

(論 文)

최대밀도점 부근의 물속에 잠겨있는 경사진 얼음평판에 의한 자연대류의 수치해석

유갑총* · 추홍록**

(1992년 4월 22일 접수)

Numerical Analysis of Natural Convection From an Inclined Ice Flat Plate Immersed in Cold Water Near Its Density Maximum

Kap Jong Riu and Hong Lock Choo

Key Words : Leading Edge(전단), Dual Flow(두 방향유동), Density Maximum(최대밀도점), Inclined Angle(경사각), Steady Flow(정상유동)

Abstract

The natural convection from an inclined ice flat plate immersed in cold water near its density maximum is studied numerically. Finite difference analysis has been performed for the heat and momentum transfer with respect to various inclined angles and ambient water temperatures. The results of the analysis are presented for ambient water temperatures, $1.0^{\circ}\text{C} \leq T_{\infty} \leq 15.0^{\circ}\text{C}$ and the inclined angles from 0° to 60° . They include velocity profiles, temperature profiles, melting velocities, and mean Nusselt numbers for entire flow fields. Generally, in the range of $0^{\circ} \leq \theta \leq 60^{\circ}$, the results show three distinct flow regimes. In the range of $1.0^{\circ}\text{C} \leq T_{\infty} \leq 4.6^{\circ}\text{C}$, the greatest mean Nusselt number exists about 3.0°C . In the range of $5.7^{\circ}\text{C} \leq T_{\infty} \leq 15.0^{\circ}\text{C}$, mean Nusselt number increases as ambient water temperature increases. Also, the mean Nusselt number decreases as the inclined angle increases. This theoretical results are compared with previous experimental ones and multiple steady state ones.

기 호 설 명

C_p : 정압 비열 ($\text{J/kg}^{\circ}\text{C}$)

g : 중력 가속도 (m/s^2)

h : 평균 열전달계수 ($\text{W/m}^2\text{C}$)

h_w : 단위 질량당 얼음의 용해열 (J/kg)

h_x : 국소 열전달계수 ($\text{W/m}^2\text{C}$)

K : 열 전도율 ($\text{W/m}^{\circ}\text{C}$)

L : 평판의 길이 (m)

Nu : 평균 누셀트수 (hL/K)

Pr : 프란틀수 ($C_p\mu/K$)

q : 밀도식 (4)의 지수

R : 최대밀도 매개변수 $\{(T_m - T_{\infty}) / (T_o - T_{\infty})\}$

T : 온도 ($^{\circ}\text{C}$)

u : x 방향 속도성분 (m/s)

v : y 방향 속도성분 (m/s)

x : 평판의 전단에서부터 하류방향으로의 거리 (m)

y : 평판으로부터 수직된 방향으로의 거리 (m)

a : 밀도식 (4)의 계수 ($^{\circ}\text{C}$)^{- q}

θ : 평판의 경사각 ($^{\circ}$)

ϕ : 무차원 온도 $\{(T - T_{\infty}) / (T_o - T_{\infty})\}$

μ : 점성계수 (kg/ms)

ρ : 밀도 (kg/m^3)

*정회원, 경북대학교 기계공학과

**정회원, 경북대학교 기계공학과 대학원

ρ : 유동함수 (kg/ms)

ω : 와도 (s^{-1})

하첨자

m : 최대밀도점

o : 고체벽면

∞ : 주위물

1. 서 론

빙벽 주위물의 유동, 제빙공업 등과 같은 자연환경 및 산업분야에서 나타나는 물리적현상중에서 자연대류에 의한 열전달특성의 공학적 중요성이 대두되기 시작하면서 최근에 이에 관한 연구들이 매우 활발히 이루어지고 있다.

이러한 자연대류에 있어서 유체의 온도에 따른 밀도변화의 성향은 열전달 특성에 매우 큰 영향을 미치게 된다. 초기 이에 관한 대부분의 연구들은 밀도가 온도의 변화에 따라 단순 증가하거나 감소하는 유체의 경우에 대해서만 취급하였다. 그러나 저온의 순수물인 경우에는 대기압하 4°C 부근에서 최대밀도점이 나타나는 매우 특이한 특성으로 인해서 온도에 따른 밀도의 선형적 관계가 부적절하게 되었다. 결국 저온의 물속에서 발생하는 자연대류에 있어서는 유동장내의 밀도변화에 대한 정확한 계산이 매우 중요하다. 특히, 이러한 저온의 순수물속에 잠겨있는 등온면이 평판인 경우, 그 기하학적인 위치가 수직에서부터 경사지게 놓일 경우 경사각에 따라 매우 특이한 유동 및 열전달 특성이 나타나리라 예상된다.

종래의 최대밀도점을 포함한 저온의 순수물속에서의 자연대류에 관한 연구 동향을 살펴보면 최초로 Merk⁽¹⁾가 얼음구에 대한 자연대류를 고찰한 이후 많은 실험적, 이론적 연구^(2,3)가 수행되어 왔으나 이러한 연구들에 있어서는 밀도를 온도의 함수인 3차 다항식으로 근사시킨 밀도식을 사용하여 연구한 바 다소의 오차를 수반하고 있었다. 그후 Gebhart와 Mollendorf⁽⁴⁾는 종래에 행한 밀도 측정 실험치로부터 온도, 염도, 압력의 변화를 고려한 새로운 밀도식을 구하여 많은 연구자들에 의해 그 타당성을 인정 받았다. Lee와 Wilson등⁽⁵⁾은 Gebhart등⁽⁴⁾의 밀도식을 사용하여 수직 얼음평판에 의한 유동과 열전달량을 F.D.M 방법을 사용하여 수치해석하였다. 여기서 그는 $4.5^{\circ}\text{C} < T_{\infty} <$

5.7°C 의 영역에서는 계산을 하지 못하였다. Carey와 Gebhart⁽⁶⁾는 소금물속에 수직 얼음평판이 잠겨있을때 일어나는 유동을 수치해석하였다. 그러나 이상과 같은 상기의 연구들에서는 등온면이 평판일 경우 그 기하학적 위치가 수직이나 수평의 경우가 대부분이었다.

결국 저온의 물속에서 경사각이 수직에서 수평까지 변화할 때 유동 및 열전달 특성이 어떻게 변화하는가를 구명하기 위하여 수직에서부터 어느 각도로 경사진 평판에 관한 연구가 수행되어야 한다. 이에 관한 연구로서는 Riu 등^(9,10,11)이 상사해석 및 실험적 연구를 수행하여 상사해석시 특정영역에서 두개 또는 세개의 해가 존재함을 밝힌 바 있다. 이러한 다중 정상상태 영역에서의 다중해와 실험적 연구결과들에 대한 비교분석을 다른 방법으로 해석한 결과를 사용하여 수행할 필요성이 있다.

따라서 본 연구에서는 Gebhart 등⁽⁴⁾이 제시한 새로운 밀도식을 사용하여 경사진 등온평판이 저온의 순수물속에 잠겨있을 때의 자연대류현상을 F.D.M 방법을 사용하여 수치해석하였다. 이러한 수치계산으로부터 등온 평판 주위의 속도, 온도분포 및 평균 누셀트수를 각각 구하고, 주위물 온도 및 평판의 경사각이 등온 평판에 의한 유동 및 열전달 현상에 미치는 영향을 구명하였다. 또한 본 연구결과와 Riu 등^(9,10,11)이 상사해석하여 구한 다중 정상상태 영역에서의 결과들과 실험적 연구의 결과들을 상호 비교분석하였다. 여기서 사용한 등온 평판은 기존의 연구들에서 많이 이용하고 있는 가장 이상적인 등온면인 0°C 얼음면을 택하였다.

2. 이론해석

2.1 지배방정식

얼음평판에 의한 자연대류 현상을 해석함에 있어서 지배 방정식을 단순화시키기 위하여 다음과 같은 가정을 도입하였다.

- (1) 유동은 2차원 정상층류유동이다.
- (2) 체적력항을 제외한 모든 유체의 성질은 Boussinesq 근사를 적용한다.
- (3) 점성소산, 압축성 효과, 복사 열전달은 무시한다.
- (4) 용해에 따른 얼음면의 기하학적인 형상에는 변화가 없다.

상기의 가정을 적용하여 나타난 지배 방정식은 2

차원 정상 층류 유동방정식이 되며, Gosman⁽¹³⁾의 유한 차분방정식을 이용하기 위하여 유동함수 φ 와 와도 ω 를 도입하여 변형한 결과식은 다음과 같다.

(1) 연속방정식

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) + \omega = 0 \quad (1)$$

(2) 운동량방정식

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left(\omega \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\omega \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) - \mu \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2 + v^2}{2} \right) \frac{\partial \rho}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u^2 + v^2}{2} \right) \frac{\partial \rho}{\partial x} \\ & \mp g \cos \theta \frac{\partial \rho}{\partial y} + g \sin \theta \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

(3) 에너지방정식

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) - \frac{K}{c_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (3)$$

위의 운동량 방정식 중 체적력항(body force term)은 상향유동이 지배적일 때는 -, 하향유동이 지배적일 때에는 +의 값을 취한다.

여기서 유동함수 φ 와 와도 ω 는 다음과 같이 정의하였다.

$$\begin{aligned} \rho u &= \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad \rho v = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ \omega &= \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \end{aligned}$$

2.2 좌표계 및 경계조건

본 연구에서 사용한 경사진 얼음평판의 기하학적 인 계를 Fig. 1에 나타내었다.

Fig. 1과 같은 좌표계상에서 경사진 얼음평판이 물속에 잠겨있을 때 적용될 경계조건을 Fig. 2와 같이 설정하였다.

여기서 $y=0$ 인 곳에서는 얼음면의 용해속도를 고려하였다. 즉, 정상상태 조건에서 얼음내부로의 열

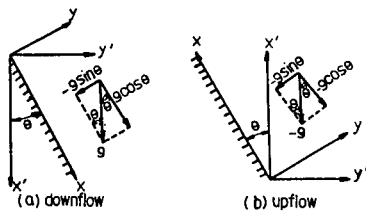


Fig. 1 Coordinate systems

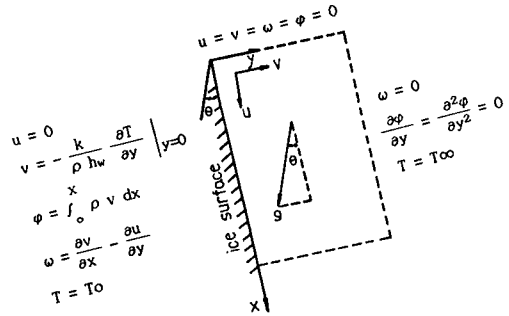


Fig. 2 Boundary conditions

전도를 무시하면 얼음벽면에 인접한 유체로부터 전도에 의해 얼음벽면으로 일어나는 열전달량은 얼음의 용해에 필요한 열량과 같기 때문에 얼음의 용해열을 고려하여 용해속도를 $v = -(k/(\rho h_w)) (\partial T/\partial y)|_{y=0}$ 로서 정의하였다. $x=L$ 인 곳에서는 인접한 내부의 값으로부터 선형 외삽법을 이용하여 구하였다.

2.3 밀도식

본 연구에서는 최대밀도점을 포함하는 저온의 순수물속에서의 특성을 고찰하기 때문에 온도에 따른 밀도변화의 관계에 있어서 보다 정확한 밀도계산이 요구된다. 따라서 계산에 사용된 밀도식은 물의 최대밀도점의 영향이 고려되어 0°C에서 20°C 사이의 밀도계산에 매우 유용한 Gebhart와 Mollendorf의 연구결과⁽⁴⁾인 식(4)를 사용하였다.

$$\rho(T) = \rho_m \{ 1 - a | (T - T_m) |^q \} \quad (4)$$

식(4)에서 1 bar_{abs}의 압력하에 있는 순수물의 최대 밀도 ρ_m 은 999.9720 kg/m³, 최대밀도점 온도 T_m 은 4.029325°C, 계수 a 는 $9.297173 \times 10^{-6} (\text{°C})^{-q}$, 지수 q 는 1.894816이다.

2.4 계산범위

지배방정식의 수치해를 구하기 위한 수치해석방법은 유한차분법(FDM)을 사용하였으며, 수치해의 정확성과 안정성을 고려하여 가장 보편적인 Gosman 등⁽¹³⁾의 algorithm과 scheme을 적용하였다. 즉, 대류항은 upwind difference scheme, 그 외의 모든항은 central difference scheme을 적용하였다. 계산에 사용된 격자수는 20×40으로서 충분한 격자수를 확인하여 사용하였으며, 벽면 근처 및 전단부근에 많은 수의 절점을 집중시킨 비균일 격

자제를 사용하였다. 또한 계산을 효율적으로 수행하기 위하여 계산과정에 SUR(successive under relaxation) 방법을 도입하였다. 변수 ξ_p 에 대해 새로운 계산값, ξ_{pnew} 와 이전에 계산된 값 ξ_{pold} 사이의 관계는 $\xi_{pnew} = \xi_{pold} + R_F(\xi_p - \xi_{pold})$ 이다. 여기서 relaxation factor, R_F 는 변수에 따라 0.6, 0.7, 0.8을 각각 사용하였다. 계산에 있어서의 수렴조건은 $\text{Max}|(\xi^N - \xi^{N-1})/\xi^N| \leq \epsilon$ 으로서 ξ 는 구하고자 하는 종속변수, N 은 반복회수를 나타내며, 수렴한계값 ϵ 은 10^{-3} 으로 하였다.

주위물의 온도범위는 $1.0^\circ\text{C} \sim 15.0^\circ\text{C}$ 까지로 하였으며, 얼음평판의 경사각은 수직에서부터 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 로 하였고, 평판의 길이 L 은 실험시편⁽¹¹⁾의 길이와 같은 232 mm로 하였다.

얼음벽면에서의 국소 누셀트수(Nu_x), 평균 누셀트수(Nu), 국소 열전달계수 (h_x) 및 평균 열전달계수 (h)를 각각 다음과 같이 정의하였다.

$$h_x = -\frac{K}{T_o - T_\infty} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (5)$$

$$h = \frac{1}{L} \int_0^L h_x dx \quad (6)$$

$$Nu_x = \frac{h_x x}{K} = -\frac{x}{T_o - T_\infty} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (7)$$

$$Nu = \frac{hL}{K} \quad (8)$$

계산에 있어서의 각각의 물성치는 Kukulka⁽¹²⁾의 연구결과를 사용하여 구하였다. 또한 본 연구에서는 계산되어질 수치해들이 매우 작은 값이고, 비교가 쉽게 될 수 있도록 유차원으로 계산하여 고찰하였다. 본 연구에 사용된 계산기는 CDC Cyber 932-11이고, 계산에 소요된 총시간은 CPU Time으로 약 200분 정도이다.

3. 결과 및 고찰

3.1 유동형태

얼음평판 주위에서 나타나는 유동형태는 주위물 온도에 따라 $1.0^\circ\text{C} \leq T_\infty \leq 4.6^\circ\text{C}$ 의 영역에서는 완전상향유동, $5.7^\circ\text{C} \leq T_\infty < 6.0^\circ\text{C}$ 의 영역에서는 두 방향유동이 발생한다. 또한 $6.0^\circ\text{C} \leq T_\infty$ 의 영역은 완전 하향유동, $4.6^\circ\text{C} < T_\infty < 5.7^\circ\text{C}$ 의 영역에서는 정상상태 유동방정식으로서 수렴해를 얻을 수 없었다. 본 계산결과 이러한 각각의 유동형태에 관한 온도구간은 각 경사각에 관계없이 모두 일정한 구

간을 얻었다. 이러한 유동형태에 관한 경향은 얼음 평판이 수직일 경우의 Lee^(6,7)와 Carey 등⁽⁸⁾의 결과와 일치한다. 기존의 실험적 결과⁽¹¹⁾에서는 경사각에 따른 유동형태 구간에 있어 본 연구결과와 약 0.15°C 의 차이를 나타내지만 이는 실험적 오차로서 만족할 만한 범위내에 포함된다. 또한 상기 해의 비수렴구간에서는 실험적 연구에서 시간의존성 비정상상태 유동형태로서 나타났다. 상사해석^(9,10)에서 다중해가 얻어지는 $4.7377^\circ\text{C} \leq T_\infty \leq 4.7394^\circ\text{C}$ 의 범위에서는 상향유동, $5.689^\circ\text{C} \leq T_\infty \leq 7.7^\circ\text{C}$ 의 범위에서는 하향유동으로 나타났다. 이에 대한 자세한 고찰은 뒷부분에서 논의한다.

3.2 온도분포

Fig. 3은 수직 및 각 경사각에서 얼음 시편면의 용해속도를 나타낸 그림이다. 그림에서 실선은 하향유동 영역, 점선은 상향유동 영역, 일점쇄선은 두 방향유동 영역에 해당되는 주위물 온도(T_∞)들에 대한 결과이다.

전단에서부터 x 가 증가할수록 용해속도가 감소하는데, 이는 전단에서 후단으로 갈수록 열경계층의 두께가 커짐으로 해서 얼음면의 온도구배가 작아지기 때문이다. 특히, $T_\infty = 5.7^\circ\text{C}$ 일 때는 두 방향유동으로 인해서 $3.0^\circ\text{C}, 4.0^\circ\text{C}, 4.6^\circ\text{C}$ 보다 용해속도가 작게 나타난다. 또한 경사각이 증가할수록 용해속도가 감소하는데, 이는 경사각이 증가할수록 벽면과 평행한 중력 가속도 성분이 감소하여 유동이 미약해짐으로 해서 열경계층의 두께가 커지고 이에 따라 얼음면에서의 온도구배가 감소하기 때문으로 생각된다. 이상과 같은 용해속도에서 최대 용해속도는 수직일 경우 약 0.028 mm/s 정도의 매우 미약한 값이 된다. 이러한 결과로부터 본 수치계산에서 설정한 가정 (4)가 타당한 것으로 사료된다.

Fig. 4는 $x = 0.126863 \text{ m}$ 에서 각 경사각과 주위물 온도에 따른 온도분포를 나타낸 그림이다.

전반적으로 열경계층내에서의 온도구배는 벽면으로부터 매우 인접된 곳에서 크게 나타나고 열경계층 경계부근에서는 작아진다. 4.6°C 를 제외한 정상상태 상향 및 하향유동 영역에 있어서는 주위물 온도의 증가에 따라 벽면에서의 온도구배가 크게 나타나고 있다. 그러나 4.6°C 및 5.7°C 에서는 주위물 온도의 증가에도 불구하고 벽면에서의 온도구배가 4.0°C 보다 작게 나타나고 있다. 이는 각각의 주위물 온도에 있어서 열경계층내 최대밀도점 온도의

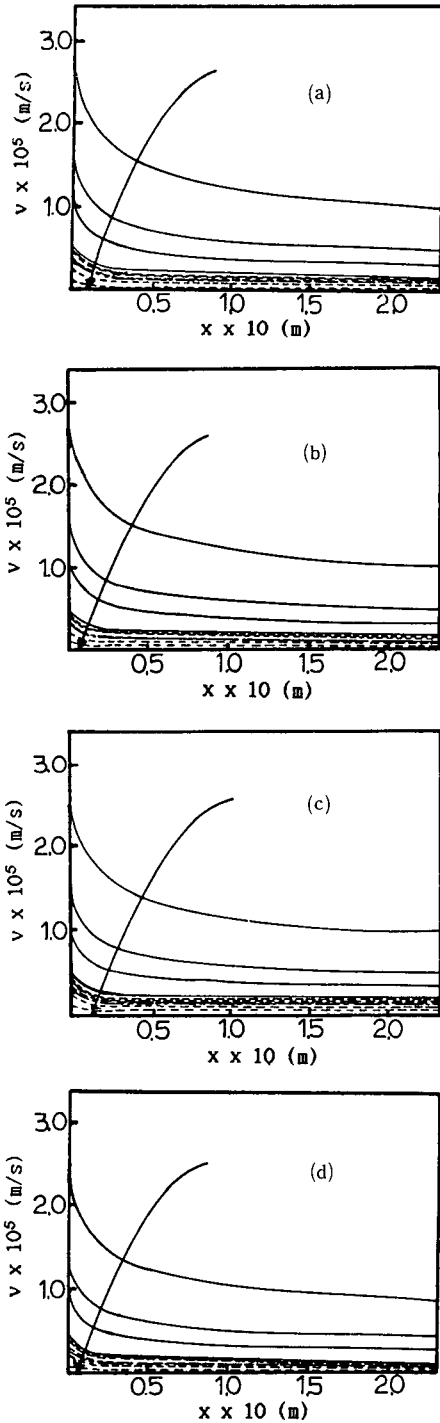


Fig. 3 Melting velocities for various T_∞ , (a) vertical (b) $\theta=30^\circ$ (c) $\theta=45^\circ$ (d) $\theta=60^\circ$. The values of T_∞ for each lines along the direction of arrow are as follows; $T_\infty=15.0^\circ\text{C}$, 10.0°C , 8.0°C , 6.0°C , 4.6°C , 4.0°C , 3.0°C , 5.7°C , 2.0°C , 1.0°C ($T_0=0^\circ\text{C}$)

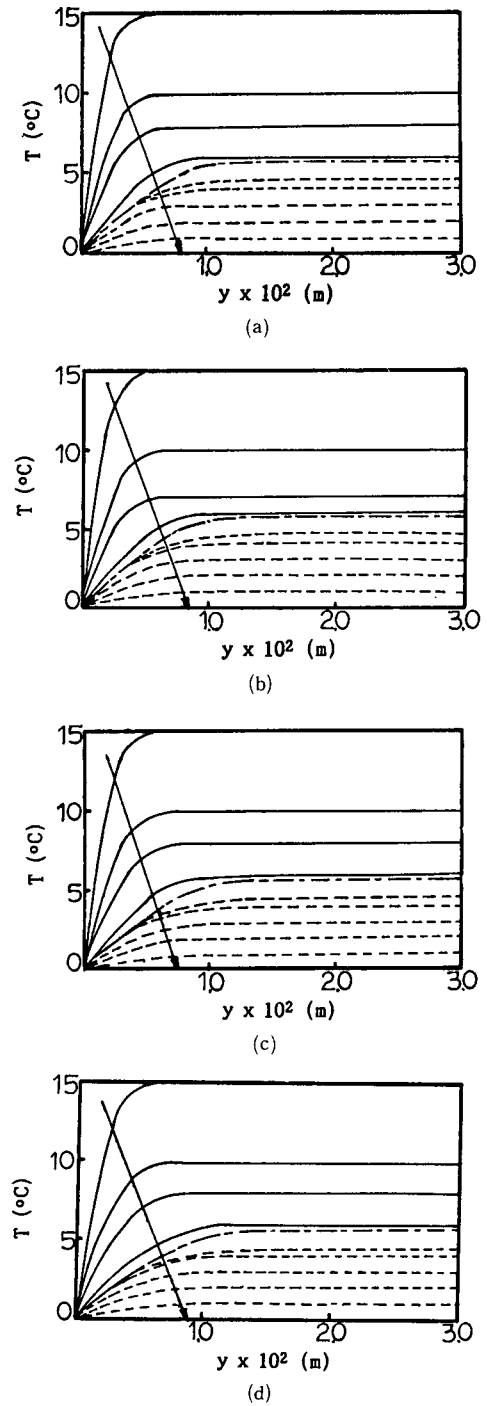


Fig. 4 Temperature profiles for various T_∞ at $x=0.126863\text{ m}$, (a) vertical (b) $\theta=30^\circ$ (c) $\theta=45^\circ$ (d) $\theta=60^\circ$. The values of T_∞ for each lines along the direction of arrow are as follows; $T_\infty=15.0^\circ\text{C}$, 10.0°C , 8.0°C , 6.0°C , 5.7°C , 4.6°C , 4.0°C , 3.0°C , 2.0°C , 1.0°C ($T_0=0^\circ\text{C}$)

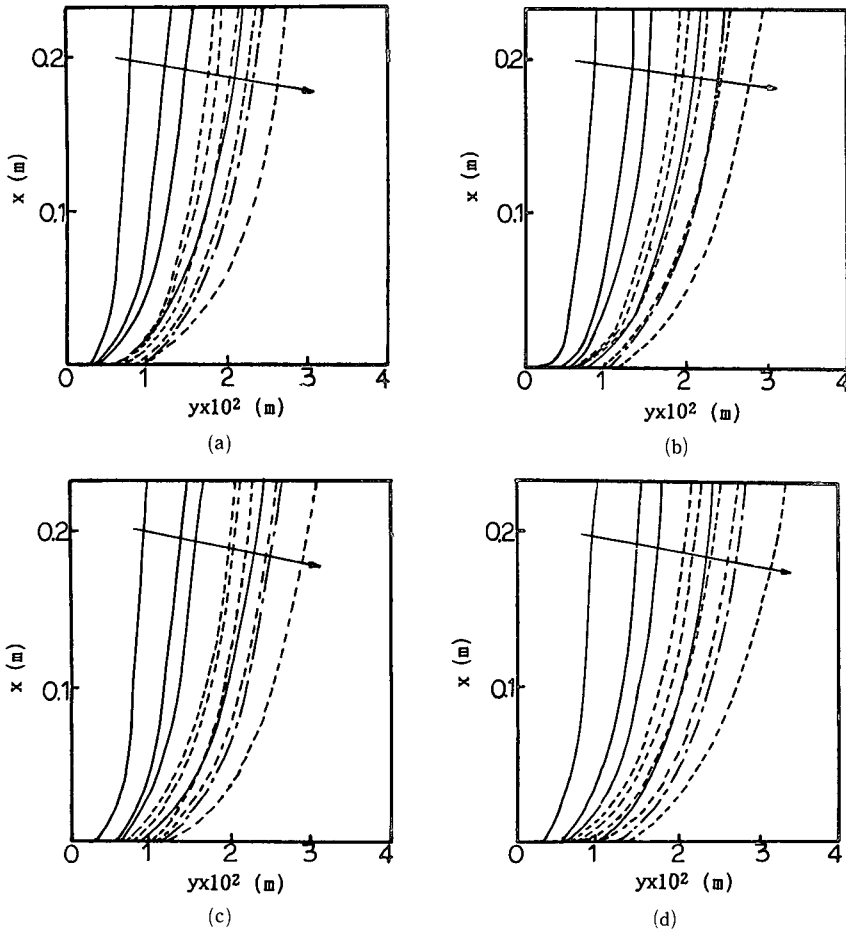


Fig. 5 Thermal boundary layer thickness for various T_{∞} , (a) vertical (b) $\theta=30^{\circ}$ (c) $\theta=45^{\circ}$ (d) $\theta=60^{\circ}$. The values of T_{∞} for each lines along the direction of arrow are as follows; $T_{\infty}=15.0^{\circ}\text{C}, 10.0^{\circ}\text{C}, 8.0^{\circ}\text{C}, 2.0^{\circ}\text{C}, 3.0^{\circ}\text{C}, 6.0^{\circ}\text{C}, 4.0^{\circ}\text{C}, 1.0^{\circ}\text{C}, 5.7^{\circ}\text{C}, 4.6^{\circ}\text{C}$ ($T_0=0^{\circ}\text{C}$)

존재여부 및 최대밀도점 온도의 영향력의 대소 차이로서 나타나는 현상이라 생각된다. 즉, 주위물 온도 4.6°C 를 제외한 정상상태 상향유동의 경우 ($2.0^{\circ}\text{C} \leq T_{\infty} \leq 4.0^{\circ}\text{C}$) 열경계층내에 최대밀도점 온도가 존재하지 않고, 정상상태 하향유동의 경우 경계층내 벽면 매우 인접된 곳에 존재하는 최대밀도점 온도는 열경계층 형성에 특별한 영향을 미치지 못한다. 4.6°C 및 5.7°C 의 주위물 온도에서는 경계층내 최대밀도점 온도의 작용범위가 크게 되어 경계층내의 온도분포에 매우 큰 영향을 미치는 것으로 사료된다. 결국 4.6°C 및 5.7°C 의 주위물 온도에서는 벽면에서의 상대적인 온도구배의 감소로 인해서 유동이 미약해져 대류 열전달량이 적어짐을 예측할 수 있다. 이러한 결과는 실험적 결과⁽¹¹⁾들

과 잘 일치하고 있다.

Fig. 5는 각 경사각과 주위물 온도에서 온도 경계층의 두께 (thermal boundary layer thickness)를 나타낸 그림이다.

각각의 경사각에서 주위물 온도가 1.0°C 에서 2.0°C 로 증가하면 온도 경계층 두께는 급격히 감소하고 2.0°C 에서 4.6°C 까지 증가하면 점차로 증가한다. 또한 T_{∞} 가 5.7°C 에서 15.0°C 까지 증가하면 온도 경계층 두께는 점차로 감소한다. 여기서 $T_{\infty}=1.0, 4.6, 5.7^{\circ}\text{C}$ 의 경우 열경계층의 두께가 매우 크게 나타나는 이유는 $T_{\infty}=1.0^{\circ}\text{C}$ 의 경우 벽면온도와 주위물 온도의 차가 매우 작아서 상대적으로 밀도차에 의한 대류 열전달 효과보다는 전도 열전달에 의한 효과가 크게 나타나 열경계층의 두께가 커

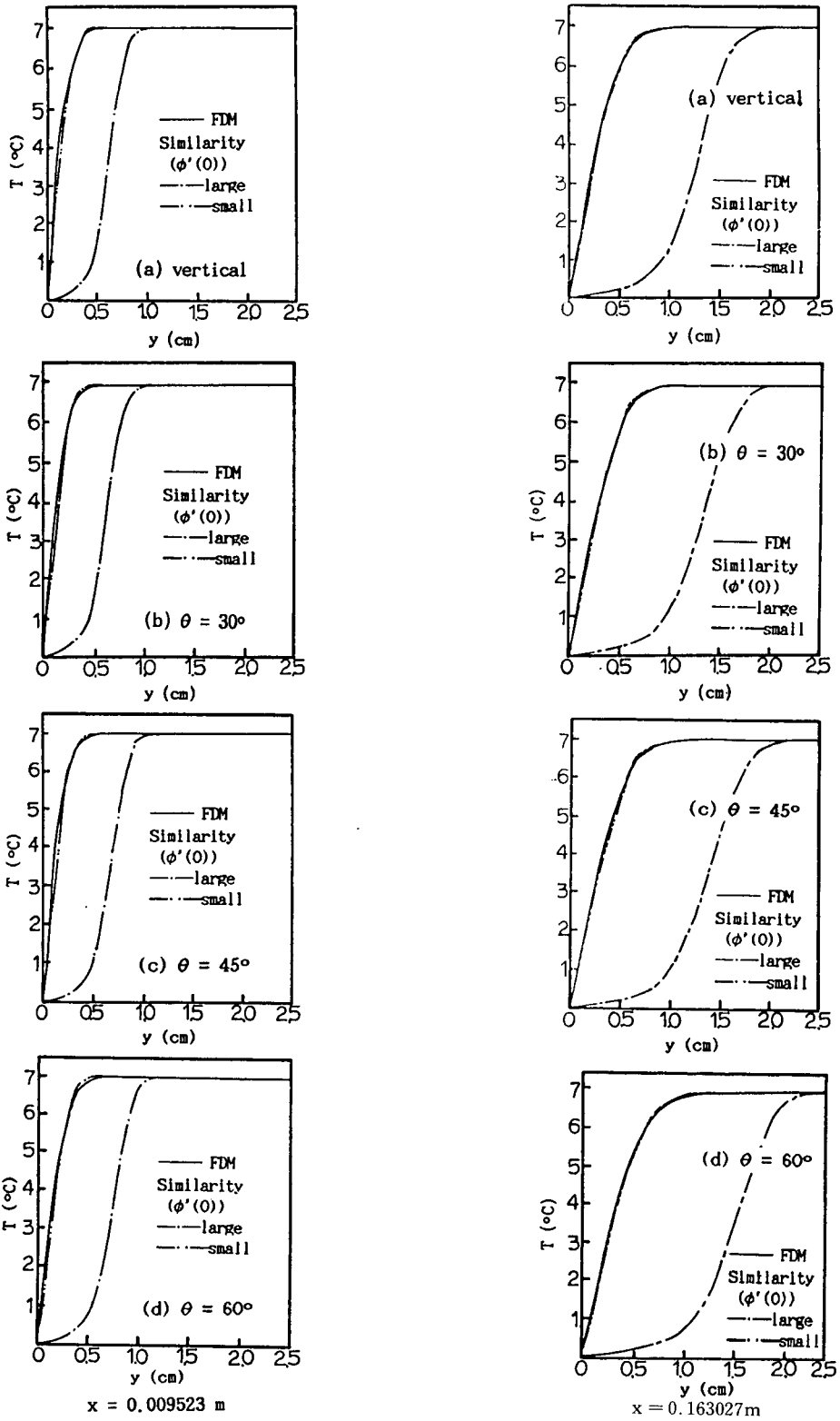


Fig. 6 Temperature profiles for various inclined angles at $T_\infty=7.0^\circ\text{C}$ ($T_0=0^\circ\text{C}$)

지게 되는 것으로 사료된다. $T_{\infty}=4.6^{\circ}\text{C}$ 의 경우에는 열경계층 가장자리 부근에서 최대밀도점의 온도보다 큰 온도영역, 즉 $4.02^{\circ}\text{C} < T_{\infty} \leq 4.6^{\circ}\text{C}$ 의 온도영역으로 인해 하향부력이 발생하고 상대적으로 열경계층의 두께가 증가하게 된다. $T_{\infty}=5.7^{\circ}\text{C}$ 에서 열경계층이 두꺼워지는 이유는 이 온도부근에서 두 방향유동이 일어나기 때문이다.

아래에 본 연구의 결과로서 제시될 온도분포 및 속도분포를 상사해석에 의한 결과⁽¹⁰⁾들과 비교 고찰하기 위하여 하향유동 영역에서의 상사해석 결과 중 최대밀도 매개변수 R 의 변화에 따른 무차원 열전달률 $\phi'(0)$ 의 변화특성에 대한 Riu⁽¹⁰⁾의 결과를

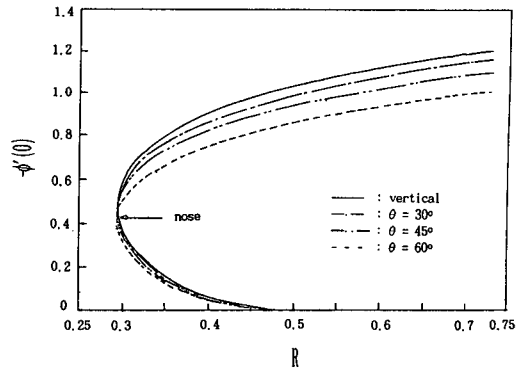


Fig. 7 Variation of heat transfer rate $-\phi'(0)$ with R using similarity⁽¹⁰⁾

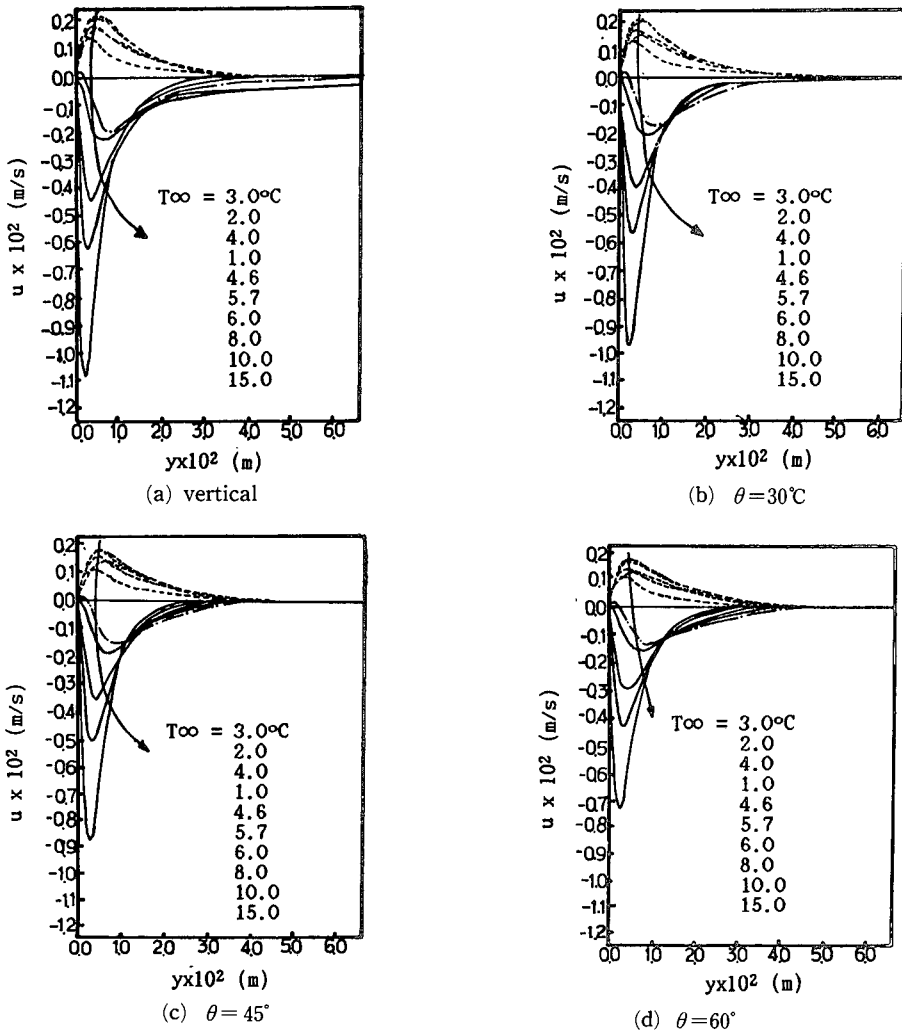


Fig. 8 U -velocity profiles for various T_{∞} at $x = 0.126863\text{m}$ ($T_0 = 0^{\circ}\text{C}$)

Fig. 6에 나타내었다.

여기서 $\phi'(0)$ 는 고체벽면에서의 무차원 온도구배이며, 무차원 열전달률을 나타낸다. 또한 $R(=(T_m - T_\infty)/(T_o - T_\infty))$ 은 최대밀도점 온도 T_m , 주위물의 온도 T_∞ , 고체벽면의 온도 T_o 로 계산되는 최대밀도 매개변수로서 기존의 논문에 사용되고 있다. 이 값은 주위유체가 최대밀도점을 갖는 저온의 물인 경우에 벽면 및 주위물 온도의 변화에 따른 유동의 안정성 여부를 해석하는데 필요한 값이다. 하향유동 영역에서 $R \approx 0.2918 \sim 0.4789$ 의 범위에서는 상이한 2개의 다중해(multiple solution)가 존재한다.

본 연구의 범위에서는 벽면의 온도가 0°C의 등온면으로 일정하기 때문에 R 의 변수는 주위물 온도(T_∞)가 된다. 따라서 그림에서 코(nose)의 윗부분은 주위물 온도 T_∞ 가 증가할수록 열전달이 증가하고, 코의 아랫부분은 T_∞ 가 증가할수록 열전달이 감소한다. 또한 전 영역에 있어서 경사각이 증가할수록 열전달이 감소한다. 이때 편의상 코의 윗부분의 $\phi'(0)$ 를 small, 코의 아랫부분의 $\phi'(0)$ 를 large로서 표시한다.

Fig. 7은 하향유동 영역구간중 대표적인 $T_\infty = 7.0^\circ\text{C}$ 이고, 수직 및 각 경사각에 따른 전단으로부터의 거리가 $x = 0.009523 \text{ m}$, 0.163027 m 인 곳의 온도분포를 상사해석시⁽¹⁰⁾의 다중해와 함께 나타낸 그림이다.

경계층내 온도구배가 하류로 갈수록, 경사각이 증가할수록 감소하여 열전달률이 감소해짐을 알 수 있다. 또한 하류로 갈수록, 경사각이 증가할수록 온도 경계층의 두께도 증가한다. 이는 전단에서부터 경계층내로 유입된 물이 하류로 갈수록 점차 차가워짐으로 해서 경계층내 온도구배가 작아지고, 또한 경사각이 증가할수록 벽면과 평행한 중력 가속도 성분이 감소하여 상대적으로 온도구배도 감소하기 때문이다. 본 계산결과와 무차원 열전달률 $\phi'(0)$ 가 작을 때 상사해석에 의해 구한 벽면에서의 온도분포가 잘 일치하고 있다. 이는 실험적해석⁽¹¹⁾ 및 상사해석⁽¹⁰⁾의 비교결과와 동일한 성향으로서 하향유동 영역중 본 연구에서의 열전달 특성이 상사해석시⁽¹⁰⁾ $\phi'(0)$ 가 작은 경우의 열전달특성, 즉 주위물 온도 T_∞ 가 증가할수록 열전달이 증가하는 성향에 부합되기 때문이다. 따라서 3.3절에서 언급될 속도분포에서도 무차원 열전달률 $\phi'(0)$ 가 작을 때 상사해석에 의해 구한 결과들과 잘 일치하게 된

다(Fig. 9참조). 여기서 상향유동 영역중의 다중해 구간⁽⁹⁾인 $4.7377^\circ\text{C} \leq T_\infty \leq 4.7381^\circ\text{C}$ 의 범위에서는 2개, $4.7381^\circ\text{C} \leq T_\infty \leq 4.7394^\circ\text{C}$ 의 범위에서는 3개의 해를 구했으나 이 범위의 온도영역에서는 본 계산에서 해를 구할 수 없어서 비교할 수 없었다.

3.3 속도분포

Fig. 8은 각 주위물 온도와 경사각에서 시편의 전단(leading edge)으로부터 0.126863 m 떨어진 곳에서의 x 방향 속도성분 u 를 나타낸 그림이다.

상향유동 영역 ($1.0^\circ\text{C} \leq T_\infty \leq 4.6^\circ\text{C}$)에서는 $T_\infty = 3.0^\circ\text{C}$ 부근에서 속도가 최대가 되고, $T_\infty = 4.6^\circ\text{C}$ 일 경우에 최소가 된다. 이는 $1.0^\circ\text{C} \leq T_\infty \leq 4.0^\circ\text{C}$ 의 온도범위 일때 열경계층내의 무차원 평균부력($W = (|\phi - R|^q - |R|^q)$)^(9,10,15)이 $T_\infty = 3.0 > 2.0 > 4.0 > 1.0^\circ\text{C}$ 의 순서로서 $T_\infty = 3.0^\circ\text{C}$ 일때 최대가 되기 때문이다. $T_\infty = 4.6^\circ\text{C}$ 일 경우에는 경계층 가장자리부근에 분포되는 $4.02 < T_\infty \leq 4.6^\circ\text{C}$ 의 온도영역으로 인해서 생기는 하향부력으로 인해 전반적인 경계층내의 상향부력이 감쇄되기 때문에 최소의 속도를 나타낸다. 하향유동 영역($6.0^\circ\text{C} \leq T_\infty$)에서는 주위물 온도가 증가할수록 속도가 커지고, 동시에 최고 속도가 일어나는 y 방향의 위치가 벽면쪽으로 접근한다. 즉 주위물 온도가 증가할수록 주위물과 속도 경계층내의 물의 밀도차가 커져서 유동이 활발히 일어나고, 동시에 속도 경계층 두께도 감소하고 최대속도는 벽면쪽 가까운 곳에서 일어나게 된다. 또한 전 범위의 주위물 온도영역에 있어서 수직에서부터 경사각이 증가할수록 전반적으로 속도가 감소하는 경향을 나타낸다. 이는 Fig. 7에서 설명된 경사각이 경계층내 온도분포에 미치는 영향과 동일한 이유로 설명될 수 있다. 이러한 경사각에 따른 영향은 상향유동 영역, 즉 비교적 저온인 영역에서는 그 영향이 작고, 하향유동 영역에서는 크게 나타난다.

Fig. 9는 수직 및 각 경사각에서 두 방향유동 영역(dual flow region)의 u 속도를 나타낸 그림이다.

전반적으로 얼음면 부근에서는 상향유동, 먼 부분에서는 하향유동이 지배적으로 나타난다. 이러한 두 방향유동 영역의 발생은 최대밀도점의 영향으로 인해서 얼음벽면 가까운곳에서는 상향부력이, 얼음면에서 먼 부분에서는 하향부력이 발생함으로 인해 나타난다. 속도 경계층내에서 상향유동이 일어나는 y 방향의 범위는 하류(downstream)로 갈수록, 경

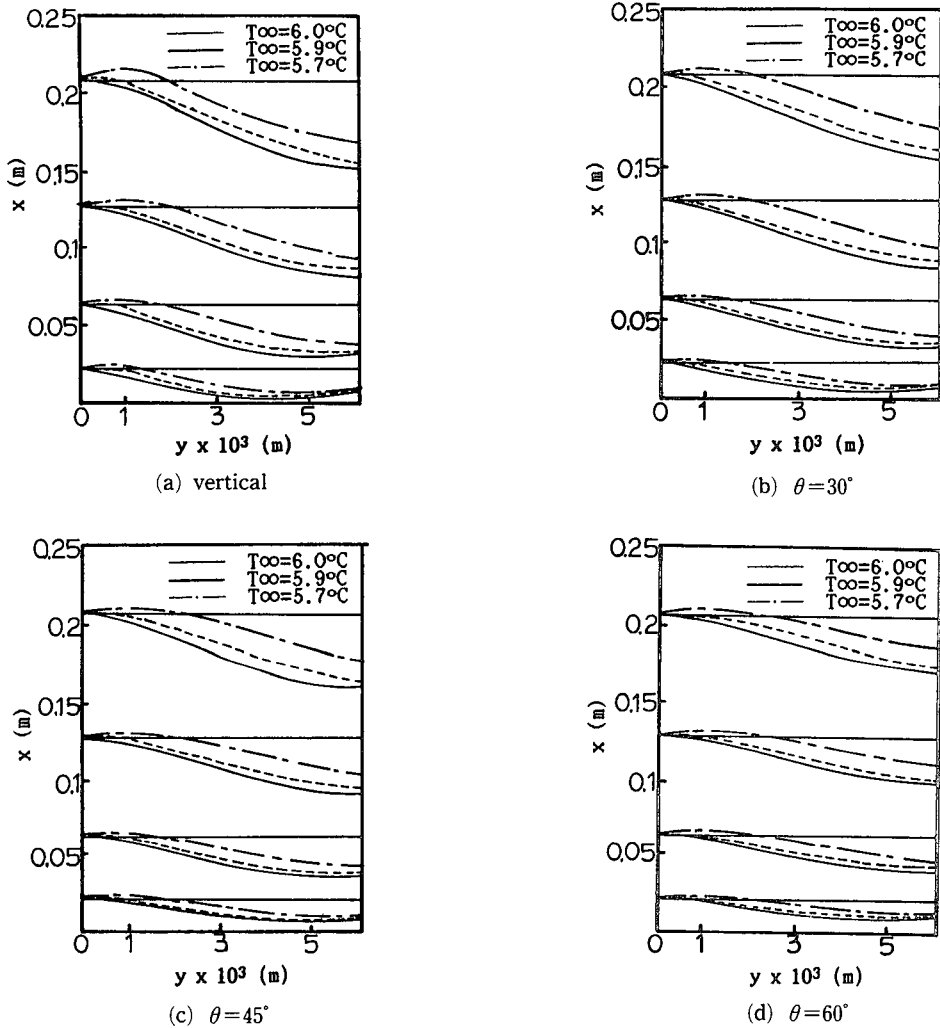


Fig. 9 U -velocity variations along x in the dual flow region ($T_0=0^\circ\text{C}$)

사각이 클수록 증가한다. 이는 하류로 갈수록, 경사각이 증가할수록 열경계층 두께의 증가로 인해 나타나는 결과이다. 또한 경사각이 작을수록, 즉 수직에 가까울수록 상향 및 하향속도 성분이 크게 나타난다. 이러한 경향은 실험적 연구⁽¹¹⁾에서의 성향과 잘 일치한다.

Fig. 10은 대표적인 주위물 온도 7.0°C 에서 $x=0.009523\text{ m}$ 및 0.163027 m 되는 곳의 속도 u 를 본 연구에서의 결과와 Riu 등⁽¹⁰⁾의 상사해석으로 구한 다중 정상상태에서의 결과를 비교한 그림이다.

본 계산결과와 무차원 열전달률 $\phi'(0)$ 가 작을 때 상사해석에 의해 구한 u 는 모든 경사각에서 잘 일

치하고 있다. 또한 두 결과는 $x=0.009523\text{ m}$ 일때와 같이 전단 가까운 곳에서 보다는 $x=0.163027\text{ m}$ 일때와 같이 후단으로 접근할수록 잘 일치하고 있다. 이러한 결과에서 생기는 오차는 최대 약 5% 정도로서 이것은 본 계산에서는 전단으로부터 얼음면에 대한 수직선상의 경계조건을 $u=0$ 로 하였고, 상사해석시에는 전단 즉, $x=0$ 일때 u 가 정의되지 않기 때문에 나타나는 영향으로 해석된다.

Fig. 11은 대표적인 주위물 온도 7.0°C 에서의 v 속도를 본 연구에서의 결과와 Riu⁽¹⁰⁾의 상사해석적 방법의 결과를 함께 나타낸 그림이다.

두 결과를 보면 Fig. 10과 동일하게 $\phi'(0)$ 가 작

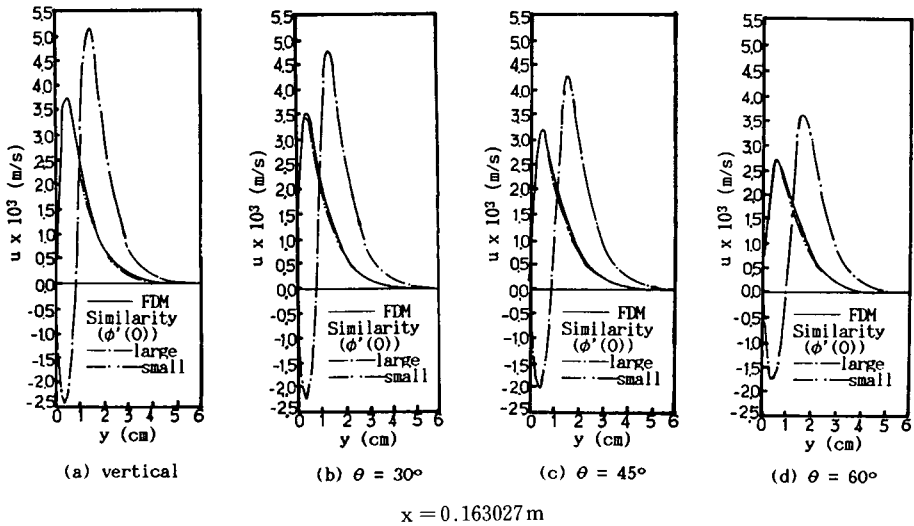
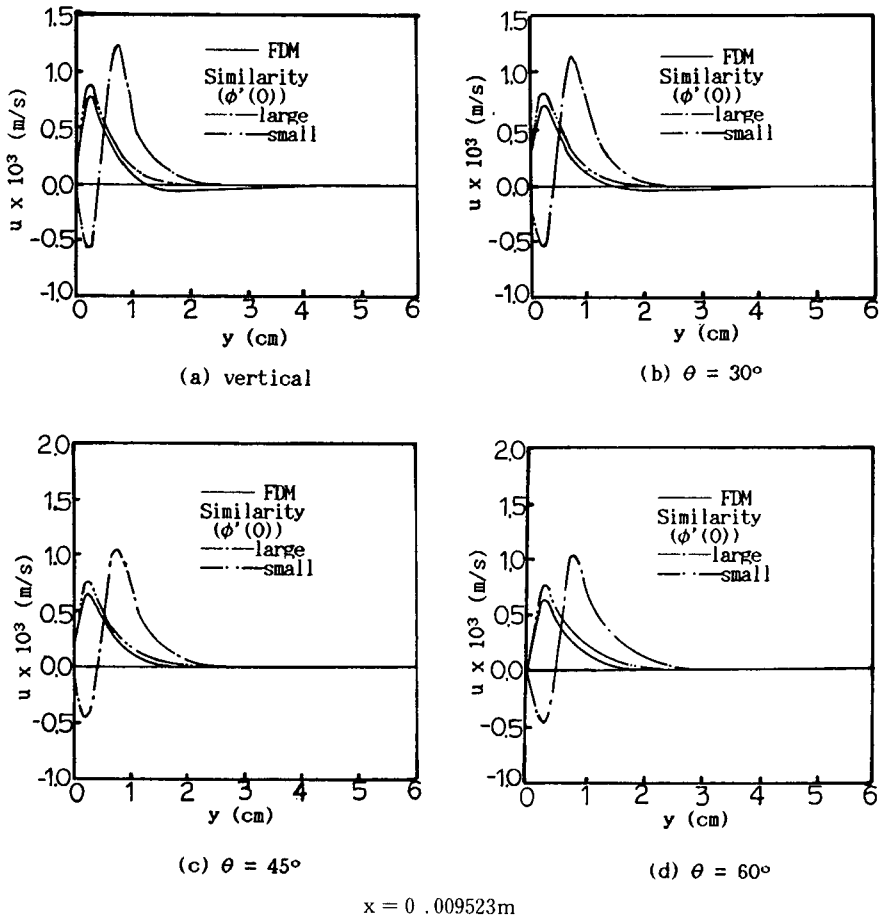


Fig. 10 U -velocity profiles for various inclined angles at $T_\infty = 7.0^\circ\text{C}$ ($T_0 = 0^\circ\text{C}$)

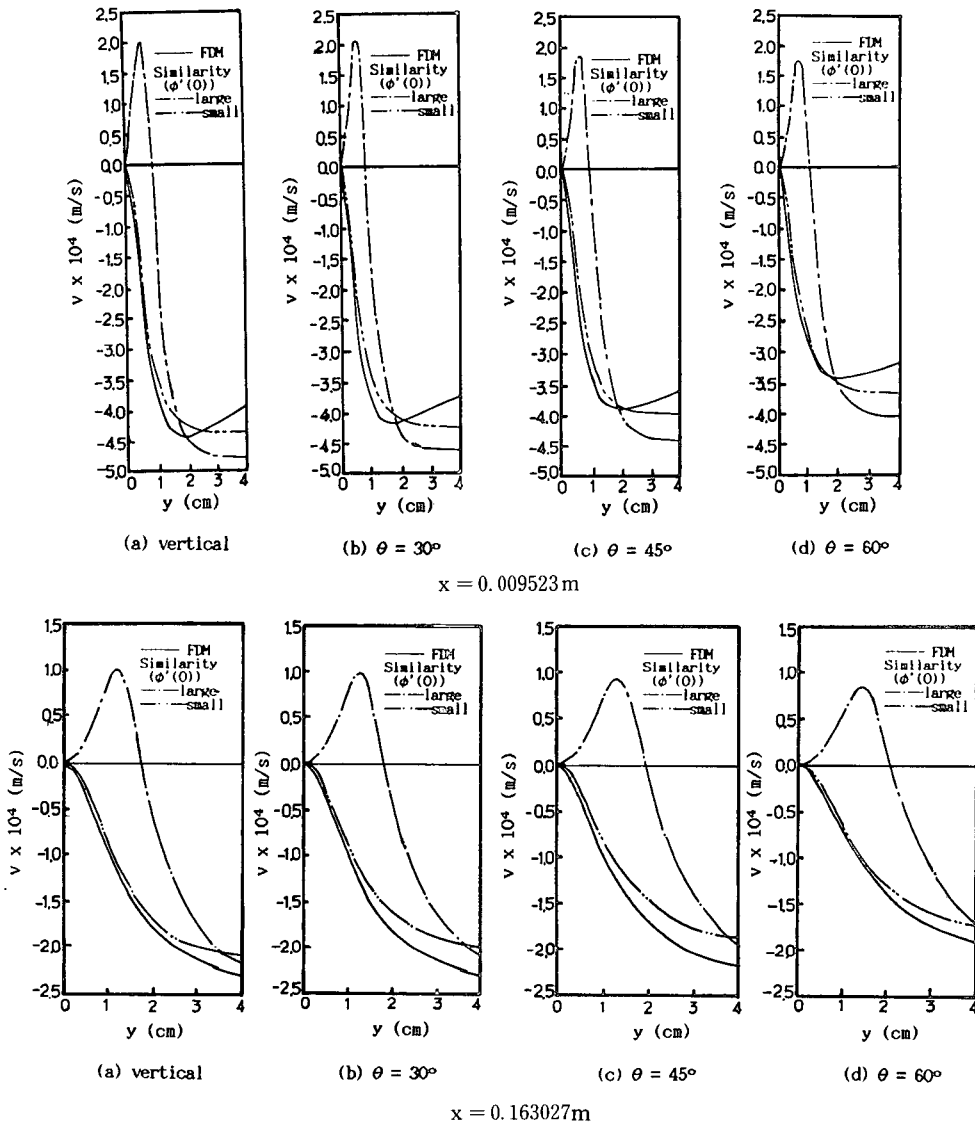


Fig. 11 V -velocity profiles for various inclined angles at $T_{\infty}=7.0^{\circ}\text{C}$ ($T_0=0^{\circ}\text{C}$)

을 때 상사해석에 의해 구한 v 와 모든 경사각에서 잘 일치하고 있다. 그러나 얼음면으로부터 멀어질수록 두 값의 차이가 커지는 것은 본 계산에서는 물과 얼음의 계면의 이동, 즉 용해속도를 고려하여 계산하였고, 상사해석시에는 용해속도를 무시하고 벽면에서 $v=0$ 로 취하였기 때문에 발생하는 오차가 얼음면에서 멀어질수록 중첩되어 더욱 크게 나타나기 때문이다. 또한 본 계산에서는 각 주위물의 온도에 따른 정확한 프란틀수를 사용하였으나 상사해석시에는 프란틀수를 일정하게 고정($Pr=11.6$)하

여 계산한것도 영향을 미친것으로 사료된다. 여기서 v 속도의 order는 10^{-4} 정도로써 매우 작은 값이기 때문에 발생된 오차의 정량적인 값은 무시할 정도로 매우 작은 값에 해당된다.

3.4 누셀트수

Table 1은 각 경사각과 주위물 온도에 있어서의 평균 누셀트수를 나타낸 것이다. Riu 등⁽¹⁰⁾의 상사해석에 의하여 구한 결과를 도표에 함께 나타내었다.

본 해석결과와 무차원 열전달률 $\phi'(0)$ 가 작은 경

Table 1 Comparison of mean Nusselt number using FDM asnd similarity⁽¹⁰⁾

T_{∞} (°C)	$\theta=0^{\circ}$			$\theta=30^{\circ}$			$\theta=45^{\circ}$			$\theta=60^{\circ}$		
	FDM	$\phi'(0)$		FDM	$\phi'(0)$		FDM	$\phi'(0)$		FDM	$\phi'(0)$	
		small	large		small	large		small	large		small	large
1.0	45.84			43.74			42.14			38.89		
1.5	49.73			47.52			45.22			42.07		
2.0	51.98			49.72			47.30			43.92		
2.5	52.80			50.97			48.47			44.97		
3.0	53.70			51.40			48.88			45.32		
3.5	53.19			50.98			48.37			44.86		
4.0	50.98			49.06			46.62			43.24		
4.4	47.98			46.28			44.04			40.29		
4.5	46.65			45.02			42.91			39.26		
4.6	45.63			43.90			41.77			38.29		
5.7	32.07	28.94	23.61	31.47	29.92	22.78	29.99	26.54	21.65	27.40	24.33	19.86
5.8	37.23	34.93	17.68	35.87	33.69	17.06	33.93	32.03	16.22	31.26	29.37	14.87
5.9	40.53	38.18	14.54	39.37	36.83	14.03	37.45	35.01	13.34	34.30	32.10	12.23
6.0	43.32	40.70	12.19	41.96	39.26	11.76	39.88	37.32	11.18	36.53	34.22	10.25
7.0	59.26	55.61	1.53	57.88	53.64	1.47	55.08	50.99	1.40	49.69	46.76	1.28
8.0	70.06	65.29		67.31	62.98		63.95	59.87		58.52	54.90	
9.0	78.45	73.25		75.48	70.66		71.77	67.17		65.74	61.59	
10.0	85.83	80.30		82.60	77.46		78.57	73.63		72.06	67.52	
13.0	103.8	98.58		100.2	95.10		95.50	90.40		87.86	82.90	
15.0	114.0	109.4		110.2	105.6		105.1	100.4		96.89	92.02	

우의 상사해석 결과와의 오차는 최대 10%내로서 잘 일치하고 있다. 이러한 오차는 경계조건의 오차, FDM 계산상의 오차, 상사해석시 열음평관을 반 무한평판으로 간주한 점과 프란틀수를 일정하게 고정하여 계산한 점등의 영향으로 사료된다.

Fig. 12는 Table 1의 수치값들을 기준으로 하여 각 주위물 온도에 따른 평균 누셀트수를 Riu 등⁽¹¹⁾의 실험적 결과들과 함께 나타낸 그림이다.

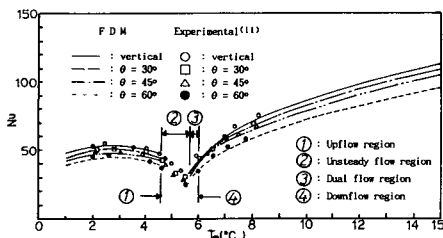


Fig. 12 The variation of mean Nusselt number for various inclined angles ($T_0=0^{\circ}\text{C}$)

4.6°C < T_{∞} < 5.7°C의 영역에서는 수렴해를 구하지 못하였다. 상향유동이 지배적인 1.5°C ≤ T_{∞} ≤ 4.6°C의 영역에서는 3.0°C부근에서 평균 누셀트수가 최대가 되고, 경사각이 증가할수록 평균 누셀트수는 감소한다. 이러한 경향은 주위물 온도 1.5°C에서부터 층류 경계층내의 u 속도가 증가하기 시작하여 3.0°C부근에서 최대가 되고 3.0°C부근을 넘어 서면 점차로 감소하기 때문이다. 하향유동이 지배적인 5.7°C ≤ T_{∞} ≤ 15.0°C의 영역에서는 주위물 온도가 증가할수록 평균 누셀트수는 증가하고, 경사각이 증가할수록 평균 누셀트수는 감소한다. 이러한 경향들은 상기의 온도 및 속도분포에서의 성향들과 잘 일치한다. 또한 전 유동 영역에 있어서 Riu 등⁽¹¹⁾의 실험치와는 매우 잘 일치하고 있다.

4. 결 론

수직 및 경사진 ($\theta=30^{\circ}, 45^{\circ}, 60^{\circ}$) 열음평판이

1.0°C ~ 15.0°C 인 저온의 순수물속에 잠겨 있을 때 수직 및 경사진 얼음평판에 의하여 일어나는 자연대류에 관하여 FDM으로 수치해석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) FDM으로 계산한 결과는 상사해석에서 구한 결과중 무차원 열전달률 $\phi'(0)$ 가 작을 때의 결과들과 잘 일치한다.

(2) 얼음평판 주위에서 일어나는 유동형태는 주위물의 온도에 따라 $1.0^\circ\text{C} \leq T_\infty \leq 4.6^\circ\text{C}$ 의 영역에서는 완전 상향유동, $5.7^\circ\text{C} \leq T_\infty < 6.0^\circ\text{C}$ 의 영역에서는 두 방향유동, $6.0^\circ\text{C} \leq T_\infty$ 의 영역은 완전 하향유동이 되며 $4.6^\circ\text{C} < T_\infty < 5.7^\circ\text{C}$ 의 온도구간에서는 해를 구할 수 없었다. 이러한 유동형태에 관한 온도구간은 각 경사각에 관계없이 일정하다.

(3) 평균 누셀트수는 상향유동 영역에서는 3.0°C 부근에서 최대가 되고, 하향유동 영역에서는 주위물 온도가 증가할수록 증가한다.

(4) 경사각이 속도분포에 미치는 영향은 유동형태에 따라 달라진다. 즉 상향유동일 때가 하향유동일 때보다 경사각의 영향에 민감하다.

참고문헌

(1) Merk, H.J., 1953, "The Influence of Melting and Anomalous Expansion on the Thermal Convection in Laminar Boundary Layers," *Appl.Sci. Res.*, Vol.4, pp. 435~452.

(2) Schechter, R.S. and Isbin, H.S., 1958, "Natural Convection Heat Transfer in Regions of Maximum Fluid Density," *A.I Ch. E.J.*, Vol.4, pp 81~89.

(3) Vanier, C.R. and Tien,C., 1968, "Effect of Maximum Density and Melting on Natural Convection Heat Transfer from a Vertical Plate," *Chem.Eng. Progress Symposium Series*, Vol.64, pp. 240~254.

(4) Gebhart, B. and Mollendorf, J.C., 1977, "A New Density Relation for Pure and Saline Water," *Deep-Sea Res.*, Vol.24, pp. 831~848.

(5) Wilson, N.W. and Lee, J.J., 1981, "Melting of a

Vertical Ice Wall by Free Convection into Fresh Water," *Trans. ASME, J. of Heat Transfer*, Vol. 103, pp. 13~17.

(6) Carey, V.P. and Gebhart, B., 1981, "Visualization of the Flow Adjacent to a Vertical Ice Surface Melting in Cold Pure Water," *J.Fluid Mech.*, Vol.107, pp. 37~55.

(7) Lee, J.J., 1979, "Melting of a Vertical Ice Wall by Natural Convection into Pure or Saline Water," *Master Thesis, Memorial Univ. of Newfoundland.*

(8) Carey, V.P, Gebhart, B. and Mollendorf, J.C., 1979, "Buoyancy Force Reversals in Vertical Natural Convection Flows in Cold Water," *J. Fluid Mech.*, Vol.97, pp. 279~297.

(9) 유갑중, 김병하, 최병철, 1987, "상향유동 영역에서 경사 등온평면에 의하여 야기된 정상상태 자연대류의 다중해", *대한기계학회논문집*, 제11권, 제5호, pp. 731~739.

(10) 유갑중, 이택식, 조승환, 1991, "하향유동 영역에서 경사 등온평면에 의하여 야기된 정상상태 자연대류의 다중해", *대한기계학회논문집*, 제15권, 제3호 pp. 1011~1020.

(11) 유갑중, 엄용근, 조승환, 1991, "최대밀도점 부근의 물속에서 경사진 얼음 평판에 의해 야기되는 자연대류 열전달의 실험적 연구," *대한기계학회논문집*, 제15권, 제4호, pp. 1341~1353.

(12) Kukulka, D.J., 1981, "Thermodynamic and Transport Properties of Pure and Saline Water," *Master Thesis, State Univ. of New York at Buffalo.*

(13) Gosman, A.D. et al., 1969, "Heat and Mass Transfer in Recirculating Flows, Academic Press, New York.

(14) El-Henawy, I.M., Hassard, B., Kazarinoff, N., Gebhart, B. and Mollendorf, J.C., 1982, "Numerically Computed Multiple Steady States of Vertical Buoyancy-Induced Flows in Cold Pure Water," *J. Fluid Mech.*, Vol. 122, pp. 235~250.