대한 요구와 카테너리의 마모 등과 관련된 설계요구 접촉력의 유지 등과 관련하여 그 중요성이 인식되어 왔다.<sup>(1,2,3)</sup>

고속전철의 동력 공급은 일반적으로 카테너리로부터 팬터그래프를 거쳐 이루어지는데, 예상할 수 있듯이 팬터그래프의 동력학적 특성과 카테너리의 운동특성에 따라 동력 공급의 연속성 즉 팬터그래프의 카테너리에 대한 이선 현상이 설명 될 수 있을 것이다. 이러한 이선 현상을 예측하기 위하여 카테너리와 팬터그래프 동력학계를, 예측되는 운동 상태를 잘 표현할 수 있도록 모델링(modelling) 하

고, 선정된 모델을 이용하여 카테너리에 작용하는 수직 압상력의 시간 및 카테너리 방향으로의 변화를 예측하려는 노력이 있어 왔다.<sup>(4,5)</sup>

팬터그래프의 운동을 적절히 표현하기 위하여 팬터그래프를 구성하고 있는 기계 요소들을 두 개의 링크(link)와 한 개의 질점 및 가변 스프링, 그리고 쿨롱마찰(coulomb friction), 점성 감쇠계 등을 포함한 비선형계로 모델링하고 이를 수치적분법을 이용하여 풀어내고 이로부터 팬터그래프의 운동을 예측한 연구가 있었으며<sup>(6)</sup>, 또한 카테너리로부터의 압상력과 팬터그래프 운동 사이의 연성 효과를 고려하기 위하여 카테너리를 분포 집중질량계로 모델링하고 팬터그래프를 1자유도 진동계로 모델링하여 접촉 압상력의 시간에 따른 변화와 팬터그래프 운동을 예측하려는 시도 또한 있었다.<sup>(4)</sup>

팬터그래프의 입장에서 보면 가장 이상적인 카테너리는 팬터그래프의 운동을 그대로 수용하는 즉 따라가는 운동을 하는 경우일 것이다. 그러나 카테너리는 일정한 간격을 가지고 카테너리 설치 전주에 의하여 연결되어 있고 이러한 연결 부위는 카테

\*정회원, 한국과학기술원 기계공학과

\*\*한국과학기술원 기계공학과 대학원

너리의 동력학계에 경계조건으로서 영향을 줄 것이다. 따라서 카테너리는 팬터그래프의 운동에 의하여 발생하는 파동을 카테너리 자체의 동력학적 특성 즉 카테너리 방향으로의 임피던스(impedance)에 의하여 전파시킬 것이고 이 파동은 카테너리의 경계조건에 의하여 반사 및 투과 현상을 유발한다 생각할 수 있다.<sup>(6)</sup> 이 중 반사된 파동은 카테너리의 운동에 영향을 주고 따라서 팬터그래프에 작용하는 힘의 변화를 야기시킬 것임을 쉽게 이해할 수 있을 것이다. 이를 팬터그래프의 입장에서 보면 무수히 반사되는 파동은 마치 도플러(Doppler) 영향에 의하여 팬터그래프의 이동 속도에 따라 팬터그래프에 접근하여 오게된다.

본 연구에서는 이러한 물리적 상황을 구체적으로 표현하기 위하여 카테너리를 연속적인 임피던스를 갖는 동력학계로 모델링하고 팬터그래프를 1자유도를 갖는 진동계로 간주하여 카테너리의 시간 공간적 운동 및 카테너리에 작용하는 압상력의 변화를 예측하고자 한다.

## 2. 카테너리의 수학적 표현 및 운동 방정식

카테너리는 그 형태에 따라 직접현가식(trolley style), 단순가선(simple catenary) 및 변 Y형 가선(stitched catenary)과 복합 가선(compound catenary) 등으로 분류된다. (Fig. 1 참조) 이러한 다양한 형태의 카테너리가 존재하는 이유는 가능한 카테너리의 기계적 성질이 팬터그래프의 진행 방향으로 균일하도록 하기 위함이다. 즉 카테너리의 임피던스 혹은 컴플라이언스(compliance)가 균일하도록 하여 팬터그래프에 작용하는 압상력의 변화를 최소화하고 따라서 팬터그래프 및 카테너리의 마찰을 극소화하여 이상적인 고속전철의 운영을 도모하기 위함이다.<sup>(1,3)</sup>

카테너리의 팬터그래프 진행방향의 기계적 성질이 균일하다고 가정할 경우 가능한 카테너리의 수학적 표현은 카테너리에 발생 가능한 파동의 종류에 그 근본을 두어야 하겠다. 카테너리에 발생하는 파장의 진폭이 선형성을 유지할 정도인지 또한 파장의 길이가 카테너리의 단면을 대표하는 길이에 비하여 충분히 크지 작은지가 고려되어야 할 것이다.

일반적으로 생각할 수 있는 것은 팬터그래프의

진행 속도가 카테너리에 발생하는 파동의 전파속도보다 적을 것이므로 일종의 충격파(shock wave)의 발생은 상상하기 어렵고 따라서 발생하는 파동은 선형성을 만족한다 가정할 수 있다. 파동의 길이에 대한 단면적을 대표하는 길이의 비는 이론적으로 볼 때 길이 방향으로 균일한 임피던스 혹은 컴플라이언스를 갖는 카테너리를 현(string)으로 모델링함이 타당한지 보(beam)로 모델링함이 타당한지를 결정할 것임을 이해할 수 있다. 따라서 이러한 제 영향들을 살펴보기 위하여는 카테너리를 현의 파동현상과 보의 파동현상을 같이 나타낼 수 있는 계로 모델링하여 제 현상을 관찰함이 설득력 있는 접근 방법이라 하겠다. 또한 Fig. 1과 같이 복잡한 형태의 가공 카테너리가 가지고 있는 파동 현상도 선형현상이 보장되는 한도내에서는 균일한 단면을 갖는 현 또는 보가 임의의 경계조건을 갖고 있고 가진력이 시간에 따라 현 또는 보를 지나가는 경우의 해석을 통하여 그 이해의 근본을 찾을 수 있으므로 다음과 같은 지배방정식이 카테너리-팬터그래프 동력학계를 대표한다 생각할 수 있다.

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + x^2 c^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - a^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{P}{\rho} \delta(x - Vt) \quad (1)$$

여기서  $y$ 는 카테너리의 변위를 나타내며  $x$ 는 관성반경(radius of gyration),  $c$ 와  $a$ 는 다음과 같이 표현되는 물리량이다.

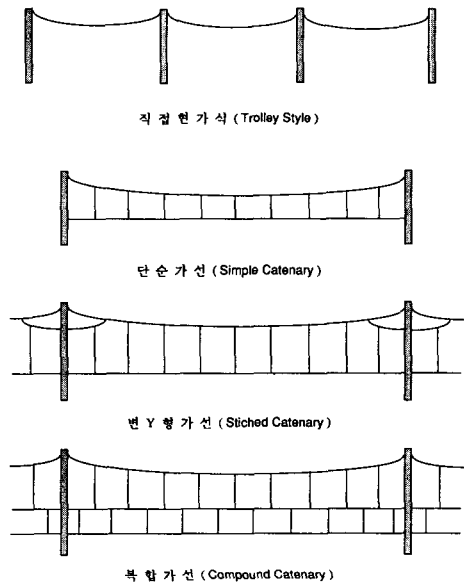


Fig. 1 Four types of catenary

$$c = \sqrt{E/\rho} \quad (2)$$

$$\alpha = \sqrt{T/\rho_c} \quad (3)$$

여기서  $\rho$  및  $\rho_c$ 은 각각 카테너리의 단위체적 및 단위길이당 밀도이다.

또한 식(1)에서  $\delta$ 는 델타함수(delta funtion)이며  $P$ 는 카테너리에 작용하는 압상력으로 시간( $t$ )과 공간( $x$ )의 함수이다. (Fig. 2 참조) Fig. 2에 도시한 좌표계를 이용하여 가선계 양단에서의 경계조건을 표현하면 다음과 같다.

$$m_i \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \Big|_{x=i} + c_i \frac{\partial y}{\partial t} \Big|_{x=i} + k_i y \Big|_{x=i} =$$

$$(\text{sign}) EI \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \Big|_{x=i} - (\text{sign}) T \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_{x=i} + F \Big|_{x=i} \quad (4)$$

여기서  $i=0, L$ 이며 (sign)은  $i$ 가 0이나  $L$ 일때 각각  $-1$ 이나  $+1$ 이다. 구체적인 유도과정은 Fig. 2를 이용하여 얻을 수 있다. 또한 압력상  $P$ 는 전차로부터 팬터그래프에 가해지는 힘  $P_0$ 와 다음과 같은 관계가 있다. (Fig. 3)

$$P = P_0 - m_p \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} - c_p \frac{\partial Y}{\partial t} - k_p Y \quad (5)$$

식(4)와 (5)에서  $m, c, k$ 는 각각 질량, 감쇠 계수 및 스프링 상수를 의미하며 하첨자  $t$ 와  $p$ 는 각각 현가계 경계부위 및 팬터그래프를 각각 지칭한다. 그리고  $Y$ 는 시간의 함수로 팬터그래프의 수직 방향에 대한 변위를 나타낸다.

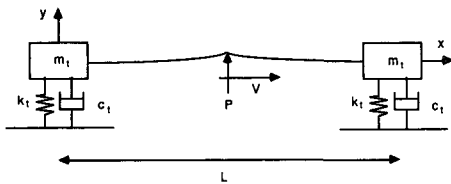
식(1)을 살펴보면 왼쪽항 중 첫번째 항은 카테너리의 운동에너지와 관련이 있고 두번째 및 세번째 항은 각각 굽힘 변형에 의한 위치에너지 및 인장력에 의한 위치에너지와 관련이 있음을 알 수 있

다. 정성적으로 보면 두번째와 세번째 항의 크기는 카테너리에 발생되는 파장의 길이와 무관하지 않을 것임을 상상할 수 있다. 즉 상대적으로 긴 파장의 경우 단위 길이당 굽힘 변형에 의한 굽힘에너지는 세번째 항으로 대표되는 인장력에 의한 위치에너지보다 작을 것이다. 따라서 팬터그래프의 운동에 의하여 발생하는 파동들은 짧은 파동의 경우 굽힘파의 특성 즉 파장의 길이에 따라 전파속도가 다른 (dispersive wave) 특성을 따를 것이고 파장의 길이가 긴 파동의 경우 상대적으로 굽힘파의 영향보다는 현의 파동 즉 파장의 길이에 무관한 전파 속도를 갖는 (non-dispersive wave) 특성을 갖게 될 것이다. 즉, 팬터그래프는 처음에는 카테너리의 지지부위 즉 경계로부터의 반사되는 아주 짧은 파를 만나게 될 것이고 점점 긴파동을 만나게 된 후 최종적으로는 전파속도가 균일한 파들이 중첩되어 동일한 시간에 도달하는 복합파를 만나게 될 것임을 상상할 수 있다. 직관적으로 볼 때 굽힘파의 특성을 갖는 짧은파의 팬터그래프에 미치는 영향은 인장력에 의한 파동에 비하여 작을 것으로 예상되나 그 구체적인 영향을 식(1)의 구체적인 시간 및 공간상의 표현을 통하여 살펴볼 필요가 있다 하겠다.

### 3. 해석방법

식(1)과 (4) 및 (5)로 표현된 카테너리와 팬터그래프의 운동방정식은 연성되어 있으며 그 해석적 답(analytic solution)을 구하기는 용이하지 않다. 따라서 수치해석적 방법을 이용하여 2장에서 언급된 제 현상들을 구체적으로 살펴볼 필요가 있겠다.

식(1)과 (4) 및 (5)는 유한차분법(finite difference method)을 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.



$m_t$  = effective mass at boundary  
 $c_t$  = damping coefficient at boundary  
 $k_t$  = spring constant at boundary  
 $P$  = force on catenary by pantograph  
 $V$  = velocity of pantograph  
 $L$  = length of a span

Fig. 2 Modeling of catenary system

$$\frac{y_i^{k+1} - 2y_i^k + y_i^{k-1}}{(\Delta t)^2} + x^2 c^2$$

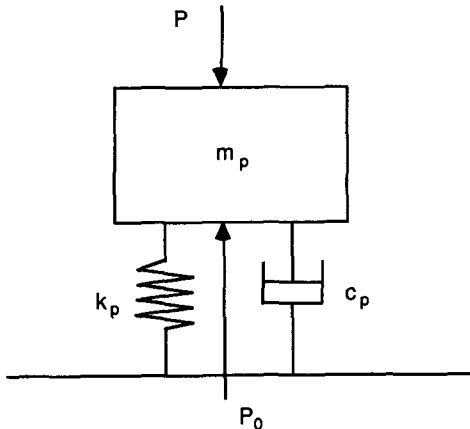
$$\frac{y_{i+2}^k - 4y_{i+1}^k + 6y_i^k - 4y_{i-1}^k + y_{i-2}^k}{(\Delta x)^4}$$

$$- a^2 \frac{y_{i+1}^k - 2y_i^k + y_{i-1}^k}{(\Delta x)^2} = \frac{P}{\rho_c} \delta(i, k) \quad (6)$$

$$P = P_0 - k_p Y^k - c_p \frac{Y^{k+1} - Y^{k-1}}{2(\Delta t)}$$

$$- m_p \frac{Y^{k+1} - 2Y^k + Y^{k-1}}{(\Delta t)^2} \quad (7)$$

$$m_c \frac{y_0^{k+1} - 2y_0^k + y_0^{k-1}}{(\Delta t)^2} + c_t \frac{y_0^{k+1} - y_0^{k-1}}{2(\Delta t)} + k_t y_0^k =$$



$m_p$  = effective mass of pantograph  
 $c_p$  = damping coefficient of pantograph  
 $k_p$  = spring constant of pantograph  
 $P$  = force on catenary by pantograph  
 $P_0$  = force on pantograph by train

Fig. 3 Modeling of pantograph system

$$-ESx^2 \frac{y_2^k - 2y_1^k + 2y_1^k - y_2^k}{(\Delta x)^3} + T \frac{y_1^k - y_1^k}{2(\Delta x)} \quad (8a)$$

$$m_t \frac{y_M^{k+1} - 2y_M^k + y_M^{k-1}}{(\Delta t)^2} + c_t \frac{y_M^{k+1} - y_M^{k-1}}{2(\Delta t)} + k_t y_M^k =$$

$$+ ESx^2 \frac{y_{M+2}^k - 2y_{M+1}^k + 2y_{M-1}^k - y_{M-2}^k}{(\Delta x)^3}$$

$$- T \frac{y_{M+1}^k - y_{M-1}^k}{2(\Delta x)} \quad (8b)$$

여기서 팬터그래프의 1자유도 모델링을 무시하여 일정한 이동하중이 카테너리에 작용한다고 가정하면 식(7)은 필요없게 되고 식(6)에서  $P$ 를 상수로 놓아 풀면 된다. 예상할 수 있듯이 해를 구하는 데 큰 어려움은 없다.

그러나 팬터그래프가 Fig. 3과 같이 모델링 되었을 때 식(5)의 운동방정식에 의해 두 동력학계 사이에 존재하는 접촉력이 시간에 따라 변하게 되고 이 경우는 식(6)과 (7)을 동시에 풀어야 한다. 만약 팬터그래프와 카테너리가 붙어 있고 수치해석을 위해 나눈 집중질량들 사이에 변위가 선형적으로 변한다고 가정하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$Y^k = a y_m^k + b y_{m+1}^k \quad (9)$$

여기서

$$\alpha = Vk\Delta t - m\Delta x$$

$$b = (m+1)\Delta x - Vk\Delta t$$

$$m\Delta x \leq Vk\Delta t < (m+1)\Delta x$$

이고  $V$ 는 팬터그래프의 진행방향 속도를 나타낸다.

소거법을 사용하여 변위를 구하는 식을 직접 유도할 수도 있겠지만 편의상 iteration을 이용하여 풀고자 한다. Iteration 방법에 관해 구체적인 과정을 설명하면 다음과 같다.

임의시간( $t = k \times \Delta t$ )에 팬터그래프와 카테너리 사이에 접촉력  $P$ 가 작용하고 있다고 하자. 그러면 식(6)으로부터 카테너리의 각 부분에 대한 변위를 구할 수 있으며 팬터그래프와 카테너리가 붙어 있다는 가정 하에서 팬터그래프의 변위를 구할 수 있다. 이렇게 구한 팬터그래프의 변위를  $Y_1$ 이라 하자. 이와는 별개로 식(7)을 이용해 또 하나의 변위  $Y_2$ 를 구하고 이때 이 두 값이 일치할 한다면 처음 가정한 접촉력  $P$ 가 식(6)과 (7)을 동시에 만족해 주기 때문에 그 순간에서의 접촉력이라 할 수 있다.

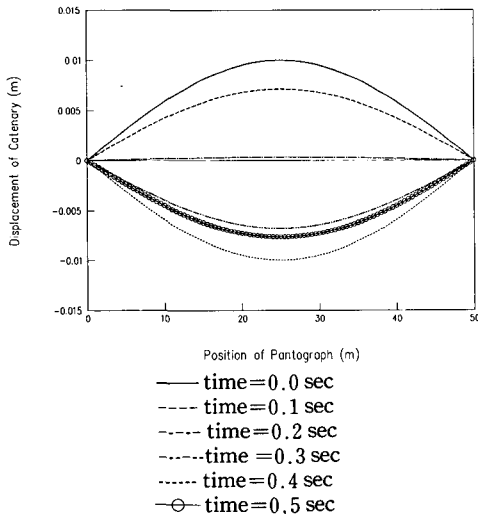
그러나 가정한  $P$ 값이 실지보다 크거나 작으면  $Y_1$ 과  $Y_2$ 값이 일치하지 않을 것이고 이 경우를 두 가지로 분류하여 생각하면, 첫째로  $Y_1$ 이  $Y_2$ 보다 작은 경우에는 카테너리의 변위가 팬터그래프의 변위보다 더 작다는 것을 의미하며 이는 가정한 접촉력이 실지보다 작은 경우일 것이고 따라서  $P$ 값을 크게 하여야 한다. 반대로  $Y_1$ 이  $Y_2$ 보다 큰 경우에는 카테너리와 팬터그래프가 떨어져 있는 상태를 나타내며 이는 접촉력이 실지보다 크게 가정이 되었다는 결론을 내릴 수 있다. 이때는  $P$ 값을 줄여야 한다. 후자의 경우 iteration도중 식(6)과 (7)을 동시에 만족시키는 접촉력이 음수가 되는 경우가 있는데 물리적으로 생각해보면 접촉력이 음수가 될 수 없으므로 이 경우는 접촉력을 0으로 하고 카테너리의 변위와 팬터그래프의 변위를 따로따로 구해야 한다. 실지로 구해보면 이 때는 팬터그래프의 변위  $Y_2$ 가 팬터그래프 위치에서 카테너리의 변위  $Y_1$ 보다 더 작게 나타나 두 system이 서로 떨어져 있는 상태를 의미하게 된다. 이런식으로 점점 범위를 순차적으로 좁혀나가면서 원하는 해를 얻을 수 있게 된다.

#### 4. 모사실험(simulation) 실행 결과

모사실험에서는 우선 가장 간단한 형태인, 카테너리가 일정한 이동 하중을 받고 경계조건이 고정(fixed end)인 경우에 대한 고찰로부터 차차 하중

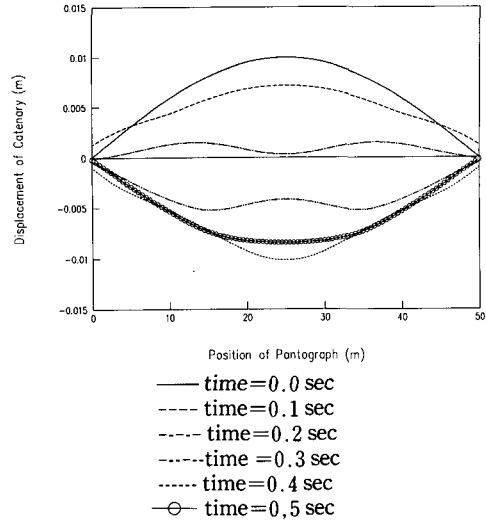
**Table 1** Simulation data

변수	data 값
$\Delta x$	0.125 (m)
$\Delta t$	$2000^{-1}$ (sec)
$T$	14400 (N)
$\rho$	8000 (kg/m <sup>3</sup> )
$\rho_c$	0.96 (kg/m)
$A$	$120 \times 10^{-6}$ (m <sup>2</sup> )
$E$	$100 \times 10^9$ (Pa)
$I$	$1.0 \times 10^{-9}$ (m <sup>4</sup> )
$V$	50 (m/sec)
$L$	50 (m)
$P_0$	50 (N)
$m_t$	10 (kg)
$c_t$	10 (N sec/m)
$k_t$	10000 (N/m)
$m_p$	0.2, 2, 20 (kg)
$c_p$	1, 10, 100 (N sec/m)
$k_p$	200, 2000, 20000 (N/m)

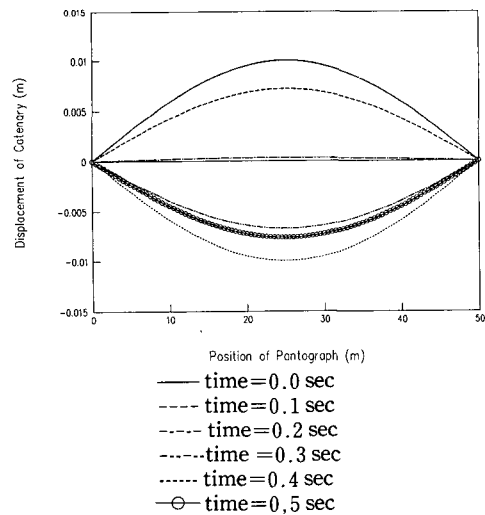


**Fig. 4** Motion of fixed end String : initial displacement is sine function

의 변화, 여러가지 경계조건을 적용하여 보고 현의 영향과 인장보의 영향 등을 비교 분석하였다. 또한 모사실험 결과의 타당성을 알아보기 위해 초기변위로 정현파를 택하였을 때의 가선계의 자유진동과 유한 임피던스를 양단에 갖는 현에 삼각파 형태의 초기변위를 주었을 때의 변화를 첨가하여 모사실험



**Fig. 5** Motion of impedance end string : initial displacement is sine function



**Fig. 6** Motion of simply supported end beam : initial displacement is sine function

하였다. 모사실험에 사용한 데이터는 Table 1에 수록하였다.

#### 4.1 팬터그래프에 의한 압상력은 없고 초기조건만 주어진 경우

우선 카테너리를 고정단을 갖는 현으로 가정하고 초기조건을 정현파로 주어 모사실험을 하였다. Fig. 4는 약 반주기 동안의 카테너리의 변위를 나타낸 것이다. 양 끝이 고정되어 있기 때문에 양쪽으로 전파된 파동은 양 끝에서 전부 반사되어 돌아

오게 된다. 감쇠요소가 없기 때문에 손실이 없으며, 일정한 시간 간격을 두며 같은 크기의 정현파가 반복적으로 나타남을 확인할 수 있다. 이는 우리가 이미 알고 있는 해석해와 일치한다.

경계조건이 고정단이 아니고 유한한 임피던스 (Table 1 참조)를 갖는 경우 (Fig. 5)는 경계부위에서의 변위가 계속 변하고 파의 모양이 양 끝에서 발생하는 부분 반사로 인하여 보다 복잡한 모양을 띄고 있으며, 양단에서 존재하는 감쇠에 의해 그 크기가 감소함을 관찰할 수 있다.

Fig. 6은 양단이 단순지지된 인장보에 초기변위를 정현파로 주었을 경우인데, 이는 Fig. 4와 거의 같은 특징을 보임을 관찰할 수 있고 인장보의 굽힘 모우멘트의 영향이 미소함을 이로부터 알 수 있다. 이는 초기 변위로 주어진 파의 형태 즉, 파장이 인장보의 단면을 대표하는 길이에 비하여 공학적인 관점에서 볼 때 거의 무한대에 가까우므로 인장보가 가지고 있는 탄력성 중 굽힘 모우멘트의 영향이 거의 없을 것이라는 정상적인 이해와 상통한다.

양단이 유한한 임피던스로 구성된 인장보의 경우

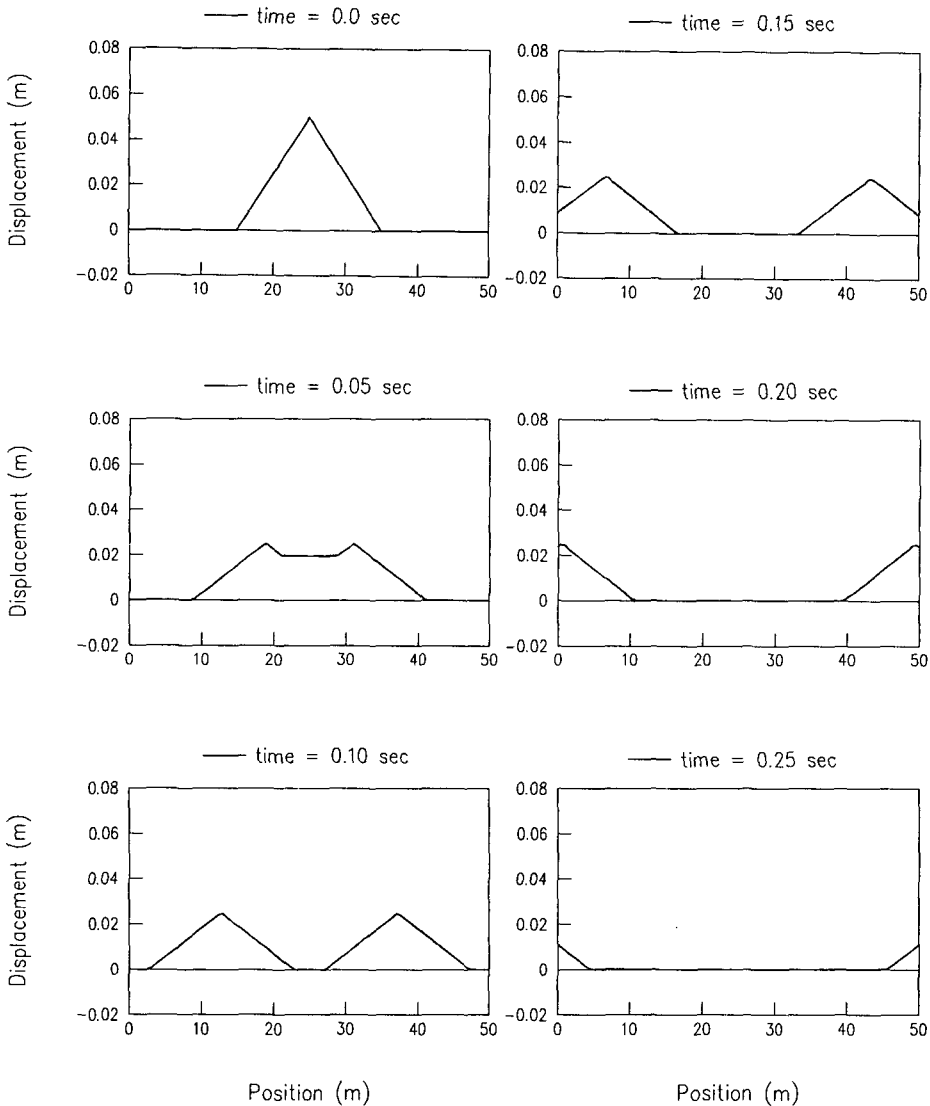


Fig. 7 Wave propagation on the infinite string

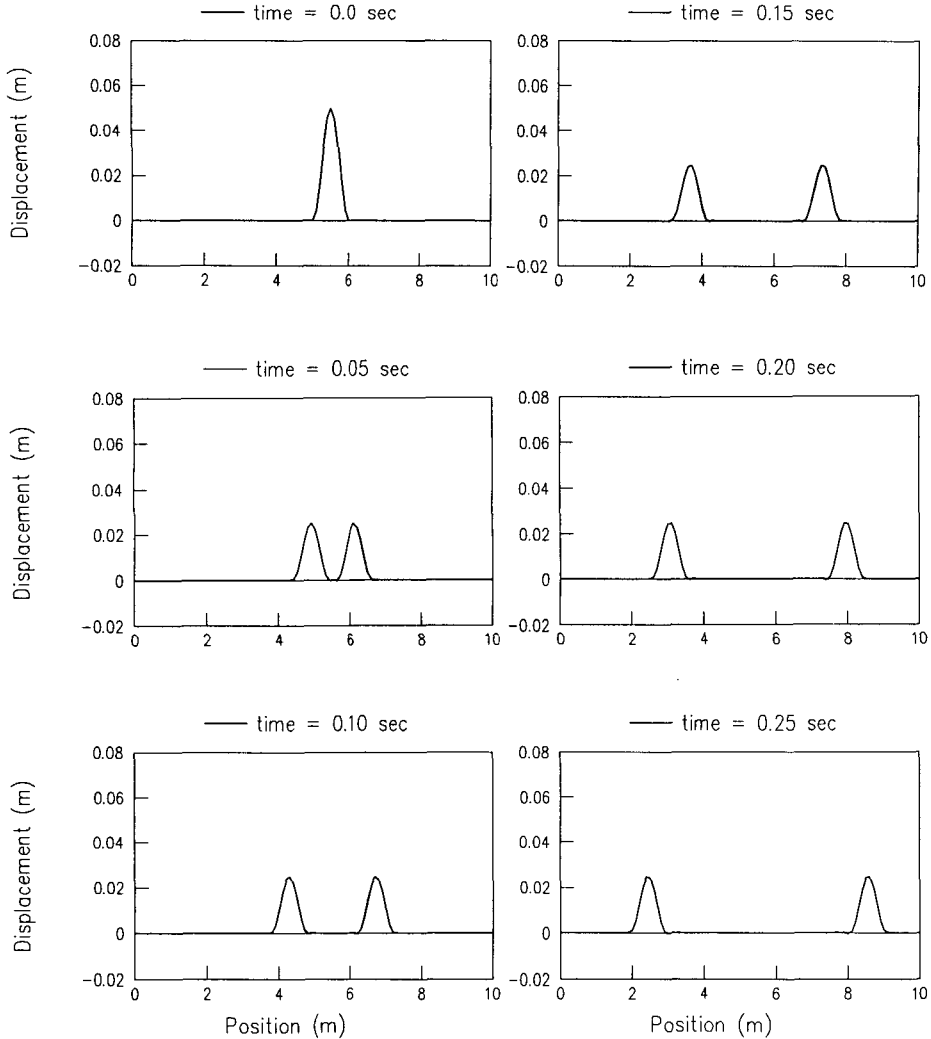


Fig. 8 High frequency wave propagation on the string

도 Fig. 5와 거의 같은 결과를 얻었으며 그 이유는 전술한 바와 같을 것이다.

3장에서 제안된 수치해석 방법의 타당성을 좀더 확인하기 위하여 양단의 임피던스가 현의 특성 임피던스(characteristic impedance)  $\rho c$ 와 같은 경우 즉 반사파가 일어나지 않는 경우를 모사실험 하였다. (Fig. 7) 초기조건이 삼각파로 주어졌을 때 그에 대한 1/2의 크기를 가지는 두 파가 양 방향으로 진행함을 확인할 수 있다.

현과 인장보의 응답특성을 주파수 별로 자세히 알아보고 제안된 수치해석법의 상세한 검증을 위하여 Fig. 8 및 9와 같이 고주파 및 저주파 성분을

포함한 초기조건 (정현함수의 제곱형태)이 주어졌을 경우를 해석하였다. 결과에서 알 수 있듯이 현의 경우에는 모든 주파수의 파동이 같은 속도로 양 방향으로 전파되나 인장보의 경우에는 고주파 성분의 전파속도가 저주파 성분보다 빠른 것이 관찰된다. 따라서 고주파 성분을 포함하는 카테너리의 진동은 인장보로 모델링하는 것이 더 타당함을 알 수 있다.

#### 4.2 팬터그래프와 카테너리간에 일정압상력이 작용하는 경우와 연성되어 있는 경우

Figs. 10, 11은 각각 고정단을 가진 현과 임피던

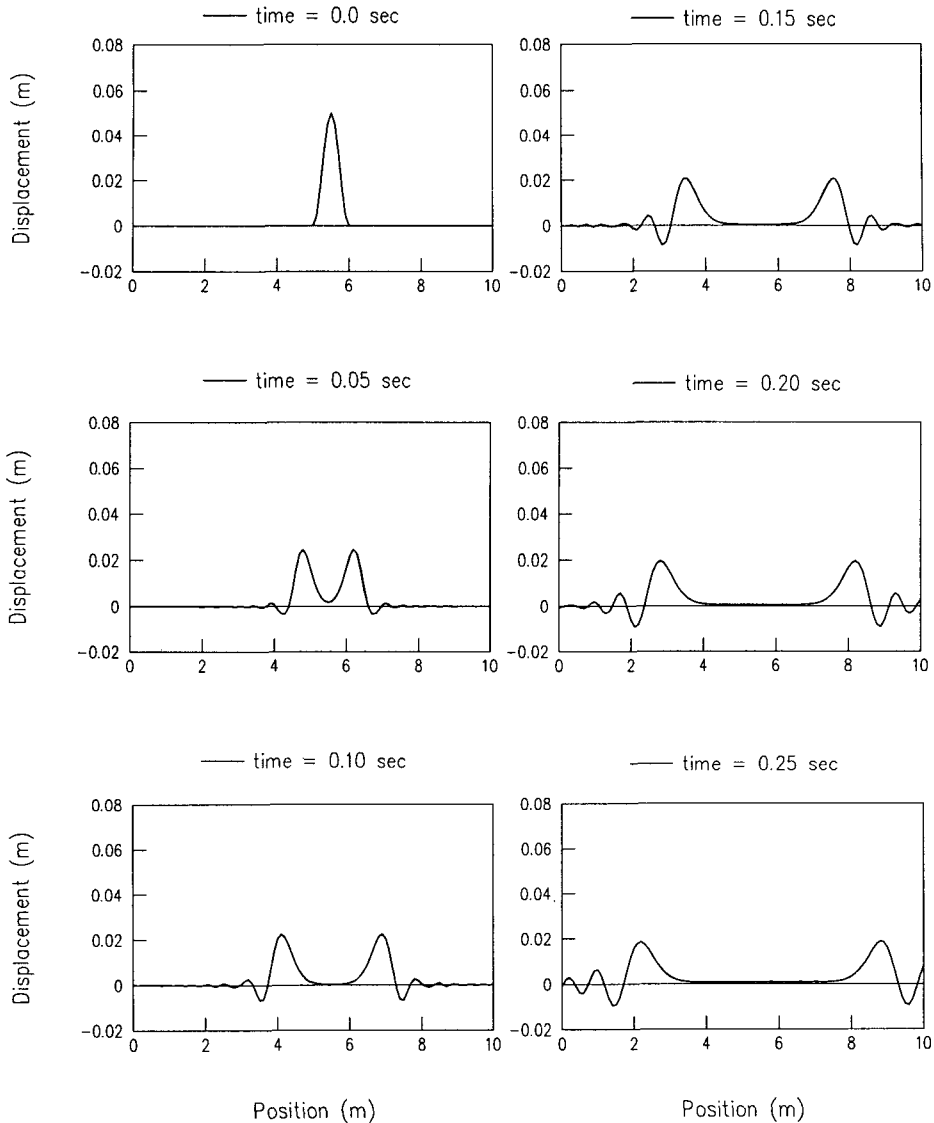


Fig. 9 High frequency wave propagation on the beam

스 경계조건을 가진 현에 대해 일정한 속도로 움직이는 팬터그래프가 가선계와 일정한 접촉력을 가지며 지나간다고 가정한 경우에 있어서 카테너리의 변위를 나타낸 결과다.

이들은 서로 비슷한 경향을 지닌다. 즉  $t$ 가 0.4 초까지는 팬터그래프와 함께 진행하는 파만 보이다가, 그 이후로는 반대편 끝에서 오는 반사파와 겹쳐진 파가 보인다. 다만 그 모양에서 약간 차이가 생기는데 이는 경계조건이 다르므로 인하여 반사파가 서로 다르게 나타나기 때문이라 생각할 수 있

다.

인장보의 경우에도 Figs. 10, 11과 거의 같은 결과를 얻었다. 그러나 이 경우는 고주파 성분을 관찰할 수 있었는데 그 크기가 저주파 성분에 비해서 매우 작기 때문에 현과의 차이는 없다고 할 수 있다.

Figs. 12, 13, 14, 15는 각각 고정단을 가진 현, 임피던스 경계조건을 가진 현 및 단순지지된 인장보와 임피던스 끝단을 가진 인장보에 대해 팬터그래프와 카테너리 사이에 작용하는 힘이 연성되어 있



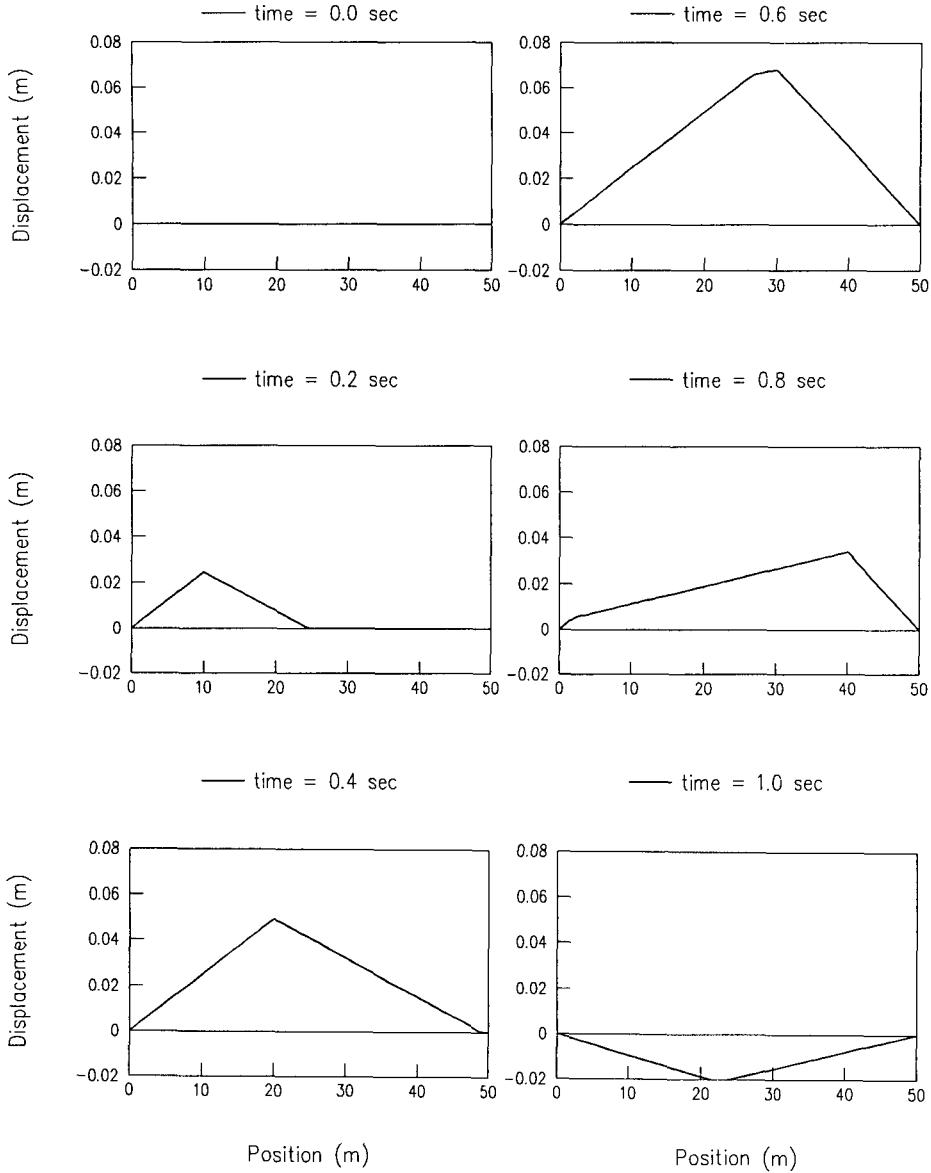


Fig. 10 Motion of fixed end string: constant from pantograph is assumed

는 경우다. 그림과 같이 이제까지와는 달리 카테너리의 응답이 매끄럽지 못하며 그 변위도 일정한 힘이 가해졌던 경우보다 상당한 차이를 가지고 작아졌음을 볼 수 있다. 이는 팬터그래프의 동특성에 기인한 것이라 생각할 수 있을 것이다. 또한 현의 경우로 가정한 경우와 인장보로 가정한 경우를 비교해 보면 전자의 경우가 후자의 경우에 비해 상대적으로 큰 변위를 나타냄을 관찰할 수 있고 이는 굽힘 모멘트의 작용 유무와 관계되는 것으로 이해

할 수 있다. 압상력의 변화와 팬터그래프와 가선계의 이선 정도를 살펴보면 현으로 가정한 경우와 인장보로 가정한 경우 동일하게 가선계의 경계에서 반사된 파에 의하여 팬터그래프가 진행하는 방향편에 있는 경계로 가까이 갈수록 압상력의 급격한 변화가 관찰되며 이선 거리 또한 많은 변화를 보이고 있다. 또한 인장보의 경우가 현의 경우보다 이선 거리가 더 작으며 힘의 변화도 더 작은 것을 관찰할 수 있다. 이는 인장보에서는 굽힘 변형에 의한

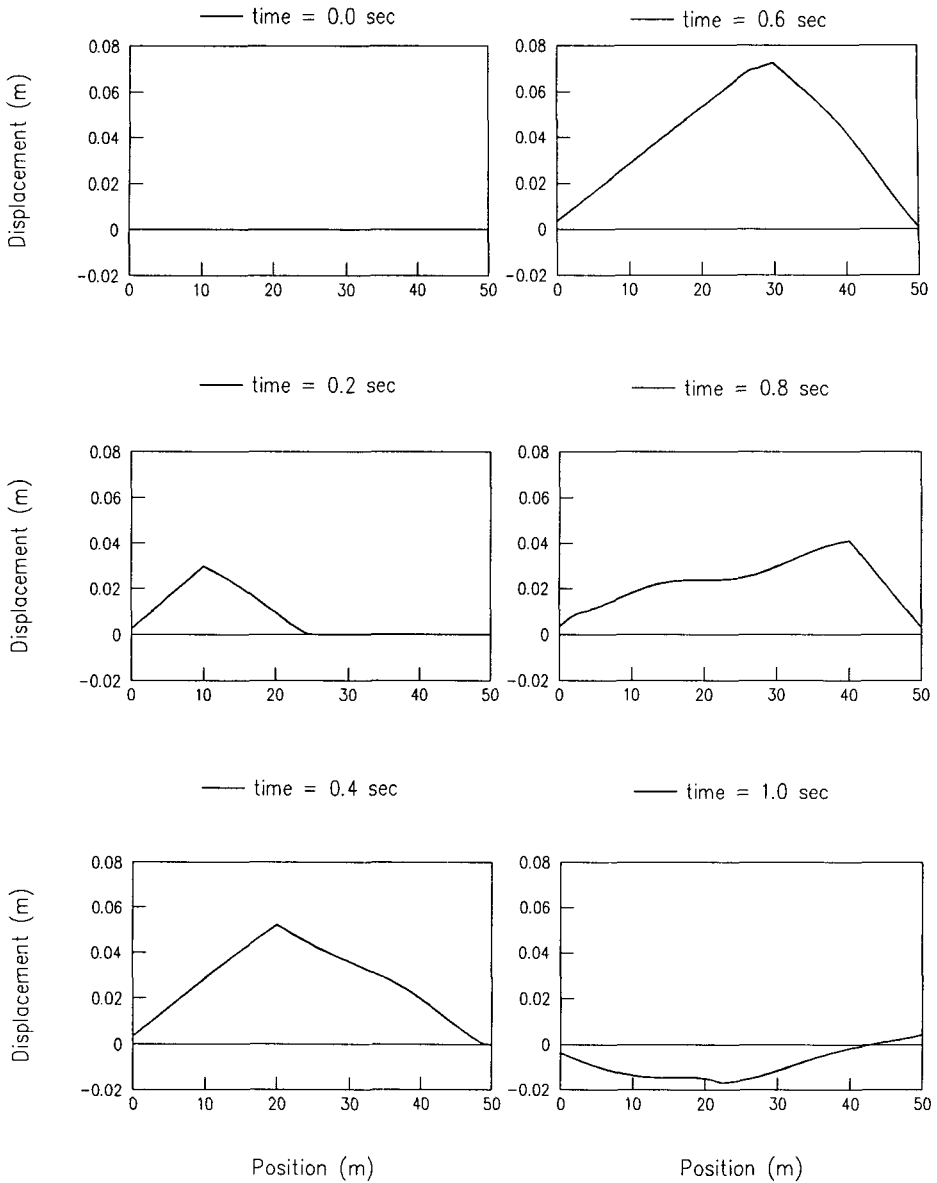


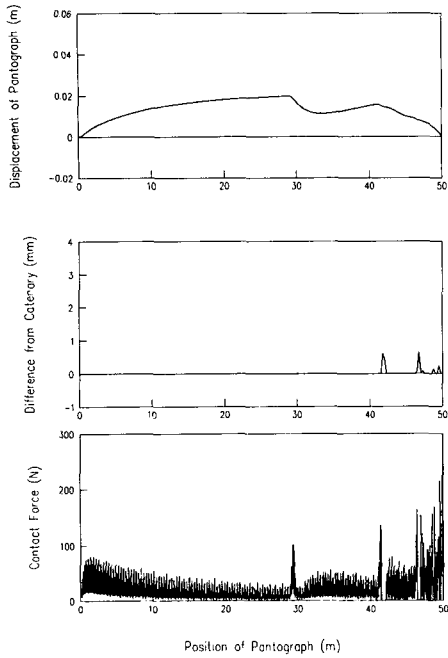
Fig. 11 Motion of impedance end string : constant force from pantograph is assumed

위치에너지에 의해 서로 이웃하는 카테너리의 변위 차가 현의 경우보다는 작을 것이기 때문이라 생각할 수 있다.

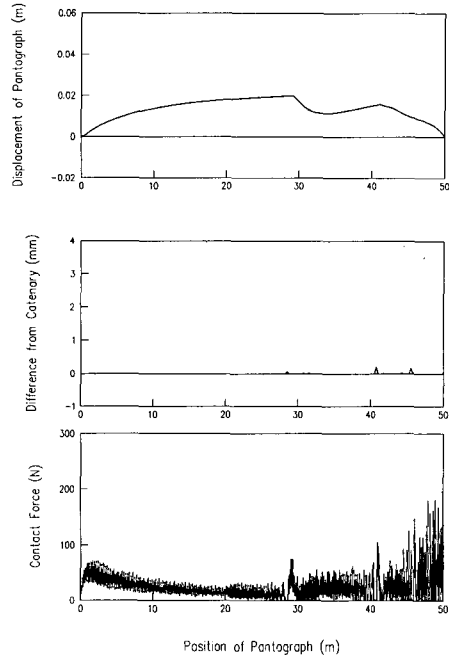
같은 방법으로 팬터그래프의 동적특성과 경계조건 변화에 따른 가선계의 변위와 압상력의 변화 및 이선 거리의 변화를 팬터그래프의 위치에 따라 구한 결과(예 : Figs. 16, 17, 18) 경계조건 및 현과 인장보의 차이에 의한 압상력과 변위 등의 변화는

앞에서 설명한 바와 같은 경향을 보였다.

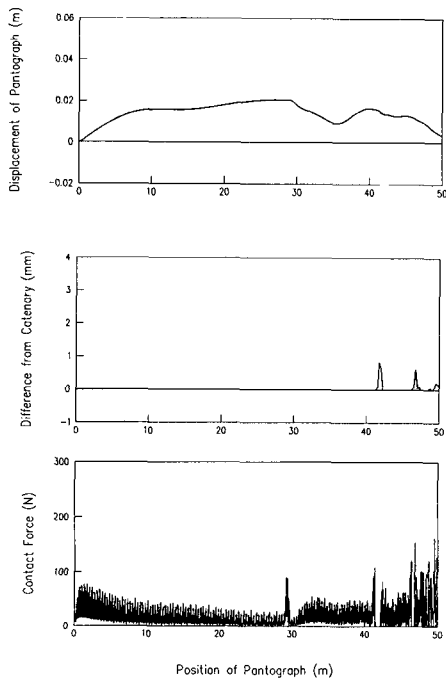
팬터그래프의 동특성을 지배하는 각 계수들의 변화에 의한 특성을 살펴보면 질량의 증가는 접촉력과 접촉력의 시간에 따른 변화율의 증가를 야기하며 스프링 상수의 증가는 이선율의 증가와 접촉력의 감소를 일으키는 것을 관찰할 수 있다. 감쇠 계수도 이선 거리와 접촉력의 변화를 유발함을 볼 수 있다. 이러한 결과로부터 알 수 있듯이 팬터그래프



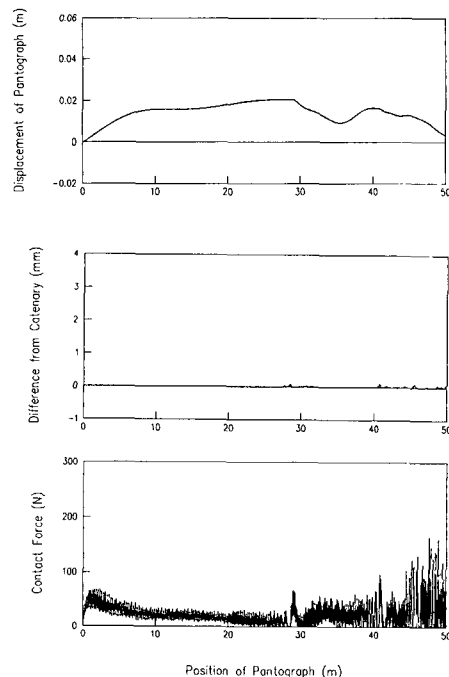
**Fig. 12** Motion of fixed end string :  $m_p=2\text{kg}$ ,  $c_p=10\text{N sec/m}$   $k_p=2,000\text{ N/m}$ ,  $V=50\text{ m/sec}$ ,  $c=120\text{ m/sec}$



**Fig. 14** Motion of simply supported end beam :  $m_p=2\text{ kg}$ ,  $c_p=10\text{N sec/m}$   $k_p=2,000\text{ N/m}$ ,  $V=50\text{ m/sec}$ ,  $c=120\text{ m/sec}$



**Fig. 13** Motion of impedance end string :  $m_p=2\text{kg}$ ,  $c_p=10\text{N sec/m}$   $k_p=2,000\text{ N/m}$ ,  $V=50\text{ m/sec}$ ,  $c=120\text{ m/sec}$



**Fig. 15** Motion of impedance end beam :  $m_p=2\text{kg}$ ,  $c_p=10\text{N sec/m}$   $k_p=2,000\text{ N/m}$ ,  $V=50\text{ m/sec}$ ,  $c=120\text{ m/sec}$

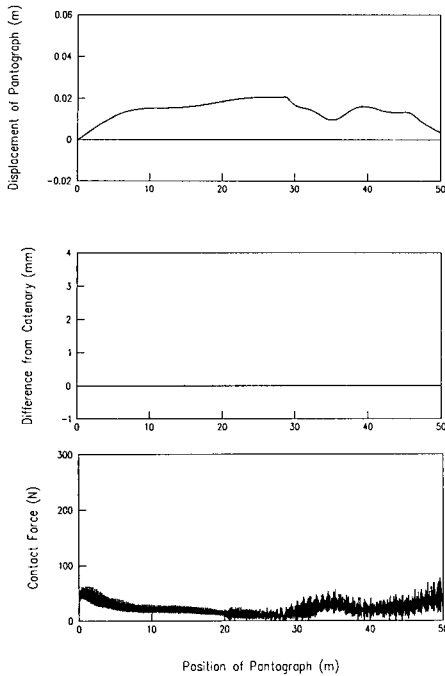


Fig. 16 Motion of impedance end beam :  $m_p=0.2\text{kg}$ ,  $c_p=100\text{N sec/m}$ ,  $k_p=2,000\text{N/m}$ ,  $V=50\text{ m/sec}$ ,  $c=120\text{ m/sec}$

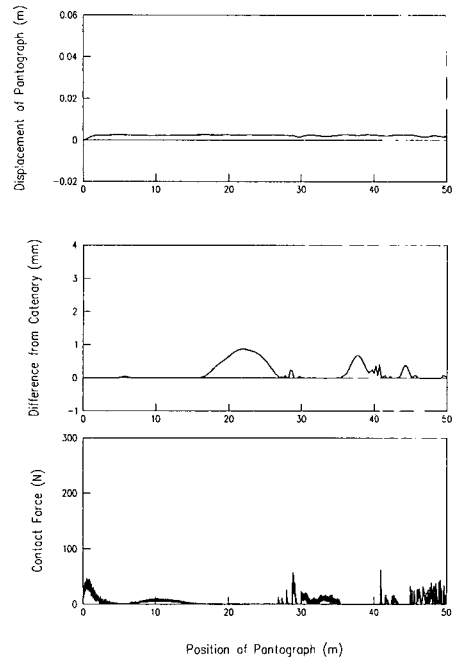


Fig. 18 Motion of impedance end beam :  $m_p=2\text{kg}$ ,  $c_p=10\text{N sec/m}$ ,  $k_p=20,000\text{N/m}$ ,  $V=50\text{ m/sec}$ ,  $c=120\text{ m/sec}$

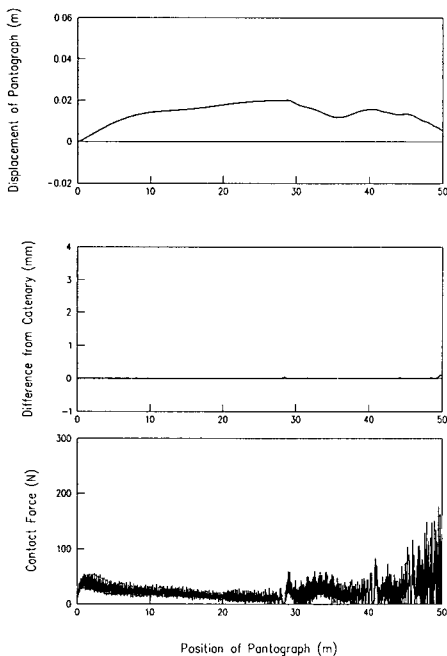


Fig. 17 Motion of impedance end beam :  $m_p=2\text{kg}$ ,  $c_p=100\text{N sec/m}$ ,  $k_p=2,000\text{N/m}$ ,  $V=50\text{ m/sec}$ ,  $c=120\text{ m/sec}$

의 동특성을 규정하는 각 계수들과 가선계의 동특성을 지배하는 각 계수들과 함께 경계조건의 동특성 계수들에 따라 최소의 압상력을 유지하며 최소의 이선율을 구현할 수 있는 팬터그래프 가선계의 선정이 가능함을 유추할 수 있다.

압상력을 도시한 그림에서 상당한 고주파 성분(실제로 주파수 분석을 하여 보면 400 Hz와 그의 배수에 해당하는 성분임)이 존재하는 이유는 수치 해석을 수행하는 단계에서 가공 카테너리를 400등분하여 각 구간에 작용하는 힘이 그 구간에서는 균일하게 작용한다고 가정하였기 때문에 나타나는 현상임을 확인하였다. 즉 800개의 구간으로 나누어 수행한 경우에는 800 Hz 및 그의 배수에 해당하는 주파수 성분이 나타난다.

## 5. 결론

지금까지 카테너리를 현 혹은 인장보로 모델링하여 팬터그래프가 카테너리를 가진하며 지나갈 때의 파동 현상은 물론 팬터그래프와 카테너리 사이에 작용하는 압상력의 변화 및 이선 거리 등을 수치해

석 방법을 통하여 살펴 보았다. 모사실험 결과에서 이해할 수 있듯이 급격한 이선과 압상력의 변화는 반사파에 의하여 지배됨을 알 수 있고 이는 다시 가선계의 경계조건과 팬터그래프 및 가선계의 동특성과 밀접한 관계가 있다.

이러한 현상을 기반으로 하여 일정한 압상력을 유지할 수 있는 가선계 설계방법 개발이 이루어질 수 있을 것으로 생각하며 앞으로 계속 연구할 과제라 판단한다.

### 후 기

본 연구의 일부는 한국기계연구원의 지원으로 이루어졌음을 밝히며 관계자 여러분께 감사드린다.

### 참고문헌

(1) Morst Lehmann, 1991. "The High Speed Catenary System Re 250 of the German Federal Railway," Technogrema Seoul '91, Seoul Korea,

(2) 江原信郎, "高速集電 動力學的 研究," 일본기계학회논문집, 36권 278호, pp. 1067~1074, 昭45-7.

(3) 최강운, 백남욱, 1991, "고속전철의 속도향상과 집전시스템," 한국기계연구소 기계와 재료, Vol. 3, No. 3, pp. 77~86,

(4) 정대현, 최연선, 1991, "고속전철 Catenary/Pantograph계의 동적 응답에 대한 수치해석," 대한기계학회 '91년도 춘계학술대회논문집(I), pp. 127~130.

(5) Seering W., Armbruster K., Vesely C. and Wormley D., 1991, "Experimental and Analytical Study of Pantograph Dynamics," Transactions of the ASME, J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 113, pp. 242~247, June

(6) 김양한, 박연규, 김시문, 노현석, 1991, "고속전철 집전장치에 관한 기본연구", 한국 기계연구소 보고서.