

〈論 文〉

# 이동경계면을 갖는 연소실내에서의 입자상의 고체연료 연소장 예측

조한창\* · 윤재건\*\* · 신현동\*\*\* · 김종욱\*\*

(1992년 7월 18일 접수)

## Prediction of Combustion Field in Granular Propellant with Moving Boundary

H.C.Cho, J.K.Yun, H.D.Shin and C.U.Kim

**Key Words :** Solid Propellant(고체 추진제), Constitutive Law(구성방정식), Viscous Drag Force(점성항력), Convective Heat Transfer Coefficient(대류 열전달계수)

### Abstract

Granular solid propellants having high energy and fast burning rate produce great thrusts within extremely short time intervals. Thus numerical researchs prevailed rather than experimental. Using a 2-phase fluid dynamics model among 1-dimensional 2-phase models, a numerical program was set up to describe reacting flow fields, moving boundary with oscillating pressure waves and constitutive laws research. It deserves special emphasis that correlations of convective heat transfer coefficient and viscous drag force among constitutive laws are tested and discussed because slight variations of their constants make a large influence on their results. In this calculations, some of correlations make the large difference in results. Therefore constitutive laws for convective heat transfer coefficient and viscous drag force need more considerations with experiments.

### 기 호 설 명

$a$ : 연소율의 압력지수 상수 (cm/sec) $(g/cm^2)^n$	$k$ : 열전도계수
$A$ : 유동장의 단면적	$m$ : 이동체 질량
$A_s$ : 고체추진제의 비 (specific) 표면적	$m_{ign}$ : 초기의 유입되는 고온기체 질량
$C_L$ : 연소장의 길이	$n$ : 연소율의 압력지수 계수
$D_p$ : 기공률에 의한 항력	$P$ : 압력
$D_v$ : 점성항력 (viscous drag force)	$P_C$ : 늘어날 수 있는 유동장의 길이
$E$ : 전체 에너지 (internal + kinetic energy)	$Pr$ : Prandtl 수
$E_{ign}$ : 유입되는 고온기체의 연소열	$r$ : 추진제의 반경방향 거리
$Fr$ : 마찰력	$r_b$ : 추진제의 연소율
	$r_p$ : 추진제의 반지름
	$Re_p$ : 레이놀즈 수
	$S_p$ : 유동장의 늘어남 길이
	$t$ : 시간

\*한국과학기술원 기계공학과

\*\*정회원, 국방과학연구소

\*\*\*정회원, 한국과학기술원 기계공학과

$T$	: 온도
$T_{abl}$	: 추진제의 증발(ablation) 온도
$T_{ign}$	: 추진제 점화온도
$T_{ps}$	: 추진제 표면온도
$U$	: 속도
$x$	: 축방향 거리
$\gamma$	: 비열비
$\epsilon_p$	: 추진제의 방사율
$\mu$	: 기체의 점성계수
$\rho$	: 밀도
$\tau_p$	: 고체입자간의 응력
$\phi$	: 기공률
$\phi_c$	: 임계 기공률
$\sigma$	: Stefan-Boltzmann 상수
$\alpha_p$	: 추진제의 열확산률

#### 하첨자

$g$	: 기상
$p$	: 고상
$o$	: 초기상태

## 1. 서 론

고체 추진제는 높은 연소율(burning rate)과 연소열(heat of combustion)을 갖고 있어 짧은 시간에 높은 추력을 발생시키므로 실험에 의한 성능평가 및 향상이 매우 어렵다. 그러므로 고체 추진제의 연소가 있는 유동장에 대한 수치해석 필요성이 증대되면서 해석방법이 다수 제안되었다. 즉 각 모델에서 구성방정식(constitutive law)의 수가 급증하게 되었다. 본 연구에서는 지금까지의 연구들에서 가장 많이 쓰이는 구성방정식들을 평가, 비교해 보고 아울러 연소실에서의 유동해석 방법을 확립해 보고자 한다.

고체 추진제가 연소하고 있는 유동장의 해석은 LSPC(lumped sum parameter code)방법에서 기체, 고체 2상(2-phase)에 2차원으로 복잡하게 풀이한 2차원, 2상 모델로 발전을 거듭하였다.

LSPC<sup>(1)</sup>는 단순히 유동장이 늘어난 정도에 관심을 집중시키고, 유동장의 평균 압력, 이동경계면의 압력(base pressure), 그리고 연소율 등 몇가지 제한된 정보만을 얻는다. 그러나 LSPC가 압력과(pressure wave)<sup>(2)</sup>의 해석에 한계를 보여 이를 해

결하고자 1970년도 초반에 연소기체 유동을 축방향에 대하여 해석한 1차원, 1상 모델<sup>(3)</sup>이 개발되었다.

1차원, 1상의 해석법은 추진제의 형상에 대한 결과를 도출할 수 없으므로 1970년도 중반부터 연소기체 외에 고상 즉 고체 추진제의 유동을 축방향에 대하여 풀이한 1차원, 2상 모델을 개발하였다. 이는 통계모델(statistical model),<sup>(4)</sup> 연속체 역학모델(continuum mechanics model),<sup>(5)</sup> 정식 평균모델(formal averaging model),<sup>(6)</sup> 그리고 2상 유체역학모델(two-phase fluid dynamics model)<sup>(7,8,9)</sup> 등 크게 4가지로 분류할 수 있다. 통계모델은 물성치의 평균값에 변동성분까지 고려하였으나, 변동성분에 대한 자료가 불충분하고 관계식이 복잡한 관계로 널리 사용되지 못하고 있다. 연속체 역학모델은 운동량과 에너지식을 연속체 유체(continuum fluid)의 개념에 관한 식으로 나타낼 수 있다는 가정에서 시작한다. 한편 정식 평균모델은 미시적인(microscopic) 보존 방정식으로부터 적당히 정의된 평균값들을 이용하여 거시적인(macrosopic) 보존 방정식을 이끌어 낸다. 여기서 변수들의 평균값은 가중함수(weighting function)를 많은 가정을 통한 변환으로 결정한다. 이에 비하여 2상 유체역학 모델은 제어 체적을 이용하여 지배방정식을 이끌어 내기 때문에 상대적으로 많은 가정이 필요없다.

큰 반경의 유동장에서 사용하는 2차원, 2상 모델<sup>(1)</sup>도 개발되었으나, 아직 크게 보편화되지 않고 있다.

본 연구에서는 1차원, 2상 모델중 K.K.Kuo의 2상 유체역학 모델<sup>(7)</sup>을 사용하여 유동을 수치해석하였다.

## 2. 수치해석

### 2.1 계산영역과 초기점화

Fig. 1은 한쪽경계만이 확장되는 계산 유동장을 도시한 것으로 초기 계산영역은  $x=0$ 에서  $x_B$ 까지이다. 점화용 고온 기체는 0에서  $x_{ign}$ 까지 들어와서 연소실의 추진제를 점화시키며, 연소실로부터 발생하는 전체 기체질량에 비하여 매우 적은 양이다. 점화용 고온기체 유입부는 기체 도입후 차단되는 것으로 본다. 또 이동경계면은 압력에 의해 파열되는 판막이라 가정한다.

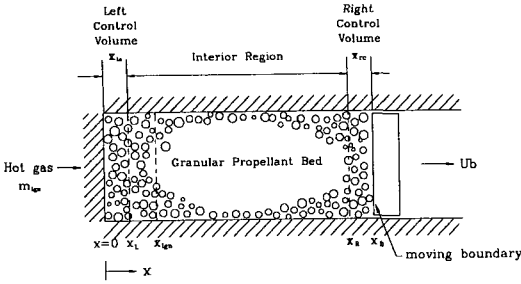


Fig. 1 Calculation domain

2.2 기본 가정 및 지배방정식

위의 유동장을 해석 전에 다음의 가정을 한다. 초기에 유입되는 고온기체는 반경방향으로 끌고루 퍼져 들어와 반경방향의 에너지구배가 없으며, 추진제는 비압축성으로 정의한다. 추진제는 모두 동일한 모양을 갖고 있고, 일정온도에서 점화한다. 또 연소시에는 모든 방향에서 일정한 연소속도를 가지며, 연소기체는 Noble-Abel의 상태방정식을 만족한다.

이상의 가정으로 고상, 기상에 대한 지배방정식을 정립하게 되는데, 고상과 기상의 차지 부피를 정의할 새로운 변수-기공률(porosity)  $\phi$ -가 필요하다. 기공률은 전체 부피에서 기상이 차지한 부피를 나타내며, 추진제의 연소에 의해 점점 커지며, 연소가 끝나면 기공률의 최대값인 1이 된다.

연속방정식과 운동량방정식은 각각의 고상과 기상에 대하여 세우고, 에너지방정식은 기상에 대하여만 세운다. 고상의 에너지방정식 대신 고상의 점화시기를 알 수 있는 표면온도식은 고상의 형상과 온도특성을 가지고 유도한다.

- 연속방정식

Gas phase

$$\frac{\partial(\phi\rho_g)}{\partial t} + \frac{\partial(\phi\rho_g U_g)}{\partial x} = A_s \rho_p r_b + m_{ign} \quad (1)$$

Particle phase

$$\frac{\partial[(1-\phi)\rho_p]}{\partial t} + \frac{\partial[(1-\phi)\rho_p U_p]}{\partial x} = -A_s \rho_p r_b \quad (2)$$

- 운동량방정식

Gas phase

$$\frac{\partial(\phi\rho_g U_g)}{\partial t} + \frac{\partial(\phi\rho_g U_g^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\phi P)}{\partial x} - \frac{\partial(\tau_{xx}\phi)}{\partial x} = A_g r_b \rho_p U_p - A_s D_t - \tau_{wg} \xi_{wg} / A \quad (3)$$

Particle phase

$$\frac{\partial[(1-\phi)\rho_p U_p]}{\partial t} + \frac{\partial[(1-\phi)\rho_p U_p^2]}{\partial x} - \frac{\partial[(1-\phi)\tau_p]}{\partial x} = -A_s r_b \rho_p U_p + A_s D_t - \tau_{wp} \xi_{wg} / A \quad (4)$$

여기서 연속방정식의 첫번째 오른쪽항은 추진제의 연소시 생성 또는 소멸되는 질량이고,  $m_{ign}$ 은 초기에 유입되는 고온기체 질량이다. 운동량방정식에서  $\tau_p$ 는 고체입자간의 응력(intergranular normal stress)이고,  $\xi_{wp}$ ,  $\xi_{wg}$ 는 각각 고상 또는 기상과 측벽이 닿는 perimeter이고,  $\tau_{wp}$ ,  $\tau_{wg}$ 는 각각 고상 또는 기상과 측벽사이에 전단 응력을 말한다.

기상에 대한 에너지방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial(\phi\rho_g E)}{\partial t} + \frac{\partial(\phi\rho_g E U_g)}{\partial x} + \frac{\partial(\phi U_g P)}{\partial x} - \frac{\partial(\tau_{xx} U_g \phi)}{\partial x} = A_s r_b \rho_p (h_f + 0.5 U_p^2) - A_s D_v U_p - A_s h_t (T - T_{ps}) - P \partial \phi / \partial t - \partial(q\phi) / \partial x - Q_w + m_{ign} E_{ign} \quad (5)$$

여기서,  $E$ 는 내부에너지와 운동에너지의 합이며,  $h_f$ 는 추진제의 연소열을 뜻한다.  $h_t$ 는 고체입자와 연소기체간의 대류 열전달계수와 복사 열전달계수의 합인 전체 열전달계수이다.

구형추진제의 에너지방정식 대신 추진제의 표면온도를 알 수 있는 다음의 식을 세운다. 우선 Lagrangian 시간미분과 열방정식(8)을 사용하면 다음과 같다.

$$\left[ \frac{DT_p}{Dt} \right]_p = \frac{\alpha_p}{r} \frac{\partial^2 (r T_p)}{\partial r^2} \quad (6)$$

Fig. 2의 고체입자 온도분포는 다음의 다항식으로 나타낼 수 있다.

$$T_p(t, r) = [C_0(t) + C_1(t)r + C_2(t)r^2 + C_3(t)r^3] / r \quad (7)$$

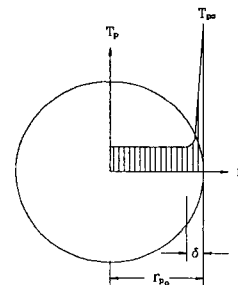


Fig. 2 Temperature profile inside a spherical particle

열이 침투한 길이를  $\delta$ 로 정의하였을 때 식(7)의 초기조건과 경계조건을 다음과 같이 세울 수 있다.

$$T_p(0, r) = T_0 \tag{8}$$

$$\partial T_p / \partial r (t, r_{po} - \delta) = 0 \tag{9}$$

$$\partial T_p / \partial r (t, r_{po}) = h_t(t) / k_p [T(t) - T_{ps}(t)] \tag{10}$$

$$T_p(t, r_{po} - \delta) = T_0 \tag{11}$$

$$(\partial^2 T_p / \partial r^2) (t, r_{po} - \delta) = 0 \tag{12}$$

여기서  $T_0$ 는 293.91K로 정의하며 식을 정리하면 다음과 같다.<sup>(8)</sup>

$$\left[ \frac{DT_{ps}}{Dt} \right]_p = \frac{A+B}{\left[ \frac{\sigma\gamma_{po}\delta}{\gamma_{po}} + \frac{h_t\delta}{k_p} \right]}$$

$$A = \frac{\alpha_p}{\delta\gamma_{po}} \left[ T_{ps} - T_0 + \frac{\gamma_{po}h_t}{k_p} (T - T_{ps}) \right]$$

$$B = \delta \left[ \frac{h_t}{k_p} \left( \frac{DT}{Dt} \right) + \frac{T - T_{ps}}{k_p} \left( \frac{Dh_t}{Dt} \right)_p \right] \tag{13}$$

여기서  $\delta(t) = \frac{3\gamma_{po}[T_{ps}-T_0]}{[T_{ps}-T_0] + \gamma_{po}h_t(t)/k_p[T-T_{ps}]}$ 이다.

위의 지배방정식 속에 나타난 각 항의 개략적 크기로부터 다음의 값들을 소개한다. 즉 점성응력  $\tau_{xx}$ , 전단응력  $\tau_{wp}$ ,  $\tau_{wg}$ , 열전도항  $q$ , 연소실 벽을 통한 열손실  $Q_w$ , 그리고 추진제의 표면온도식에서  $(Dh_t/Dt)_p$  등이다.

### 2.3 구성방정식(Constitutive Law)

미지의 변수는 총 12개이나 지배방정식에 의해서 구할 수 있는 것은 6개로 나머지는 구성방정식에서 구한다. Table 1은 지배방정식을 해석할 때 필요한 구성방정식들을 나타낸 것이다.

추진제의 비표면적  $A_s$ (specific surface area)는

기상에 고체입자의 노출 표면적을 거리 단위로 나타낸 식이다.

$$A_s = (1 - \phi) S_p / V_p \tag{14}$$

여기서  $S_p$ ,  $V_p$ 는 추진제의 표면적과 부피를 나타낸다.

기상의 상태방정식으로 다음의 Noble-Abel식을 사용한다.

$$P(1/\rho_g - b) = RT \tag{15}$$

여기서  $R$ 은 기체 상수이고,  $b$ 는 covolume이다.

고상의 연소율  $r_b$ (burning rate law)는 고체 추진제가 타는 연소속도를 말하며, 보통 압력의 함수로 계산한다. 본 연구에서는 표면으로의 열전달에 의한 연소율 즉 침식연소를 도입한 Lenoir & Robillard의 관계식<sup>(10)</sup>을 사용하였다.

$$r_b = aP^n + K_e h_c \exp \left[ -\frac{\beta r_b \rho_p}{\rho_g (U_g - U_p)} \right] \tag{16}$$

여기서  $K_e$ 와  $\beta$ 는 경험에 의한 값을 대입한다.

또 고체입자간의 응력  $\tau_p$ 는 Koo의 관계식<sup>(7)</sup>을 사용한다.

$$\tau_p = \begin{cases} -\frac{\rho_p C^2 \phi}{(1-\phi)\phi_c} (\phi_c - \phi) - P \frac{(1-\phi_c)}{(1-\phi)} & \text{if } \phi \leq \phi_c \\ -P & \text{if } \phi > \phi_c \end{cases} \tag{17}$$

여기서  $C$ 는 고체 추진제에서의 음속을 나타낸다.

기상과 고상간의 열전달은 전도에 의한 열전달은 작아 무시하며 대류와 복사에 의한 열전달만을 고려한다. 대류 열전달계수  $h_c$ 는 packed bed인 경우와 fluidized bed인 경우로 나누어 계산한다. 추진제가 자연스럽게 들어갔을 때의 최대값을 임계 기공률(critical porosity)  $\phi_c$ 로 정의하고, 기공률이 임계기공률보다 작고 큼에 따라 packed bed와 fluidized bed로 나눈다.

packed bed인 경우 Denton의 관계식<sup>(5)</sup>을 사용한다.

$$h_c = 0.58 \frac{k_g}{2r_p} Re_p^{0.7} Pr^{0.3}, \quad 50 < Re_p < 50,000 \tag{18}$$

fluidized bed에서는 다음의 관계식들을 사용할 수 있다. 먼저 Gelperin과 Einstein의 관계식<sup>(5)</sup>은 다음과 같다.

**Table 1** The necessary constitutive law in governing equation

Governing Equ.	variable	Constitutive laws
Continuity Equation	Gas	$\rho_g$
	Solid	$\phi$
Momentum Equation	Gas	$U_g$
	Solid	$U_p$
Energy Equation	Gas	$T$
	Solid	$T_{ps}$

$$h_c = \frac{k_g}{2r_p} [2 + 0.4 (Re_p/\phi)^{2/3} Pr^{1/3}], Re_p/\phi > 200 \quad (19)$$

또 Rowe와 Claxton의 관계식<sup>(7)</sup>은 다음과 같다.

$$h_c = \frac{k_g}{r_p} \left[ \frac{1}{1 - (1 - \phi)^{1/3}} + \frac{0.305}{\phi} Pr^{1/3} Re_p^v \right] \quad (20)$$

여기서  $v = \frac{0.6667 + 1.55 Re_p^{-0.28}}{4.65 Re_p^{0.28} + 1}$ 이다.

전체 열전달계수  $h_t$ <sup>(7)</sup>는 다음과 같이 정의한다.

$$h_t = h_c + h_r = h_c + \epsilon_p \sigma [T(t) + T_{ps}(t)] \quad (21)$$

복사 열전달도 대류 열전달에 비하여 매우 작은 값을 갖기 때문에 방사율(emissivity)  $\epsilon_p$ 를 1로 놓고 계산하였다.

전체항력(total drag force)  $D_t$ <sup>(7)</sup>는 기상과 고상 사이의 속도차이에 의해 생기는 점성항력(viscous drag force)  $D_v$ 와 기공률 구배(porosity gradient)에 의해 생기는 항력  $D_p$ 로 나누어진다.

$$D_t = D_v + D_p = D_v - (P/A_s) (\partial\phi/\partial x) \quad (22)$$

점성항력  $D_v$ 도 packed bed와 fluidized bed로 구분한다. packed bed인 경우에는 크게 Ergun의 관계식과 Kuo의 관계식을 사용한다. 먼저 Ergun의 관계식<sup>(6)</sup>은 다음과 같다.

$$D_v = \rho_g (U_g - U_p) |U_g - U_p| \{1.75 + 150(1 - \phi) / (\phi Re_p)\} / 6 \quad (23)$$

여기서 레이놀즈 수( $Re_p = 2\rho_g \phi r_p |U_g - U_p| / \mu$ )는 매우 큰 값을 갖기 때문에 식(23)을 보통 아래와 같이 수정된(corrected) Ergun의 관계식<sup>(7)</sup>을 사용하기도 한다.

$$D_v = 1.75 \rho_g (U_g - U_p) |U_g - U_p| / 6, Re_p \sim 10^5 \quad (24)$$

그리고 Kuo의 관계식은 다음과 같다.<sup>(7)</sup>

$$D_v = \frac{\mu (U_g - U_p) (1 - \phi)}{12 r_p \phi} \left[ 276.23 + 5.05 \left( \frac{Re_p}{1 - \phi} \right)^{0.87} \right] \quad (25)$$

위 식의 유효구간은  $1 < Re_p / (1 - \phi) < 24000$ 이다. 한편 fluidized bed의 경우는 Ergun의 식(23), (24)을 사용하기도 하며 Andersson의 식을 사용하기도 한다. 본 연구에서는 이들 관계식을 모두 사용하였

다. Andersson의 관계식<sup>(9)</sup>은 다음과 같다.

$$D_v = \frac{\rho_g (U_g - U_p) |U_g - U_p|}{6\phi} \left[ \frac{36 Z q^2 (1 - \phi)}{Re_p} + 6 C_i q^3 \right] \quad (26)$$

여기서 단면계수(cross section factor)  $Z$ , 관성항력계수(inertial drag coefficient)  $C_i$ , 굴절계수(tortuosity factor)  $q$ 는 아래의 식들에서 구하며  $0.45 \leq \phi \leq 1$ ,  $0.003 < Re_p < 2,000$ 에서 유효하다.

$$Z q^2 = [2(1 - \phi) / \phi^{1.59}]^{-1}$$

$$q = \begin{cases} 1.71 [(1 - \phi) / \phi]^{0.15} & 0.45 \leq \phi \leq 0.94 \\ \phi^{-2} & 0.92 < \phi < 1 \end{cases}$$

$$C_i = (C_D - 24 / Re_p) / 8, C_D = 2.33$$

추진제의 비표면적  $A_s$ , Noble-Abel 상태방정식의 구성방정식은 많은 연구자들이 앞에서 언급한 관계식을 사용하지만, 고체 추진제의 연소율  $r_b$ , 고상간의 응력  $\tau_p$ 에 관한 식은 연구자에 따라 그 사용이 다양하다. 본 연구에서 비교할 수 있는 식은 추진제의 착화에 필요한 열전달을 일으키는 대류 열전달계수  $h_c$ 와 기상과 고상간의 마찰력으로 작용하는 점성항력  $D_v$ 로 이를 중점적으로 비교, 검토하였다.

#### 2.4 계산방법

본 연구에서 유도된 1차원이고 비선형인 6개의 지배 방정식은 쌍곡선(hyperbolic)의 형태로 MacCormack방법(two-step MacCormack explicit method)을 사용하여 계산하였다. MacCormack방법은 다음의 Courant 조건을 만족하여야 하며, 여기서 알맞은  $\Delta x$ ,  $\Delta t$ 를 결정한다.

$$\beta = |U_g + a| (\Delta t / \Delta x) \leq 1 \quad (27)$$

여기서,  $U_g$ 와  $a$ 는 연소기체의 속도와 음속이다. 격자계는 일정한  $\Delta x$ 를 취했으며,  $\Delta t$ 는  $\beta \Delta x / (|u_g + a| \Delta t)$ 에서 계산한다. 특히 기공률과 고상의 속도는 입자들의 평균값으로 고체입자보다 크고 미분방정식을 만족할 정도로 작은 격자를 취해야 한다. 그래서 본 연구에서는  $\Delta x = 0.2$  cm를 취했으며,  $\Delta t$ 는  $\beta = 0.2$ 로 놓았을 때의 값을 가지고 계산을 수행하였다. 여기서,  $\beta$ 의 값이 변화하여도 결과는 큰 차이가 없었으나 그중 가장 좋은 결과를 보인 값을 채택하였다.

먼저 구성방정식, 지배방정식을 계산하고, 아래의 (28), (29)와 (30)식으로 이동체의 이동을 확인

하고, 이에 대한 격자생성을 한다. 이동체의 이동에 의해 늘어난 유동장의 길이( $S_p$ )가 늘어날 수 있는 최대길이  $P_c$ 보다 작은 경우에 계속 계산하고 클 경우에 계산을 종료한다.

$$a = (P_b A - F_r) / m \quad (28)$$

$$U_b = U_b + a \Delta t \quad (29)$$

Table 2 Computer program input data

$\phi_0 = 0.4054$ , $\phi_c = 0.4054$
$\rho_{g0} = 0.09939387 \times 10^{-2}$ (g/cm <sup>3</sup> )
$P_0 = 1013250$ (g/cm · sec <sup>2</sup> ) 즉 1 atm.
$E_0 = 2474001682.9$ (cm <sup>2</sup> /sec <sup>2</sup> )
$A = 0.4745$ (cm <sup>2</sup> )
$C_L = 15.24$ (cm), $P_C = 27.94$ (cm)
$m = 9.712$ (g)
$F_r = 1.145 \times 10^8$ (g/cm · sec <sup>2</sup> )
$a = 0.462 \times 10^8$ (cm/sec) (g/cm <sup>2</sup> ) <sup>n</sup>
$n = 0.868$
$K_e = 2.38849 \times 10^{-9}$ (cm <sup>3</sup> · K/erg)
$k_p = 22190.04$ (g · cm/sec <sup>3</sup> · K)
$\alpha_p = 0.945 \times 10^{-3}$ (cm <sup>2</sup> /sec)
$\rho_p = 1.6$ (g/cm <sup>3</sup> )
$r_{p0} = 0.041275$ (cm)
$T_{abl} = 525$ (K)
$T_{ignp} = 550$ (K)
$h_f = 4.62 \times 10^{10}$ (cm <sup>2</sup> /sec <sup>2</sup> )
$R = 3464166.67$ (cm <sup>2</sup> /K · sec <sup>2</sup> )
$P_r = 0.7$
$\beta = 105$ , $\epsilon_p = 1.0$
$\gamma_{500K} = 1.4$ $\gamma_{3000K} = 1.26$
$\mu = 0.44615 \times 10^{-3}$ (g/cm · sec)
$k = 11095.04$ (g · cm/sec <sup>3</sup> · K)
$b = 1.26$ cm <sup>3</sup> /g
$E_{igng} = 3.5 \times 10^{10}$ (cm <sup>2</sup> /sec <sup>2</sup> )
$T_{ign} = 2500$ (K)

$$S_p = S_p + U_b \Delta t + 0.5a(\Delta t)^2 \quad (30)$$

여기서,  $a$ 는 이동체의 가속도이고,  $U_b$ 는 이동체의 속도이다.

### 2.5 초기 조건과 경계조건

프로그램의 초기값과 물성치는 Table 2와 같다. 유입되는 고온기체  $m_{ign}$ 은 초기에 60.7 g/sec씩 0에서  $x_{ign}$ 까지 끌고루 퍼져 들어오고, 시간 0.04 msec까지 선형적으로 늘어 300.3 g/sec이 된 후 0.1 msec까지 계속 그 값을 유지하다가, 선형적으로 줄어 0.18 msec에 유입기체는 없어진다.

고상과 기상의 속도는  $x=0$ 에서 0이고,  $x_B$ 에서는 이동체의 속도일 것이다. 이의 변수는 계산영역의 좌우에 있는 제어체적 값을 최외곽 격자( $x_L$ ,  $x_R$ )값과 같다고 놓았다.<sup>(10)</sup> 간단히 표현하면 Neumann조건과 같다.

$$\begin{aligned} A(t, 0) &= A(t, x_L), & A(t, x_B) &= A(t, x_R) \\ B(t, 0) &= 0, & B(t, x_B) &= U_b \end{aligned} \quad (31)$$

여기서  $A$ 에 해당하는 변수는  $\phi$ ,  $\rho_g$ ,  $P$ ,  $T_{ps}$  등이고,  $B$ 는  $U_g$ ,  $U_p$  등이다.

### 3. 결과 및 고찰

먼저 대류 열전달계수의 구성방정식으로 packed bed의 경우에는 Denton의 식(18)을 fluidized bed의 경우는 Gelperin & Einstein의 식(19)을 사용하였을 때 서로 다른 점성항력의 관계식을 사용한 경우의 결과를 비교하였다.

Table 3에서 다음을 알 수 있다. 먼저 fluidized bed의 경우에 어느 관계식을 사용하든 packed bed에서 Kuo의 관계식(25)을 사용했을 경우가 Ergun의 관계식(23), (24)을 사용했을 경우에 비하여 빠른 환막 파열시간과 이동체 발사시간, 큰 이동체 발사속도, 높은 최고압과 평균압력 그리고 낮은 평균온도를 보였다. 보통 점성항력값이 작으면 온도와 압력 등의 확산이 상대적으로 쉽다. 이 사실에서 환막이 빨리 파열하는 Kuo의 관계식(25)에 의한 점성항력값이 Ergun의 관계식(26)에 의한 값보다 작은 값을 갖는다고 볼 수 있다. 또 packed bed에서 어느 관계식을 사용하든 관계없이 fluidized bed에서 Andersson의 관계식(26)을 사용했을 경우가 Ergun의 관계식(23), (24)을 사용했을 경

**Table 3** Disc fracture time, time to projectile exit, the final projectile velocity, average properties and maximum pressure at different viscous drag forces.

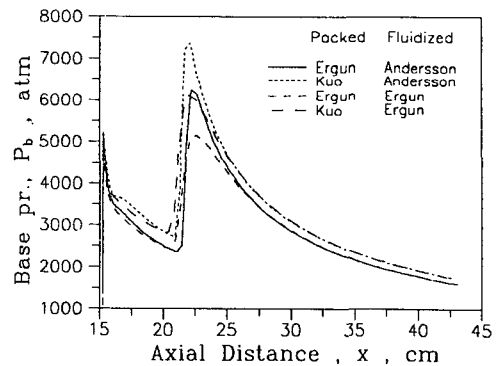
UNIT (pressure atm, vel. m/sec, temp. K)

Constitutive law		Disc fracture time(msec)	Proj. exit time(msec)	Proj. vel.	Ave. pr.	Ave. temp.	Maximum pressure
Packed	Fluidized						
Kuo	Andersson	0.5618	1.109	950	2317	2407	9495.2
Kuo	corrected Ergun	0.5463	1.101	942	2306	2408	7922.6
Kuo	Ergun	0.5468	1.102	942	2305	2408	7922.9
corrected Ergun	Andersson	0.5800	1.153	902	2119	2438	8230.4
corrected Ergun	corrected Ergun	0.5643	1.145	893	2109	2441	6867.0
Ergun	Andersson	0.5809	1.154	901	2116	2439	8214.0
Ergun	Ergun	0.5645	1.146	892	2106	2442	6851.3

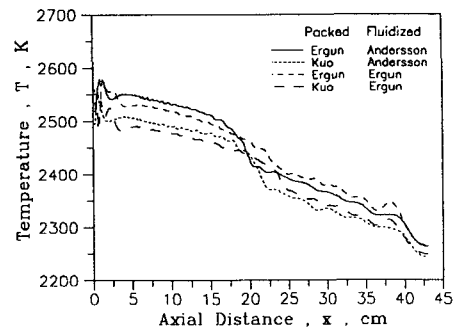
우에 비하여 늦은 판막 파열시간과 이동체 발사시간, 큰 이동체 발사속도와 높은 최고압과 평균압력, 낮은 평균온도의 특징을 보이며, 서로 큰 차이가 있었다. 여기서도 역시 판막이 빨리 파열하는 Ergun의 관계식(24)에 의한 점성항력값이 Andersson의 관계식(26)에 의한 값보다 작을 것으로 사료된다. Ergun의 관계식(23)과 수정된 Ergun의 관계식(24)를 사용했을 때의 결과를 보면, 수정된 Ergun의 관계식이 빠른 판막 파열시간과 이동체 발사시간, 큰 이동체 발사속도, 높은 최고압과 평균 압력, 그리고 낮은 평균온도를 보였다. 그러나 이들의 결과 차이는 미세하여 어느 식을 사용하더라도 무방하리라 보여진다.

Fig. 3은 시간에 따른 이동경계면의 압력 크기로 packed bed에서는 Kuo의 관계식(25)을 fluidized bed에서는 Andersson의 관계식(26)을 사용한 것이 이동경계면에서 전체적으로 높은 압력을 보였다. Table 3에서 보면 이 경우가 큰 이동체 발사속도를 갖는다. 이는 짧은 시간에 높은 압력을 받든가 아니면 긴 시간에 압력을 받는 방법뿐으로, 이동경계면의 압력이 높은 경우가 전유동장에 높은 압력장이 형성된 것으로 사료된다.

Fig. 4~6은 서로 다른 점성항력 관계식을 사용했을 경우에 이동체가 포구를 떠나는 이동체 발사 시간에 온도, 압력과 기체속도를 비교한 것이다. packed bed에서 Kuo의 관계식(25)을 사용했을 경우가 온도는 전체적으로 낮고, 압력과 속도 등은 높았다. packed bed에서의 관계식에 따라 물성치



**Fig. 3** Comparison of loci of projectile base pressure using different viscous drag forces  $D_v$



**Fig. 4** Theoretically predicted final temperature distributions at different viscous drag forces  $D_v$

는 크게 변화하였으나, fluidized bed에서 사용된 식에 관계없이 큰 차이는 없었다. 최고압의 크기를 보면, Kuo(25)와 Andersson(26)의 관계식을 사용

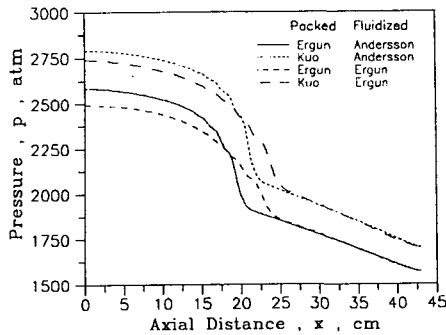


Fig. 5 Theoretically predicted final pressure distributions at different viscous drag forces  $D_v$

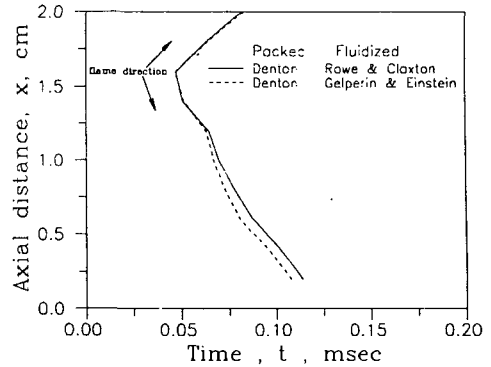


Fig. 7 The locations of flame front at various times using different convective heat transfer coefficient laws in fluidized bed

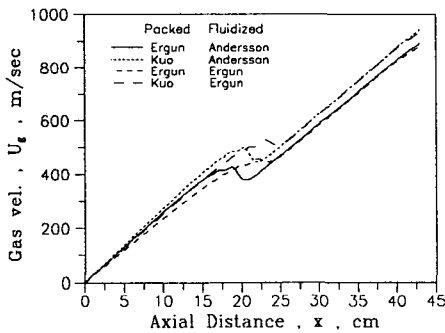


Fig. 6 Theoretically predicted final gas velocity distributions at different viscous drag forces  $D_v$

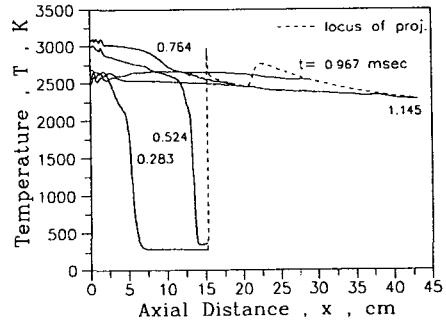


Fig. 8 Temperature profiles at various times

한 경우가 Ergun의 관계식(23), (24)을 사용했을 때에 비하여 큰 차이가 있어 이에 대한 연구가 선행되어야 할 것으로 보인다.

점성항력의 관계식으로 Ergun의 관계식(23)을 사용하였을 때, 대류 열전달계수의 관계식에 대한 비교로 packed bed에서는 같은 Denton의 관계식(18)을 사용하고, fluidized bed에서는 Rowe & Claxton(20) 그리고 Gelperin & Einstein(19)의 관계식을 사용한 경우의 화염선단 위치를 Fig. 7에 나타내었다. 유입되는 고온기체를 주입한 끝지점 ( $x_{ign}=1.6$  cm)에서 모두 첫 점화가 있었다. 이는 큰 에너지와 압력의 차이에 의한 열전달의 증가때문으로 보여진다. 그 화염선단은 앞뒤로 전파되는데, 이동체 ( $x=x_b$ 방향)로의 전파는 packed bed 상태에서의 화염선단이고, 포미 ( $x=0$ 방향)로의 전파는 fluidized bed 상태에서의 화염선단의 큰 차이가 없었다. Rowe & Claxton의 관계식(20)을 사용한 경우가 Gelperin & Einstein의 관계식(19)을 사용한 경우보다 늦게 점화되었으나, 전체적으로 차이

가 거의 없었다.

점성항력의 구상방정식으로 수정된 Ergun의 관계식(24)를 대류 열전달계수 계산은 Denton식(18)과 Gelperin & Einstein의 식(19)를 사용하였을 경우 여러 시간에 축방향에 분포하고 있는 온도, 압력, 기체속도, 고체속도 그리고 기공률의 분포를 Fig. 8~12에 나타내었다. 그림에 있는 점선은 이동경계면에서의 물성치 제적이다. Fig. 8은 기체의 온도분포이다. 시간 0.283 msec와 0.524 msec에서는 고온기체의 유입부인 포미부분( $x=0$ 지점)의 온도가 고온이다. 고온 부분의 위치는 점화선단과 같이 점점 오른쪽으로 확산된다. 화염선단이 이동경계면의 위치에 존재하는 0.764 msec 이후 유동장 전체에서 거의 일정한 온도장이 형성된다. Fig. 9는 압력분포를 나타낸 것으로, 초기의 포미부분 압력구배는 화염선단의 가속으로 오른쪽으로 움직이다가 이동경계면에 이르면 반사되어 0.967 msec에서와 같은 역압력구배(adverse pressure gradient)도 형성된다. 이 큰 압력구배는 계산에서 2번 오고



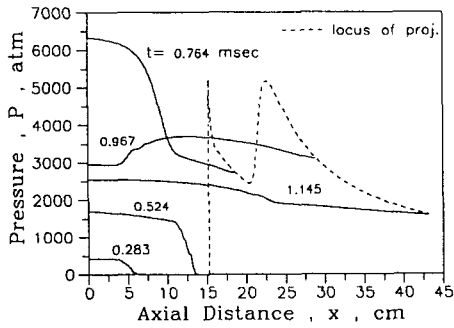


Fig. 9 Pressure profiles at various times

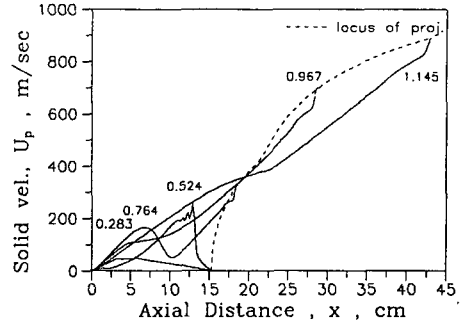


Fig. 11 Particle velocity profiles at various times

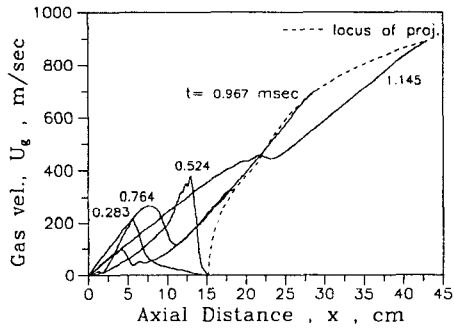


Fig. 10 Gas velocity profiles at various times

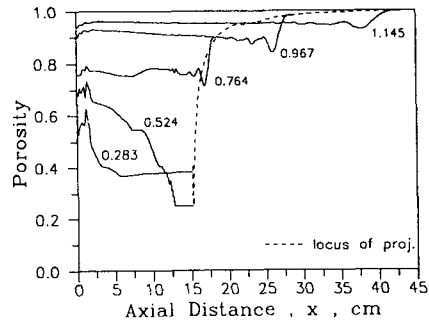


Fig. 12 Porosity profiles at various times

간다. 그러나 일단 이동체가 움직이면 압력구배의 크기는 현저히 줄어들는다. Fig. 10은 기체의 속도분포이다. 초기 압력구배로 기체는 약 200 m/sec 정도의 빠른 속도로 이동체방향으로 이동하며, 높은 압력구배로 점점 더 큰 속도를 갖는다. Fig. 11은 고체의 속도분포로 초기에는 고체의 입자크기에 따른 관성과 packed bed상태이므로 기체속도보다는 작은 값을 갖지만 유동장이 fluidized bed상태가 되면 큰 차이가 없다. Fig. 12는 기공률의 분포로, 0.524 msec에 이동경계면의 부근의 기공률이 임계 기공률  $\phi_0$ 보다 작은 값에서 추진체가 압축된 상태로 유지됨을 알 수 있다. 0.967 msec에 이동경계면의 기공률의 임계값인 1에 가까우나, 이동경계면의 왼쪽 기공률이 이보다 작은 값을 보이는 것은 이동체속도  $U_b$ 가 추진체 속도  $U_p$ 보다 커 추진체가 이동체를 따르지 못하기 때문으로 보인다. 양쪽 경계부근의 기공률 변동이 크게 나타나는 것은 그 부근에서 상당히 큰 기공률의 차이로 계산이 이를 완전히 해석하지 못하는 것으로 사료된다.

#### 4. 결 론

여러가지 내탄도 해석방법 중에 1차원, 2상 모델에서 많이 사용되는 2개의 구성방정식 비교에서 다음 결론을 얻었다.

(1) 점성항력  $D_0$ 의 Ergun 관계식(23)과 수정된 Ergun 관계식(24)의 차이는 거의 없었으며, Kuo(25)와 Ergun의 관계식이 Ergun과 Andersson(26)의 관계식보다 적은 점성항력값을 갖는다.

(2) 점성항력  $D_0$ 의 구성방정식 비교에서 이동체 발사시간의 차이는 크지 않았으나, 이동체발사속도는 큰 차이를 보였다. 또 최고압의 크기도 매우 큰 차이를 보였다. 사용된 관계식은 이전에 많이 이용하던 것으로 좀 더 정확한 결과를 얻기 위한 연구가 선행되어야 한다고 사료된다.

(3) 다른 대류 열전달계수의 관계식을 사용했을 경우의 비교에서는 화염전단의 위치에서 약간의 차이는 있었으나, 최종 물성치의 차이는 없었다.

위의 1차원 2상 모델이 구성방정식의 과다로 전체적인 해의 결과가 변형될 우려가 있으며, 이를 해소하기 위한 실험이 모델 검증에 필요할 것이다. 특히 구성방정식중 점성항력의 검증은 필수적으로 보인다.

### 참고문헌

- (1) Martin Summerfield, 1979, Interior Ballistics of Guns, AIAA.
- (2) Soper, W.C. 1973, "Ignition Waves in Gun Chambers," Combustion and Flame, Vol. 20, pp. 157~162.
- (3) Kuo, K.K. Vichnevetsky R. and Summerfield, M. 1973, "Theory of Flame Front Propagation in Porous Propellant Charges Under Confinement," AIAA, Vol. 11, pp. 444~451.
- (4) A.Buyevich, Yu. 1971, "Statistical Hydromechanics of Disperse Systems-3. Pseudo-turbulent structure of Homogeneous Suspensions," J.F.M, Vol. 49, pp. 489~507.
- (5) Herman Krier, S.Rajan and Van Tassell, W.F. 1976, "Flame Spreading and Combustion in Packed Bed of Propellant Grains," AIAA, Vol. 14, pp. 301~309.
- (6) Gough P.S. and Zwarts, F.J. 1979, "Modeling Heterogeneous Two-Phase Reacting Flow," AIAA, Vol. 17, pp. 17~25.
- (7) Kuo, K.K. Koo, J.H. Davis T.R. and Coates, G. R. 1976, "Transient Combustion in Mobile Gas-permeable propellants," Acts Astronautica, Vol. 3, pp. 573~591.
- (8) Kuo K.K. and Summerfield, M. 1974, "High Speed Combustion of Mobile Granular Solid Propellants: Wave Structure and the Equivalent Rankine-Hugoniot Relation," In Fifteen (International) Symposium on Combustion, pp. 515~527.
- (9) Chen, Y. Yang V. and Kuo, K.K. 1981, "Boundary Condition Specification for Mobile Granular Propellant Bed Combustion Processes," AIAA, Vol. 19, pp. 1429~1437.
- (10) Lenoir J.M. and Robillard, G. 1957, "A Mathematical to Predict the Effects of Erosive Burning in Solid-Propellant Rockets," In Sixty Symposium (International) on Combustion, pp. 663~667.