

〈論 文〉

유한요소법을 이용한 정상상태의 소성가공 공정의 최적설계-Ⅱ 압출 금형 형상최적설계

전만수* · 황상무**

(1991년 6월 24일 접수)

Process Optimal Design in Steady-State Metal Forming by Finite Element Method-Ⅱ Application to Die Profile Design in Extrusion

M. S. Joun and S. M. Hwang

Key Words : Extrusion(압출), Drawing(인발), Die Profile(금형형상), Optimal Design(최적설계), Penalty Rigid-Viscoplastic Finite Element Method(벌칙 강소성유한요소법), Forming Load(성형하중), Minimum Energy Criterion(최소에너지이론)

Abstract

A new approach to process optimal design in steady-state metal forming is applied to the problem of die profile design in extrusion. The die profiles for minimizing the forming energy are predicted for various process conditions and materials. The results are compared to theoretical solutions found in the literature. It is demonstrated that the die profiles thus obtained are also effective in controlling the formation of defects and the die wear.

기 호 설 명

- d : 설계변수벡터
- N_{il} : 보간함수 (interpolation function)
- n_i : 공작물과 금형의 접촉면에서의 공작물의 단위 법선벡터
- R_A : 압면율 (reduction of area)
- s : 상태변수벡터
- u_i : 속도벡터
- V_i : 절점속도
- β : 구속조건의 수
- ε : 유효변형률 속도
- $\Gamma_{c,}$: 펀치-공작물의 접촉면
- Γ_{tr} : i 방향에 대하여 표면응력 (traction) 이

주어진 경계

- Γ_{u_i} : i 방향으로의 속도가 주어진 경계
- ψ_0 : 목적함수
- $\psi_{i, i>0}$: 구속조건함수
- ζ : 벌칙상수
- $\bar{\sigma}$: 유동응력

1. 서 론

압출공정은 공작물에 힘을 가하여 원하는 제품의 형상을 가진 금형을 통과시켜서 제품을 생산하는 공정이다. 압출공정의 기본적인 요구사항은 원하는 형상을 정확하게 성형하는 것과 성형된 제품에 결함이 없어야 한다는 점이다. 이러한 요구사항을 충족시키기 위하여 가공공정의 설계시에 고려해야 할

*정회원, 포항공대 기계공학과 대학원생

**정회원, 포항공대 기계공학과

사항으로, 변형의 균일성, 성형하중 및 소요에너지의 최소화, 금형 마모의 최소화, 제품의 기계적 및 금속학적 성질의 미시적 제어 등이 있다. 금형의 형상은 성형하중뿐만 아니라 재료의 유동특성, 금형의 응력분포, 정수압의 분포 등에 큰 영향을 미치므로, 금형의 형상설계는 공정설계에 있어서 중요한 위치를 차지하고 있다.

금형 형상의 최적설계는 Richmond와 Devenpeck⁽²⁾에 의하여 최초로 행하여졌다. 그들은 마찰이 없는 평면변형을 받고 있는 완전 소성재료의 인발 또는 압출을 위한 이상금형(ideal die)을 슬립라인법을 이용하여 설계하였다. 슬립라인법은 축대칭 금형의 설계에도 이용되었다⁽³⁾. 한편, Hill⁽⁴⁾, Sortais와 Kobayashi⁽⁵⁾ 등은 금형의 최적형상은 유선(streamline)과 동일하다고 하였다. Altan, Gunasekera 등^(6~7)은 CAD/CAM 기술을 이용하여 최소에너지이론(minimum energy criterion)에 의거한 유선형 금형을 설계하였다. 그들은 하중의 예측을 위하여 종래의 해석적 방법들을 사용하였다. Malas 등⁽⁸⁾은 범용 유한요소 코드인 ALPID⁽⁹⁾를 이용하여 일련의 공정에 대한 해석을 실시함으로써 금형의 형상이 재료의 유동에 미치는 영향을 조사하였다. 조남선과 양동열⁽¹⁰⁾은 상계해법과 윤편이론을 이용하여 박막식 정수압 압출(hydrofilm extrusion)을 위한 금형형상을 다항식으로 표현하여 공작물의 변형에너지와 유체의 전단에너지로 구성된 전체에너지를 최소화함으로써 최적금형의 형상과 유막의 두께를 결정하였다.

본 논문에서는 유한요소법에 바탕을 둔 최적공정설계법⁽¹⁾을 이용하여 압출 금형 형상의 최적설계를 실시하였다. 설계의 결과를 참고문헌에서 발췌한 이론해와 비교하였으며, 축대칭 압출공정에서 압출, 마찰, 재료특성 등이 금형의 최적형상에 미치는 영향에 대하여 조사하였다.

2. 문제의 정의 및 설계모델

단위 부피의 압출 제품을 생산하는데 소요되는 전체 에너지는 균일변형(homogeneous deformation)에너지, 마찰 에너지, 전단변형(불필요 변형)에너지 등으로 구성되어 있다. 압출 제품의 단면과 공작물의 입축단면 하에서 입축단면이 고정된 상태에서 에너지를 최소화시키는 것은 균일변형 에너지는 거의 변화하지 않기 때문에 마찰과 전단변형

에 소요되는 에너지를 최소화하는 것과 거의 동일하다.

열간압출에 있어서, 큰 면적 압하율과 고속의 압출속도로 압출재료의 온도 상승은, 특히 표면 부근에서, 상당하다. 대부분의 소성변형과 마찰에 의한 에너지가 열로 변환되기 때문이다. 이러한 온도 상승은 표면결합과 고온취성(hot shortness)를 야기한다. 특히, 항공산업에 응용되고 있는 특수 알루미늄이나 티타늄 합금과 같은 압축성이 불량한 재료에서 더욱 심각하게 나타난다. 따라서 주어진 압출공정에 대한 소요 에너지의 최소화는 균일하게 변형된 제품을 남게 할 뿐만 아니라 결합의 형성을 억제할 수 있게 한다.

압출공정중에서 재료의 유동을 제어하는 것은 중요하다. 특히 복합재료를 압출할 경우, 잘못된 금형형상의 설계는 과도한 내부 전단변형을 유발하거나 금형의 출구 부근에서 재료유동의 급격한 변화를 초래하여 섬유(fiber)의 파괴 또는 기지재료(matrix material)로부터 제2상(second-phase) 입자들의 박리로 연결되어진다. 균일한 변형을 거친 부품을 만들기 위해서는 재료의 유동은 당연히 보다 균일해야 하므로, 소요 에너지의 최소화 조건에 바탕을 둔 금형의 형상설계는 재료의 유동 제어에 적용될 수 있다.

주어진 펀치의 속도하에서 압출에 소요되는 에너지를 최소화하는 것은 성형 하중을 최소화하는 것과 동일하다. 따라서 본 연구에서는 성형하중을 최적화 문제의 목적함수로 선정하였다. 참고문헌⁽¹⁾에 제시되어 있는 바와 같이 벌칙 강소성유한요소법에서는 성형하중이 펀치에 접하는 공작물의 법선 속도분포로 표현이 된다. 즉, 성형하중 P 는

$$P = \int_{r_c} \xi(u_n - \bar{u}_n) d\Gamma \quad (1)$$

이다. 여기서 u_n 은 재료의 법선속도 성분이고, \bar{u}_n 은 펀치의 속도이며 ξ 는 벌칙 상수이다.

두 가지의 설계모델이 금형의 형상을 표현하기 위하여 고려되었다. 첫번째 모델에서의 금형형상은 선분의 연결에 의하여 표현된다. 이 형상은 축대칭 압출 공정에서 다단압출(multi-stepped extrusion) 금형으로 간주될 수 있다. n 개의 선분으로 구성된 첫번째 설계모델에서의 설계변수는 Fig. 1에서 보는 바와 같이 총 $2n+1$ 개이다. 두번째의 모델은 Fig. 2에서 보는 바와 같이 3차 스플라인(cubic spline)을 사용하고 있다. 설계변수로 각 구간(seg-

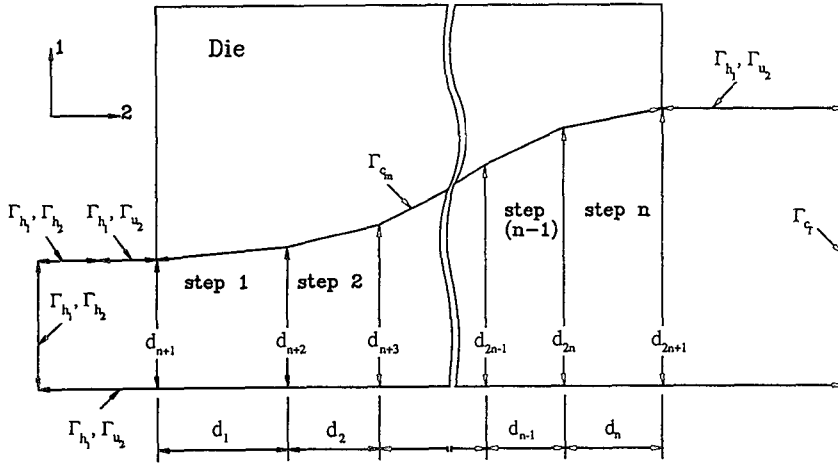


Fig. 1 Line segment design model for die profile design

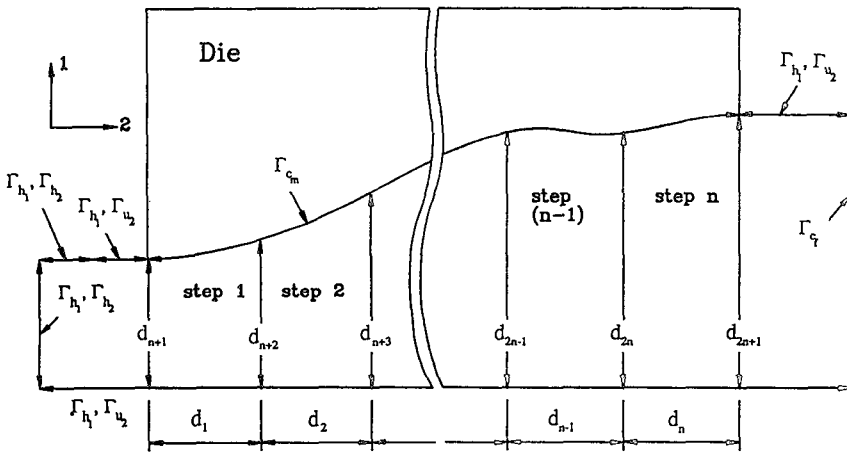


Fig. 2 Cubic spline design model for die profile design

ment, interval)의 폭과 각 분점(data point)의 높이 등을 선정하였다.

금형 형상의 최적설계를 위한 문제를 수식화하면, 다음과 같다.

$$\text{Minimize } \Psi_0 = P \quad (2)$$

$$\text{subject to } \Psi_1 = d_{2n-2i} - r_i = 0 \quad (3)$$

$$\Psi_2 = d_{n-1} - r_o = 0 \quad (4)$$

$$\Psi_i = \Psi_i(d, s) \leq 0, \quad i=3, \dots, \beta \quad (5)$$

and the finite element equations

$$h(s, d) = 0 \quad (6)$$

여기서 r_i 와 r_o 는 각각 축대칭 압출 제품의 입력 및 출력 반경이다. 구속조건 (3)과 (4)는 주어진 공작물 및 제품의 입출력 반경에 관한 구속조건이

다. 식 (5)에 속하는 구속조건으로 가공기계의 용량 한계, 변형의 허용한계, 정수압 분포의 비음수성(non-negativeness) 등을 들 수 있다. 본 연구에서는 부등식구속조건은 고려되지 않았다. 왜냐하면, 앞에서 열거한 조건들이 최적금형에 접근하면서 모두 개선되었기 때문이다. 그러나 압하계획 최적설계 등의 문제에서는 필수적으로 고려해야 한다.

참고문헌⁽¹⁾에서 하중함수, 즉 목적함수에 관한 설계민감도의 정확도가 검토되었다. 이를 바탕으로 본 논문에서는 참고문헌⁽¹⁾에서 제시한 최적화 기법을 이용하여 다양한 공정조건에 대한 최적 금형형을 설계하였다.

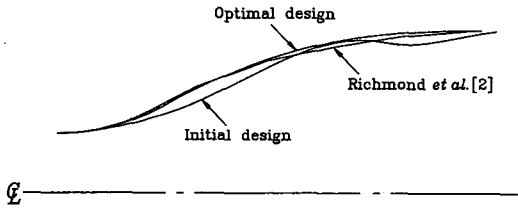


Fig. 3 Comparison of the predicted die profile with the perfect die

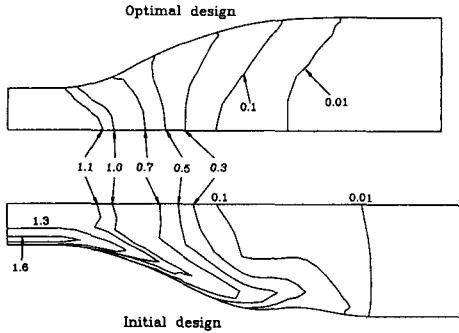


Fig. 4 Effective strain distributions in the initially designed die and in the optimal die

3. 예측된 금형과 이론해의 비교

참고문헌⁽¹⁾과 본 논문에서 제시한 금형형상 최적 설계 방법을 평가하기 위하여 이 방법이 예측한 최적형상과 Richmond와 Devenpeck⁽²⁾에 의하여 계산된 이론해를 비교하였다. 설계의 대상은, 마찰이 없고 평면변형을 받고 있는 완전소성 재료의, 압출 또는 인발 공정의 금형형상이다. 이 공정의 설계를 위하여 다섯 구간을 가진 3차 스플라인을 설계모델로 사용하였으며, 압하율은 $R_A = (e-1)/e$ 로 선정하였다. 예측한 금형의 형상은 Fig. 3에서 이론해와 비교되었다. 그림에서 보는 바와 같이 예측된 결과는 이론해와 매우 잘 일치함을 알 수 있다. Fig. 4의 유효변형율의 분포에서도 마찬가지다. 최적금형이 사용된 경우, 출구에서 변형도의 분포는 매우 균일하고, 그 값은 1.150과 1.159 사이에 존재한다. 이론적인 변형도의 값은 약 1.1547이다.

4. 압출금형의 최적형상

공정조건 및 재료상수가 최적금형의 형상에 미치는 영향에 대하여 조사하였다. 다양한 공정조건과

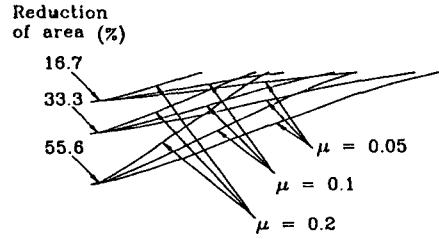


Fig. 5 Variation of optimal die profiles with reduction and friction (rigid-perfectly-plastic material)

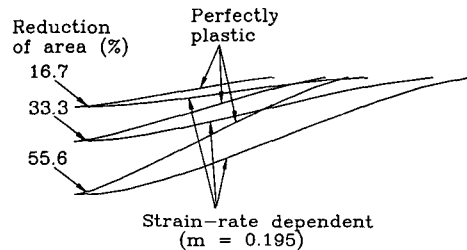


Fig. 6 Optimal die profiles for perfectly-plastic and rate-dependent materials ($\mu=0.1$)

재료상수들이 조사되었으며, 사용된 주요 데이터는 다음과 같다.

- 공정 : 축대칭 압출공정
- 재료 : 완전소성재료, $\bar{\sigma} = 10 \text{ kg/mm}^2$
 변형률속도의존재료, $\bar{\sigma} = c\dot{\epsilon}^m$, $m = 0.08, 0.15, 0.195$
- 입력반경 : $r_i = 30 \text{ mm}$
- 압면율 (%) : $R_A = 55.6, 33.3, 16.7$
- 마찰계수 : $\mu = 0.05, 0.1, 0.2$ (금형-공작물),
 $\mu = 0.0$ (편치-공작물, 콘테이너-공작물)
- 편치속도 : $\bar{u}_n = -100 \text{ mm/sec}$.

완전소성재료에 대한 최적 금형의 형상을 8개의

선분을 가진 선분설계모델을 사용하여 설계하였다. Fig. 5의 설계결과에서 보는 바와 같이 금형의 길이는 Coulomb 마찰계수에 따라 매우 민감하게 변함을 알 수 있다. 이것은 마찰이 최적 금형의 형상에 영향을 미치는 중요한 인자임을 이야기해 주고 있다. 또한, 마찰 조건이 동일할 때, 압하율이 증가하면 Fig. 6과 Fig. 7에서 보는 바와 같이 변형률 속도의존재료 ($m=0.195$) (rate-dependent material)에 대하여 얻어진 최적금형의 형상은 완전소성재료에 대한 최적금형의 형상과 상당한 차이를 나타내고 있다. Fig. 7에서 재료상수 m 값의 증가에 따라 금형의 길이가 증가하는 것으로부터 재료의 속도 의존성이 커지면 전단변형에 소비된 에너지가 상대적으로 커짐을 알 수 있다.

5개의 구간을 가진 3차 스플라인 설계모델을 이용하여, 두 가지 마찰조건에 대한 최적금형형상을 설계하여 기계적 특성을 파악하였다. 변형률의 균

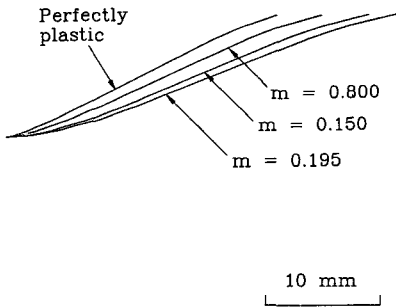


Fig. 7 Variation of optimal die profiles with degree of rate-dependency ($R_A=55.6\%$)

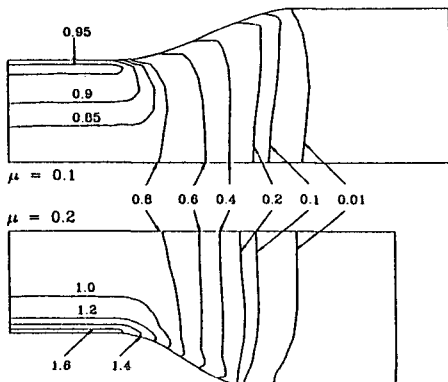


Fig. 8 Effective strain distributions in the optimal dies ($m=0.195$, $R_A=55.6\%$)

일성은 Fig. 8의 유효변형률의 분포에서 보는 바와 같이 마찰에 의하여 큰 영향을 받는다. 제품의 유효변형률의 분포는 표면 부근에서 최대이고 대칭축 부근에서 최소인 분포를 보이고 있다. 특이한 것은, 마찰계수가 0.1일 경우 유효변형률의 최대 값이 재료표면에 존재하는 것이 아니고, 내부에 존재하는 점이다. 유동특성의 보다 상세한 현상은 Fig. 9의 유효변형률속도의 분포로부터 알 수 있다. 최적금형의 길이와 동일한 길이를 갖는 원추형 금형 (conical die)을 사용할 경우 최대의 변형률속도는 금형의 표면에서 나타나는 반면, 최적금형을 사용할 경우 최대 유효변형률속도는 내부에 존재함을 알 수 있다. 최적금형에서의 이러한 분포는 제품의

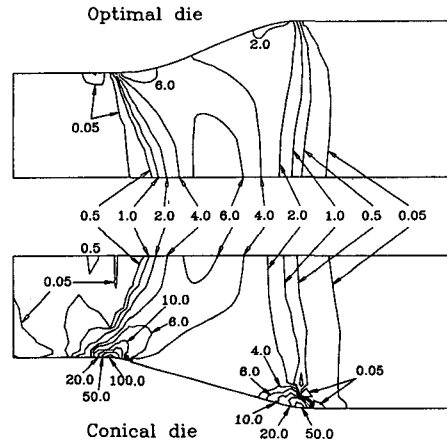


Fig. 9 Effective strain-rate distributions in the conical die and in the optimal die ($\mu=0.1$, $m=0.195$, $R_A=55.6\%$)

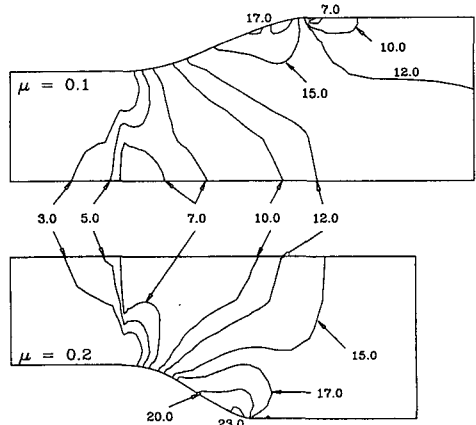


Fig. 10 Hydrostatic pressure distributions in the optimal dies ($m=0.195$, $R_A=55.6\%$)

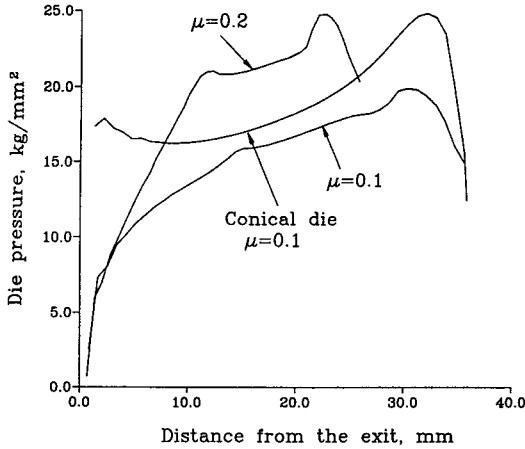


Fig. 11 Die pressure distributions for the optimal dies and the conical die ($m=0.195$, $R_A=55.6\%$)

최종 유효변형률의 분포를 보다 균일하게 해 주게 된다. Fig. 10은 정수압 분포를 보여 주고 있다. 정수압의 최대치는 금형입구 주위에서 발생하고 중심축 부근에서 음의 정수압 분포는 나타나지 않았다. 금형에 작용하는 압력의 분포는 Fig. 11에 두 가지의 마찰조건에 대하여 나타내었다. 최적금형의 경우가 낮은 압력 분포를 나타내고 있으므로 본 연구에서 사용한 최소에너지이론은 금형의 마멸의 억제에도 효과적으로 사용될 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는, 유한요소법에 바탕을 둔 소성가공 공정의 최적설계 기술을 이용하여, 다양한 공정 조건에 대한 압출공정의 최적금형형상을 설계하였다. 예측된 결과는 참고문헌에서 발췌된 이론해와 매우 잘 일치하였다.

압출공정에서 재료의 유동해석을 위한 유한요소 해석 기술의 중요한 응용은 결함의 발생을 방지하는 금형의 형상을 예측하는 것이다. 본 연구를 통하여 최소에너지이론에 의한 금형의 형상최적설계는 결함을 억제하기 위한 금형의 형상설계에 매우 유용한 방법임이 입증되었다.

본 논문에서 사용한 최적설계 기술은 다양한 분야의 제조공정의 최적설계에 활용될 것으로 기대된다. 그 하나의 예로써, 압출, 인발, 선재인발, 압연 공정의 압하계획 설계 문제도 같은 방법으로 해결할 수 있을 것이다.

후 기

본 연구는 포항종합제철(주)(계약과제 1131A)의 지원으로 수행되었습니다. 포항제철에 감사를 드리면서 무궁한 발전을 기원합니다.

참고문헌

- (1) 전만수, 황상무, 1992, "유한요소법을 이용한 정상상태의 소성가공 공정의 최적설계-I. 이론적 고찰", 대한기계학회 논문집, 제16권 제3호 pp. 348~355.
- (2) Richmond, O. and Devenpeck, M. L., 1962, "A Die Profile for Maximum Efficiency in Strip Drawing," 4th U.S. Cong. Appl. Mech., ASME, p. 1053.
- (3) Richmond, O. and Morrison, H. L., 1967, "Streamlined Wire Drawing Dies of Minimum Length," J. Mech. Phys. Solids, Vol. 15, p. 195.
- (4) Hill, R., 1967, "Ideal Forming for Perfectly Plastic Solids", J. Mech. Phys. Solids, Vol. 15, p. 223.
- (5) Sortais, H. C. and Kobayashi, S., 1967, "An Optimum Die Profile for Axisymmetric Extrusion," Int. J. Mach. Tool Des. Res., Vol. 8, p. 61.
- (6) Nagpal, V., Bilhardt, C.F., and Altan, T., 1979, "Lubricated Extrusion of "T" Sections from Aluminium, Titanium and Steel Using Computer-Aided Techniques," J. Eng. for Ind., Vol. 101, pp. 319-325.
- (7) Gunasekera, J. S. and Hoshino, S., 1980, "Extrusion of Noncircular Sections through Shaped Dies," Annals of the CIRP, Vol. 29, p. 141.
- (8) Malas, J.C., Gegel, H. L., Gunasekera, J. S., and Morgan, J. T., 1983, "Computer-Aided Design of Extrusion Dies by Metal-Flow Simulations," Comput. Eng., Vol. 1, p. 137.
- (9) Oh, S. I., 1982, "Finite Element Analysis of Metal Forming Processes with Arbitrarily Shaped Dies," Int. J. Mech. Sci., Vol. 24, p. 479.
- (10) Cho, N. S. and Yang, D. Y., 1982, "Analysis of Hydrofilm Extrusion through Optimized Curved Dies," Int. J. Mech. Sci., Vol. 24., p. 589.