

〈論 文〉

# 레이저 홀로그래피법에 의한龜裂薄版의 座屈 및 振動特性에 關한 研究

김택현\* · 양인영\* · 김경석\* · 김인권\*\* · 藤本 孝\*\*\*

(1991년 4월 6일 접수)

## A Study on Vibration Characteristics and Buckling of a Cracked Plate by Laser Holography Method

T.H.Kim, I.Y.Yang, K.S.Kim, I.K.Kim and T.Fujimoto

**Key Words :** Cracked Thin Plate(균열박판), Eigen-Frequency(고유진동수), Eigen-Mode(고유 모드), Uniaxial Tension(단축인장), Time-Average Method(시간평균법)

### Abstract

This paper deals with the vibration characteristics of a rectangular plate with 45° oblique crack and a smooth plate subjected to a uniaxial tension. The experiment is adopted by using the time-average method of laser holography interference. The eigen-frequencies and eigen-modes are considered accurate according to the increasing of tensile load in this study. When tensile load is zero, the vibration modes are almost agreed with the smooth and the 45° obliquely cracked thin plate. But since then, according to the increasing of tensile load, it is shown that vibration modes are extremely varied. The effects of the crack length on the vibration characteristics are discussed in detail. It is indicated that the increase of the crack length makes the variation of the frequencies and modes complicate in the range of even a small load.

### 1. 序 論

최근 각종 구조물에 사용되는 板材는 구조물의 경량화가 요구됨에 따라 薄板의 사용범위가 넓어지고 있다.

특히, 대형화와 함께 경량화가 요구되는 수송기와 여객기등에 많이 사용되는 판재는 가혹한 하중 조건하에 처해 있다고 말할 수 있다. 이와 같은 판재에 균열이 처음부터 존재하든지, 아니면 운행중에 어떠한 이유로 균열이 발생하는 경우, 응력분포

는 매우 복잡하게 된다. 인장하중을 받는 판에서 균열이 존재하는 경우, 균열 선단부근에서는 압축 응력장이 생겨 그 결과로써 인장하중이 증가하면 균열근방에 국부적으로 좌굴이 발생하게 된다.

이 균열 좌굴현상은 판의 정적강도와 피로파괴에 대한 내구한도의 저하, 균열 성장속도의 증가와 같은 좋지 않은 영향을 미치기 때문에 항공기 구조설계에 균열에 의해 생기는 영향을 사전에 고려하기 위하여 균열발생부와 진전방향 등에 대하여 이론과 실제의 양면에서 상세한 검토를 필요로 한다. 이제까지 균열이 없는 박판의 좌굴과 진동에 관한 이론적 연구로서는 Cherepanov가 균열좌굴의 정성적인 성질을 밝힌것이 최초이다<sup>(1)</sup>.

그 이후, Litvinenkova가 무한 평판에 균열이

\*정회원, 조선대학교 기계설계공학과

\*\*조선대학교 대학원

\*\*\*일본 구주산업대학 기계공학과

있는 경우를 연구하였다<sup>(2)</sup>. 최근에는 Markström이 균열위치와 하중조건을 변수로 한 균열판의 국부좌굴을 유한요소법을 이용하여 수치해석 하였다<sup>(3)</sup>.

균열판의 진동에 관한 이론적 연구로서는 먼내력이 작용하는 경우에 있어서 Pety가 중앙부의 균열과 직교한 방향에 인장하중이 작용한 판의 고유진동수를 유한요소법을 이용하여 수치해석 하였으며<sup>(4)</sup>, 또 가장 최근의 연구로는 일본의 藤本, 角 등이 인장을 받는 중앙균열판의 좌굴과 진동에 관하여 연구 하였다<sup>(3-9)</sup>.

그러나 인장하중을 받는 균열박판의 진동 및 좌굴특성에 대한 연구는 거의 미비한 상태이므로 본 연구에서는 인장하중을 받는 경사 균열박판에 있어서 국부좌굴에 의한 진동특성에 관하여 연구하여 결함의 존재에 따라 발생하는 강도저하를 예측하고 薄板의 구조 설계에 있어서 안전성 확보에 도움이 되는 자료를 얻고자 하였다.

연구방법으로는 인장하중을 받는 균열이 없는 薄板 시험편과 45° 경사균열시험편의 고유진동수 측정을 위하여 레이저 홀로그래피법을 이용하여 진동모드 측정을 하여 그 결과를 비교분석하는 실험방법을 택하였으며, 균열이 없는 박판에 대해서만 무차원하중의 증가에 따른 고유 진동수의 변화관계를 실험치와 Ritz Method에 의한 유한요소 해석치와 비교하였다.

## 2. 홀로그래피 응용 측정법

### 2.1 홀로그래피(holography) 干涉法의 原理

Fig. 1은 홀로그래피의 원리를 나타낸 것으로써, 먼저 레이저 광원에서 나온 간섭성 빛을 빔 스플리터 (beam splitter)에서 둘로 나누어서 하나는 시험편 (test plate)에 난반사 시켜서 홀로그래피 감광재에 비추이는데 이 빛을 물체광 (object beam)이라 한다. 다른 하나는 핀홀 (pin-hole)이 부착된 렌즈를 통하여 직접 감광재에 비추어 지는데 이 빛을 참조광 (reference beam)이라고 한다. 이 두 광선이 간섭을 일으켜 간섭줄무늬를 만들고 이를 기록한 사진을 홀로그램 (hologram)이라고 한다. 일반적인 사진에서는 광의 진폭만이 기록되지만 홀로그램에는 광의 진폭과 위상을 동시에 축적하고 있다.

이 홀로그램을 원래의 위치에 두고 참조광만을 조사하면 간섭무늬가 회절격자의 역할을 해서 원

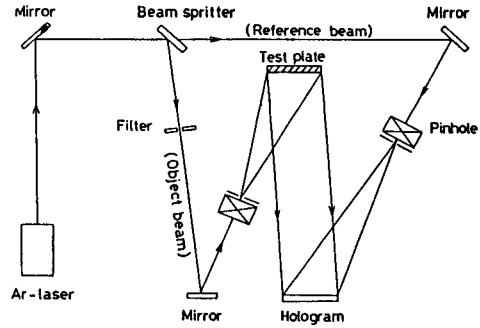


Fig. 1 Schematic diagram of holography

시험편의 파면이 재생되어 그 자리에 3차원의 허상이 얻어지는데 이때 카메라의 초점을 맞추어서 像을 촬영할 수 있다. 이와 같은 원리를 홀로그래피의 원리라고 한다. 또한 축적된 홀로그램상에 위상관계가 완전히 다른 별도의 화상정보를 다중기록하여 일시에 재생할 수 있어서 이를 이용해서 여러가지 간섭측정을 행할 수 있다. 이와 같은 방법을 홀로그래피 간섭법이라고 한다.

따라서 이 원리를 다음식으로 표현할 수 있다. 빔 스플리터에서 나누어진 물체광  $U_o = A_o e^{i\phi_o}$  이고, 참조광  $U_R = A_R e^{i\phi_R}$ 이므로 합성광의 강도는

$$I = (U_o + U_R)(U_o^* + U_R^*) \\ = |U_o|^2 + |U_R|^2 + U_o U_R^* + U_o^* U_R \quad (1)$$

(\* : 공액복소수)

이 때 홀로그래피 간섭측정에 이용된 재생광의 강도는

$$U_R I = A_R (A_o^2 + A_R^2) e^{i\phi_R} + A_o e^{i\phi_o} A_R^2 + A_o e^{-i\phi_o} A_R^2 e^{i\phi_R} \quad (2)$$

여기에서  $A_o, A_R$  : 물체광 및 참조광의 진폭  
 $\phi_o, \phi_R$  : 물체광 및 참조광의 위상이다.

식(2)의 우변 제1항은 0차의 투과광, 제2항이 재생된 물체광(허상)이고, 제3항은 실상을 나타낸다.

### 2.2 측정방법

홀로그래피 간섭법의 대표적인 측정법으로는 이중노광법 (double exposure method), 실시간법 (real time method), 시간평균법 (time-average method)의 3가지가 있다.

본 연구에서는 시간평균법을 채택해서 측정하였으며 정현진동하고 있는 대상물체의 진동주기보다 충분히 긴 시간으로 노광하여 홀로그램을 만드는

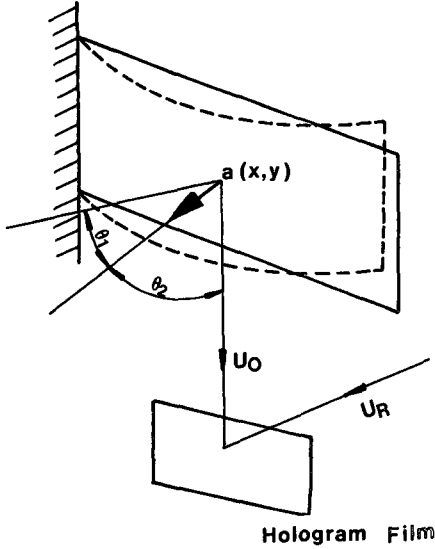


Fig. 2 Vibration model

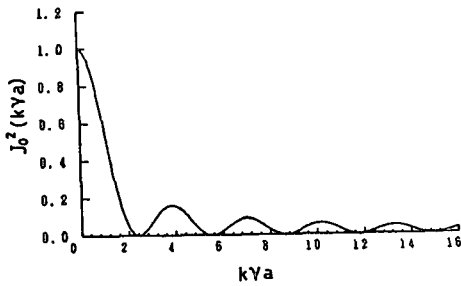


Fig. 3 Waveforms by time-average method

하나의 방법이다. 이때의 관계식은 다음과 같다. 어떤 물체가 Fig. 2에 나타낸 바와 같이 정현진동하는 모델의 경우 시간  $t$ 에서의 물체광의 강도  $U_0$ 는 다음과 같다.

$$U_0(x, y, t) = A_0(x, y) \exp[ik\gamma a(x, y) \cos \omega t] \quad (3)$$

여기에서  $a(x, y)$ : 임의점의 진동진폭,  $\omega$ : 단진동수

$$\gamma = \cos \theta_1 + \cos \theta_2$$

$k = 2\pi/\lambda$ 이고, 이때  $\lambda$ 는 레이저광의 파장이다.

이 경우 진동주기보다 충분히 긴 시간동안 노광하여 홀로그램을 만들고, 재생된 물체상은 그 시간 평균을 취하므로써 다음의 식으로 주어진다.

$$U \propto \frac{1}{T} \int_0^T U_0 dt = \frac{A_0}{T} \int_0^T \exp[ik\gamma a \cos \omega t] dt$$



Fig. 4 Example for the vibration mode of a smooth plate

$$= A_0 J_0(k\gamma a) \quad (4)$$

여기에서  $T$ : 노광시간  $J_0$ : 0차의 Bessel 함수이다. 따라서 재생상의 강도는 다음식과 같다.

$$I \propto A_0^2 J_0^2(k\gamma a) \quad (5)$$

그 실례로서  $J_0^2$ 의 극치와 영점에 대한 파형을 Fig. 3에 표현하였고 이 때의 진동모드의 예를 Fig. 4에 나타냈다.

### 3. 實 驗

#### 3.1 試驗片

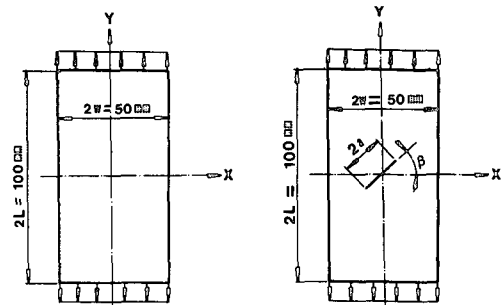
실험에 사용된 재료는 항공기의 구조재료 많이 사용되는 비교적 항복강도가 높은 7075-Ti-6-Al 합금을 이용하였으며 재료의 물성치는 다음과 같다.

Young's Modulus:  $E = 7.0 \times 10^8 \text{ kgf/mm}^2$

Poisson's Ratio:  $\nu = 0.31$

Density:  $\rho = 2.755 \times 10^{-6} \text{ kgf sec}^2/\text{mm}^4$

판시험편은 Fig. 5에 표시된 바와같이 폭  $2W$ 가



(a) Smooth plate (b) 45° obliquely cracked plate

Fig. 5 Geometry and coordinate system of a test plate

50mm, 두께  $h$ 는 0.4mm이고 길이  $2L$ 이 100mm인 균열이 없는 시험편과 동일한 기하학적 형상을 가진  $45^\circ$  경사균열을 준 시험편을 실험에 사용하였다. 가공된 판시험편을 잘 연마한 후 균열시험편은  $X$ 축과  $45^\circ$  경사균열을 주었으며, 균열길이  $2a=20$ mm이고 예리하고 정밀한 가공이 되도록 짧은 시간동안 큰 레이저 출력이 방출되게 하는 큐 스위칭(Q-switching) 방법에 의한 레이저가공을 행하였다.

3.2 實驗裝置 및 方法

본 실험에서는 Fig. 6에 나타난 바와같이 웜기어(worm-gear)회전에 의한 기계적인 강제변위를 시험편에 가하였다. 부하능력 1 ton인 비교적 소형경량의 1축 인장부하장치 상부에는 로드셀(load-cell)을 부착하고 여기에 데이터로거(data-logger)를 접속하여 실시간에서의 하중을 읽었다.

인장부하장치의 시험편 고정용 장치에 가공된 시험편을 에폭시 수지로 접착한 후 볼트로 고정하였다.

Fig. 7은 진동모드를 측정하기 위한 장치도를 나타낸 것으로서 작용하중에 따른 진동수의 변화관계를 측정하기 위한 광학계, 측정계 및 가진용 스피커 등으로 이루어져 있다.

면의변위의 측정에는 Ti-Ba계 압전소자를 이용하였고, 가진방법으로는 스피커에 의한 음향가진을 이용하였으며 Fig. 8에 그 개략도를 표시하였다.

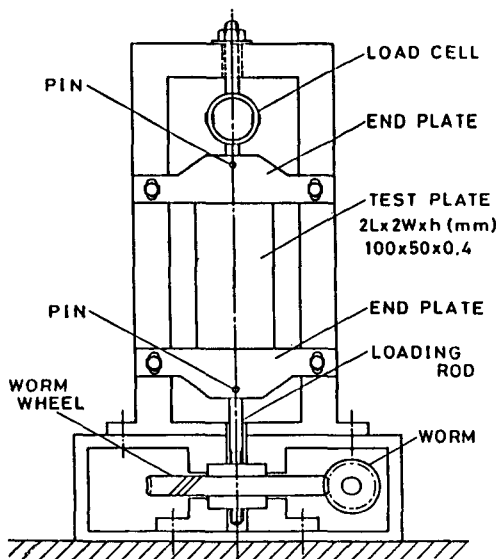


Fig. 6 Tensile loading apparatus



Fig. 7 Experimental equipment

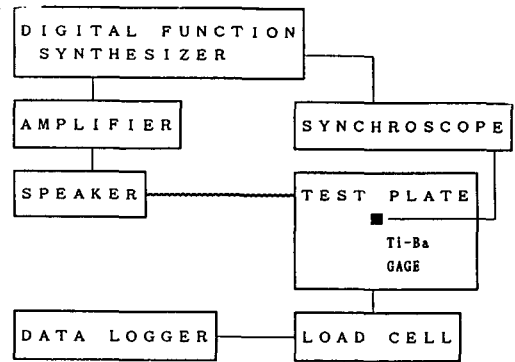


Fig. 8 Flow chart of measurement system

고유진동수는 가진용 스피커의 단자전압과 시험편에 부착한 압전소자의 응답출력 전압을 리사류다이아그램(lissajous diagram)에 의하여 진동모드 주파수를 측정하였고, 모드 측정은 레이저 홀로그래피법에 의한 시간평균법에 의해서 측정하였다.

물체광과 참조광이 홀로그래피에 도달하는 거리에 반비례하도록 물체광 : 참조광 = 1 : 3의 광량으로 측정을 행하였으며, 실험방법으로는 소정의 하중을 상부의 로드셀에서 확인한 후 고유진동수와 고유모드 측정을 하였다. 이와 같은 일련의 조작으로 인장하중을 단계적으로 가하면서 진동모드 측정 실험을 행하였다.

4. 實驗 結果 및 考察

4.1 균열이 없는 박판 시험편

시험편의 폭과 길이의 비( $L/W$ )가 2인 경우, 진동 제1, 2 및 3 모드에 있어서 무차원화시킨 인장하중  $\Lambda = P(2W)/D$ 와 고유진동수  $\Omega = \omega[ph(2W)^4/$

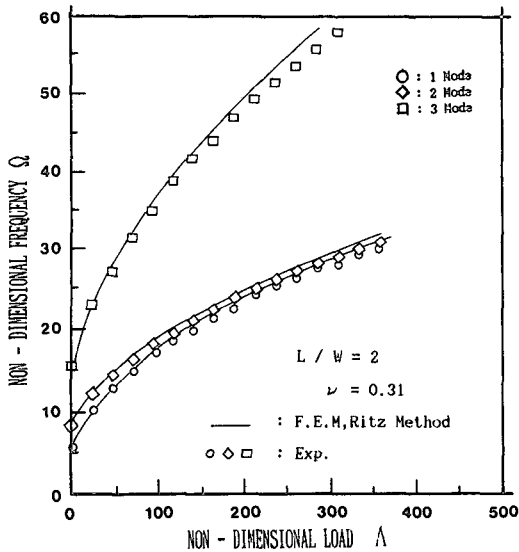


Fig. 9 Eigen-frequency  $V_0$ , tensile load of a smooth plate

$$Q = \omega \sqrt{\rho h (4\omega)^4 / D}$$

$$\Lambda = P(2\omega) / D$$

$D^{1/2}$ 의 변화관계를 Fig. 9에 나타냈다. 여기에서  $D$ 는 평판의 굽힘강성계수,  $\rho$ 는 밀도,  $h$ 는 판두께,  $\omega$ 는 판의 처짐이다. 그림에서 보는 바와같이 제 1모드와 제 2모드에서는 비교적 완만한 증가추세를 보인 반면 제 3모드에서는 인장하중의 증가에 따른 고유진동수의 변화가 급격한 증가를 보였다.

또한 이 때 시험편에 균열을 주지 않은 상태에서는 단순 인장응력을 받으므로 어떤 형태의 좌굴현상도 나타나지 않았다.

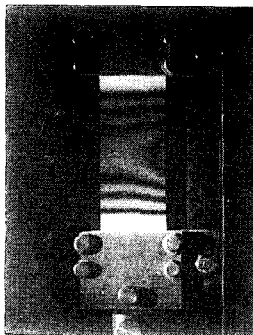
표시된 모드는 무차원화중값이 0일때이고 이 때의 각 모드의 형상을 Fig. 9에 나타냈다. 또한 실

험에서 채택된 제 1모드( $\circ$ ), 제 2모드( $\diamond$ ) 및 제 3모드( $\square$ )의 무차원하중의 증가에 따른 고유진동수의 변화를 관찰한 결과와 Ritz method에 의한 유한요소법의 결과와는 잘 근사하고 있어서 실험 결과의 타당성을 입증할 수 있었다. 그리고 이때 홀로 그램상에 나타난 진동 제 1, 2 및 3모드를 Fig. 10에 나타냈다. 이때 고유모드의 결정은 음향가진 시스템에 의한 진동수의 증가에 따라 생성된 간섭줄무늬의 가장 선명한 상태를 단계적으로 제 1, 2 및 3모드로 결정하였다.

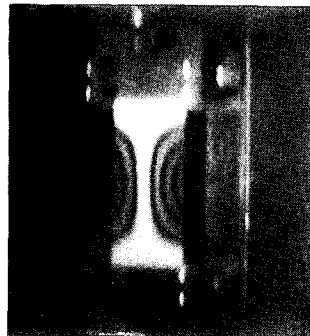
#### 4.2 45° 傾斜 龜裂 試驗片

경사균열시험편은 Fig. 5(b)에 나타낸바와 같이 X축에 대하여 45° 방향으로 초기균열  $a=10\text{mm}$ 로 주었으며, 이 때의 균열진전길이를 0mm로 기준해서 그 이후 1축 원기어회전에 의한 강제적인 인장하중을 단계적으로 가하여 발생한 균열진전길이가 3mm일 때와 6mm일 때를 측정 대상으로 삼았다. 일단 하중증가에 따라 생성된 성장균열은 초기균열 방향과 무관한 비직선 성장을 하였다. 성장길이는 초기균열단에서 다음 단계의 단까지 직선거리를 말하며 균열성장길이가 0mm, 3mm 및 6mm 일때의 진동 제 1, 2 및 3모드에 대한 작용하중과 고유진동수의 변화관계를 Fig. 11, 12 및 13에 복합적으로 표시하였다.

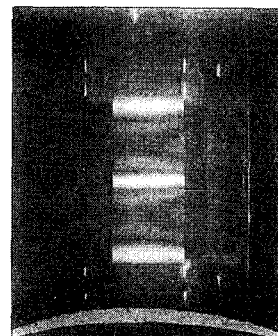
일반적으로 45° 경사균열의 경우는 균열이 없는 경우나 수평균열시험편에 비해서 복잡한 형태의 응력분포가 일어나고 고유진동수의 변화 또한 극심하므로 실제의 파라미터로 삼을 수 있다. 또한 그림에 나타낸 바와같이 균열길이가 진전됨에 따라 무차원화시킨 좌굴하중값은 0mm일 때 762.0 이던것



(a) The first mode



(b) The second mode



(c) The third mode

Fig. 10 Variation of eigen-mode in the smooth plate

이 3mm에서는 439.3, 6mm에서는 228.9로 현저하게 낮아짐을 알 수 있었다.

균열진전방법은 인장부하장치에 의해서 단계적으

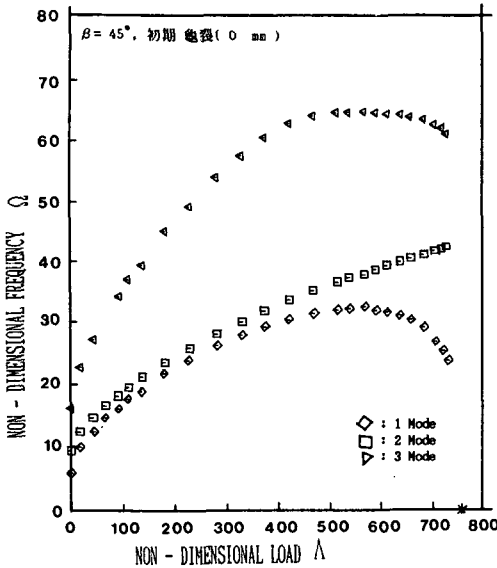


Fig. 11 Eigen-frequency  $V_s$ . tensile load of a 45° cracked plate (Crack growth : 0mm)  
 $\Omega = \omega \sqrt{\rho h (4\omega)^4 / D}$   
 $\Lambda = P(2\omega) / D$

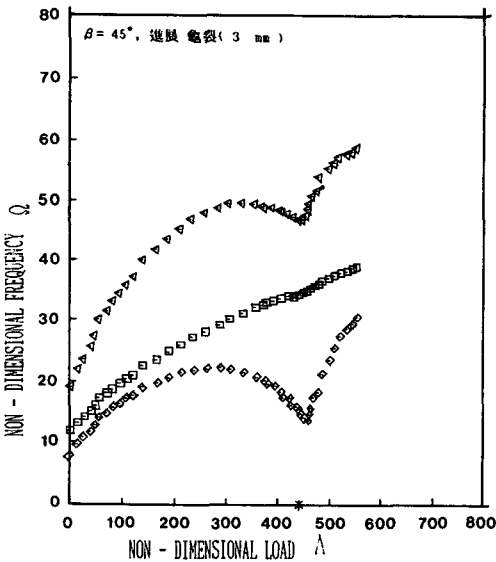


Fig. 12 Eigen-frequency  $V_s$ . tensile load of a 45° cracked plate (Crack growth : 3mm)  
 $\Omega = \omega \sqrt{\rho h (4\omega)^4 / D}$   
 $\Lambda = P(2\omega) / D$

로 하중을 가하여 성장시켰으며, 이때의 좌굴하중값을 Table 1에 표시하였다. 여기에서  $P_{cr}$ 는 실제 좌굴하중값이고,  $\Lambda_{cr}$ 는 무차원 좌굴하중값을 나타내고 있다.

Fig. 11, 12, 13에 대응하는 진동 제 1, 2 및 3모드의 변화를 Fig. 14에 나타냈다. 그림에서 보는 바와같이 제 1모드의 경우 무차원진동수( $\Omega$ )가 6.3, 제 2모드의 경우 10.6, 그리고 제 3모드의 경우 16.3일때 측정된 현상을 나타냈다.

특징으로는 각각의 경우에 있어서 모드의 형태가 균열이 없는 박판의 경우와 흡사하다. 그러나 인장부하장치와 가진시스템에 의해서 하중과 진동수가 증가됨에 따라 극심한 변화양상을 보이고 있음을 Fig. 14에 나타냈다.

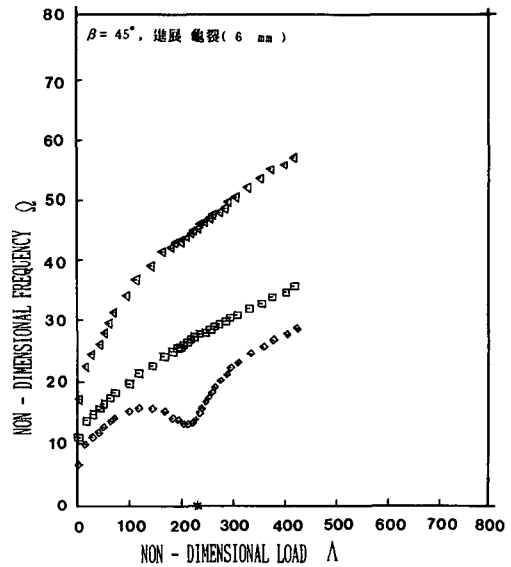


Fig. 13 Eigen-frequency  $V_s$ . tensile load of a 45° cracked plate (Crack growth : 6mm)  
 $\Omega = \omega \sqrt{\rho h (4\omega)^4 / D}$   
 $\Lambda = P(2\omega) / D$

Table 1 Experimental values of buckling load

Crack Growth Action Load		0 mm	3 mm	6 mm
		45°	$P_{cr}$ 629.5	362.9
		$\Lambda_{cr}$ 762.0	439.3	228.9

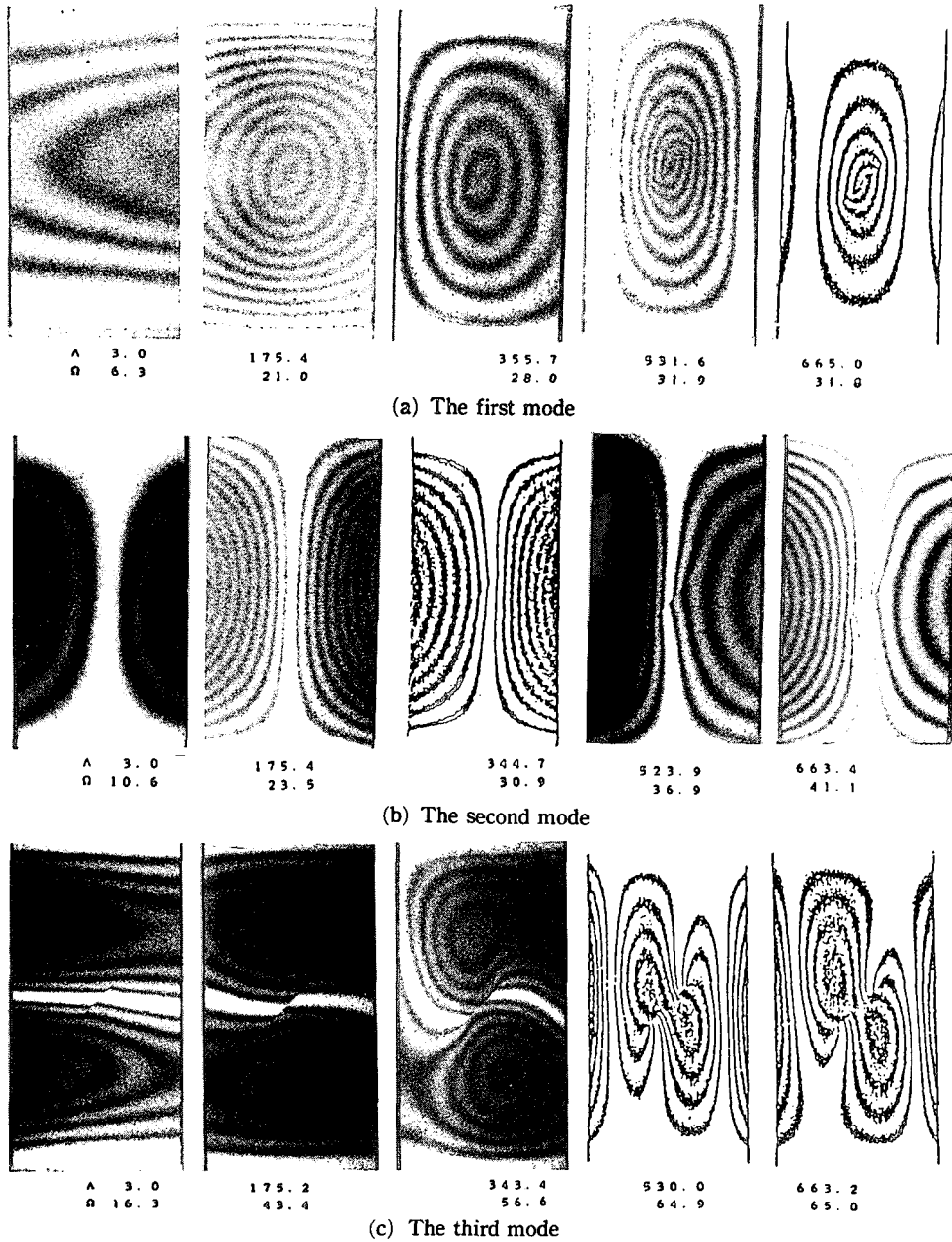


Fig. 14 Variation of Eigen-mode in the 45° cracked plate

## 5. 結論

본 연구에서는 레이저 홀로그래피법에 의한 인장 하중을 받는 균열이 없는 薄板 시험편 및 45° 龜裂 시험편에 있어서 座屈 및 振動 特性에 關하여 연구 하였다.

실제의 문제를 고려하면 항공기 동체 구조 설계 시에 손상허용의 개념이 필요하므로 引張荷重이 龜裂 薄板에 작용하는 경우에 대한 振動 特性의 연구가 매우 중요한 것으로 생각되어진다.

따라서, 引張荷重을 받는 균열이 없는 薄板 試驗片과 45° 傾斜 龜裂 試驗片의 固有 振動數의 測定 및 레이저 홀로그래피법을 이용한 振動 모드를 測

定한 結果 다음과 같은 結論을 얻었다.

(1) 균열이 없는 박판에서 각 모드 의 固有 振動數의 結果值는 Ritz Method에 의한 有限 要素法의 수치 계산치와 잘 一致함을 알 수 있었다.

(2) 45° 傾斜 龜裂 試驗片의 固有 振動數는 座屈 荷重 근처에서는 振動數가 급격히 낮아지며, 그밖의 하중 영역에서는 거의 一致함을 알 수 있었고, 龜裂 成長 길이가 3mm, 6mm에서 각각 439, 3, 228.9로 현저하게 낮아짐을 확인 할 수 있었다.

(3) 레이저홀로그래피 法을 이용하여 龜裂 薄板의 座屈 및 振動 特性을 實驗的으로 구하는 방법을 제안하였으며, 이번의 연구에서는 균열이 없는 薄板 試驗片과 45° 傾斜 龜裂 試驗片에 있어서 인장 하중값이 0일때에 振動 모드가 거의 일치함을 알 수 있었다.

## 후 기

본 논문은 1991년 조선대학교 교비학술연구비 지원을 받아 수행되었으며 이에 감사히 뜻을 표합니다.

## 參考文獻

(1) Cherepanov, G.P., 1963, "On the Buckling Under Tension of a Membrane Containing

Holes," J. Appl.Math.Mech., Vol.27, No.2, pp.405~413.

(2) Litvinenkova, Z.N., 1973, "Stability of a Plate in Tension with an Internal Crack," Mechanics of Solids, Vol.8, No.5, pp. 132~145.

(3) Markstrom, K. and Storakers, B., 1980, "Buckling of Cracked Members Under Tension," Int. J. Solids and Structures, Vol. 16, No.4, pp. 217~229.

(4) Petyt, M., 1968, "The Vibration Characteristics of a Tensioned Plate Containing a Crack," J. Sound Vibration, Vol.8, No.3, pp377~384.

(5) 藤本 孝, 1987, "引張りを受ける中央き裂板の座屈と振動に関する研究," 日本九州大學 大學院 博士學位 論文.

(6) 田光一, "傾斜き裂を有する板の座屈特性," 日本九州大學 大學院 修士學位 論文.

(7) 角 誠之助, 藤本 孝, 1987, "引張荷重を受ける中央き裂板の振動 特性," 日本 機械 學會 論文集 (A編), 第53卷, 第49號, pp.1124~1129

(8) 角 誠之助, 1977, 構造 強度 解析における レーザ의 應用 日本 航空 宇宙學會誌, 第25卷, 第281號, pp.259~265.

(9) 角 誠誌助, 1979, 構造と材料強度의 레이ザ 應用 計測, 日本 機械 學會 論文集, 第82卷, 第733號, pp. 1320~1325.