

임의 형상의 다타격 단조해석

정동택, 유요한

국방과학연구소

낙하해머를 이용한 복잡형상의 다타격 단조(multi-blow forging)를 파동방정식에 기초를 둔 엑스플리시트 시간적분 유한요소법을 사용하여 해석하였다. 초기에 해머가 일정속도로 단조 재료를 타격하고 그후 금형과 단조재료에 남아있는 탄성에너지에 의하여 금형이 단조재료로부터 완전히 분리될 때 까지 계산을 수행한후 소성변형 만을 다음 타격시에 사용 하였다. 이러한 방법을 사용하여 원하는 형태가 이루어질때 까지 타격을 반복 하였다. 마찰이 적을수록 그리고 해머의 초기속도가 빠를수록 타격 효율이 증가함을 확인 하였다. 또한 일정 타격후 다이의 진동을 관찰할수 있었다.

1. 서론

낙하 해머(drop hammer)에 의한 단조품의 다타격 단조는 오랫동안 사용되어 온 기본적인 소성변형 방식이지만 지금 까지 이루어진 대부분의 연구결과는 초보적인 단계에 머물러있다.^(1,2) 물론 근래에 성형공정 해석에 많이 이용되어온 강소성 유한요소코드 (rigid-plastic finite element code)또는 탄소성 유한요소코드(elasto-plastic finite element code)에, 변형속도 효과를 고려한 구성방정식을 결합시켜 해석을 시도할수도 있으나 이런 기존의 강성행렬을 사용하는 임플리시트 시간적분 유한요소코드(implicit time integration finite element code)에 의한 소성가공 해석^(3,5)은 거의 금형의 이동속도가 고정되어 있거나 단조재료에 가해지는 하중이 고정되어 있는 경우에 대한 해석이 대부분 이었다. 즉 운동량보존(momentum conservation)이나 관성효과를 무시할수있는 기계식이나 나사식 프레스 또는 유압식 프레스에 의한 단조의 해석에 국한될 수밖에 없다. 따라서 금형의 무게와 초기 타격 속도에 의하여 결정되는 운동에너지에 의하여 단조재료내에 빠른 속도의 변형이 발생하는 다타격 단조 문제의 해석에 적용하기에는 많은 어려움이 있었다.

본 논문에서는 파동방정식에 기초를 둔 엑스플리시트 시간 적분 유한요소 코드(explicit time integration finite element code)를 이용하여 낙하 해머를 이용한 스파이크(spike) 단조 문제를 해석해 보았다.

엑스플리시트 시간 적분 유한요소 코드는 주로 짧은 시간에 일어나는 충격현상 또는 파의 전파에 대한 해석에 유리하나 정적 평형(static equilibrium)문제에 대한 해석⁽⁶⁾에는 그리 효과적이지 못하다. 그러나 단조시 실제 소성 변형이 일어나는 시간은 대단히 짧고 그 이후에

일어나는 현상들은 탄성파에 의한 것이기 때문에 타격 후 금형 또는 해머가 완전히 시편에서 분리된 후에는 더 이상의 소성변형은 없다는 사실에 착안하여 엑스플리시트 시간 적분 유한요소 코드를 사용하였다. 금형과 단조재료의 자유운동에 의하여 타격후 금형과 단조재료가 분리된 후에는 단조재료 및 금형내에 존재하는 탄성 변형에 의한 모든 응력을 제거하고, 단조재료내에 남아 있는 소성변형에 의한 응력만을 다음 타격에 사용하였다. 물론 이때 제하(unloading)에 의한 탄성변형은 무시되었으나 실제로 발생하는 변형이 주로 소성변형이기 때문에 이에 의한 변형은 무시될 수 있다고 가정하였다.

이상의 기법을 바탕으로 하여 마찰이 단조형상, 타격하중 (clash load), 타격효율(blow efficiency)에 미치는 영향을 살펴보았다. 또한 초기 타격속도, 단열승온(adiabatic heating) 효과가 타격효율에 미치는 영향을 살펴보았다.

2. 엑스플리시트 시간 적분 유한 요소법

2. 1. 기본 방정식

물체의 운동방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$\sigma_{ij,j} + \rho f_i = \rho \ddot{u}_i \quad (2.1)$$

트랙션(traction) 경계 조건:

$$\sigma_{ijn_j} = t_i(t) \text{ on } S_t \quad (2.2)$$

변위 경계 조건:

$$u_i(t) = x_i(t) \text{ on } S_u \quad (2.3)$$

접촉 불연속조건:

$$\left(\sigma_{ij}^+ - \sigma_{ij}^-\right) n_j = 0 \text{ on } S_e \quad (2.4)$$

여기서 σ_{ij} 는 Cauchy 응력, ρ 는 밀도, f_i 는 체적력 밀도, \ddot{u}_i 는 가속도, n_j 는 경계면 S_e 에서의 바깥쪽 수직 단위 벡터(unit outward normal vector)이다.

2.2 기본 방정식의 수식화

운동 방정식 (2.1)의 위크 폼(weak form)을 다음과 같이 쓸수있다.

$$\sum_e \int_{V_e} \left(\sigma_{ij,j} + \rho f_i - \rho \ddot{u}_i \right) \delta u_i dv = 0 \quad (2.5)$$

여기서 δu_i 는 운동학적인 구속 조건들(kinematic constraints)을 만족시키며 적분은 현재 형상에 대하여 수행된다. 부분 적분과 Gauss의 발산 정리를 적용하면 가상일의 원리에 대한 식은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\sum_e \left(\int_{S_e} \sigma_{ij} n_j \delta u_i dA - \int_{A_e} \sigma_{ij} \delta u_{ij} dA + \int_{A_e} \rho b_i \delta u_i dA - \int_{A_e} \rho \ddot{u}_i \delta u_i dA \right) = 0 \quad (2.6)$$

여기서 서메이션 심볼(Summation symbol)은 각요소의 힘 벡터가 전체 절점력 벡터(global nodal force vector)로 만들어 지는 것을 나타낸다. 위의 식에서 첫번째와 세번째 적분은 외부 힘 벡터를 정의하며 마지막 적분은 관성 효과를 정의한다. 또한 두번째 적분은 요소의 내부 힘 벡터 f_{ij} 를 정의하기 위해 사용된다. 즉,

$$\delta u_{ij} f_{ij} = \int_{A_e} \sigma_{ij} \delta u_{ij} dA \quad (2.7)$$

이때 요소의 변위장의 비선형 부분을 무시하는 1점 적분 방법이 사용되었다. 즉, 요소내에서의 응력과 변형도를 균일하다고 가정하였다. 위의 식 (2.7)은 다음과 같이 근사화 된다. 즉

$$f_{ij} = \bar{\sigma}_{ij} B_{ij}, \quad B_{ij} = \phi_{I,j} dA_e \quad (2.8)$$

위에서 $\bar{\sigma}_{ij}$ 는 요소내의 가정된 균일 (평균) 응력이다. 4점 적분 방식과는 달리 1점 적분시에는 사변형의 면적과 B_{ij} 는 형상 함수의 변수가 아닌 현재 각 절점의 좌표값으로 직접 표시되므로 계산시간이 대폭 절감된다. 엑스플리시트 형태의 장점을 얻으려면 질량 행렬을 대각선 행렬화 해야만 한다. 식 (2.6)의 네번째 적분은 다음과 같이 근사화 된다. 즉

$$\int_{A_e} \rho \ddot{u}_i \delta u_i dA \cong \ddot{u}_{ij} m_{IJ} \delta u_{ij} \quad (2.9)$$

그리고

$$m_{IJ} = \rho A_e \delta_{IJ} \quad (2.10)$$

여기서 δ_{IJ} 는 크로네커 델타(kronecker delta)이다. 각각의 요소 행렬을 조합하면 전체 요소행렬 또한 대각선 행렬이 되며 이를 벡터 M_I 로 표시할 수 있다.

축대칭인 경우에는 Goudreau와 Hallquist⁽⁷⁾에 의하여 개발된 Petrov-Galerkin 유한요소법을 사용하였다.

2.3 엑스플리시트 시간 적분

본 논문에서는 운동방정식을 시간에 대해 적분하기 위해 수정된 중앙 차분(modified central difference) 방식이 사용된다. 즉 속도는 전방 차분(forward difference)으로 적분되고 변형은 후방 차분(backward difference)으로 적분된다. 각 절점에서의 적분방식은 다음과 같다.

$$\ddot{u}_t = M^{-1} \left(f_t^{ext} - f_t^{int} \right) \quad (2.12)$$

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + \Delta t \ddot{u}_t \quad (2.13)$$

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \Delta t \dot{u}_{t+\Delta t} \quad (2.14)$$

여기서 \dot{u} 와 u 는 각각 속도와 변위 벡터이고 f_t^{ext} 와 f_t^{int} 는 각각 외부와 내부의 절점력이고 M 은 절점의 집중 질량이고 Δt 는 시간증분이다. 중앙 차분 연산자(Central difference operator)는 조건에 따라 안정하다. 연산자의 Courant 안정 조건은 시스템의 최대 진동수에 의하여 다음과 같이 표현된다.

$$\Delta t \leq \frac{1}{2\omega_{max}} \quad (2.15)$$

Flanagan 과 Belytscheko⁽⁸⁾는 균일 변형도 사변형 요소인 경우 일때 각 요소의 안정 조건을 다음과 같이 찾았다. 즉

$$\Delta t^2 \leq \frac{(\rho_0 A_0) A}{(\lambda + 2\mu) B_{ij} B_{ij}} \quad (2.16)$$

여기서, λ 과 μ 는 Lamé 탄성계수들이다. 따라서 안정된 시간 증분값은 모든 요소에 대하여 가장 작은 값으로 정해진다.

3. 접촉 알고리즘 (contact algorithm)

접촉알고리즘은 강체와 변형체, 변형체와 변형체 간의 접촉경계 조건을 다룰수 있다. 강체와 변형체 간의 접촉은 각 절점에 대한 구속조건이 비연성(decoupled)되어 있어 취급이 비교적 간단하지만, 변형체와 변형체간의 접촉은 각 절점에 대한 구속 조건이 서로 연성(coupled)되어 있어 취급이 매우 어렵다. 두가지 접촉조건 모두의 경우 Coulomb 마찰모델이 적용 된다.

3.1. 강체와 변형체간의 접촉

강체면이 변형되지 않도록 운동학적 구속조건을 부과한다. 이때 면은 점 x 와 바깥쪽 수직 단위 벡터 n 으로 정의되며, 변형가능한 면은 특정한 절점들의 조합으로 이루어져 있다. 운동학적 구속조건은 변형가능한 절점들이 강체면을 침투할 수 없다는 것이다. 그리고 접촉면을 따른 변형가능한 절점들의 움직임은 마찰에 의하여 영향을 받는다.

3.1.1. 수직 방향운동의 처리

우선 운동학적 구속조건을 무시하고 변형가능한 절점들의 움직임을 다음과 같이 적분한다.

$$\hat{a} = f / m \quad (3.1)$$

$$\hat{v} = v + \Delta t \hat{a} \quad (3.2)$$

$$\hat{x} = x + \Delta t \hat{v} \quad (3.3)$$

위 식에서 f 는 잔류힘 벡터 (외력의 합에서 내력의 합을 뺀 값)이고, m 는 절점 집중 질량, v 는 현재 속도, x 는 현재 위치이고, Δt 는 시간증분이다. 기호 $\hat{}$ 는 예측된 운동학적 양임을 표시한다.

그후 다음식을 이용하여 각 절점의 접촉면에 대한 침투 깊이 δ 를 계산한다. 접촉하고 있지 않은 절점들의 깊이는 영으로 계산한다.

$$\delta = \max(n \cdot (\hat{x} - \hat{x}), 0) \quad (3.4)$$

침투를 상쇄하기 위하여, 즉 운동학적 구속조건들을 만족하기 위하여 각 절점에 가해져야 하는 힘의 크기 f_n 은 다음과 같다.

$$f_n = m \delta / \Delta t^2 \quad (3.5)$$

이 힘은 n 방향으로 가해져야 한다. 이 수정치를 식 (3.1)에 대입하고 절점 질량을 소거하면 마찰이 없는 경우의 새로운 가속도를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$a_n = \delta / \Delta t^2 \quad (3.6)$$

$$a = \hat{a} + a_n n \quad (3.7)$$

3. 1. 2. 접선 방향 운동의 처리

마찰은 강체면에 접촉하고 있는 변형 가능한 절점들의 접선 방향 운동을 방해한다. 단위 접선 벡터 s 는 바깥쪽 수직 단위 벡터 n 에 수직하므로 다음과 같이 표시된다.

$$s = \begin{pmatrix} -n_y \\ n_x \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

각 절점에 대하여 예측된 속도 \hat{v} 의 접선 성분 v_s 는 다음과 같이 계산된다.

$$v_s = s \cdot \hat{v} \quad (3.9)$$

이때 절점의 접선 속도를 상쇄하기 위하여 가해져야 하는 접선 방향 힘 f_s 는 다음과 같이 주어진다.

$$f_s = -m v_s / \Delta t \quad (3.10)$$

위에서 마이너스 부호는 이 힘이 운동을 방지하는 방향으로 가해져야 한다는 것을 나타낸다. 본 논문에서는 Coulomb 마찰 모델을 사용하였다. 마찰계수는 영(마찰이 없는 경우)에서 무한대(고착된 경우) 사이의 값을 가질 수 있다. 반면 소성 항복이 수반된 접촉의 경우에 접선 방향의 힘 f_s 는 소성 항복에 의한 최대 전단응력 값을 초과하지 않으므로 마찰계수가 0.577(von Mises 항복 모델) 이상인 경우는 고착된 상태를 의미한다.

한편 각 절점에 가해진 접선 방향의 힘 f_f 는 최대 마찰력을 초과할 수 없다. 이 구속 조건은 다음과 같이 표시된다.

$$f_f = \frac{f_s}{|f_s|} \min(\mu |f_n|, |f_s|) \quad (3.11)$$

식 (3.11)에 식 (3.5), 식 (3.6)과 식 (3.10)를 대입하고 절점질량을 소거하면 다음식을 얻는다.

$$a_s = -\frac{v_s}{|v_s|} \min(\mu a_n, |v_s| / \Delta t) \quad (3.12)$$

이상으로부터 절점의 최종 가속도는 다음과 같이 표시된다.

$$a = \hat{a} + a_n n + a_s s \quad (3.13)$$

3. 2. 변형체와 변형체간의 접촉

이 접촉 알고리즘은 대변형과 고속 변형을 효과적으로 처리할 수 있도록 고안되었다. 두 접촉면 사이에 만족해야 할 기본 조건은 한면이 다른면을 침투할 수 없다는 것이다. 변형체와 변형체간의 접촉을 다루기 위하여 운동학적 양의 분배 방식을 사용하였다. 이 분배를 통하여 두면 사이의 주종관계 정도를 조정할 수 있으며, 이때 계산된 결과들은 운동량 보존 법칙을 만족한다.

접촉면의 추적은 각 종속절점에 대하여 접촉될 가능성이 있는 가장 가까운 기본 절점을 찾아내는 것으로 충분하다. 일단 가장 가까운 기본 절점이 결정되면 그 절점에 접촉되어 있는 두 기본 선분중 어느 것이 그 종속 절점을 접촉하고 있는가를 결정하면 된다. 일단 어느 종속 절점이 접촉하면 가장 가까운 기본 절점에 있는 기본 선분 두개중 어느 것이 결정한다.

추적 알고리즘은 접촉면 처리의 비용과 능력을 좌우한다. 매 시간 증분때 마다 모든 기본절점에 대하여 각각의 종속절점을 철저히 조사하는 방법은 계산시간이 대단히 많이 소요되므로 바람직하지 못하다. 따라서 추적 알고리즘에서는 약간의 절충과 독창성이 요구된다.

3. 2. 1. 수직 방향 운동의 처리

이 경우의 접촉 알고리즘은 3. 1. 1 절의 개념을 확장시켜 개발되었으며, 두 접촉간의 접촉성을 항상 시키기 위하여 분할된 운동학적 접근 방법을 사용한다. 이것은 각 접촉면들이 일정 시간 간격 $\beta \Delta t$ ($0 \leq \beta \leq 1$) 동안은 기본면으로 작용하고, 나머지 시간 간격 $(1-\beta)\Delta t$ 동안은 반대로 종속면으로 작용하는 것을 의미한다. 여기서 β 는 각 면들이 각각 기본 및 종속으로 작용하는 시간의 비율을 나타내는 분할계수이다. 먼저 $\beta \Delta t$ 동안 종속 절점에 의하여 기본면에 가해진 침투력 f_p 를 계산해 보면 다음과 같이 표시된다.

$$f_p = \beta m_s / \Delta t^2 n \cdot (\hat{x}_s - \hat{x}_1) n \quad (3.14)$$

여기서 m_s 는 종속절점의 질량이고, \hat{x}_s 와 \hat{x}_1 은 각각 종속 절점과 앞쪽 기본 절점의 예상변위이다.

다음에 침투력에 따른 기본면의 거동을 계산한다. 각 종속 절점의 거동은 기본 절점의 운동에 따라 제한을 받으므로 다음식이 성립한다.

$$a_{ns} = (1-\xi) a_{n1} + \xi a_{n2} \quad (3.15)$$

여기서 a_{ns} , a_{n1} , a_{n2} 는 각각 종속 절점, 앞쪽 기본 절점, 뒷쪽 기본절점의 가속도이다. 이때 보간변수 ξ 는 다음과 같이 표시된다.

$$\xi = \frac{s \cdot (\hat{x}_s - \hat{x}_1)}{s \cdot (\hat{x}_2 - \hat{x}_1)} \quad (3.16)$$

식 (3.15)는 각 기본 절점의 거동에 대하여 서로 연성 되어 있으므로 침투력에 따른 각 기본절점의 가속도를 구하기 위하여 가상일의 원리를 적용하면 다음식을 얻을 수 있다.

$$\left(m_1 + \sum_s m_{s1} \right) a_{n1} = \sum_s f_{s1} \quad (3.17)$$

여기서 서메이션 (summation) 은 접촉하고 있는 모든 종속절점에 대하여 적용된다. 식 (3.17)에 대한 종속절점의 질량 기어량 m_{s_1} , m_{s_2} 와 침투력 기어량 f_{s_1} , f_{s_2} 는 다음과 같이 주어진다.

$$m_{s_1} = (1 - \xi) m_s \quad (3.18)$$

$$m_{s_2} = \xi m_s \quad (3.19)$$

$$f_{s_1} = (1 - \xi) f_p \quad (3.20)$$

$$f_{s_2} = \xi f_p \quad (3.21)$$

기본 절점에 대한 가속도는 식 (3.17)을 이용하여 구할 수 있고, 종속 절점의 가속도는 식 (3.15)와 식 (3.16)으로부터 구할 수 있다. 이상의 결과들을 정리하면 마찰이 없을때, 기본 절점 및 종속절점의 가속도는 각각 다음과 같이 표시된다.

$$\mathbf{a} = \hat{\mathbf{a}} + \mathbf{a}_n \quad (3.22)$$

$$\mathbf{a} = \hat{\mathbf{a}} + \mathbf{a}_n - \mathbf{f}_p/m_s \quad (3.23)$$

3. 2. 2. 접선 방향운동의 처리

접촉하고 있는 종속절점들의 접선방향 운동은 마찰에 의하여 영향을 받는다. 기본면에 대하여 예상되는 종속절점의 접선방향 상대속도의 크기는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$v_s = s \cdot (\hat{v}_s - (1 - \xi) \hat{v}_1 - \xi \hat{v}_2) \quad (3.24)$$

접선방향의 속도를 상쇄시키기 위하여 종속 절점에 가해져야 하는 접선방향 힘 f_s 는 다음과 같이 주어진다.

$$f_s = -\beta m_s v_s / \Delta t \quad (3.25)$$

위에서 마이너스 부호는 이 힘이 운동을 방지하는 방향으로 가해져야 한다는 것을 나타낸다.

한편 기본면에 의하여 종속절점에 접선방향으로 가해지는 힘은 최대 마찰력을 초과할 수 없다. 이 구속 조건은 다음과 같이 표시된다.

$$f_f = \begin{cases} f_s \\ |f_s| \min(\mu f_n, |f_s|) \end{cases} \quad (3.26)$$

여기서 f_n 은 수직 접촉력의 크기이며, 다음과 같이 표시된다.

$$f_n = m_s \mathbf{n} \cdot (\mathbf{a}_{ns} - \mathbf{f}_p/m_s) \quad (3.27)$$

이 힘을 종속 절점에 가한후 이것과 평형을 이루기 위한 기본 절점들의 힘을 계산하고, 적절한 절점질량으로 나누면 이들 각각의 절점에 대한 접선방향의 가속도를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{a}_{s0} = f_f / m_s s \quad (3.28)$$

$$\mathbf{a}_{s1} = -(1 - \xi) f_f / m_1 s \quad (3.29)$$

$$\mathbf{a}_{s2} = -\xi f_f / m_2 s \quad (3.30)$$

마지막으로 접선방향의 가속도를 식 (3.22)와 식 (3.23)에 더하면 기본절점과 종속절점에 대한 일반적인 가속도를 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{a} = \hat{\mathbf{a}} + \mathbf{a}_n + \mathbf{a}_s \quad (3.31)$$

$$\mathbf{a} = \hat{\mathbf{a}} + \mathbf{a}_n - \mathbf{f}_p/m_s + \mathbf{a}_s \quad (3.32)$$

4. 구성방정식

4. 1. 응력과 변형률

모든 물성방정식 모델은 변형구배의 극분해 (polar decomposition)에 의해 정해지는 회전을 사용하여 정의되는 비회전 형상(unrotated configuration)에 기초를 둔다. 비회전 형상이라 함은 물질의 기본 좌표계로부터 순수 스트레치(stretch)만을 가지도록 회전된 좌표계를 뜻한다. 따라서 구성방정식 모델 내에서는 모든 응력, 변형률, 내부 상태 변수 등이 대변형에 수반되는 유한 회전(finite rotation)의 영향을 입지 않는다.^(9,10)

4. 2. 점소성 (visco-plastic) 모델

대부분의 물질은 동적변형하에서 변형률의 영향이 크게 나타난다. 많은 종류의 금속재료 및 비금속재료의 변형률 영향을 나타내기 위하여 여러 종류의 구성방정식이 제안되었다.

본 논문에서는 보편적인 von Mises 응력에 기초를 둔 점소성 모델을 사용하였다. 즉 von Mises 응력이 그 물질의 유동응력치 이하로 내려갔을 때는 거의 탄성적으로 거동하며, von Mises 응력이 유동응력치에 가까워지면 소성변형은 변형률 효과를 가진 유동 현상이 주 변형을 이룬다. 우선 변형률 텐서 \mathbf{d} 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}^e + \mathbf{d}^p \quad (4.1)$$

식 (4.1) 에서 탄성부분은 다음과 같이 표시된다.

$$\mathbf{d}^e = \mathbf{c}^{-1} : \dot{\boldsymbol{\tau}} \quad (4.2)$$

여기서 \mathbf{c} 는 탄성계수이며 $\dot{\boldsymbol{\tau}}$ 는 Kirchhoff 응력의 객관적 변화율 (objective rate) 이다. 그리고 소성부분의 편차변형률 \mathbf{d}^p 은 편차응력과 같은 방향을 가진다고 가정하였다

$$\mathbf{d}^p = \dot{\gamma} \mathbf{Q} \quad (4.3)$$

여기서 $\mathbf{Q} = \frac{\boldsymbol{\tau}'}{\sqrt{\frac{2}{3}\boldsymbol{\tau}' : \boldsymbol{\tau}'}}$, $\boldsymbol{\tau}' = \left(\frac{2}{3} \boldsymbol{\tau}' : \boldsymbol{\tau}' \right)^{\frac{1}{2}}$ 로 정의된다 (4.4)

따라서 $\mathbf{Q} : \mathbf{Q} = 1$, $\dot{\gamma} = \mathbf{Q} : \mathbf{d}^p$ 임을 알 수 있다. (4.5)

변형률의존 소성 (rate dependent plasticity) 에서는 등가소성변형률 $\dot{\gamma}$ 과 등가응력 τ 는 단결정에서 분해 전단 응력 (resolved shear stress)에 따른 미끄럼율 (slip rate)의 영향과 같은 방식으로 정의된다.^(11,12) 그 한 예로 다음과 같은 식을 생각해 보기로 한다.

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_r \left(\frac{\tau}{\sigma_r} \right)^m \quad (4.6)$$

여기서 지수 m 은 큰수이다. 여기서 기준 등가 응력 σ_r 은 기준 변형률 $\dot{\gamma}_r$ 로 변형될때의 응력값이다. 기준 등가응력은 그 물질의 유동응력을 뜻하며 그 물질에 가해진 변형도, 변형률, 온도의 변화에 따른 미세구조의 변화를 나타내는 척도이다. 특히 등가응력이 증가함에 따라 등가소성변형률의 급작스러운 변화 때문에 동적 유한요소법의 계산에서 전 구간에 걸쳐 오차를 최소화하고 계산시간을 효율적으로 감소시킬 수 있는 특별한 적분방법이 필수적으로 요구됨을 알 수 있다. 본 논문에서는 저자에 의하여 개발된 적분방법^(14,15) 을 엑스플리시트 시간적분 유한요소 코드에 적용하여 사용하였다.

4. 3. 구성방정식 계산 : 예제

본 논문에서는 등방탄성(isotropic elastic)을 가정하였다. 식 (4.2)으로부터 다음식을 얻을 수 있다.

$$\dot{\tau} = 2G\dot{d} = 2G(d - d^p) \quad (4.7)$$

여기서 G는 전단탄성계수를 나타낸다. 양변에 대하여 Q의 내적을 계산하면 다음과 같다.

$$Q : \dot{\tau} = 2G(d : Q - \dot{\gamma}) \quad (4.8)$$

또한 Q의 정의로부터 다음식을 얻을 수 있다.

$$Q : \dot{\tau} = \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\tau} \quad (4.9)$$

위의 식 (4.8)과 식 (4.9) 으로부터 다음식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\dot{\tau}}{\sqrt{\frac{2}{3}}G} + \dot{\gamma} = d, \quad d = d : Q \quad (4.10)$$

본 논문의 계산에서는 다음과 같은 형태의 유동응력이 사용되었다.

$$\sigma_r = \sigma_0 \left(1 + \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0}\right)^N \exp\left(-\lambda \cdot \frac{T - T_0}{T_m - T_0}\right) \quad (4.11)$$

여기서, σ_0 , $\dot{\gamma}_0$, N, λ , T_m , T_0 는 물질의 고정상수 값이다. 식 (4.10)에서 열전도를 무시하였을 때 온도의 변화 \dot{T} 는 다음과 같이 표시된다.

$$\dot{T} = \chi \xi \tau \dot{\gamma} \quad (4.12)$$

여기서 χ 는 소성일이 열로 변화되는 정도이고, ξ 는 소성일의 변화와 온도변화를 연결해 주는 물질의 상수값이다.

식 (4.6)에 의하면 식 (4.10)가 비선형 상미분 방정식 (nonlinear ordinary differential equation)이 됨을 알 수 있다. 유한요소법 계산에서는 매 시간간분마다 각각의 요소에 변형률 d가 주어지고 그 이전 시간에서 계산된 응력과 변형도, 온도 등의 내부변수를 사용하여 상미분 방정식을 풀어서 소성등가변형률 $\dot{\gamma}$ 과 등가응력률 $\dot{\tau}$ 를 계산한다.^(4.12) 그리고 식 (4.1) - 식 (4.3)을 사용하여 새로운 응력텐서 τ 를 계산하고 내부변수를 다시 계산한다.

5. 다타격 단조해석

5.1 계산조건

계산에 사용된 격자 모델은 Fig. 1과 같다. 상부금형은 10 m/sec-20 m/sec의 빠른 속도로 낙하하고있고 하부금형과 단조시편은 정지해있다. 계산에 사용된 단조시편의 크기는 반경이 25.4 mm이고 높이는 57mm이며 상부와 하부금형의 반경은 150 mm, 상부금형의 높이 120 mm, 하부금형의 높이는 112 mm이다. 축대칭 문제이지만 상하 비대칭 형상이므로 실제 모델의 1/2 만 해석하였다. 반경방향으로 10개, 높이방향으로 12개씩 총합계 120개의 요소를 단조시편에 사용하였으며, 상부와 하부금형의 요소크기는 단조시편의 것보다 크게 모델링하였다. 모든 계산은 타격후 금형과 단조시편이 충분히 떨어질수 있도록 모든 경우에대하여 최소 2.5 milli-

sec까지 수행하였다. 수행된 계산의 내용은 Table 1에 정리하였다.

계산에서는 알루미늄 2024를 시편재료로 사용하였으며 금형은 공구강이 사용되었다. 이 두재료의 모델은 금형은 탄성모델 그리고 시편재료는 변형률의존 탄소성 모델을 사용하였다. 이들 재료에 대한 상수값들은 Table 2에 주어져 있다. 그리고 해석을 위해 수행된 여러 계산의 결과는 Table 3에 종합해 놓았다.

5.2 계산결과

첫번째 예제로 금형과 재료의 마찰계수 $\mu = 0.1$ 경우이고 온도의 변화에 따른 영향을 무시하고 초기 타격 속도 20 m/sec 일때 계산을 수행하였다. Fig. 2 에서 보는 바와 같이 초기에는 상부금형이 아래방향으로 일정 속도 20 m/sec로 움직이고 있다. 일단 금형과 재료의 접촉이 시작되면 시편 윗쪽부터 소성변형이 시작된다. 시간에 따른 변형형상이 Fig. 2-1에 주어져 있으며 이때의 등가소성변형도 선도가 Fig. 2-2에 나타나 있다. 상부금형의 운동에너지가 대부분 재료내의 소성변형에너지로 변환되고 나면 금형과 재료내에 저장되어 있는 탄성변형에너지에 의하여 제하가 일어나며 이로 인하여 시편과 접촉하고 있던 상부금형은 윗쪽방향의 속도를 가지며 분리된다 이는 Fig. 2-1의 (d)에 나타나 있다. 일단 완전한 분리가 일어나고나면 계산을 멈추고 다음 타격을 위한 준비작업에 들어간다. 즉 요소내의 등가소성변형도와 온도 (이경우는 불변함)를 제외한 모든 변수를 영으로 변화시킨다. 그리고 각 절점의 현재 위치를 제외한 나머지 값들을 영으로 환원시킨다. 그리고 나서 상부금형을 아래방향으로 20 m/sec로 움직이도록 함으로써 두번째 타격이 시작된다. 두번째 타격의 경우 시간에 따른 재료의 변형형상의 변화가 Fig. 3-1에 주어져 있고 이때의 등가소성변형도 선도가 Fig. 3-2에 주어져 있다. 등가소성변형도는 첫번째 타격시의 값에서 출발하고 있다. 두번째 타격에 대한 계산도 재료와 상부금형이 완전히 분리되었을때 까지 수행되었다. 이러한 방식으로 다타격 단조의 계산이 수행되었으며 재료가 원하는 스파이크(spike)의 형태가 될때까지 수행되었다. 본 예제에서는 8번의 타격이 수행되었으며 타격후의 변형형상이 Fig. 4에 주어져 있다. 또한 타격후의 재료내의 잔류 등가소성변형도가 Fig. 5에 나타나 있다. 그리고 금형에 미치는 타격하중의 시간에 따른 변화가 Fig. 6에 나타나 있으며 재료 및 금형내의 변형에너지의 시간에 따른 변화가 Fig. 7에 나타나 있다.

낙하 햄머에 의한 단조는 매 타격시 다음과 같이 4 가지 단계로 분류할 수 있다. 즉 1단계는 상부금형 만이 운동에너지를 가지고 움직이고 있는 상태이고 2단계는 상부금형과 재료가 접촉하고 나서 운동에너지의 일부가 금형과 재료내의 탄소성에너지로 변환되는 상태이다. 이는 타격하중이 최대치가 될때 가장 많이 일어난다. 3단계는 재료 및 금형내에 저장되어 있는 탄성에너지가 제하에 의하여 다시 금형의 운동에너지로 변환되어 상부금형이 재료로부터 분리되는 단계이다. 4 단계는 재료와 금형이 완전히 분리되어 금형은 잔류 운동에너지에 의하여 윗쪽으로 운동을 계속하고 재료는 소성에너지만을 축적한 상태로 남게된다. 이때 상황에 따라 금형이 상당한 크기를 가지고 진동하는 경우도 있다. 이러한 4가지 단계의 변화는 Fig. 7에서 내부 에너지 선도의 시간에 따른 변화로서 잘 나타나져 있다. 즉

초기값 영이 1단계를 나타내고 내부에너지가 영에서 증가하기 시작하는 단계가 2단계이고 최대내부에너지 값에 도달한 후 감소하기 시작하는 것이 3단계이고 그 이후 일정한 값에 수렴하는 것이 4단계이다. Fig.7에서 보인바와 같이 4번째 타격까지는 4단계에서 잔류내부에너지 값이 거의 일정치를 유지하나 그 이후 타격 후에는 일정한 주파수를 가진 (약 6 KHz) 진동을 동반함을 확인할 수 있다. 경우에 따라서는 4단계에서 상당히 큰 크기를 가진 가청주파수 대역의 진동을 관찰할 수 있다. 이러한 불필요한 과대진동을 금형과 재료의 상대위치를 변화시켜줄 수 있으므로 그 이후 타격에 의한 변형형태의 부정확 그리고 금형의 조기 마모 등 대단히 불리한 결과를 초래할 수 있다고 생각된다.

초기금형의 운동에너지에 대한 최종 잔류 소성에너지의 비율을 단조효율, η ,이라 부르며 단조의 효율성을 나타내는 지표로 사용되고 있다. Vajpayee 등⁽¹⁾의 연구결과에 따르면 같은 초기 충격속도인 경우에도 시편과 금형간의 마찰이 적으면 단조효율이 증가한다고 보고되어 있다. 이러한 현상을 모의화기법을 통하여 확인하는 목적으로 마찰계수 $\mu=0.0$ 일때 나머지 조건을 같게하여 계산을 수행하였다. 매 타격후의 형상이 Fig.9에 주어진다. 마찰이 있는 경우와 달리 시편의 아랫쪽이 반경방향으로 큰 변형을 받고 있음을 확인할 수 있다. 이는 또한 Fig.9의 매타격후의 잔류 등가 소성변형도 선도에서도 확인할 수 있다. 금형에 미치는 타격하중의 시간에 따른 변화가 Fig.10에 나타나 있다.

Fig.4 즉 $\mu=0.1$ 인 경우와 비교하여보면 $\mu=0.0$ 인 경우가 최대하중이 훨씬 적은 것을 알 수 있다. 이는 상대적인 미끄러짐이 자유롭기 때문에 재료가 최대하중을 줄이는 방향으로 유동이 더 많이 이루어 졌기 때문이라 생각된다. 그러므로 같은 입력 에너지의 경우 더 많은 소성 변형을 일으킴으로 타격 효율이 마찰이 있는 경우보다 높음을 알 수 있다. 또한 Fig.11의 내부에너지의 시간에 따른 변화에서도 이를 정량적으로 확인할 수 있다. 즉 4단계 일때의 잔류 내부에너지 값 즉 소성변형에 의한 에너지 값이 Fig.7의 경우보다 월등히 높음을 알 수 있다.

다음은 충격단조에 의한 소성에너지에 의한 온도 상승의 효과가 최종 변형형상, 타격하중 그리고 내부에너지 등에 미치는 영향을 보기 위하여 소성에너지의 85%가 열로 변하는 단일 승온을 가정하여 계산을 수행하였다. 마찰계수 $\mu=0.1$ 을 사용하였다. 매 타격후의 시편의 변형된 형상이 Fig.12에 주어진다. 그리고 그때의 잔류 소성변형률과 온도의 분포가 각각 Fig.13과 Fig.14에 주어진다. 온도상승에 의한 유동응력의 감소 때문에 온도상승이 없을 때보다 재료의 유동이 수월하여 최대 타격하중의 값이 현저히 감소함을 Fig.15와 Table 3에서 알 수 있다. 그리고 이때 매 타격시의 시간에 따른 내부에너지 변화가 Fig.16에 주어진다. 온도상승을 고려한 경우보다 소성변형을 일으키기가 수월하므로 단조효율이 더 높을것으로 예상되나 Table 3에서 주어진 바와 같이 오히려 낮음을 알 수 있다. 이는 온도상승에 따른 유동응력의 저하 때문임을 알 수 있다.

마지막으로 타격속도의 증가가 타격효율에 미치는 영향을 알아보기 위하여 마찰계수 $\mu=0.1$ 이고 초기 타격속도가 10m/sec일 경우 온도의 영향을 무시하여 계산을 수행하였다. Table 3에서 보이는 바와 같이 초기타격속도가 20m/sec의 경우와 비교하여 같은 양의 소성변형에너지에 도달할때의 타격효율이 낮은 것을 확인할

수 있으며 이는 Vajpayee 등⁽¹⁾의 결과와 일치한다.

앞에서 언급한 타격직후에 나타날수 있는 가청주파수 진동은 Fig.6, Fig.7, Fig.10, Fig.11, Fig.15, Fig.16에 의하면 최대 타격하중이나 단조효율에 대한 영향보다는 접촉시간이 약 0.35 milli sec 이하일때 심하게 나타나는 것을 알 수 있다. 즉 어느 정도 형단조가 거러다 일어나고 나서 이러한 진동이 일어남을 알 수 있다. 이는 금형의 형상, 최종 시편형상등에 많은 영향을 받으리라 생각된다.

격자 재구성은 요소의 찌그러짐 현상에 의한 여러의 감소에는 도움이 되지만 특이점의 경우와 같이 좁은 영역에 변형이 집중되는 경우에는 이를 회색하는 역효과를 나타낸다. 또한 단조에서 특히 중요한 재료 유동형상(material flow pattern)을 살펴보면 다시 한번 원래 요소에 대한 역계산을 수행하여야만 하는 불편이 있다. 본 논문의 계산에서는 격자 재구성이 사용되지 않았다. 모든 계산은 최초의 격자 모델에서 시작하여 아무런 수정이 가해지지 않았으며 격자의 과다한 변형에 의한 계산의 갑작스런 중단 또한 발생되지 않았다.

타격효율은 단조재료의 유동응력의 변화가 거의 없는 경우에는 좋은 기준이지만 온도상승에 의한 영향이 큰 경우 또는 단조재료 자체가 다른 경우 등 유동응력이 변화하는 단조 문제일 경우에는 단조성(forgeability)을 검토하는 효과적인 기준이 될 수 없다. 이를 위해서는 유동응력에 무관한 다른 판단기준이 고안되어야 하겠다.

6. 결론

엑스플리시트 시간적분 유한요소 코드를 사용하여 복잡한 형태인 스파이크 단조에 적용하여 본결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 접촉 알고리즘이 완벽하게 작동하는 것을 확인하였다.
- (2) 낙하해머에 의한 다타격 단조해석을 효과적으로 수행할 수 있었다.
- (3) 마찰이 적을수록 단조효율이 증가한다는 사실을 확인하였다.
- (4) 충격속도가 높을수록 단조효율이 증가한다는 사실을 확인하였다.
- (5) 온도상승에 의한 영향이 큰 경우 또는 단조재료 자체가 다른 경우 타격효율만을 가지고 단조성을 비교하는 것은 의미가 없다.
- (6) 불필요한 가청주파수 대역의 과대진동은 단조재료와 금형의 접촉시간이 특정 시간보다 짧을 때 발생할 가능성이 높다는 사실을 밝혔다.

References

- (1) Vajpayee, S., Sadek, M. M. and Tobias, S. A., 1979, "The Efficiency and Clash Load of Impact Forming Machines to the Second Order of Approximation", Int. J. Mach. Des. Res., Vol. 19, pp 237-252.
- (2) Haller, H. W., 1983, "The Force in a Die Forging Hammer", J. Eng. Ind., Vol.105, pp270-275.
- (3) Kobayashi, S., Oh, S. I. and Altan, T., 1989, "Metal Forming and the Finite-Element Method", Oxford University Press, New York.

- (4) Hartley, P., Sturgess, C. E. N. and Rowe, G. W., 1979, "A Prediction of the Influence of Friction in the Ring Test by the Finite - Element Method", 7th NAMRC proceedings, U. of Michigan, Ann Arbor, Michigan, p 151.
- (5) Chen, C. C. and Kobayashi, S., 1978, "Rigid Plastic Finite Element Analysis of Ring Compression", Winter meeting ASME, California
- (6) Chou, P.C. and Wu, L., 1986, "A dynamic relaxation finite element method for metal forming processes", Int. J. Mech. Sci. 28, p 231
- (7) Goudreau, G.L. and Hallquist, J.O., 1982, "Recent Developments in Large Scale Finite Element Hydrocode Technology", J. Comp. Meths. Appl. Mechs. Eng., Vol. 30, pp 725 - 757
- (8) Flanagan, D. P. and Belytschko, T., 1984, "Eigenvalues and Stable Time Steps for the Uniform Strain Hexahedron and Quadrilateral", J. Appl. Mech., 84-APM-5, Transactions of the ASME.
- (9) Dienes, J. K., 1979, "On the Analysis of Rotation and Stress Rate in Deforming Bodies", Acta Mechanica, Vol. 32, pp 217-232.
- (10) Flanagan, D. P. and Taylor, L. M., 1987, "An Accurate Numerical Algorithm for Stress Integration with Finite Rotations", Comp. Mech. Appl. Mech. and Eng., 62, pp 305-320.
- (11) Asaro, R.J., 1985, "Material Modelling and Failure Mode in Metal Plasticity", Mech. of Mats, pp 343-373.
- (12) Pan. J. and Rice, J.R., 1983, "Rate Sensitivity of Plastic Flow and Implications for Yield-Surface Vertices", Int. J. Solids & Structures, Vol. 19, pp 973-987.
- (13) Clifton, R.J., 1983, "Dynamic Plasticity", J. of Applied Mechanics, Vol. 50, pp 941-951.
- (14) Nemat-Nasser, S., Chung, D.-T. and Taylor, L.M., 1989, "Phenomenological Modelling of Rate-Dependent Plasticity for High Strain Rate Problems", Mech. of Mats, Vol. 7, pp 319-344.
- (15) Nemat-Nasser, S. and Chung, D.-T., 1991, "An Explicit Constitutive Algorithm for Large-Strain, Large-Strain-Rate Elastic-Viscoplasticity", Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., in press.

Table 2. Material coefficients for specimen and die material

Material	Material coefficient	
specimen	Young's modulus	$E = 69.0 \text{ GPa}$
	yield stress	$\sigma_y = 0.152 \text{ GPa}$
	reference strain	$\epsilon_0 = 0.001$
	reference strain rate	$\dot{\gamma}_r = 10^4 \text{ /sec}$
	hardening exponent	$N = 0.165$
	conversion factor	$\chi = 0.85$
	conversion constant	$\xi = 4.12 \times 10^7 \text{ m}^3 \text{ }^\circ\text{C/J}$
	temp. softening exponent	$\lambda = 0.004 \text{ /}^\circ\text{C}$
	strain rate exponent	$m = 70.0$
	Poisson's ratio	$\nu = 0.30$
	maximum temperature	$T_m = 625 \text{ }^\circ\text{C}$
	initial temperature	$T_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$
	density	$\rho = 2.77 \text{ g/cm}^3$
die	Young's modulus	$E = 200 \text{ GPa}$
	Poisson's ratio	$\nu = 0.29$
	density	$\rho = 7.8 \text{ g/cm}^3$

Table 1. Conditions of Calculation

computation id number	die material	specimen material	friction coefficient	heat conversion	initial die velocity(m/sec)	total blow number
10 - 19	tool steel	aluminum 2024	0.1	0.0	10	10
20 - 25	tool steel	aluminum 2024	0.1	0.85	20	6
30 - 37	tool steel	aluminum 2024	0.1	0.0	20	8
40 - 46	tool steel	aluminum 2024	0.0	0.0	20	7

Table 3. Summary of calculation

computation id number	input energy(KJ)	plastic energy (KJ)		blow efficiency	contact time (milli-sec)	maximum load (KN)	maximum int. energy (KJ)	remark, h;wave amplitude(J) l;wave length(milli-sec)
		individual	accumulated					
10	3.287	2.99	2.99	0.91	1.58	4054	3.08	1st blow
11	3.287	2.96	5.95	0.90	1.18	5204	3.07	2nd blow
12	3.287	2.91	8.86	0.88	1.05	5973	3.04	3rd blow
13	3.287	2.91	11.77	0.88	1.00	6760	3.06	4th blow
14	3.287	2.83	14.59	0.86	0.90	7450	3.02	5th blow
15	3.287	2.78	17.37	0.84	0.83	8141	2.98	6th blow
16	3.287	2.74	20.11	0.83	0.75	8962	2.96	7th blow
17	3.287	2.64	22.75	0.80	0.70	10569	2.88	8th blow
18	3.287	2.58	25.33	0.79	0.65	11222	2.89	9th blow
19	3.287	2.48	27.81	0.75	0.63	12394	2.82	10th blow
20	13.148	12.03	12.03	0.91	2.00	5969	12.13	1st blow
21	13.148	11.75	23.79	0.89	1.33	8836	11.90	2nd blow
22	13.148	10.77	34.55	0.82	0.88	16005	11.13	3rd blow
23	13.148	9.08	43.62	0.69	0.55	26980	10.00	4th blow
24	13.148	8.02	51.65	0.61	0.45	45310	9.85	5th blow
25	13.148	6.83	58.48	0.52	0.38	64219	9.69	6th blow oscillation (h=80,l=0.17)
30	13.148	12.03	12.03	0.92	1.88	6659	12.16	1st blow
31	13.148	11.78	23.82	0.90	1.23	9995	11.80	2nd blow
32	13.148	11.03	34.85	0.84	0.83	16506	11.44	3rd blow
33	13.148	9.92	44.77	0.75	0.60	25520	10.87	4th blow
34	13.148	8.42	53.18	0.64	0.50	37430	10.73	5th blow
35	13.148	7.29	60.47	0.55	0.38	49374	10.60	6th blow
36	13.148	6.20	66.67	0.47	0.38	63606	10.45	7th blow oscillation (h=77,l=0.17)
37	13.148	4.55	71.22	0.35	0.33	77103	10.66	8th blow oscillation (h=57,l=0.17)
40	13.148	12.89	12.89	0.98	1.80	6488	12.62	1st blow
41	13.148	12.49	25.37	0.95	1.18	9957	12.71	2nd blow
42	13.148	11.96	37.33	0.91	0.93	15769	12.33	3rd blow
43	13.148	11.73	49.07	0.89	0.65	23283	12.33	4th blow
44	13.148	10.91	59.98	0.83	0.48	31720	12.34	5th blow
45	13.148	10.54	70.51	0.80	0.45	40296	12.34	6th blow oscillation (h=51, l=0.17)
46	13.148	10.63	81.13	0.81	0.40	54225	11.72	7th blow oscillation (h=135,l=0.17)

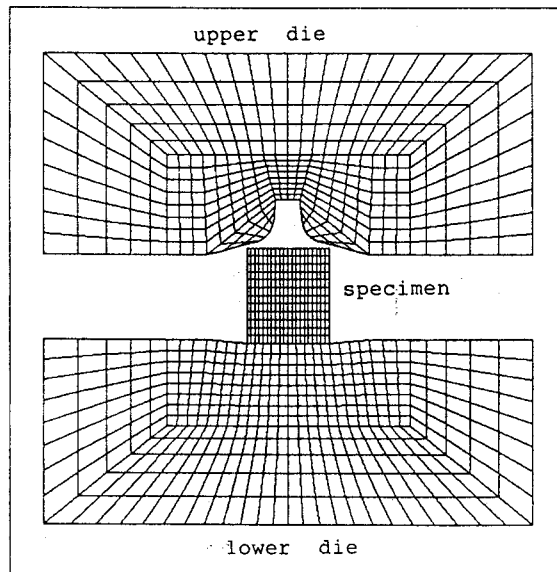


Fig. 1 Multi-blow spike forging: Undeformed mesh.

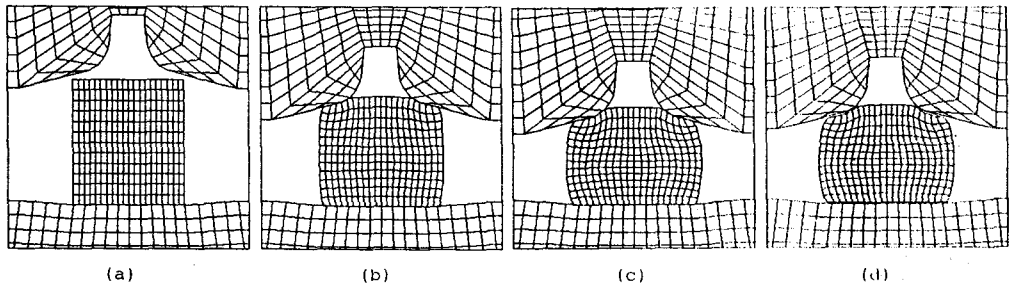


Fig. 2-1 Multi-blow spike forging: Deformed shape during 1st blow with initial contact velocity 20m/sec and $\mu=0.1$ at (a) $t=0.0$ milli second, (b) $t=0.8$ milli second, (c) $t=1.6$ milli second, and (d) $t=2.5$ milli second.

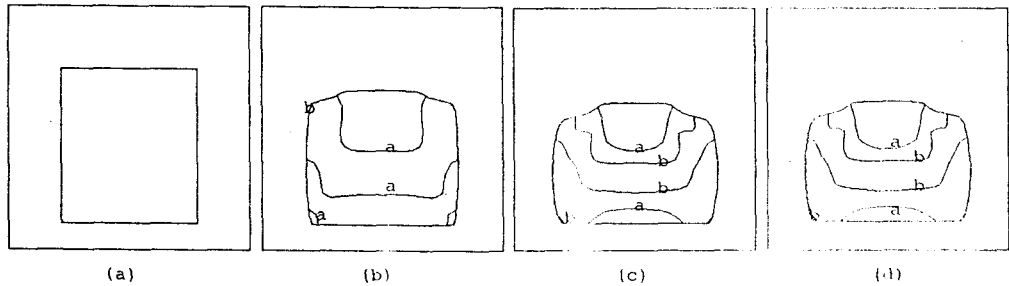


Fig. 2-2 Multi-blow spike forging: Contour of equivalent plastic strain during 1st blow with initial contact velocity 20m/sec and $\mu=0.1$ at (a) $t=0.0$ milli second, (b) $t=0.8$ milli second, (c) $t=1.6$ milli second, and (d) $t=2.5$ milli second.

level a=0.2 b=0.4 c=0.6 d=0.8

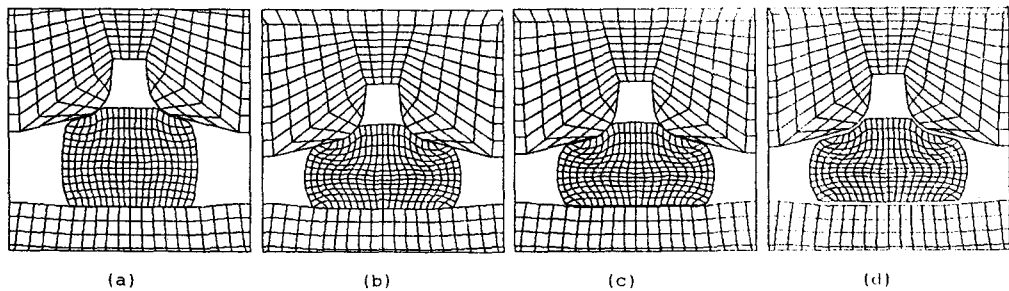


Fig. 3-1 Multi-blow spike forging: Deformed shape during 2nd blow with initial contact velocity 20m/sec and $\mu=0.1$ at (a) $t=0.0$ milli second, (b) $t=0.8$ milli second, (c) $t=1.6$ milli second, and (d) $t=2.5$ milli second.

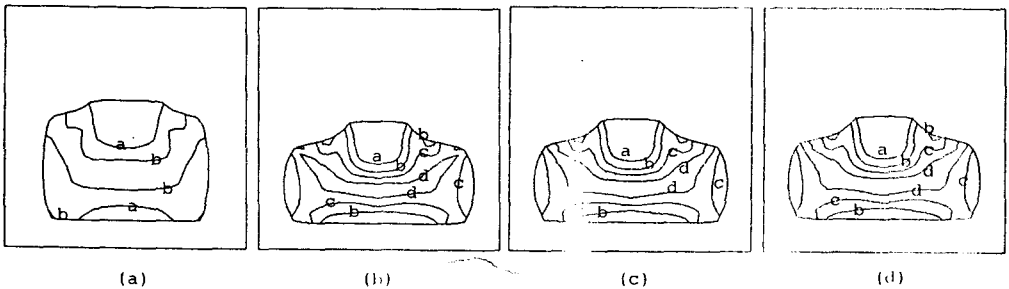


Fig. 3-2 Multi-blow spike forging: Contour of equivalent plastic strain during 2nd blow with initial contact velocity 20m/sec and $\mu=0.1$ at (a) $t=0.0$ milli second, (b) $t=0.8$ milli second, (c) $t=1.6$ milli second, and (d) $t=2.5$ milli second.

level a=0.2 b=0.4 c=0.6 d=0.8

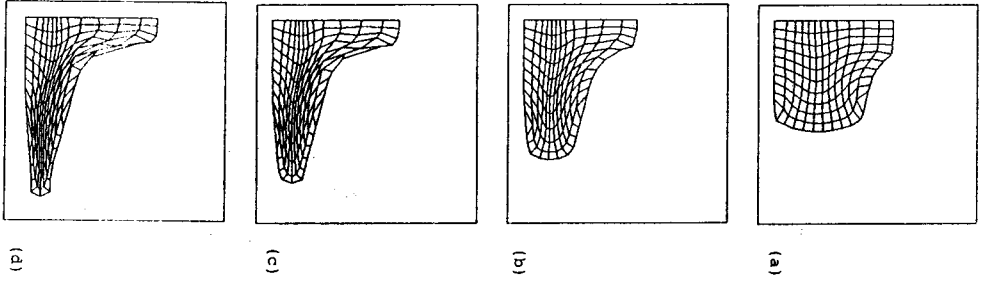


Fig.4
Multi-blow spike forging: Deformed shape after blow with initial contact velocity 20m/sec and $\mu=1$ (a) after 2nd blow, (b) after 4th blow, (c) after 6th blow, and (d) after 8th blow.

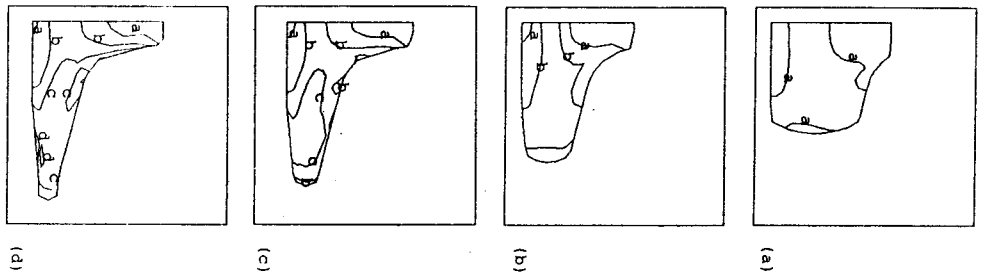


Fig.5
Multi-blow spike forging: Contour of equivalent plastic strain after blow with initial contact velocity 20m/sec and $\mu=1$ (a) after 2nd blow, (b) after 4th blow, (c) after 6th blow, and (d) after 8th blow.
level a=0.5 b=1.0 c=1.5 d=2.0

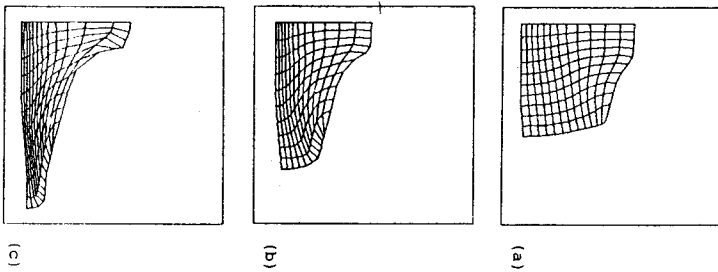


Fig.8
Multi-blow spike forging: Deformed shape after blow with initial contact velocity 20m/sec and $\mu=0.0$ (a) after 2nd blow, (b) after 4th blow, and (c) after 6th blow.

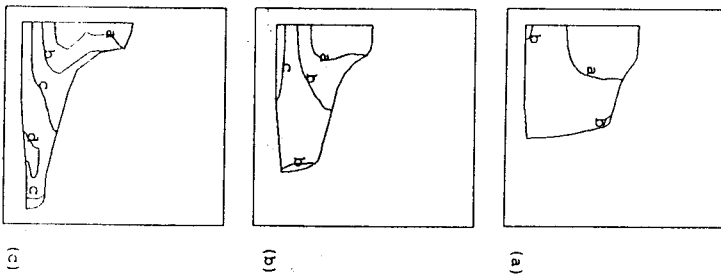


Fig.9
Multi-blow spike forging: Contour of equivalent plastic strain after blow with initial contact velocity 20m/sec and $\mu=0.0$ (a) after 2nd blow, (b) after 4th blow, and (c) after 6th blow.
level a=0.5 b=1.0 c=1.5 d=2.0

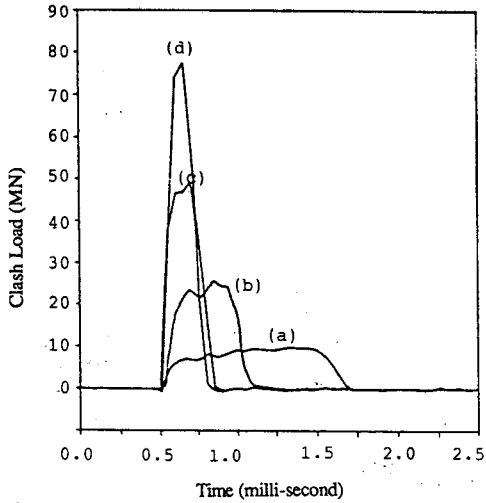


Fig. 6
Multi-blow spike forging: Time history of clash load for each blow with initial contact velocity 20m/sec and $\mu=0.1$ (a) after 2nd blow, (b) after 4th blow, (c) after 6th blow, and (d) after 8th blow.

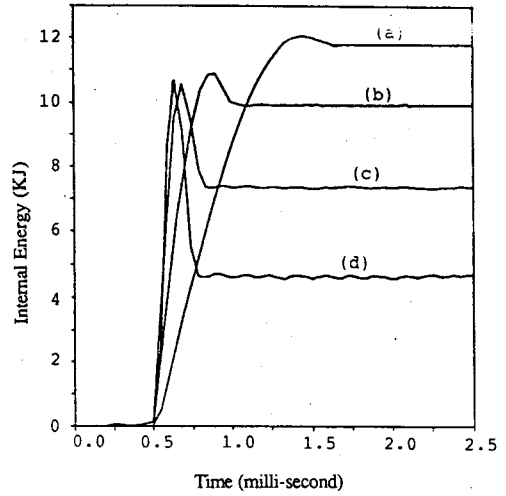


Fig. 7
Multi-blow spike forging: Time history of internal energy for each blow with initial contact velocity 20m/sec and $\mu=0.1$ (a) after 2nd blow, (b) after 4th blow, (c) after 6th blow, and (d) after 8th blow.

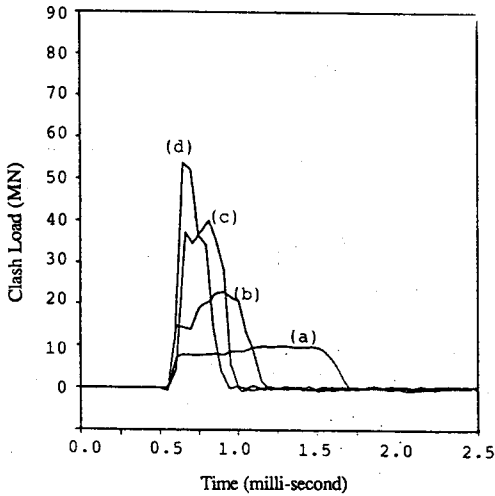


Fig. 10
Multi-blow spike forging: Time history of clash load for each blow with initial contact velocity 20m/sec and $\mu=0.0$ (a) after 2nd blow, (b) after 4th blow, (c) after 6th blow, and (d) after 7th blow.

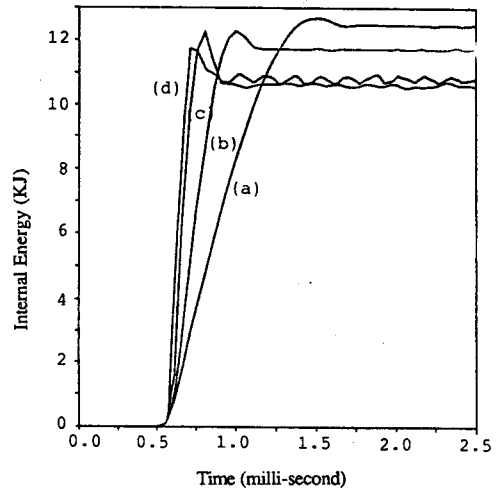


Fig. 11
Multi-blow spike forging: Time history of internal energy for each blow with initial contact velocity 20m/sec and $\mu=0.0$ (a) after 2nd blow, (b) after 4th blow, (c) after 6th blow, and (d) after 7th blow.

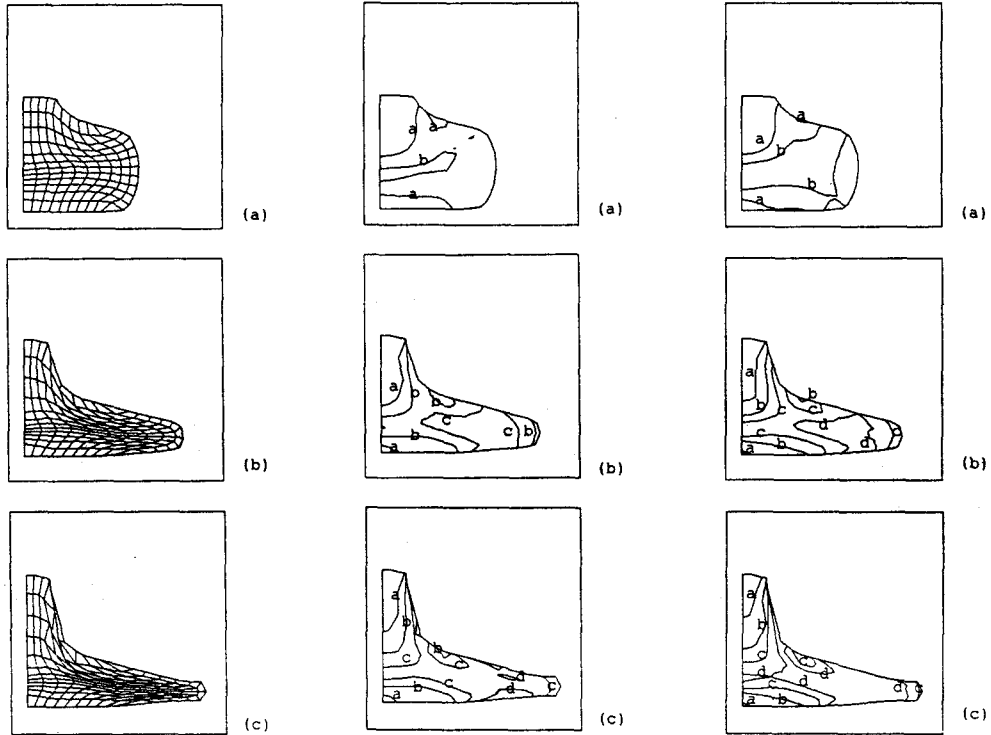


Fig.12 Multi-blow spike forging: Deformed shape after blow with initial contact velocity 20m/sec, $\mu=0.1$ and with thermal softening (a) after 2nd blow, (b) after 4th blow, and (c) after 5th blow.

Fig.13 Multi-blow spike forging: Contour of equivalent plastic strain after blow with initial contact velocity 20m/sec, $\mu=0.1$ and with thermal softening (a) after 2nd blow, (b) after 4th blow, and (c) after 5th blow. level a=0.5 b=1.0 c=1.5 d=2.0

Fig.16 Multi-blow spike forging: Contour of temperature after blow with initial contact velocity 20m/sec, $\mu=0.1$ and with thermal softening (a) after 2nd blow, (b) after 4th blow, and (c) after 5th blow. level a=40°C b=80 °C c=120°C d=160°C

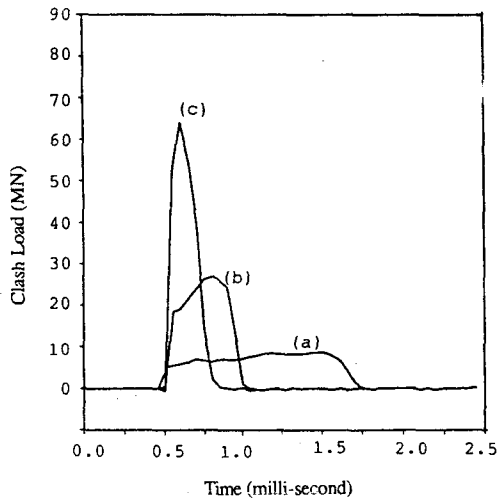


Fig. 14 Multi-blow spike forging: Time history of clash load for each blow with with initial contact velocity 20m/sec, $\mu=0.1$ and with thermal softening (a) after 2nd blow, (b) after 4th blow, and (c) after 6th blow.

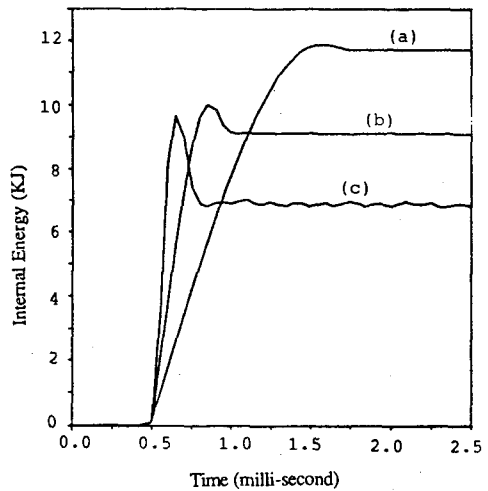


Fig.15 Multi-blow spike forging: Time history of internal energy for each blow with with initial contact velocity 20m/sec, $\mu=0.1$ and with thermal softening (a) after 2nd blow, (b) after 4th blow, and (c) after 6th blow.