

GMM을 이용한 資本資產價格決定模型의 推定*

李 珠 熙** · 南 周 廈***

〈요 약〉

본 논문은 10개의 기업규모별 자산을 대상으로 최근에 발전된 계량기법인 GMM(generalized method of moments)을 이용하여 베타(beta)를 추정하였다. 분석대상기간으로 1982.1~1991.4 사이의 월별자료를 사용한다. 실증분석 결과에 의하면, 기업규모별 구분에 따른 자산의 경우에 규모가 큰 기업보다 규모가 작은 기업의 베타가 상대적으로 작은 것으로 나타났다. GMM의 추정을 위한 수단변수로 회사채수익률과 정기예금금리의 금리차, 분석대상이 되는 자산 수익률과 시장포트폴리오의 자기시차, 그리고 상수가 사용되었다.

OLS를 사용한 CAPM 추정 결과에 비해 GMM을 사용한 추정 결과가 우월할 수 있음을 보여주고 있는데, 이것은 GMM에 사용된 수단변수들이 수단변수를 포함시킴으로써 관련자산들의 자기시차가 아닌 CAPM추정에 필요한 유용한 代用變數(proxy)를 제공하였고, 나아가 GMM이 殘差項의 自己相關 뿐만 아니라 條件附 異分散(conditional heteroskedasticity)을 잘 설명하고 있기 때문인 것으로 판단된다. t값 및 P-value에 의하면 GMM을 사용한 단순 CAPM 추정이 우리 나라의 현실경제와 잘 부합될 수 있음을 암시한다.

I. 머리말

資本資產價格決定模型(CAPM; capital asset pricing model)에 대한 실증적 연구는 재무관리 이론에서 매우 중요한 일이며, 1960년 이후 미국을 중심으로 많은 실증분석이 있어왔다. Sharpe(1964), Lintner(1965)의 CAPM이 암시하는 것은 어떤 자산에 대한 초과 수익률이 시장 전체의 포트폴리오(market-wide portfolio)의 초과수익률과 선형적인 관계에 있다는 것이다. 이러한 선형관계의 추정계수는 이 자산의 베타(beta)로서 투자 대상이 되는 자산 수익률과 시장 전체의 포트폴리오의 共分散(covariance)과 시장포트폴리오의 분산의 비율로 표시되는데, 통상적으로 이 자산의 體系的 危險(systematic risk)의 정도를 나타낸다.

이러한 CAPM에 대한 검증을 위한 베타의 추정과정에서 단순회귀분석(OLS: ordi-

* 본 논문에서 사용된 기업규모별 자산수익률에 대한 자료를 제공해 준 연세대학교의 김형찬 박사에게 감사드린다.

** 亞洲大學校 經營學科 教授

*** 韓國經濟研究院 博士

nary least square), 2단계 회귀분석(two steps regression), ARCH-M(autoregressive-conditional heteroskedasticity in the mean model), 그리고 GMM(generalized method of moments) 등의 계량경제학적 방법론들이 사용되어져 왔다.

Black, Jensen과 Scholes(1982), Fama와 MacBeth(1973), Gibbons(1982), 그리고 Tambaugh(1982) 등은 기대수익률이 고정되어 있다는 가정과 투자대상이 되는 자산의 베타가 실증분석의 대상이 되는 기간동안 安定的(stationary)이라는 가정하에서 소위 無條件(unconditional)타입의 CAPM의 실증적 검증이 이루어져 왔다. 반면에 Gibbons와 Ferson(1985), Ferson, Kandel과 Stambaugh(1987), 그리고 Ferson(1990) 등은 투자자산의 기대수익률이 시간에 대해 고정되어 있지 않고 변한다는 소위 條件附(conditional)타입의 실증분석을 시도하였다.

CAPM의 실증분석에서 條件附 共分散(conditional covariances)의 시간에 따라 변하는 면이 매우 중요하기 때문에 Engle, Lilien과 Robbins(1987), Bollerslev, Engle과 Wooldridge(1988) 등은 ARCH-M (autoregressive -conditional heteroskedasticity in the mean model)을 이용하여 조건부 공분산 역시 시간에 대해 변한다는(time-varying) 가정을 수용하여 좀더 일반적인 CAPM의 추정을 위해 엄격한 가정에서 탈피하려고 하였다.

그러나 ARCH-M 방법을 이용한 CAPM의 검증은 CAPM의 추정방정식에서 조건부 공분산이 과거 공분산과 선형적인 관계에 있다는 엄격한 가정이 전제되어야만 올바른 실증분석 결과를 보여줄 수 있다.

더욱이 투자대상이 되는 각 자산의 기대수익률이 ARCH process를 따른다는 가정이 수용되더라도 시장포트폴리오는 반드시 ARCH process를 따를 필요가 없기 때문에 총량자료를 이용하는 데는 한계가 있다.

이러한 CAPM 실증분석을 위한 방법론적 문제들을 해결하기 위해 Campbell(1987), Harvey(1989) 등은 GMM을 이용하여 CAPM의 추정과 CAPM의 도출에 필요한 여러 엄격한 가정들을 검증하고 있다. Harvey(1989)에서 보듯이 GMM을 이용하여 다변량 자산의 CAPM을 이용하여 CAPM의 모든 변수들이 시간에 대해 고정되어 있다는 가정들을 검증하고 있는 것이 좋은 예이다.

최근에 들어 우리 나라에서도 CAPM과 CCAPM에 대한 실증연구는 있어 왔지만 위에서 살펴본 바와 같이 CAPM에 필요한 엄격한 가정을 수용하고 있어 제한적인 연구에 그치고 있다.¹⁾

1) 최근 우리나라의 산업별 자산수익률을 이용한 CAPM의 연구로는 박정식·송영출(1988), 황선웅·이일균(1991) 등이 있고, CCAPM(consumption-based CAPM)모형을 사용한 연구로는 구분열(1992), 최운열·백용호(1992), 남주하(1993) 등이 있다.

본 논문의 연구목적은 최근에 발전된 계량기법인 GMM을 이용하여 Sharpe-Lintner의 조건부 타입의 CAPM의 베타를 추정하고 이를 통해 얼마나 CAPM모형이 설득력이 있는가를 살펴보는 데 있다.

본 논문의 실증분석에 의하면 기업규모별 구분에 따른 자산의 경우에 규모가 작은 기업의 자산이 규모가 큰 기업에 비해 베타가 상대적으로 작은 것으로 나타나고 있다.

특히, OLS를 사용하여 추정한 CAPM모형은 대체적으로 실제자료에 의해 기각되고 있으며, 반면에 GMM에 의한 CAPM의 추정은 잘 부합되고 있음을 보여준다. 이것은 본 논문에서 GMM의 추정을 위해 사용된 수단변수들인 회사채수익률과 정기예금금리의 금리차, 분석대상이 되는 자산 수익률과 시장포트폴리오의 자기시차 그리고 상수 등이 CAPM추정에 필요한 유용한 정보들이고, GMM이 殘差項의 自己時差(auto-correlation)와 條件附 異分散(conditional heteroskedasticity)을 잘 설명하고 있기 때문인 것으로 보여진다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제II장에서는 자본자산가격결정모형과 추정 방법론인 GMM(generalized method of moments)에 대해서 살펴본다. 제III장에서는 자료에 대한 설명과 실증분석에 대한 결과를 해석하고 다른 연구와 비교한다. 끝으로 제IV장에서는 본 논문의 실증분석 결과를 요약하고, 본 연구의 문제점 및 미래의 연구 방향에 대해서 논의한다.

II. 資本資產價格決定模型의 推定을 위한 方法論

1. 資本資產價格決定 模型

조건부 타입의 Sharpe-Lintner의 資本資產價格決定模型(CAPM)은 일반적으로 식(1)과 같이 표시될 수 있다.

$$E[r_{jt}/\Omega_{t-1}] = \frac{\text{Cov}(r_{jt}, r_{mt}/\Omega_{t-1})}{\text{Var}(r_{mt}/\Omega_{t-1})} E(r_{mt}/\Omega_{t-1}) \quad (1)$$

단, r_{jt} 는 무위험자산 수익에 대한 투자자산 j 의 초과수익률을, r_{mt} 는 시장포트폴리오의 초과수익률을 각각 나타낸다. Ω_{t-1} 는 $t-1$ 기에 투자자들이 사용가능한 정보의 집합이다. 식 (1)에서처럼 CAPM이 암시하는 것은 투자자산 j 의 초과 기대수익률은

시장포트폴리오의 초과수익률에 대해 선형적인 관계로 표시될 수 있다는 것이다. 선형적 관계를 나타내주는 계수는 이 자산의 베타(beta)로 일컬어지며, 이 자산의 體系的 危險(systematic risk)을 나타내준다. 좀더 자세히 살펴보면, 시장위험은 투자대상이 되는 자산의 수익률과 시장수익률의 공분산이다. 이 공분산을 시장포트폴리오의 분산으로 나누면 단위당 시장위험이 된다. 그러므로 식(1)은 무위험자산의 수익을 초과하는 시장초과 수익률의 1단위당 위험에 대한 보상이 된다. 즉, 어떤 자산에 대한 기대수익률은 단위당 시장포트폴리오의 초과수익률과 시장위험을 곱하면 얻을 수 있고, 결국은 자본자산의 가격은 이 자산의 위험에 대한 보상이 된다. 그러나 식(1)에서 보듯이

$$\text{Cov}(r_{it}, r_{mt}/\Omega_{t-1}), \text{Var}(r_{mt}/\Omega_{t-1}) \text{와 } \frac{\text{Cov}(r_{it}, r_{mt}/\Omega_{t-1})}{\text{Var}(r_{mt}/\Omega_{t-1})}$$

등 어떠한 항이 고정되어 있는지가 명확하지 않다.

본 논문에서는 우선 自己相關(autocorrelation)과 條件附 異分散(conditional heteroskedasticity)을 제거해 줄 수 있는 계량경제학적 방법론인 GMM과 분석대상 자산 으로서는 기업규모별 자산수익률을 사용하여 자본자산가격결정모형 (1)과 베타를 추정하고, 나아가 이렇게 추정된 베타를 해석하고, 단순 OLS를 사용한 경우와 비교해 본다.

2. 方法論 : 反復的 GMM

Sharpe-Lintner의 條件附 타입(conditional version) CAPM을 추정하기 위해서 Hansen(1982)에 의해 제안된 GMM을 사용한다. GMM은 최근에 Campbell(1987)과 Harvey (1989) 등에 의해 CAPM모형의 추정과 검증을 위해 사용하였으며, 다른 비선형 추정방법보다 많은 장점을 갖고 있다.

첫째는 GMM은 추정방정식 (1)에서 관련 변수들이 반드시 정규분포일 필요가 없는 경우에도 사용가능하다(distribution-free). 반면에 ARCH 혹은 最尤推定法(maximum likelihood estimation ; MLE)은 추정관련변수들이 정규분포이어야 한다는 엄격한 가정이 필요하다.

둘째는 GMM은 ARCH에 비해 殘差項의 條件附 異分散(conditional heteroskedasticity)과 자기상관을 해결하는데 매우 유용하다. ARCH모형은 잔차항의 이분산을 제거하기 위해 조건부 분산이 과거의 분산에 의해 예측되어야 한다는 인위적 가정이 필요하다. 그러나 GMM은 이러한 엄격한 가정없이 좀더 일반적인 방법에 의해

이분산과 자기상관을 제거해준다.

더욱이 ARCH 모형은 각 개별 자산의 기대수익률이 ARCH process를 따르더라도 시장포트폴리오는 ARCH process를 따를 필요가 없기 때문에 총량자료를 사용하는 경우에는 그만큼 한계가 있다. 특히 GMM의 경우 추정방정식이 비선형일 경우, 추정방정식을 좀더 간단히 하기 위한 law of motion에 대한 제약이나 가정이 필요 없이 추정방정식을 있는 그대로 추정할 수 있기 때문에 매우 일반적이고, 다른 계량기법보다 유용할 수 있다. GMM을 사용하여 CAPM을 추정하기 위해서는 우선 추정방정식의 直交化 條件(orthogonality condition)으로부터 目的函數(criterion function)를 도출하고, 이러한 목적함수를 최소화하여 자산의 베타를 추정하는 것이다.

Hansen(1982)에 의하면 GMM 추정을 위해서는 우선 식(1)을 정리하여 殘差方程式(error function)을 도출하는 것이 필요하다. 자산의 베타를 추정하기 위해 CAPM (1)을 다시 정리하면 식(2)로 표시될 수 있다.

$$E[r_{jt}/\Omega_{t-1}] = \beta E[r_{mt}/\Omega_{t-1}] \tag{2}$$

$$\text{단, } \beta = \frac{\text{Cov}(r_{jt}, r_{mt}/\Omega_{t-1})}{\text{Var}(r_{mt}/\Omega_{t-1})}$$

식(2)로부터 잔차항 U_t 를 정리하면,

$$U_t = h(r_t, \beta_0) = [\beta r_{mt} - r_{jt}] \tag{3}$$

단, $r_t = [r_{mt}, r_{jt}]'$, $\beta_0 = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n]'$, 그리고 n 개의 투자 대상이 되는 자산들이 있다고 가정한다. 그러므로 $h : R^{n+1} \times R^n \rightarrow R^n$.

$$\text{CAPM (1)에 의하면 } E(U_t) = 0 \tag{4}$$

다음은 手段變數(instrumental variables) Z_t 에 대한 설명이 필요한데, Z_t 는 투자자들의 t 기의 정보의 집합 Ω_t 의 부분집합이고, 자산의 기대수익률을 예측하는데 매우 유용한 p 개의 정보라고 가정한다. 이러한 수단변수 Z_t 를 이용하여 함수 f 를 정의하면,

$$f(r_t, Z_{t-1}, \beta) = h(r_t, \beta) \otimes Z_{t-1} \tag{5}$$

단, $R^{n+1} \times R^p \times R^n \rightarrow R^n$, $q = n \times p$, 그리고 \otimes 는 Kronecker product를 표시한다.

여기서 直交化 條件(orthogonality conditions)의 수는 q 개가 된다.
식(4)로부터 식(6)의 관계가 성립된다.

$$E[f(r_t, Z_{t-1}, \beta_0)] = 0 \quad (6)$$

殘差方程式을 $g_0(\beta) = E[f(r_t, Z_{t-1}, \beta)]$ 로 정의하면 식(6)으로부터 $g_0(\beta_0) = 0$ 이 성립하고, g 함수는 다음과 같이 추정될 수 있다.

$$g_T(\beta) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T f(r_t, Z_{t-1}, \beta) \quad (7)$$

단, 관찰치의 수가 충분히 큰 T 에 대해서 $g_T(\beta_0)$ 는 0에 가깝다. 식(7)에 정의된 잔차방정식 g 를 이용하여 목적함수 J 는 식(8)로 표시될 수 있다.

$$J_T(\beta) = g_T(\beta)' W_T g_T(\beta) \quad (8)$$

단, W_T 는 $q \times q$ 對稱陽定符號加重行列(symmetric positive definite weighting matrix)이고 W_T 의 추정은 표본정보의 집합 Z_{t-1} 에 의해 결정된다.

Hansen(1982)에 의하면 모수(베타)를 추정하기 위해서는 목적함수 (8)을 최소화함으로써 가능하고, 이러한 방법으로 추정된 베타들은 최소의 점근적 공분산을 사용하여 추정하였기 때문에 최적으로 추정되었다고 볼 수 있다.

다만, 실제로 GMM의 추정을 위해서는 加重行列(weighting matrix)인 W_T 의 추정이 선행되어야 하고, 식(9)에서 보듯이 잔차방정식인, g 함수를 이용하면 W_T 의 추정이 가능하다.

$$W_T = \left[\sum_{j=-k+1}^{k-1} 1/T \sum_{t=1+j}^T f(r_{t+m}, Z_{t-1}, \beta_t) f(r_{t+n-j}, Z_{t-j}, \beta_T)' \right]^{-1} \quad (9)$$

단, k 는 잔차항 U_t 의 자기상관의 차수를 표시한다.

식(9)의 加重行列을 이용하여 추정된 GMM 추정치들의 점근적 공분산 행렬 Σ 는 식(10)으로 표시된다.

$$\Sigma_0 = (D_0' W_0 D_0)^{-1} = \left[\left(E \left[\frac{\partial g_T(\theta_0)'}{\partial \theta} \right] \right)' W_0 \left(E \left[\frac{\partial g_T(\theta_0)}{\partial \theta'} \right] \right) \right]^{-1} \quad (10)$$

$$\Sigma_T = (D_T' W_T D_T)^{-1} = \left[\left(1/T \sum_{t=1}^T \frac{\partial h(r_t, \beta_t) \otimes Z_t}{\partial \beta} \right)' W_T \left(1/T \sum_{t=1}^T \frac{\partial h(r_t, \beta_t) \otimes Z_t}{\partial \beta} \right) \right]^{-1}$$

단, Σ_0 는 진정한 母數(true parameter)를 사용한 공분산 행렬이고, Σ_T 는 실제자료를 사용하여 추정된 공분산 행렬을 나타낸다.

추정되어야 할 추정계수들이 n 개가 있고, 잔차방정식으로부터 $q(=n \times p)$ 개의 직교화 조건이 있다고 가정하면 목적함수 (8)을 최소화함으로써 얻어진 추정계수들의 β_T 는 일치추정량(consistent estimators)이며 $(q-n)$ 의 자유도를 가진 chi-square(χ^2) 분포를 점근적으로 갖는다고 한다.²⁾

$$T J_T(\beta_T) = T g_T(\beta_T)' W_T^* g_T(\beta_T) \xrightarrow{D} \chi^2(q-n) \quad (11)$$

단, W_T^* 는 W_0 의 일치추정량(consistent estimator)이다.

더욱이 식(11)로부터 過大識別 制約式(overidentifying restriction)의 검증을 통해 식(1)이 실제자산의 기대수익률을 사용했을 때 얼마나 유용한가를 알아볼 수 있다.

실제자료를 이용한 CAPM의 추정을 위한 GMM응용에 있어서는 목적함수 J 를 최소화하기 위해 가중행렬인 W_T 의 추정이 필요하고 W_T 의 추정을 위해서는 β 의 추정이 필요하기 때문에 2단계(two steps)의 추정이 있어야 한다. 우선 첫째 단계에서의 β_T 의 추정을 위한 W_T 로서는 단위행렬(identity matrix)이 쓰여진다. 이러한 단위행렬을 사용하여 목적함수 J 를 구성하고, 함수 J 를 최소화함으로써 첫째 단계의 β_T 를 추정한다.

둘째 단계에서는 첫째 단계에서 추정된 추정계수 β_T 를 사용하여 잔차방정식(error function) g 와 W_T 를 다시 추정하고, 이렇게 추정된 g 와 W_T 를 이용하여 목적함수 J 를 추정할 수 있다. 그러므로 둘째 단계의 β_T 는 목적함수 J 를 최소화하여 얻을 수 있다.

실제 추정에 있어서는 둘째 단계의 추정과정이 목적함수 J 를 최소화 할 때까지 수많은 반복(iteration)이 필요하기 때문에 反復的 GMM(iterated GMM)이라고 한다.

III. 資料 및 實證分析 結果

1. 資料

본 논문에서는 기업규모에 따른 베타의 정형화된 특징(stylized facts)을 찾는 것이

2) 본 논문에서는 각 개별자산 수익률을 사용하였기 때문에 추정되어야 할 추정계수는 1개가 되고, III장에서 보듯이 수단변수로서는 4개(상수, 금리차, 시장포트폴리오의 초과수익률, 관련대상 자산의 초과수익률)가 사용됨으로 직교화조건(orthogonality conditions)은 $1 \times 4 = 4$ 가 된다. 자유도(degree of freedom)는 직교화 조건의 수인 4에서 추정되어야 하는 추정계수의 수인 1을 빼면 3이된다.

매우 중요하므로 가장 작은 크기의 기업들에서부터 기업규모가 가장 큰 기업들까지 10개군으로 나누어 베타를 추정하고자 한다.³⁾

분석대상이 되는 표본기간은 1982. 1~1991. 4월까지의 월별자료가 사용되고 관찰치의 수는 112개가 된다.

베타를 추정하기 위한 CAPM모형의 추정에 있어서 시장포트폴리오를 나타내 줄 수 있는 적절한 대응변수(proxy)를 찾는 것이 매우 중요한 데, 본 논문에서는 가중평균(value-weighted average)종합지수와 단순평균(equally-weighted average)종합지수인 한경다우지수를 시장포트폴리오로 각각 사용하고, 초과수익률을 계산하기 위한 무위험자산으로는 국채수익률이 사용된다.

〈표 1〉은 무위험자산에 대한 초과수익률의 기초통계치인 평균, 표준편차 및 自己相關(sample autocorrelation)계수 등을 나타내고 있다. 우선 수익률의 평균을 살펴보면, 규모가 작은 기업들의 평균수익률이 규모가 큰 기업들에 비해서 상대적으로 높은 것으로 나타나고, 표준편차는 기업규모가 작은 기업이 큰 기업에 비해 약간 높은 것으로 나타나고 있다.

분석대상이 되는 포트폴리오들의 자기상관의 정도를 살펴보면, 모든 포트폴리오들이 자기상관은 희박한 것으로 나타나고 있어 주식시장의 특징을 잘 반영해주고 있다.

3) 규모별 포트폴리오는 10개의 포트폴리오로 size1은 최소규모이고 size10은 최대규모의 포트폴리오임. 구성방법은 매월초 상장시가총액의 크기순으로 분류한 후 10개의 포트폴리오로 나누어 구성하였다. 만일 포트폴리오의 크기가 정수로 결정되지 않을 경우에는 시가총액이 작은 포트폴리오에 배분함. 월중에 소멸된 기업은 포트폴리오구성에서 제외시켰다.

〈표 1〉 無危險資産에 대한 超過收益率의 基礎統計值
표본기간 : 1982. 1~1991. 4(월별자료, 관찰치의 수=112)

포트폴리오 구 분	평균	표준 편차	자기상관(sample autocorrelation)											
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
size1	0.0144	0.0839	0.219	0.090	0.024	0.067	0.026	-0.110						
			0.068	-0.087	0.118	0.330	0.314	0.092						
size2	0.0126	0.0748	0.141	0.029	0.016	0.147	-0.008	-0.012						
			0.008	-0.145	0.120	0.323	0.220	0.009						
size3	0.0090	0.0704	0.106	0.106	-0.030	0.178	-0.073	-0.092						
			-0.058	-0.140	0.085	0.294	0.224	0.042						
size4	0.0080	0.0694	0.050	0.064	-0.109	0.133	0.003	-0.079						
			-0.081	-0.133	0.101	0.312	0.201	0.023						
size5	0.0094	0.0663	0.139	0.146	-0.055	0.157	0.029	-0.026						
			-0.028	-0.096	0.109	0.335	0.167	0.035						
size6	0.0070	0.0631	0.058	0.087	-0.095	0.154	0.005	-0.028						
			-0.044	-0.058	0.016	0.322	0.188	0.087						
size7	0.0041	0.0679	0.009	0.117	-0.143	0.157	-0.035	0.010						
			-0.069	-0.070	0.129	0.314	0.127	0.173						
size8	0.0081	0.0689	0.072	0.179	-0.130	0.138	0.010	-0.053						
			-0.128	-0.044	0.183	0.313	0.116	0.202						
size9	0.0024	0.0681	-0.089	0.207	-0.137	0.218	0.026	0.159						
			-0.064	0.064	0.089	0.280	0.015	0.185						
size10	0.0001	0.0710	-0.085	0.141	-0.085	0.198	0.096	0.115						
			-0.030	0.103	0.031	0.234	-0.069	0.176						

주) 무위험자산으로 국채수익률이 사용됨.

2. 實證分析 結果

(1) 手段變數를 찾기 위한 OLS 추정결과

포트폴리오 베타의 추정을 위해서 본 논문에서는 제II장에서 소개된 GMM을 사

용한다. GMM을 이용하여 올바른 실증분석결과를 얻기 위해서는 적절한 수단변수(instrumental variables)를 찾아야 한다. 일반적으로 추정하고자 하는 모형에 사용되는 관련변수들의 자기시차들을 수단변수들로 많이 이용한다. 그러나 본 논문에 사용되는 CAPM모형의 추정에 있어서는 주식시장의 자산수익률이 주로 관련변수들이기 때문에 반드시 자기시차가 관련변수들의 예측에 도움을 주는 유용한 정보의 집합이 될 수는 없다. 왜냐하면, 주식시장의 資產收益率의 變動性(variability)이 높아 자기시차가 제공하는 설명력은 일반적으로 낮기 때문이다.

그러므로 본 논문에서는 單純最小自乘法(OLS)을 이용하여 CAPM의 추정에 사용되는 시장포트폴리오의 대응변수인 종합주가지수의 수익률과 초과수익률의 예측에 도움을 줄 수 있는 유용한 과거의 정보(useful information)를 찾고, 이것을 GMM추정의 수단변수로 사용한다.

우선 <표 2>는 CAPM의 시장포트폴리오의 대응변수인 종합주가지수의 예측에 도움을 줄 수 있는 수단변수는 찾는 단순 OLS 추정결과이다.

설명변수들은 회사채수익률과 은행 정기예금금리의 금리차(INS1), 회사채수익률과 국채수익률의 수익률의 차이(INS2), 그리고 거시변수들로서는 총통화공급(INS3), 환율(INS4), 무역수지적자(INS5) 그리고 정부지출(INS6) 등이 사용되었다.

실증분석의 결과에 의하면 회사채수익률과 은행정기예금금리의 차인 INS1이 가장 유용한 수단변수가 될 수 있고, 회사채수익률과 무위험자산인 국채수익률사이의 수익률 차, 역시 어느 정도 설명력을 제공해주고 있음을 알 수 있다. 반면에 거시변수들은 종합주가지수의 예측에 큰 도움이 되지 못하고 있는 것으로 보여진다.

<표 2> 手段變數(Instrumental Variables)를 찾기 위한 OLS 推定結果

추정방정식 : $R_{mt} = \beta_0 + \beta_1 INS1_{t-1} + \beta_2 INS2_{t-1} + \beta_3 INS3_{t-1} + \beta_4 INS4_{t-1}$ $+ \beta_5 INS5_{t-1} + \beta_6 INS6_{t-1} + U_t$ 단, R_{mt} = 시장포트폴리오(종합주가지수)수익률 표본기간 : 1982. 1~1991. 4(월별자료, 관찰치수의 수=112)							
β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	Rmt
-0.03 (-0.29)	-12.83 (-2.28)	11.43 (1.45)	0.55 (1.12)	0.0001 (0.98)	0.001 (0.64)	0.005 (0.30)	$R^2=0.123$
0.07 (-0.29)	-15.53 (-3.37)	10.94 (1.42)					$R^2=0.101$

주) 1. $INS1=(\text{회사채수익률}-\text{은행정기예금금리})$,

INS2=(회사채수익률-국채수익률), INS3=총통화공급,
INS4=대미환율, INS5=무역수지적자, INS6=정부지출

2. ()은 t값을 나타냄.

이와 같이 종합주가지수의 예측에 가장 중요한 변수는 역시 금리가 된다는 것을 보여주고 있으며, 이것은 거시경제이론이나 재무관리이론과도 부합되고 있음을 보여준다. 미국의 경우에는 종합주가지수(value-weighted New York stock index)를 예측하는 데 도움을 주는 변수들은 1개월 만기의 국채금리, 종합주가지수의 配當收益率(dividend yield) 등인 것으로 나타나고 있어 본 논문의 경우와 어느 정도 일치하는 결과를 보여주고 있다. Campbell과 Shiller(1988), Fama와 French(1988) 등은 배당수익률이 미래 종합주가지수를 예측하는데 매우 유용한 설명변수라고 하였고, Nam(1990) 역시 배당수익률이 종합주가지수를 설명하는데 추가적인 설명력이 있음을 확인하였다. 그리고 Fama와 Schwert(1977)등은 1개월 만기의 국채수익률 역시 종합주가지수의 예측에 도움이 된다는 것을 보여주었다.⁴⁾

(2) 베타의 推定

이와 같이 단순 OLS를 이용하여 얻어진 수단변수인 회사채수익률과 은행정기예금 금리의 차 시장포트폴리오의 초과수익률의 자기시차, 분석대상이 되는 포트폴리오의 초과수익률의 자기시차, 그리고 常數등이 GMM의 수단변수로 사용되었다.⁵⁾⁶⁾

〈표 5〉는 종합주가지수를 시장포트폴리오로 사용한 GMM의 추정결과이고, 〈표 6〉은 80종목 평균인 한경다우지수를 시장포트폴리오로 사용한 추정결과를 나타내고 있다.

기업규모별 분류에 의한 베타 추정에 의하면, 규모가 큰 기업이 규모가 작은 기업에

4) 종합주가지수익률 외의 채권수익률의 예측에 도움을 주는 변수들에 관한 연구는 Campbell과 Shiller(1988), Fama와 French(1988), Fama와 Schwert(1977), Keim과 Stambaugh(1986), Fama(1984), 그리고 Stambaugh(1988) 등을 참조.

5) 만약 수단변수로 더욱 많은 시차들을 포함하면(예를들면, NLAG=4) 잔차항 U_t 의 조건부 이분산(conditional heteroskedasticity)과 자기상관(serial correlation)을 제거하는데 도움이 된다. 그러나 Tauchen(1986)이 지적하였듯이, 가장 작은 갯수의 수단변수를 사용할 때 계수의 점근적 최적추정이 가능하다.

6) 우리나라에서도 미국의 경우처럼 종합주가지수의 예측에 도움을 줄 수 있는 수단변수로서 금리변수 외에 배당수익률이 고려될 수 있다. 그러나 배당수익률을 수단변수로 사용한 CAPM의 추정은 다음 연구로 미룬다.

비해 전반적으로 체계적 위험정도가 높은 것으로 나타나고 있어, 기업규모와 자산의 위험정도와는 정비례관계가 있을 수도 있음을 보여주고 있다.

모든 베타의 추정들은 추가적인 설명력이 있음을 보여주고, size9의 경우를 제외하고는 GMM에 의해 추정된 CAPM모형이 현실적으로 잘 부합되고 있음을 보여준다.

<표 6>에 나타난 시장포트폴리오의 대용변수로서 한경다우지수를 사용한 경우의 추정결과는 전반적으로 <표 5>와 비슷한 결과로 규모가 큰 기업이 규모가 작은 기업에 비해 자산의 체계적 위험의 정도를 나타내는 베타가 큰 것으로 나타난다.

특히, 기업규모별 구분에 따른 베타의 추정의 경우 GMM을 사용하여 CAPM모형을 추정한 실증분석결과는 단순 OLS 추정결과에 비해 우월하다는 것을 알 수 있다.

<표 3>과 <표 4>에 있는 OLS를 이용한 CAPM모형의 추정결과에 의하면 기업규모별 구분에 따른 자산의 경우 t값은 모두 유의성이 있는 것으로 나타난다. 그러나

<표 3> OLS를 사용한 베타推定 結果(綜合株價指數이용)

추정방정식 : $E(er_i) = \beta E(er_m)$				
단, er_i = 무위험자산에 대한 자산 i의 초과수익률				
er_m = 무위험자산에 대한 시장포트폴리오(종합주가지수)의 초과수익률				
β = 베타				
표본기간 : 1982. 1~1991. 4(월별자료, 관찰치의 수=112)				
포트폴리오 구분	β	SE(β)	D. W.	P-value
size 1	0.85	0.08	1.68	0.01
size 2	0.80	0.07	1.66	0.13
size 3	0.78	0.06	1.65	0.04
size 4	0.80	0.06	1.74	0.04
size 5	0.76	0.06	1.49	0.15
size 6	0.78	0.05	1.63	0.05
size 7	0.84	0.05	1.66	0.004
size 8	0.89	0.04	1.42	0.000
size 9	0.91	0.04	2.45	0.000
size 10	0.98	0.03	1.73	0.46

- 주) 1. SE는 표준오차
- 2. D. W.는 Durbin-Watson 통계량
- 3. 초과수익률을 계산하기 위한 무위험자산으로는 국채수익률이 사용됨.
- 4. P-value는 귀무가설이 기각될 수 있는 유의성 수준의 가장 작은 수치.

CAPM모형의 적합성 검증을 나타내는 P-value에 의하면 <표 5>와 <표 6>의 GMM에 의한 추정결과가 OLS추정결과에 비해 우월하다는 것을 알 수 있다.

<표 3>의 OLS 실증분석 결과에서 보듯이 size2와 size5, size10을 제외하고는 5%유의수준에서 단순 CAPM모형이 설득력이 없음을 보여주고 있으나 GMM을 사용한 <표 5>의 경우에는 size9의 경우만 제외하고는 모든 자산들의 CAPM모형이 현실경제를 설명하고 있다는 것을 알 수 있다.

이러한 차이는 관련변수들이 自己相關(autocorrelation)의 정도가 약하여 OLS나 GMM 모두 같은 결과를 보여 줄 수 있으나, GMM의 경우 주식시장의 수익률의 條件附異分散(conditional heteroskedasticity)을 설명할 수 있기 때문에 GMM을 사용하는 것이 더욱 바람직한 결과를 유도할 수 있음을 보여준다. 특히 본 논문에서 사용된 수단변수가 분석대상이 되는 자산수익률과 시장포트폴리오의 자기시차 외에 회사채수익률과 정기예금금리의 금리차를 포함함으로써 CAPM을 적절히 설명하는데

<표 4> OLS를 사용한 베타推定 結果(韓經다우指數이용)

추정방정식 : $E(er_{it}) = \beta E(er_{mt})$				
단, er_{it} = 무위험자산에 대한 자산 i의 초과수익률				
er_{mt} = 무위험자산에 대한 시장포트폴리오(한경다우지수)의 초과수익률				
β = 베타				
표본기간 : 1982. 1 ~ 1991. 4(월별자료, 관찰치의 수 = 112)				
포트폴리오 구분	β	SE(β)	D. W.	P-value
size 1	0.87	0.08	1.67	0.13
size 2	0.84	0.07	1.67	0.23
size 3	0.82	0.06	1.70	0.000
size 4	0.84	0.06	1.80	0.04
size 5	0.77	0.06	1.52	0.44
size 6	0.80	0.05	1.61	0.51
size 7	0.87	0.05	1.81	0.06
size 8	0.92	0.04	1.80	0.02
size 9	0.89	0.04	2.44	0.03
size 10	0.92	0.05	1.98	0.03

- 주) 1. SE는 표준오차
 2. D. W.는 Durbin-Watson 통계량
 3. 초과수익률을 계산하기 위한 무위험자산으로는 국채수익률이 사용됨.

기여한 것으로 보여진다.

〈표 5〉 GMM을 사용한 베타推定 結果(綜合株價指數이용)

추정방정식 : $E(er_i) = \beta E(er_m)$				
단, er_i = 무위험자산에 대한 자산 i의 초과수익률				
er_m = 무위험자산에 대한 시장포트폴리오(종합주가지수)의 초과수익률				
β = 베타				
표본기간 : 1982. 1~1991. 4(월별자료, 관찰치의 수=112)				
포트폴리오 구분	β	SE(β)	$\chi^2(3)$	P-value
size 1	0.77	0.20	4.82	0.19
size 2	0.71	0.18	3.58	0.31
size 3	0.65	0.17	2.07	0.56
size 4	0.64	0.17	1.82	0.61
size 5	0.71	0.15	3.65	0.30
size 6	0.72	0.12	4.15	0.25
size 7	0.79	0.14	3.31	0.35
size 8	0.89	0.09	4.02	0.26
size 9	0.74	0.18	16.51	0.00
size 10	0.92	0.07	7.22	0.07

- 주) 1. 위험 자산으로는 국채 수익률이 사용됨.
 2. GMM추정을 위한 수단변수로는 회사채수익률과 은행정기예금금리의 금리차, 분석대상이 되는 자산수익률의 자기시차, 시장포트폴리오의 자기시차, 그리고 상수가 사용됨.

〈표 6〉 GMM을 사용한 베타推定 結果(韓經다우指數이용)

추정방정식 : $E(er_{it}) = \beta E(er_{mt})$				
단, er_{it} = 무위험자산에 대한 자산 i 의 초과수익률				
er_{mt} = 무위험자산에 대한 시장포트폴리오(한경다우지수)의 초과수익률				
β = 베타				
표본기간 : 1982. 1~1991. 4(월별자료, 관찰치의 수=112)				
포트폴리오 구분	β	SE(β)	$\chi^2(3)$	P-value
size 1	0.72	0.20	6.28	0.10
size 2	0.66	0.18	5.10	0.16
size 3	0.62	0.17	3.11	0.37
size 4	0.62	0.17	2.38	0.50
size 5	0.66	0.15	4.22	0.24
size 6	0.68	0.14	3.59	0.31
size 7	0.79	0.15	1.17	0.76
size 8	0.89	0.09	3.89	0.27
size 9	0.90	0.13	7.07	0.07
size 10	0.96	0.12	1.75	0.63

주) 1. GMM의 추정에 사용된 수단변수에 대한 설명은 〈표 5〉를 참조.

IV. 要約 및 結論

본 논문에서는 GMM을 이용하여 단순 CAPM 모형을 추정하였다. 분석대상 자산으로는 10개의 기업규모별 포트폴리오가 사용되었고, 대상기간은 1982.1~1991.4사이의 월별자료(112개의 관찰치)가 사용되었다.

기업규모별 구분에 따른 포트폴리오의 경우에 대체적으로 기업규모가 작은 기업 포트폴리오의 베타가 규모가 큰 기업포트폴리오에 비해 작은 것으로 나타나는 사실(stylized facts)을 발견할 수 있다. 이것은 기업규모와 위험척도가 반드시 반비례하기 보다는 정(+)의 관계를 가질 수도 있음을 암시한다.

t 값 및 p -value에 의하면 기업 규모에 따른 포트폴리오 역시 유의성이 매우 높고, 전반적으로 CAPM 모형이 우리나라의 현실자료에 의해 잘 설명될 수도 있음을 보여준다.

기업 규모별 자산을 사용한 OLS 추정결과에 의하면, size2와 size5, size10의 경우를 제외한 기타 자산의 경우 5%유의수준에서 기각되고, 반면에 GMM을 사용한 CAPM의 추정한 결과에 의하면 size9을 제외한 모든 자산들에 대해서는 CAPM 모형이 현실적으로 잘 부합되는 것을 보여주고 있다.

이러한 계량경제학적 방법론에 따른 실증분석 결과의 차이는 GMM이 自己相關뿐만 아니라 주식시장의 資產收益率의 變動性(variability)과 異分散(heteroskedasticity)을 잘 설명하고 있기 때문인 것으로 판단된다. 특히 CAPM모형의 추정에 사용된 자산수익률의 자기시차가 아닌 手段變數(예를 들면, 회사채수익률과 정기에금금리의 금리차)를 포함시킴으로써 CAPM의 설명력을 높이도록 시도하였다.

다만 본 논문에서 사용된 CAPM의 베타추정의 경우에 기대수익률이나 베타 등이 분석대상기간동안 일정하다는 가정하에 추정되었기 때문에 이들 변수의 시간에 따른 가변성을 고려하지 못하였다. 時間 可變性을 고려한 모형은 추후 연구과제로 미루기로 한다.

참 고 문 헌

- 구본열, “한국 증권시장에서 투자자의 상대위험회피계수의 추정에 관한 연구,” 증권학회지, 제14집, 1992, 1-24.
- 남주하, “소비준거자산가격모형(time-nonseparable consumption-based asset pricing model)을 이용한 시간선호율(time preference)의 추정과 소비행태의 분석,” 한국경제학회 정기학술대회 발표, 1993.
- 박정식, 송영출, “우리나라 증권시장에서의 CAPM의 설명력,” 신평저널, 제1권 3호, 1988, 6-14.
- 최운열, 백용호, “주가변화와 소비변화의 관계에 대한 연구: CCAPM의 실증분석을 중심으로,” 증권학회지, 제14집, 1992, 401-424.
- 황선웅, 이일균, “자본자산 포트폴리오의 효율성에 대한 다변량 검증,” 증권학회지, 제13집, 1991, 357-401.
- Black, Fischer, Michael Jensen, and Myron Scholes, “The Capital Asset Pricing Model : Some Empirical Results, in Studies in the Theory of Capital Markets,” edited by Michael Jensen, Praeger, New York, NY, 1972.
- Bollerslev, Tim P., Robert F. Engle, and Jeffrey M. Wooldridge, “A Capital Asset Pricing Model with Time-varying Covariances,” *Journal of Political Economy* 96 (1998), 116-131.
- Campbell, John Y., “Stock Returns And the Term Structure,” *Journal of Financial Economics* 18 (1987), 373-400.
- Campbell, John Y. and Robert J. Shiller, “The Dividend Price Ratio and Expectations of Future Dividends and Discount Factors,” *Review of Financial Studies* 1 (1988), 195-228.
- Engle, Robert F., David M. Lilien, and Russell P. Robbins, “Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure : The ARCH-M Model,” *Econometrica* 55 (1987), 391-407.
- Fama, Eugene F., “The Information in the Term Structure,” *Journal of Financial Economics* 13 (1984), 509-528.
- Fama, Eugene F. and Kenneth R. French, “Dividend Yields and Expected Stock Returns,” *Journal of Financial Economics* 22 (1988), 3-26.
- Fama, Eugene F. and J. D. Macbeth, “Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Test,”

- Journal of Political Economy* 81 (1973), 607-636.
- Fama, Eugene F. and G. William Schwert "Asset returns and Inflation," *Journal of Financial Economics* 5 (1977), 115-146.
- Ferson, Wayne E., "Are the Latent Variables in Time-Varying Expected Returns Compensation for Consumption Risk ? ." *Journal of Finance* 45 (1990), 397-429.
- Ferson, Wayne E., Shmuel Kandel, and Robert F. Stambaugh, "Tests of Asset Pricing with Time-Varying Expected Risk Premiums and Market Betas," *Journal of Finance* 42 (1987), 201-220.
- French, Kenneth R., G. William Schwert, and Robert F. Stambaugh, "Expected Stock Returns and Volatility," *Journal of Financial Economics* 19 (1987), 3-30.
- Gibbons, Michael R., "Multivariate Test of Financial Models : A New Approach," *Journal of Financial Economics* 10 (1982), 3-27.
- Gibbons, Michael R. and Wayne E. Ferson, "Tests of Asset Pricing Models with Changing Expectations and an Unobservable Market Portfolio," *Journal of Financial Economics* 14 (1985), 217-236.
- Hansen, Lars P., "Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators," *Econometrica* 50 (1982), 1029-1054.
- Harvey, Campbell R., "Time-Varying Conditional Covariances in Tests of Asset Pricing Models," *Journal of Financial Economics* 24 (1989), 289-317.
- Kandel, Shmuel and Robert F. Stambaugh, "On Correlations and Inferences about Mean-Variance Efficiency," *Journal of Financial Economics* 18 (1987), 61-90.
- Keim, D. and Robert F. Stambaugh, "Predicting Returns in the Bond and Stock market," *Journal of Financial Economics* 17 (1986), 357-390.
- Lintner, John, "The Valuation of Risk assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets" *Review of Economics and Statistics*, 47 (1965), 13-37.
- Nam, Joo-Ha, "Habit Persistence / Durability, Taxation and Seasonality in Consumption-Based Asset Pricing Model," Ph.D. Thesis, Duke University, 1990.
- Newey, Whitney K. and Kenneth D. West, "Hypothesis Testing with Efficient Method of Moments Estimation," *International Economic Review* 28 (1987), 777-787.
- Roll, R., "A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests- Part 1 : On Past and Poten-

- tial Testability of the Theory,” *Journal of Financial Economics* 4 (1977), 129-176.
- Sharpe, William, “Capital Asset Prices : A theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk,” *Journal of Finance* 19 (1964), 425-442.
- Stambaugh, Robert F., “On the Exclusion of Assets from Tests of the Two-Parameter Model : A Sensitivity Analysis,” *Journal of Financial Economics* 10 (1982), 237-268.
- Stambaugh, Robert F., “The Information in Forward Rates : Implications for Models of the Term Structure,” *Journal of Financial Economics* 21 (1988), 41-70.
- Tauchen, G., “Statistical Properties of Generalized Method of Moments Estimates of Structural Parameters Using Financial Market Data,” *Journal of Business and Economic Statistics* 4 (1986), 397-425.