

# NC 공작기계 컨투어 운동 精度의 해석

박 준 호  
대성중앙연구소 이사



● 1953년생.  
● NC 공작기계의 성능 평가 및 측정법을 전공하였으며, CAD/CAM, CAE 및 자동화 측정법에 대해 관심을 갖고 있다.

## 1. 머리말

NC 공작기계의 운동정밀도는 키네마틱 트랜스듀서 링크 컨투어 측정시스템(kinematic transducer link contour measuring system)<sup>(1,2)</sup>, BDD 측정시스템<sup>(3,4)</sup>, Circular Test<sup>(4)</sup> 등에 의해 측정될 수 있으며, 오차 발생원인을 규명할 수 있다. 이 글에서는 NC 공작기계의 오차가 컨투어 시험결과에 미치는 영향을 평가하기 위하여, 공칭원(nominal circle) 혹은 공칭호(nominal arc)로부터의 반경방향 편위를 포함하는 컨투어 운동결과를 이론적으로 해석하였다.

## 2. 컨투어 오차의 분류

컨투어 시험으로부터 얻어지는 NC 공작기계의 오차의 특성들은 오차의 발생요인에 따라, 혹은 평가방법에 따라 분류할 수 있다.

**2.1 오차발생 근원에 의한 오차의 분류**  
공작기계의 컨투어 오차와 그 근원은 다음의 두 가지 부류로 나눌 수 있다.

1) 공작기계의 부정확한 기하학적 상태로부터 발생하는 오차

- 위치결정 오차
- 직각도 오차

- 롤 오차 및 여현 오차
  - 진직도 오차
  - 비선형성 기하학적 오차
- 2) NC 시스템과 구동부의 오차
- 보간(interpolation)
  - 히스테리시스(hysteresis)
  - 속도오차
  - 제어 루프(loop) 이득값(gain)
  - 스틱슬립(stick slip) 오차

이러한 오차들을 그 근원에 따라 위치에 의한 오차(position dependent error)와 이송운동에 의한 오차(feed motion dependent error)의 두 가지 부류로 나누어 설명할 수도 있다.<sup>(5)</sup>

### 1) 위치에 의한 오차

- ① 기계 안내면의 기하학적 오차
    - 직교하는 두 축(two orthogonal axes)  
사이의 직각도 오차
    - 안내면의 진직도 오차
    - 미끄럼부의 각도운동(angular motion)
  - ② 위치 결정계의 오차
    - 볼스크류 혹은 위치감지 스케일의 오차
    - 스크류 구동계의 파치 오차 혹은 각도감지장치의 배열 오차
    - 백레쉬 보상
- 2) 이송운동에 의한 오차
- 로스트 모션(lost motion)
  - 스틱슬립(stick slip)
  - 위치제어 루프에 대해서 부적합한 이득

## 값 설정

- 서보 응답에 기인한 오차
- 진동
- 미끄럼부의 각도운동

## 2.2 평가방법에 의한 오차의 분류

평가방법에 따라서 오차는 계통오차(systematic error)와 무작위오차(random error)의 두 가지 형태로 분류될 수 있다.

## 1) 계통오차

- 직교하는 두 축 사이의 직각도 오차
- 진직도 오차
- 각도 오차
- 편평도 오차

이러한 오차값들은 DBK(double ball bar) 시스템<sup>(3)</sup>에 의한 원형경로 프로파일 테스트에서 키네마틱 링크(kinematic link)의 길이에 의해 주어지는 측정범위에 대해서 평균한 값이며, 이러한 계통오차들은 최소자승법(least square method) 혹은 컴퓨터를 이용한 다른 방법에 의해서 평가될 수 있다.

## 2) 무작위 오차

- 스틱슬립 오차
- 위치감지 스케일의 불량에 의한 오차
- 서보 응답 오차

이러한 편위들은 최소자승법과 같은 방법으로는 보상이 불가능하지만 컨트어 플로트의 추적으로부터 그 근원을 감지할 수 있다.

특정 NC 시스템으로부터의 오차는 일정하다. 즉, 히스테리시스, 스틱슬립, 부적절한 이득값 설정과 서보 응답에 의한 오차들은 컨트어링 시험의 상이한 반경에 대해서 영향을 받지 않는다.

## 3. 원형경로 프로파일의 특성과 기본해석

## 3.1 원형경로의 기본해석

NC 공작기계가 공구쪽의 볼 중심점을 그림 1과 같이 공칭좌표위치  $P(x, y, z)$ 로 움직이라 는 명령을 빙았을 때 실제로 볼은 좌표위치

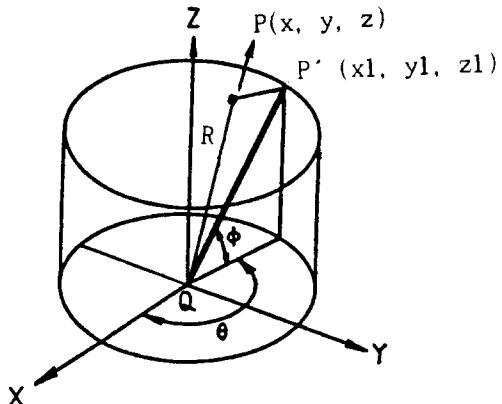


그림 1  $X, Y, Z$  좌표계상에서 컨트어 오차의 도시

$P'(x1, y1, z1)$ 로 움직일 것이다.

이 때 각 좌표축의 오차는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}\delta x &= x1 - x \\ \delta y &= y1 - y \\ \delta z &= z1 - z \\ \vec{C} &= (\delta x, \delta y, \delta z)\end{aligned}\quad (1)$$

여기서,  $\vec{C}$ 는  $P$ 에서의 오차벡터를 나타낸다.

두 볼 중심간의 공칭거리를  $R$ 이라 했을 때 이상적인 경우라면,  $Rz$ 를 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$Rz = x^2 + y^2 + z^2 \quad (2)$$

그러나 일반적으로  $P \neq P'$ 이기 때문에 공칭거리와 두 볼 사이의 극좌표 길이 오차의 합은 아래 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}(R + \Delta R)^2 &= x1^2 + y1^2 + z1^2 \\ &= (x + \delta x)^2 + (y + \delta y)^2 \\ &\quad + (z + \delta z)^2\end{aligned}\quad (3)$$

여기서,  $\Delta R$ 은 두 볼 사이의 극좌표 길이오차이다.

위의 식 (1), (3)에서부터  $\Delta R$ 은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned}\Delta R &= (x \cdot \delta x + y \cdot \delta y + z \cdot \delta z) / R \\ &= (\delta x \cdot \cos \theta + \delta y \cdot \sin \theta) \cdot \cos \theta\end{aligned}$$

$$+ \delta z \cdot \sin \theta \quad (4)$$

1)  $X-Y$  평면상에서, 즉  $\theta'=0^\circ$ ,

$$\Delta R = \delta x \cdot \cos \theta + \delta y \cdot \sin \theta \quad (5)$$

2)  $Y-Z$  평면상에서, 즉  $\theta=90^\circ$ ,

$$\Delta R = \delta y \cdot \cos \theta + \delta z \cdot \sin \theta \quad (6)$$

3)  $X-Z$  평면상에서, 즉  $\theta=0^\circ$ ,

$$\Delta R = \delta x \cdot \cos \theta + \delta z \cdot \sin \theta \quad (7)$$

### 3.2 컨투어 오차의 확대(Magnification of Contour Error)

컨투어 오차는  $1\mu m$ 급이기 때문에 실제 크기대로 도시하면 오차값이 눈에 띄지 않게 된다. 또한 기준원과 같이 도시하면 기준원에 대해 겹쳐서 나타나기 때문에 명확한 구분이 어렵게 된다. 따라서 컨투어 오차는 보통 1,000배 이상으로 확대하여 도시한다.

### 3.3 진원도에 대한 특성값들의 정의

#### (1) 반경편위(라운드니스, 진원도)

컨투어 프로파일의 진원도(circularity)는 라운드니스 시험기계에 적용되는 방법과 유사하게 평가되어진다. 즉 그림 2(a)와 같이 프로파일의 최소자승원 중심점에 대한 반경의 범위로써 진원도를 나타낸다. 이 값은 CR로 표현된다.

$$CR = |\text{minimum radius} - R| + |\text{maximum radius} - R| (\mu m) \quad (8)$$

여기서,  $R$ 은 경로 프로파일의 최소자승 반경(mm)이다.

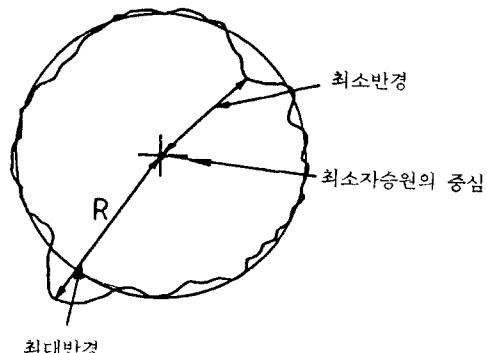
#### (2) 측정기준 중심점으로부터의 편심

그림 2(b)와 같이 프로파일 반경의 편위범위로부터 평가되어지며 라운드니스 오차  $CR$ 과 초기설치 오차를 포함한다. 이 글에서는  $CM$ 으로 표기한다.

$$CM = |\text{minimum radius} - r| + |\text{maximum radius} - r| (\mu m) \quad (9)$$

#### (3) 프로파일 직경의 편위

일반적으로 직경 편위량은 반경편위의 두 배



(a) 반경의 편위(진원도, 라운드니스)

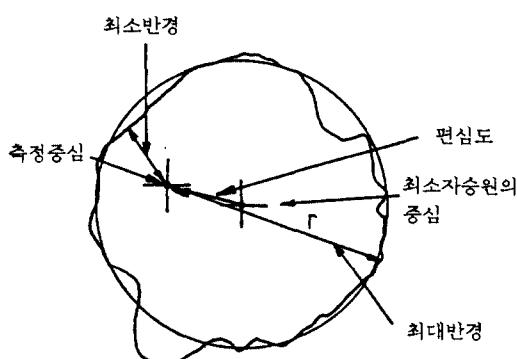


그림 2 반경편위의 정의

가 아니며, 유일하게 조화편위(harmonic deviation)가 표현되어질 때만 반경편위의 두 배가 된다.

직경편위는  $CD$ 로 표기되며 기하학적 오차 분석에 대해 특성치로 사용되는 방향각도  $0^\circ, 90^\circ, 45^\circ, 135^\circ$ 와 함께 표기된다. 그림 3에서  $CD_0$ 는  $x$ 축의 위치정확도,  $CD_{90}$ 는  $y$ 축의 위치정확도,  $CD_{45}, CD_{135}$ 는  $XY$  평면상의 직각도 오차를 나타낸다.

#### (4) 편심도(Eccentricity)

편심도는 최소자승원의 중심과 측정중심 사이의 거리로 정의되며, 공칭원으로부터의 편위와 중심 잡기의 영향을 나타낸다.

편심도는 최소자승원 중심으로부터 측정중심 까지의 좌표값 차이를 표현하는 직교 좌표값

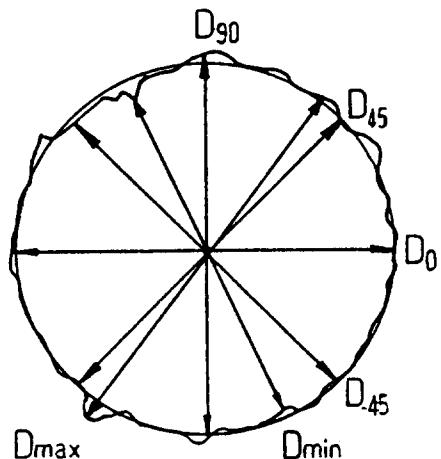


그림 3 직경편위의 정의

혹은 극좌표값으로 정의된다.

설치오차가 무시할만한 양인 경우, 즉 중심 잡기가 바로 수행되어지고 히스테리시스가 존재하지 않는다면 편심도는 영(0)이 될 것이고, 결국  $CM$ 과  $CR$ 은 같아지게 될 것이다.

#### 4. 컨투어 경로 해석

##### 4.1 반복정밀도(Repeatability)

기계의 반복정밀도는 동일한 조건 하에서 반

복적으로 시험을 수행함으로써 평가될 수 있다. 설치장비의 잘못된 준비도 이러한 시험으로부터 검증되어질 수 있으며, 준정적 기하학적 편위(quasi-static geometrical deviation) 또한 전형적인 작업 사이클의 운전후에 반복적인 시험에 의해 검사될 수 있다. 이상적인 검사장비의 측정 불확정도는 시험이 행해지는 기계의 정밀도보다 10배 가량 커야 하지만 실제로 이론적인 비율은 구현되지 않는 경우가 많다.

##### (1) 기계의 반복정밀도(Machine Repeatability)

단기간의 반복정밀도는 동일한 장비를 사용하는 일정한 시험조건 하에서의 연속적인 시험을 거쳐 평가되어진다.

이러한 일련의 시험에 대한 프로파일 데이터는 컴퓨터에 파일 형태로 저장되며 필요한 경우에 여러 데이터 파일을 동시에 겹쳐서 플로팅할 수 있게 하여 그 차이가 명확히 구분되어진다. 평균 반경과 각도위치  $1^\circ$ 에 대한 표준편위가 일련의 시험데이터에 대해 계산되어진다. 컨투어 운동의 반복정밀도에 대한 일례가 그림 4에 도시되어 있으며, 평균값은 다음과 같다.

$$m = \frac{mf + mb}{2} \quad (10)$$

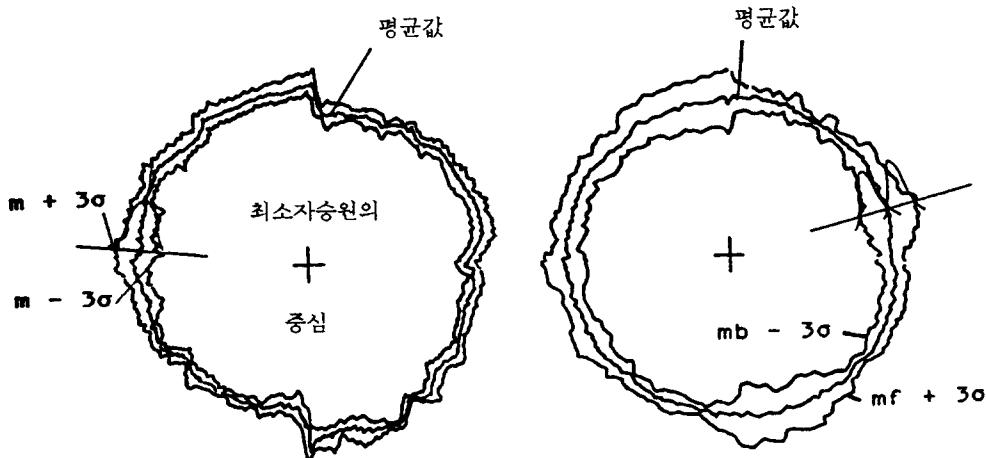
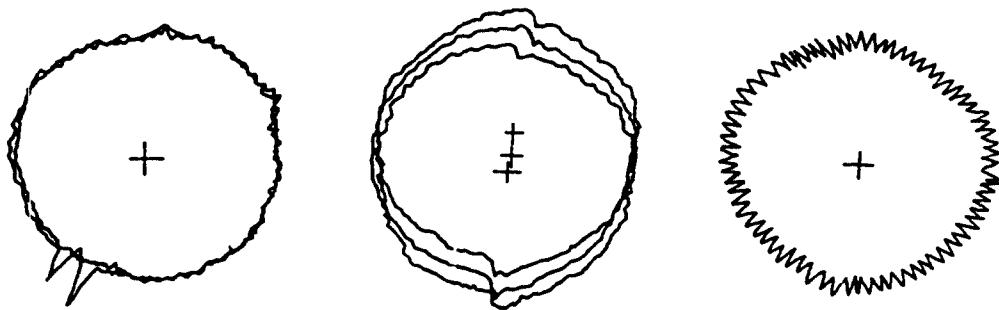


그림 4 컨투어 운동의 반복정밀도

(a) 기준불 혹은 프로브상의  
분진에 의한 오차(b) 프로브 혹은 마그네틱베  
이스의 오장착에 의한 오차

(c) 전기적 노이즈에 의한 오차

그림 5 측정계의 잘못된 준비에 의한 오차

여기서,  $mf$ 는 전진운동에 대한 평균값,  $mb$ 는 후진운동에 대한 평균값을 나타낸다.

반복정밀도는 각 각도위치에서  $\pm 3\sigma$  값으로 주어지며 개별적인 측정으로부터 계산될 수 있다. 컨투어 데이터는 중기간(medium term) 혹은 장기간(long term)에 걸친 공작기계의 정확도 변화를 감시하는데 사용될 수도 있다.

#### (2) 측정계의 잘못된 준비작업에 기인하는 오차

두 개 기준불의 표면은 데이터를 감지하는 동안 먼저 혹은 이물질에 의한 경로 플로트의 피크 발생을 방지하기 위하여 청정상태로 유지되어야 한다. 그러나 이러한 피크는 시험이 반복되는 동안 그 위치가 접촉력 혹은 불과 프로브 사이의 상대운동에 의해 이동되므로 쉽게 진단되어질 수 있다.

불바의 잘못된 장착은 반복정밀도에 영향을 미친다. 예컨데, 연속적인 데이터 플로트가 프로브 혹은 마그네틱 베이스의 오장착에 의해 천이되는 현상을 들 수 있다.

한편, 전압 공급원이 제대로 접지되어 있지 않은 경우는 주기적인 전기 노이즈(noise)가 트랜스듀서 신호에 영향을 미쳐 과도하게 큰 반복정밀도값을 플로트할 수도 있다. 이러한 노이즈를 방지하기 위하여 시험장비의 전압공급원은 시험기계와 동일한 전압선을 사용하여야 한다. 그림 5는 측정계의 잘못된 준비에 기

인하는 오차들을 도시한다.

#### (3) NC와 이송구동부로부터의 오차

### 4.2 히스테리시스

히스테리시스(혹은 백레쉬, 구동 스피드 안의 공차)는 축의 운동방향에 관계되는 위치오차를 말한다. 임의의 히스테리시스가 컨투어 경로상에 미치는 효과는 다음과 같다.

컨투어 경로 운동시 축의 운동방향이 바뀔 때에 이동요소(테이블 혹은 스피드)가 일정 시간 동안 움직이지 않는다. 두 번째 축은 이 시간 동안에 연속적으로 움직일 것이므로 공구의 운동경로는 원호가 아니고 직선이 될 것이다. 그림 6은 히스테리시스에 의한 프로파일 뒤틀림(distortion)을 도시한다. 그림에서 히스테리시스가 발생한 각도는 실제 스케일이며 반경방향 편향(deflection)은 1,000배 확대되어 있다. 한 축에서만 히스테리시스가 발생하는 기계에 대해서는  $360^\circ$ 에 걸친 연속경로시험의 결과는 그림 6(a)에 도시된 바와 같이 두 개 반원의 합으로써 나타난다. 컨투어링의 방향이 바뀌게 되면 히스테리시스의 효과는 스텝변화의 방향을 바꾸는 현상으로 나타난다. 양 축에 대해 히스테리시스가 존재하면 그림 6(b)에서와 같이 4개의 오프셋 사분원이 나타난다. 대체로 히스테리시스는 기계적 공차 혹은 구동부내의 탄성변형(스핀들의 압축, 인장력 혹은 토

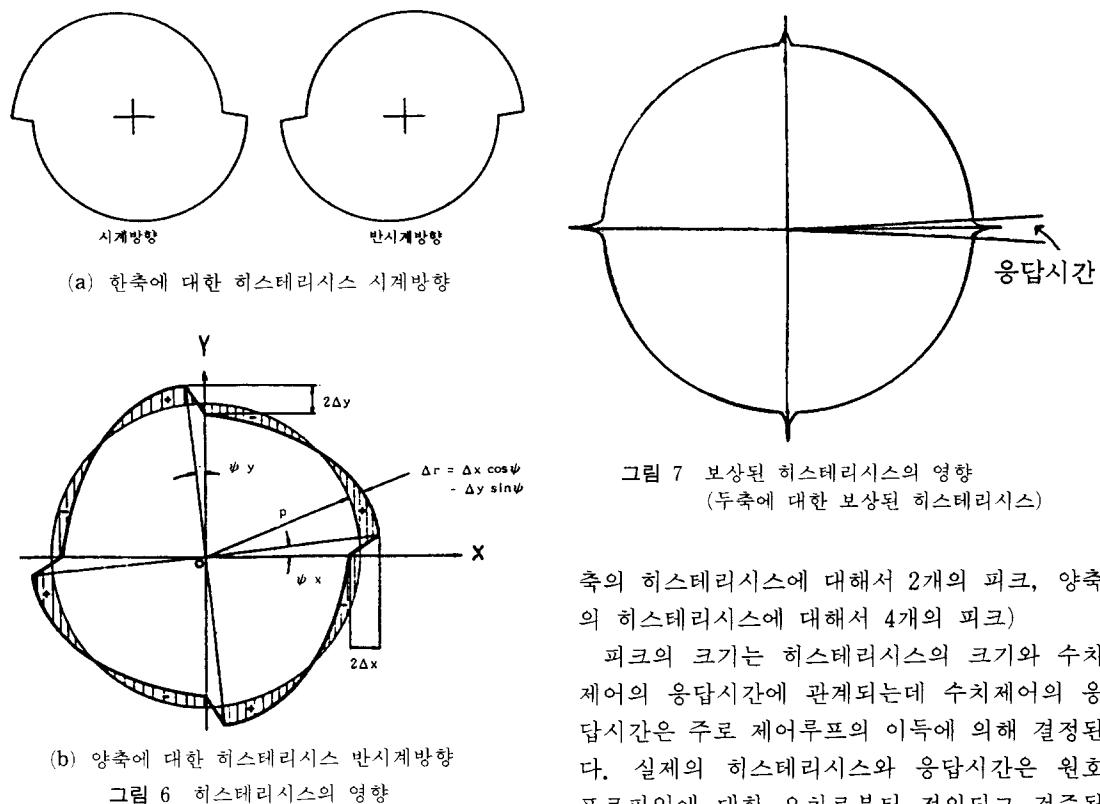


그림 7 보상된 히스테리시스의 영향  
(두 축에 대한 보상된 히스테리시스)

축의 히스테리시스에 대해서 2개의 피크, 양축의 히스테리시스에 대해서 4개의 피크)

피크의 크기는 히스테리시스의 크기와 수치제어의 응답시간에 관계되는데 수치제어의 응답시간은 주로 제어루프의 이득에 의해 결정된다. 실제의 히스테리시스와 응답시간은 원호프로파일에 대한 오차로부터 정의되고 검증될 수 있다.

크에 기인한다)에 의해 발생한다.

#### 4.3 히스테리시스의 보상

리드 스크류 측정시스템과 조합되어 히스테리시스 영향을 최소화하기 위하여 공작기계에 리니어스케일을 장착할 수 있다. 이때 수치제어 시스템은 공작위치로부터의 편위를 인식할 수 있으며 위치오차를 교정할 수 있다.

또 다른 교정방법으로 소프트웨어적인 보상을 들 수 있다. 측정된 히스테리시스 값을 수치제어계 내에 프로그래밍하면 축의 방향 전환시에 히스테리시스를 자동적으로 보상할 수 있다. 일반적으로 히스테리시스의 소프트웨어적인 보상방법은 이상적이지 못하며 공작원 프로파일로부터의 편위는 방향전환점에서 발생될 수 있다. 이러한 편위들은 그림 7에 도시된 원호플로트상에서 수 개의 피크로 나타난다. (단

#### 4.4 위치제어 루프에 의해 기인하는 컨투어링 오차

요구되는 경로부터의 편위는 다음 사항에 기인한다.<sup>(1)</sup>

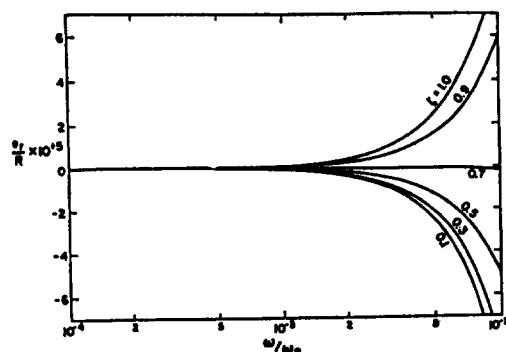


그림 8 완전하게 매치된 시스템에 대한 컨투어링오차

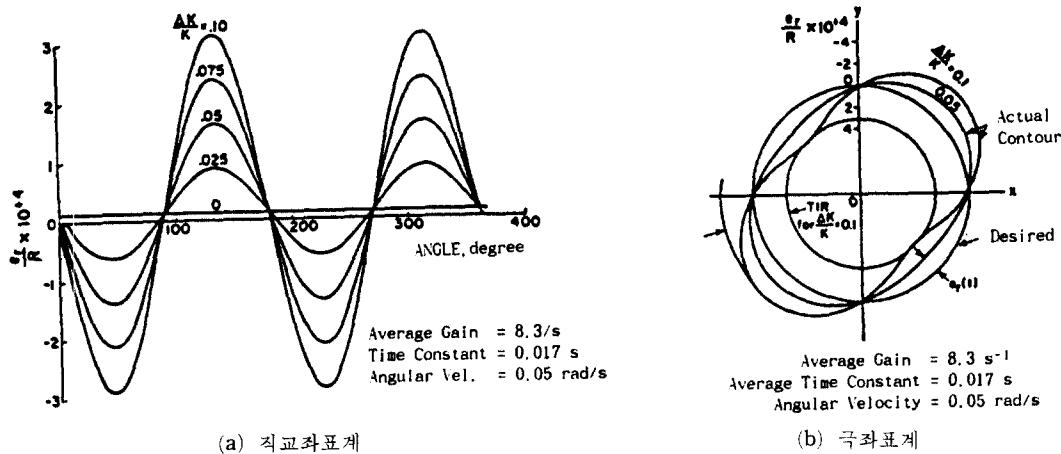


그림 9 이득설정 오류의 영향

## ○ 과도한 시간 상수

## ○ 위치제어 루프의 속도 증폭기 내의 변화

○ 구동유니트의 동적 특성변화와 비선형성  
신호 전달

컨투어 프로파일은 각 축의 운동오차의 합이 될 것이며 속도와 가속도가 크면 클수록 결과적으로 컨투어 오차는 커질 것이다. 속도오차는 전체 제어루프에 대한 전달비(transmission ratio)로부터 계산되어질 수 있다. 완전하게 매치된 시스템 다이나믹스의 경우 자연거리는 컨투어링 중에 동일할 것이고 생성되는 실제 경로는 래핑량과 각 속도에 따라 요구되는 반경보다 크거나 작은 진원이 될 것이다. 완전하게 매치된 시스템( $eR$ )에 대한 컨투어링 중의 반경방향 오차분석은 Poo et. al<sup>(3)</sup>에 의해 수행되었으며 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} eR &= \\ &= R \sqrt{1 + (2\xi\omega/\omega_n)^2 - 2(\omega/\omega_n)^2 + (\omega/\omega_n)^4} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서,  $R$ 은 요구되는 원호의 반경,  $\xi$ 와  $\omega_n$ 은 시스템의 래핑계수와 공진 주파수이다. 그림 8은 식 (11)을 무차원화하여 도시한 그림이다.

## (1) 제어루프의 이득설정 오류

대부분의 컨투어링 시스템에서 어느 정도의

속도이득 설정 오류는 존재하는데 그림 9는 각 속도 0.05(rad/sec)인 전형적인 시스템에 대해서 이득설정 오류의 영향을 도시한다.

가변이득( $eF$ )에 기인하는 속도오차는 다음의 해석으로 결정된다.

그림 10에서,  $Kx$ 는  $X$ 축의 위치루프 이득,  $Ky$ 는  $Y$ 축의 위치루프 이득,  $Vx$ 는  $X$ 축의 이송속도,  $Vy$ 는  $Y$ 축의 이송속도,  $F$ 는 원주속도를 나타내며 아래와 같은 수식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta x &= Vx/Kx, \quad \delta y = Vy/Ky, \\ Vx &= -F \sin \theta, \end{aligned} \quad (12)$$

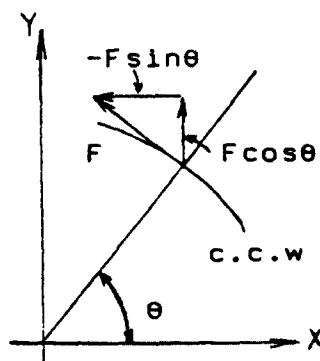


그림 10 속도 오차의 분해

$$Vv = F \cos \theta, \quad (c, c, w \text{에 대해})$$

$$Vx = F \sin \theta,$$

$$V\gamma = -F \cos \theta, \quad (c, w \text{에 대해}) \quad (13)$$

$$eF = \delta x \cos \theta + \delta y \sin \theta \\ = 0.5 \cdot F \cdot \sin 2\theta \cdot (1/Kx - 1/Ky) \\ (c.w에 대해) \quad (14)$$

$$= 0.5 \cdot F \cdot \sin 2\theta \cdot (1/K_y - 1/K_x) \\ \quad (\text{c.c.w에 대해}) \quad (15)$$

이득이 큰 경우 속도오차는 줄어드는데 이 때 허용가능한 최대 이득값은 제한되어 있다. 상이한 속도오차의 영향을 피하기 위하여 모든 축의 속도루프 이득은 같은 조정이 되어야 한다. 즉,  $Kx=Ky$ 이다. 만약 2축의 속도오차가 서로 상이하다면 프로파일 경로는 원호라기보다는 타원이 될 것이다. 타원형 프로파일의 주 축은  $45^\circ$ 에 놓여지며 그 방향은 컨투어링의 방향에 관계한다.  $eF$ 는 다음의 식을 적용하여 컨투어 시험의 결과로부터 얻어질 수 있다.

$$eF = \{(D+45(cw) - D-45(cw)) \\ - (D+45(ccw) - D-45(ccw))\}/4 \quad (16)$$

여기서,  $D+45$ 는  $45^\circ$ 에서의 직경 (mm),  $D$

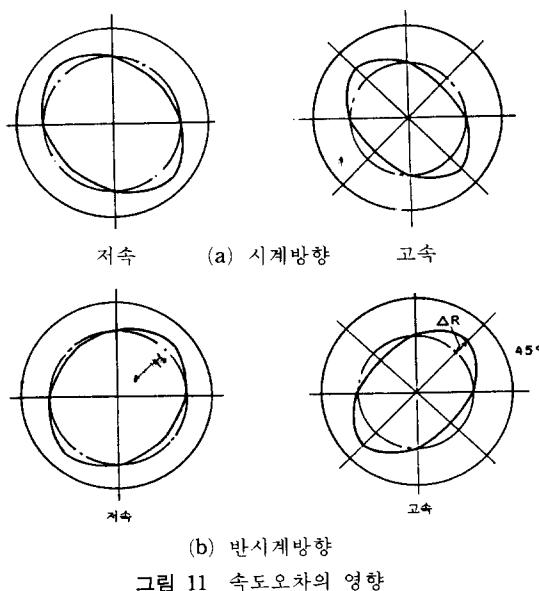


그림 11 속도오차의 영향

-45는  $-45^\circ$ 에서의 직경(mm)을 나타낸다.

속도오차(*eR*)의 조정은 대부분의 수치제어에서 간단한데, 그것은 원호시험을 수행하는 동안에 타원형의 편위가 사라질 때까지 조정하는 방법이다. 어떤 수치제어계는 속도오차를 저장하여 그 조정을 직접적으로 수행할 수 있게 한다. 최종적인 조정은 원호시험에 의해 검증되며 이러한 원호시험으로는 이득설정의 오류에 의한 두 속도오차의 절대치가 아닌 상대적인 차이만이 감지될 수 있다.

서보응답에 의한 속도오차  $eR$ 은 수개의 상이한 컨트어링 속도에서의 반복적인 시험으로부터 평가될 수 있다. 컨트어링 반경은 컨트어링 속도가 증가함에 따라 감소한다. 그림 11은 상이한 속도오차의 영향을 도시하며,  $\Delta R$ 은 다음과 같다.

$$\Delta R = 0.5F \cdot \left( \frac{1}{K_x} - \frac{1}{K_y} \right) = \frac{\varepsilon}{2K} \cdot F \quad (17)$$

여기서

$$\varepsilon = \frac{K_X - K_Y}{K} \quad (18)$$

#### 4.5 루프이들의 설정

루프이득이 클 때, 피크는 히스테리시스의 교정중에<sup>1</sup> 반경방향과 접선방향 성분이 작아진다. 그러나 이득이 과도하게 큰 경우에는 각축의 구동수가 진동하며 불안정하게 된다. 이러한 구동의 불안정성은 컨트어링 상에서 볼 수 있으며, 그림 12는 제어루프 이득의 영향과 히스테리시스의 교정중 구동부의 특성을 나타낸다.

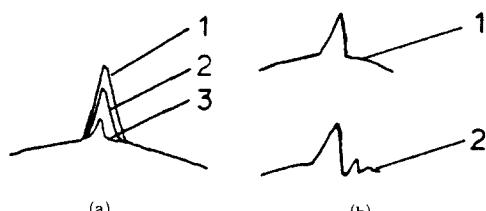


그림 12 제어루프 이득의 영향<sup>(3)</sup>

낸다.

#### 4.6 스틱슬립의 효과

스틱슬립 효과는 저속 운전시 발생하며 따라서 플로트상에서 이러한 반경방향 피크들은 그림 13과 같이 축의 운동이 전진에서 후퇴 또는 반대 양상이 되는 축의 양끝점에서 나타난다. 스틱슬립 효과는 키네마틱 링크의 길이가 짧을 때보다 길 때 더 쉽게 감지된다. 이러한 현상의 주요 원인은 똑같은 컨투어링 속도에 대해서 키네마틱 링크의 길이가 길 때 축방향 속도 변화가 더 느리기 때문이다.

#### 4.7 진동의 감지

두 개의 기준볼 사이(스핀들과 작업대 사이)에 진동이 발생하면 그 효과는 원호 프로파일에 나타날 것이며 플로트상에서 기계공구의 진동에 의한 피크는 일반적으로 한 방향으로만 나타난다. 만약 전기적인 노이즈가 측정장비에 영향을 미친다면 일정한 반경방향의 오차 밴드가 컨투어 플로트에 나타나게 된다. 감지 가능한 다른 형태의 진동으로는 과도한 이득값에 기인하는 주기운동, 즉 오버슈팅과 불안정성을 들 수 있다. 그림 14는 여러가지 다른 발생원인으로부터 발생한 진동 오차를 도시한다.

#### 4.8 기하학적 오차

기계공구의 부정확한 형상은 공칭원 프로파일로부터의 편위를 발생시킨다. 이 장에서는 다음 항목과 같은 기하학적 오차의 영향이 상세하게 기술된다.

- 선형위치 오차
- 직각도 오차
- 롤, 피치, 요 오차
- 편평도 오차

기하학적 오차의 영향을 조사하기 위해서는 분석하기 전에 히스테리시스가 반드시 제거되어야 한다. 히스테리시스 오차는 NC 제어계의 파라미터 변경 혹은 NC 프로그래밍에 의해 원호경로로부터 제거될 수 있다. 이상과

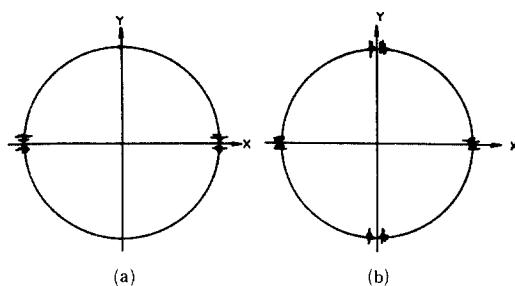


그림 13 스틱슬립의 효과

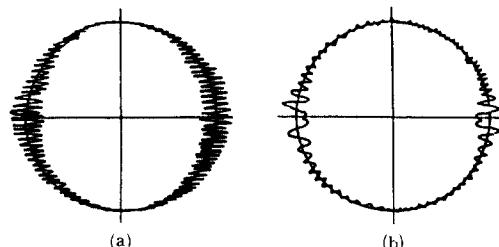


그림 14 진동의 영향

같은 시험에 대해서 구동과 제어계 오차를 최소화하기 위하여 컨투어링 속도는 낮아야 한다.

##### (1) 축방향 오차

만약 구동축 중의 하나가 위치감지 스케일에 일정한 오차를 갖는다면 시험결과는 원호보다는 타원의 형상을 띠게 된다. 축방향 오차의 분석은 다음과 같다.

Y축상에 일정한 오차가 존재한다면, 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta y = m \cdot y \quad (19)$$

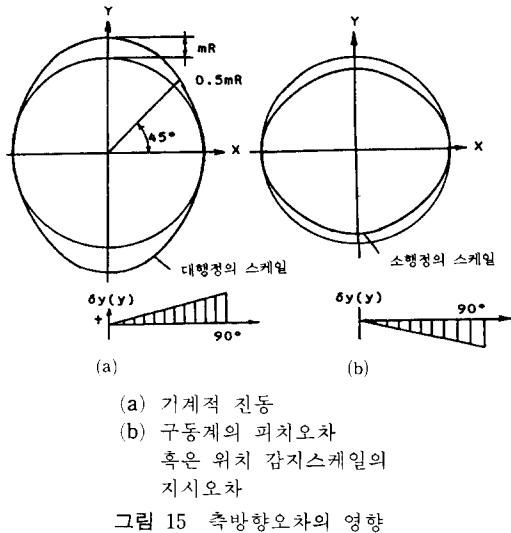
여기서,  $m$ 은 축방향 오차 ( $\mu m/m$ )를 나타낸다.

$$x = R \cdot \cos \theta, \quad y = R \cdot \sin \theta, \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \Delta R &= \delta x \cdot \cos \theta + \delta y \cdot \sin \theta \\ &= mR \cdot \sin \theta \cdot \sin \theta \\ &= 0.5 \cdot mR \cdot (1 - \cos 2\theta) \end{aligned} \quad (21)$$

$\Delta R$ 의 최대값은  $\theta = 90^\circ$ 일 때 얻을 수 있다.

$$\Delta R_{max} = mR \quad (22)$$



타원의 장축과 단축은 음/양의 축방향 오차를 갖는 축과 평행하게 나타나며 그림 15는 원호경로 상에서  $y$ 축방향 오차의 영향을 도시한다.

## (2) 직각도와 축방향 오차

그림 16의  $y'$ 가  $y$ 축에 대해 상대적인 각도  $\alpha$ 와 앞장의 내용인 축방향 오차  $m$ 을 갖는다고 가정하고 직교좌표계상의  $x$ ,  $y$ 로 표현되는 한 점  $P$ 와 실제 좌표계상의  $x'$ ,  $y'$ 로 표현되는  $P'$ 를 생각한다.

$$x' - x = \delta x = a \cdot R \quad x' = x + a \cdot y \quad (23)$$

식 (20), (23)을 식 (3)에 대입하면 다음과 같다. ( $R'(\theta)$ 를 실제 좌표계의 원점으로부터  $P'$ 까지의 위치 벡터로 정의할 때)

$$\begin{aligned} R'(\theta) &= R + \Delta R = \sqrt{x'^2 + y'^2} \\ &= \sqrt{(x + a \cdot y)^2 + (y \cdot (1 + m))^2} \\ &= R \cdot \sqrt{\cos^2 \phi + \sin^2 \phi (a^2 + (1 + m)^2)} + a \cdot \sin 2\phi \\ &= R \cdot \sqrt{\cos^2 \phi + (1 + 2m) \cdot \sin^2 \phi + a \cdot \sin 2\phi} \\ &= R \cdot \sqrt{(1 + 2fm \cdot \sin^2 \phi + a \cdot \sin 2\phi)} \\ &= R \cdot \sqrt{(1 + m \cdot (1 - \cos 2\phi) + a \cdot \sin 2\phi)} \\ &\approx R(1 + 0.5 \cdot (m - m \cdot \cos 2\phi + a \cdot \sin 2\phi)) \\ &= R \cdot m \cdot (1 - \cos 2\phi)/2 \end{aligned}$$

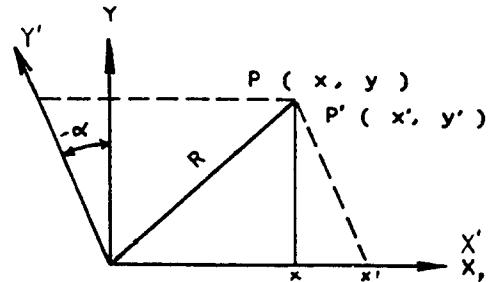


그림 16 실제 좌표계상에서 점  $P$ 의 도시

$$+ a \cdot R \cdot \sin 2\phi/2 + R \quad (24)$$

식 (24)로 부터,

1)  $m \neq 0$ ,  $\alpha = 0$ 이면 그림 16과 같이 직각도 오차는 없고, 축방향 오차만이 존재한다.

이것은 기계의 구동축과 평행한 직경이 직각도에 의해 변화하지 않는다는 사실을 보여준다.

2)  $m = 0$ ,  $\alpha \neq 0$ 이면, 그림 17(a)와 같이 축방향 오차는 없고, 직각도 오차는 존재하며 주축은  $45^\circ$  기울어져 있다. 직각도는  $45^\circ$  직경의 차이로부터 검증된다.

$$\alpha = (D - 45 - D45)/D \text{ in } \mu\text{m}/\text{m} \quad (25)$$

여기서,  $D$ 는 원호 경로의 직경(단위 : m)이다.

3)  $m \neq 0$ ,  $\alpha \neq 0$ 이면, 그림 17(b)와 같이 일반적으로 두 오차는 명백하다고 가정한다.

주축의 기울어진 각도 ( $\theta m$ )은 이 두 오차의 비에 관계된다. ( $m$ 과  $\alpha$ )

각도  $\theta m$ 은 다음의 식에서 계산되어 진다.

$$\Delta R/R = (m + a \cdot \sin 2\theta - m \cdot \cos 2\theta)/2 \quad (26)$$

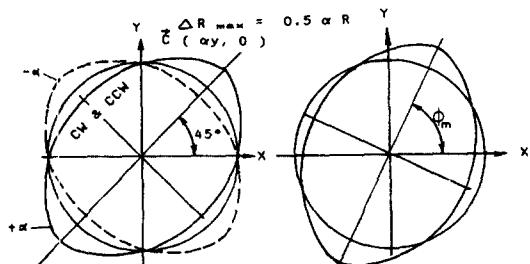
$$d/d\theta = (2a \cdot \cos 2\theta + 2m \cdot \sin 2\theta)/2 = 0$$

$$a \cdot \cos 2\theta = -m \cdot \sin 2\theta$$

$$\tan 2\theta = -\alpha/m$$

$$\theta m_{min} = 0.5 \cdot \tan^{-1}(-\alpha/m) \quad (27)$$

$45^\circ$ ,  $135^\circ$ 와 같은 특정의 각도값을 이용할 때,  $R_{45}$ ,  $R_{135}$ 가 다른 오차값들을 포함하지 않는다 면  $\alpha$ 는 쉽게 얻어질 수 있다.  $\theta = 45^\circ$ 일 때  $\alpha$ 는 아래와 같다.



(a) 축방향오차가 없는 직각도 오차

$$(m=0, \alpha \neq 0)$$

(b) 축방향 오차를 포함하는 직각도 오차

$$(m \neq 0, \alpha \neq 0)$$

그림 17 축방향오차와 직각도 오차의 영향

$$\alpha = 2 \{ (R_{45} - R_o) / R_o - 0.5m \} \quad (28)$$

상이한 속도오차에 대한 원호경로 프로파일은 직각도오차와 유사하며 결과적으로 이러한 속도오차를 직각도오차로부터 분리하기 위해서 시험은 한 방향이 아닌 양방향에 대해서 저속으로 수행되어져야 한다. 직각도에 기인하는 타원경로는 컨투어링 방향에 대해 그 주축의 방향을 바꾸지 않는다. 전체적인 원호운동의 시험을 위해서 다음의 식이 직각도오차 검증에 대해 사용되어질 수 있다.

$$\alpha = (D_{45} - D_{135}) / D - m \quad (29)$$

### (3) 각도운동 오차

각도운동에 기인하는 위치오차는 그 크기가 측정하는 위치에 따라 변화하며, 그 크기는 그림 18에서의 상이한 두 측정점 사이의 거리 (Abbe 오프셋 길이)에 대한 함수이다.

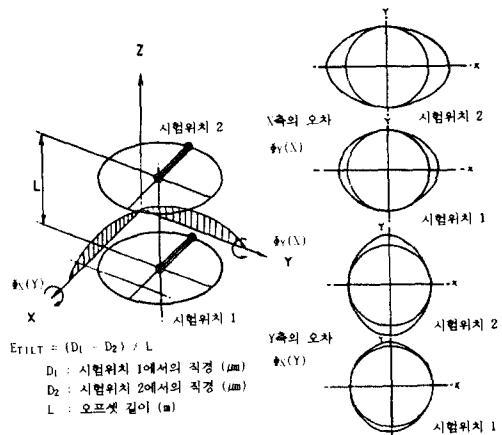
그림 18에서  $D_1$ 은 시험위치 1에서의 직경 ( $\mu\text{m}$ ),  $D_2$ 는 시험위치 2에서의 직경 ( $\mu\text{m}$ ),  $L$ 은 오프셋의 길이로 나타낸다.

각도오차  $E_{eng}$  ( $\mu\text{m}/\text{m}$ )은 다음의 식으로 계산되어진다.

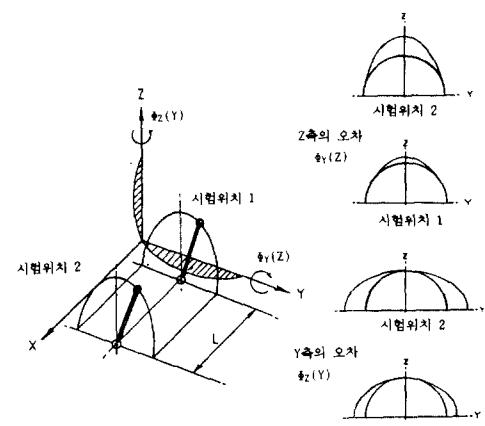
$$E_{eng} = (D_1 - D_2) / L \quad (30)$$

반원의 시험에 대해서는 다음의 식으로 계산되어진다.

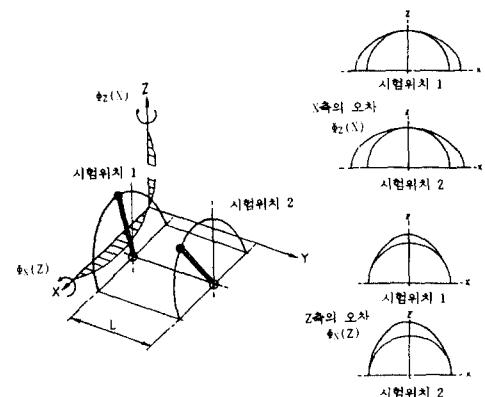
$$E_{eng} = 2 \cdot (R_1 - R_2) / L \quad (31)$$



(a) X-Y 평면



(b) Y-Z 평면



(c) X-Z 평면

그림 18 각도운동 오차의 영향

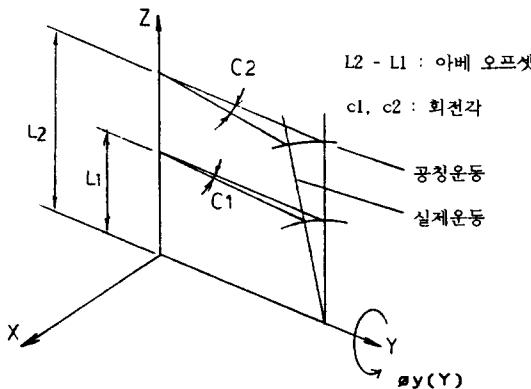


그림 19 롤오차의 도시

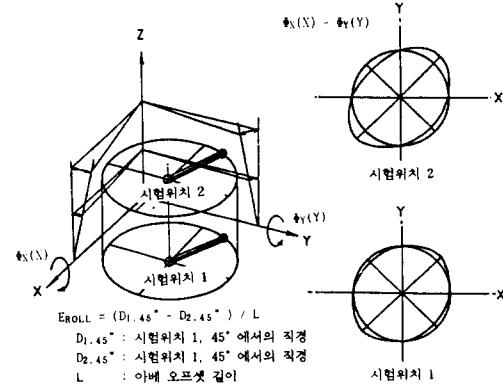
여기서,  $D_1$ 은 위치 1에서 기울어진 축에 평행한 직경( $\mu m$ ),  $D_2$ 는 위치 2에서 기울어진 축에 평행한 직경( $\mu m$ ),  $R_1$ 은 위치 1에서 기울어진 축에 평행한 반경( $\mu m$ ),  $R_2$ 는 위치 2에서 기울어진 축에 평행한 반경( $\mu m$ ),  $L$ 는 오프셋 길이(아베 오프셋 길이)를 나타낸다.

그러므로 각도운동 오차를 결정하기 위해서는 한 평면상의 상이한 두 점에서의 두 가지 켄트어 시험이 필요하다.

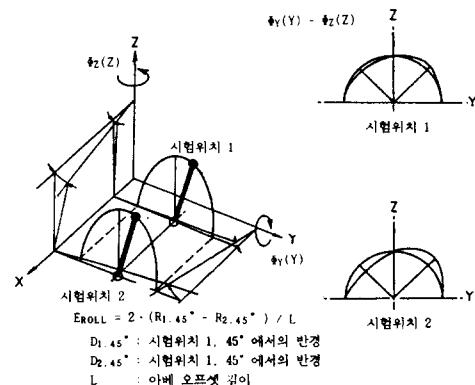
#### (4) 롤차이 오차

평면운동을 구성하는 두 축중 한 축 혹은 두 축이 모두 롤운동 성분을 지니고 있다면, 직각도는 그림 19에서와 같이 측정위치에 관계된다. 롤운동은 움직이는 축을 중심으로 하는 회전운동으로 정의되며 예를 들어 한 축에 대한 두 개의 안내면이 단일 평면상에 놓여지지 않는 경우, 즉 평행하지 않은 경우 발생한다. 한 축에 대한 롤운동을 가정할 때, 직각도는 회전축에 대한 오프셋 양에 따라 변화하며, 이와 같은 양상은 피치와 요운동 오차에 대해서도 마찬가지이다.

두 개의 상이한 위치에서의 시험에 대한 직각도의 변화는 롤운동의 크기를 나타낸다. 롤운동을 감지하는 위와 같은 프로세스로는 단지 롤운동의 상대적인 차이만을 결정하며 수평축에 대한 롤운동의 절대치를 측정하기 위해서는 전기수준계와 같은 측정장비가 필요하다. 그럼



(a) X-Y 평면



(b) Y-Z 평면

그림 20 롤오차의 영향

20은 롤오차의 영향에 대해서 나타냈으며 여기서  $D_{1, 45^\circ}$ 는 시험위치 1,  $45^\circ$ 에서의 직경  $D_{2, 45^\circ}$ 는 시험위치 2,  $45^\circ$ 에서의 직경,  $L$ 은 아베 옵셋 길이를 나타낸다.

두 롤오차 사이의 상대적인 차이( $E_{roll}$ )는 다음의 식으로 결정할 수 있다.

$$E_{roll} = (D_{45,1} - D_{45,2}) / L \quad (32)$$

$$E_{roll} = 2 \cdot (R_{45,1} - R_{45,2}) / L \quad (33)$$

여기서,  $D_1$ 은 위치 1에 대한  $45^\circ$ 에서의 직경( $\mu m$ ),  $D_2$ 는 위치 2에 대한  $45^\circ$ 에서의 직경( $\mu m$ ),  $R_1$ 은 위치 1에 대한  $45^\circ$ 에서의 반경( $\mu m$ ),  $R_2$ 는 위치 2에 대한  $45^\circ$ 에서의 반경( $\mu m$ ),  $L$ 은 아베 오프셋 길이( $m$ )를 나타낸다.

다.

피치, 요오차와 률차이 오차의 계산을 검증하기 위해서는 좌표계의 주평면당 두 개의 연속경로 시험이 요구된다. 식 (32)에 따라 계산되어진 률오차는 두 축 간의 상대적인 률오차값을 나타내며, 절대값이 아니라는 사실을 주지한다.

각 좌표평면에 대한 두 개의 컨트어 시험을 수행함에 있어서 세 축의 위치오차는 두 번 검증된다.

#### (5) 편평도와 직교도(Orthogonality)

$X-Y$ 평면상의 컨트어 운동중  $Z$ 축의 동적인 위치오차는 두 개의 시험위치에 대한 컨트어 시험의 결과로부터 평가될 수 있다.

각 측정위치에서 공칭값으로부터의 편위는  $Z$ 축방향의 위치오차( $\Delta Z$ )로 표현된다.

이 값은 다음의 해석과정을 통해 얻어진다.

그림 21에 나타나는  $P1$ 의 위치에서 공칭값에 대한 편위를 계산하는 일반적인 방법은 식 (34)와 같다.

$$\begin{aligned}\Delta R_{p1} = & (\delta X \cdot \cos \theta + \delta Y \cdot \sin \theta) \\ & \cdot \cos \theta_1 + \alpha Z \cdot \sin \theta_1\end{aligned}\quad (34)$$

시험이  $Z$ 축상의 상이한 두 위치, 즉 높이가 다른 두 위치에서 수행되어지면, 식 (34)는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\Delta R_{p2} = & (\delta X \cdot \cos \theta + \delta Y \cdot \sin \theta) \\ & \cdot \cos \theta_2 + \alpha Z \cdot \sin \theta_2\end{aligned}\quad (35)$$

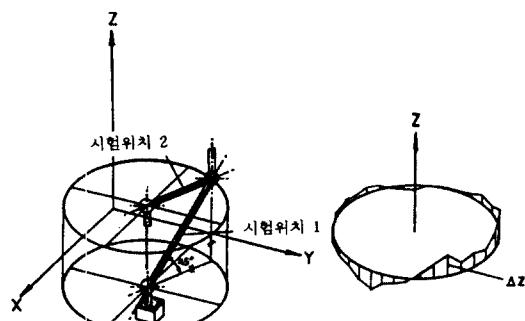


그림 21  $\Delta Z$  오차의 시험( $X-Y$  평면의 편평도)

식 (35)  $\cdot \cos \theta_2 -$  식 (34)  $\cdot \cos \theta_1, \Delta Z \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2) = \Delta R_{p1} \cdot \cos \theta_2 - \Delta R_{p2} \cdot \cos \theta_1$ 에서  $\theta_2 = 0^\circ, \theta_1 = 45^\circ$ 이면, 다음과 같다.

$$\Delta Z = 2 \cdot \Delta R_{p1} - \Delta R_{p2} \quad (36)$$

위 식은 두 개의 상이한 위치에서의 시험인 그림 21의 위치 1과 위치 2로부터  $X-Y$ 평면상의 컨트어링 중에  $Z$ 축 방향의 편위를 얻을 수 있다는 사실을 의미하며,  $\Delta Z$  값들은 소프트웨어 프로그램을 이용하여 플로트할 수 있다. 위치 1에서의 시험에 대한 키네마틱 링크는 위치 2의 시험에 대한 링크보다 2배 큰 크기가 필요하다. 편평도 데이터를 통과하는 평면의 방정식은 다음과 같다.

$$Z = a + a_1 \cdot x + a_2 \cdot y \quad (37)$$

이 식은 최소자승 평면방법을 사용하여 풀 수 있다. 식 (37)로부터  $X-Y$ 평면의 편평도와  $Z$ 축의 직교도는 그림 22의 각도  $ax, ay, az$ 를 이용하여 계산되어질 수 있다.

#### (6) 비선형성 기하학적 오차

비선형성 기하학적 오차는 원호 프로파일 시험중에 타원형이 아닌 편위를 생성하는 성분으로 정의된다. 만약 스케일과 구동 스피드들에 이상이 없는데도 불구하고 진직도 오차와 주기적인 편위가 나타난다면, 원호 프로파일 시험결과는 타원형이 아닌 다른 원호 형태의 편위를 나타낸다. 컨트어 시험의 결과가 타원의 형태

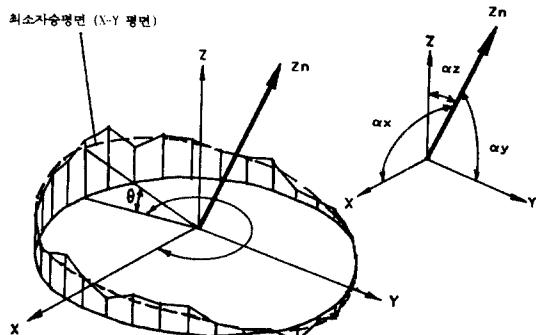


그림 22 최소자승평면과 직교도

가 아닐 때 그 오차의 균원은 손쉽게 평가될 수 없지만 상이한 오차의 균원을 특성화하는데 이용되는 규칙은 있다. 만약 원호 형태의 편위가 기계축에 대한 오프셋에 따라 변화한다면 그 편위는 롤, 피치, 요와 같은 각도운동에 기인한 것이지만 그렇지 않다면 그 편위는 위치오차 혹은 직각도 오차 혹은 진직도 오차에 기인한 것이다.

### 1) 고차수의 위치오차와 피치, 요운동의 대칭성

비선형성 오차(2차수)는 오차가 발생하는 축에 대칭인 원호 형태의 편위를 발생한다. 피치, 요운동과 위치오차는 원호시험에 미치는 영향에 따라서 다음과 같이 분류된다

○ 위치오차 : 원호 형태의 편위가 동일축 상에서의 시험위치의 변화에 따라 변화하지 않는다.

○ 피치, 요오차 : 원호 형태의 편위가 동일축 상에서의 시험위치의 변화에 따라 변화한다. 주기적인 위치오차 또한 주기적인 원호형태의 편위로써 나타나며 편위의 진폭은 컨투어링 위치에 따라 변화한다. 이러한 민감도는  $\delta x \cdot \cos \theta + \delta y \cdot \sin \theta$ 의 식으로부터 얻어진다. 그림 23은 비선형위치오차의 영향을 표시하였다.

2) 고차수의 진직도 오차와 롤운동의 대칭성  
롤운동과 진직도 오차는 오차가 발생하는 축에 비대칭인 원호형태의 편위를 발생한다. 롤운동과 진직도 오차가 있는 경우, 편위의 절대값이 같은 점들만이 편위 발생축에 대해 대칭이다. 만약 롤운동 혹은 진직도 오차가 이러한

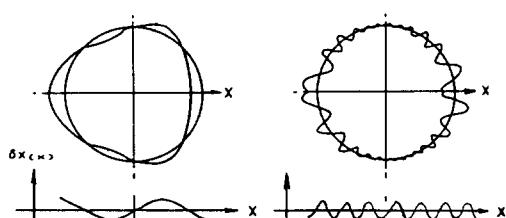


그림 23 비선형성 위치와 각도오차의 영향

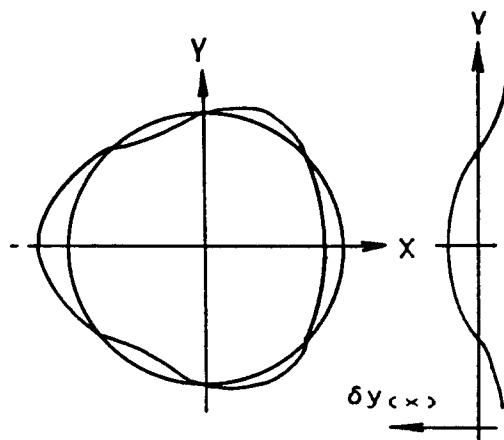


그림 24 진직도와 비선형성 오차의 영향

편위의 원인이라면 원호 형태의 편위 자체는 항상 같은 방향으로 두번째 축의 양 혹은 음의 방향으로 나타난다. 그림 24는 고차수 진직도 오차를 표시한 그림이다.

롤운동과 진직도 오차는 다음과 같이 분류된다.

○ 진직도 오차 : 원호 형태의 편위는 시험위치(동일축 상의)에 무관하다.

○ 롤오차 : 원호 형태의 편위는 동일축 상의 시험위치의 변화에 따라 변화한다.

### 4.9 컨투어 형태의 민감도

#### ① 위치오차, 피치와 요운동 오차

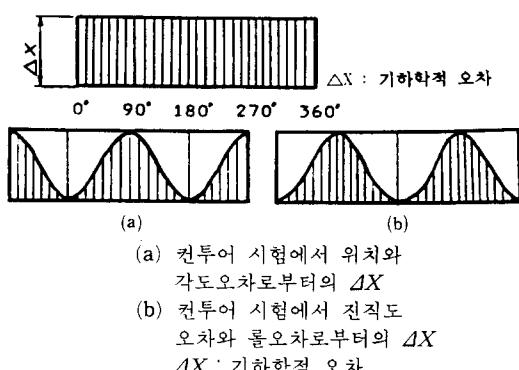


그림 25 컨투어 시험에서 기하학적 오차의 분해

## ② 룰운동과 진직도 오차

컨투어 시험의 1과 2에 관한 민감도는 추적하는 원호의 위치에 관계한다.

단지  $X$ 축만 오차  $\Delta X$ 를 발생시킬 때,  $\Delta X$ 의 원인이 1번 항목이라면,  $\Delta X$ 는  $|\cos \theta| \cdot \Delta X$ 가 되고,  $\Delta X$ 의 원인이 2번 항목이라면,  $\Delta X$ 는  $|\sin \theta| \cdot \Delta X$ 가 된다.

그림 25는 상이한 오차 발생원으로부터의 민감도를 나타낸다.

룰과 진직도 오차에 대한 상이한 민감도의 영역은 위치오차와 각도운동 오차(피치와 요)에 대한 상이한 민감도의 영역과는 다른데 서로  $90^\circ$  회전되어 있다.

만약 측정점이 시험축과 평행한 직경에 속한다면 위치오차와 각도운동에 관한 민감도는  $1:1$ 이 되지만 룰운동과 진직도에 관한 민감도는 영(0)이 된다. 한편 측정점이 시험축과 직각인 직경상에 있을 때 위치오차와 각도운동 오차에 관한 민감도는 영(0)이 된다. 왜냐하면 이러한 위치오차와 각도운동 오차는 컨투어 시험에 순전히 접선방향에 영향을 주기 때문이다. 그러나 룰운동과 진직도에 관한 민감도는  $1:1$ 이 된다.

## 5. 맷음말

'이상에서 기술한 바와 같이 NC 공작기계의 컨투어 운동경로를 해석함으로써 NC 공작기계의 운동 정밀도의 측정은 물론 오차 발생원인을 간단히 찾아낼 수 있다. 그러나 실제의 공작기계 오차는 여러가지 오차가 복합적으로 혼합되어 있는 만큼 특정 오차를 찾아내기 위해서는 오차분류 기술이 필요하다.

이를 위해서는 컨투어 운동속도, 운동반경

등을 구하고자 하는 측정값에 따라 조정함으로써 구할 수 있으며, 또한 수학적 분리작업을 통하여도 여러가지 오차의 분해가 가능하다.

## 참고문현

- (1) 박준호, 1991, "NC 공작기계의 운동정밀도 측정방법," 91년도 NC 공작기계 기술세미나, 한국기계연구소, 한국공작기계공업협회.
- (2) Buredkin, M. and Park, J., 1988, CONTISURE—A Computer Aided System for Assessing the Contouring Accuracy of NC Machine Tools, 28th MTDR Conf. pp. 197~203.
- (3) Bryan, J. B., 1982, "A Simple Method for Testing Measuring Machines and Machine Tools, Part 1," Principle and Applications, Predision Engineering. Vol. 4, No. 2.  
Bryan, J.B., "A Simple Method for Testing Measuring Machines and Machine Tools, Rart 2," Construction Details, Precision Engineering, Vol. 4, No. 2.
- (4) Kakino, Y., Ihara, Y. and Nakatsu, Y., 1987, The Measurement of Motion Error of NC Machine Tools and Diagnosis of their Origins by Using Telescoping Magnetic Ball Bar Method," Annals of CIRP, Vol. 36, pp. 377~380.
- (5) Knapp, W., 1983, Test of the Three-Dimensional Uncertainty of Machine Tools and Measuring Machines and Its Relation to the Machine Errors," Annals of the CIRP Vol. 32, No.1, pp.459~464. 