

분말 단조의 유한요소해석

김형섭, 이동녕

서울대학교 금속공학과

분말의 압축과 소결체의 단조 공정에서 균일하고 강도 높은 제품을 얻기 위해서는 밀도 및 밀도 분포의 조절이 매우 중요하다. 이 연구에서는 재료의 밀도 변화 특성을 고려할 수 있고, 임계 밀도 이하에서도 적용시킬 수 있는 다공질 재료의 항복조건을 유한요소법에 적용시켜 업셋 단조, 3차원 압흔 공정을 해석하였다.

1. 서론

분말야금은 금속 분말을 생산하고 이를 이용하여 형상을 가진 제품을 만드는 기술이다¹⁾. 이 방법은 복잡한 구조물의 대량 생산 시 노동력, 재료, 에너지를 절약할 수 있는 경제적인 방법이므로 자동차 공업이나 전자, 기계 부품에 널리 적용되고 있다. 건전한 분말야금 제품을 만드는 일은 부분별로 균일한 이론 밀도에 도달하는 일부부터 시작된다. 분말 압분체의 불균일한 밀도 분포는 소결 시 제품의 뒤틀림을 유발시키고, 소결체의 잔류 기공은 기계적 성질을 저하시킨다. 그러므로 분말의 압축과 소결체의 단조 공정에서 균일하고 강도 높은 제품을 얻기 위해서는 밀도 및 밀도 분포의 조절이 매우 중요하다. 재료의 낭비를 줄이고 복잡한 형상의 부품을 잘 만들기 위해서는 정확한 치수 조절이 필요한데, 이를 위해서는 전 공정의 충분한 이해가 요구된다. 또한 소결체는 내부 기공으로 인하여 연성이 작고 균열 발생이 쉬우므로 결함을 줄이기 위해서는 가공 중 변수 (성형체 및 금형 설계, 소결 조건, 마찰 조건, 공경 변수)들을 잘 이해하여 조절해야 한다. 가공 공정을 정확히 해석하기 위해 각 변수를 조절해 가면서 실험을 할 수도 있으나, 이론적인 해석이 가능하다면 훨씬 경제적이고 정확할 수 있다. 최근 소성 이론에 바탕을 두고, 기공 없는 금속의 소성 변형 해석에 사용되는 여러 가지 이론들을 분말 재료의 변형에 적용시키고 있다. 다공질 금속의 변형 거동은 내부 기공의 영향으로 인하여 비다공질 금속과는 다르므로 탄소성 거동을 해석하기 위해서는 기공의 효과를 고려할 수 있는 항복 조건이 필요하다. 이 연구에서는

다공질 재료의 항복식을 유한 요소법에 이용하여 업셋 단조, 다이 압축, 3차원 압흔 공정을 해석하고자 한다.

2. 이론

2.1 다공질 재료의 소성항복조건

비다공질 재료와는 달리 정수압 응력도 다공질 재료의 항복에 영향을 미치므로, 저자들은 항복 함수를 아래 식으로 제안하였다^{2),3)}.

$$F = (2 + R^2)J_2 + \frac{1 - R^2}{3}J_1^2 - \eta Y_0^2$$
$$\eta = \frac{(R - R_c)(aR - a + 1)}{1 - R_c} H(R - R_c) + \eta_{\min} H(R_c - R)$$

여기서 R은 상대 밀도, Y₀는 기지 금속의 항복 응력, H는 Heaviside 단위 함수 [H(t<0)=0, H(0)=1/2, H(t>0)=1], η_{min}는 η의 최소값, a와 R_c는 시편의 성질에 관계된 값이다. 식 (1)은 R=1일 때 von Mises 항복 함수가 되고, 항복 시에는 0이 된다. 그림 1은 밀도에 따라 항복 응력이 변화하는 양상이 재료마다 다름을 보여준다. 실제 변형 거동에는 기공의 크기, 형상과 분포가 유동 거동에 영향을 미칠 것이나 η에 그 효과가 포함된 것이므로 식 (1)은 기공의 특성이 고려되었다고 볼 수 있다.

2.2 유한요소법

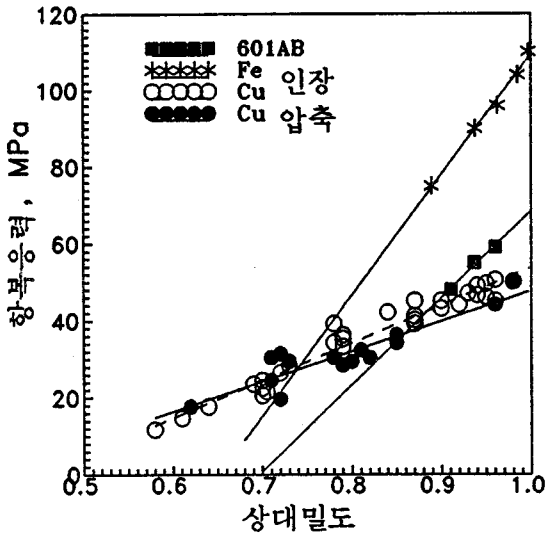


그림 1. 구리, 철, 알루미늄 합금의 소결체에서 밀도에 따른 항복응력의 변화.

유한 요소법은 1960 년대에 구조 해석에 컴퓨터를 이용하면서 탄생된 해석법으로 현재 공학, 물리학 등에 널리 이용된다. 증분골로 나타난 updated Lagrangian 접근법의 유한 요소식은 가상일의 원리에서 출발한다. 외부 응력 σ 와 외부에서 가해진 힘 f 가 평형을 이루어 임의의 가상 변위 δd 와 이에 적합한 변형률 $\delta \epsilon$ 이 발생하는 고체를 생각하자. 이 때 가상일의 원리는 아래와 같다.

$$\int \delta \epsilon \sigma d\Omega - \delta d f = 0$$

여기서 Ω 는 우리의 관심 영역이다. 일반적인 유한 요소 이산화 과정을 따르면

$$Kd = \Delta f$$

여기서

$$K = \int BC_R^{EP} B d\Omega$$

여기서 C_R^{EP} 은 밀도에 의존하는 탄소성 응력 - 변형률 행렬, B 는 변형률 - 변위 행렬, K 는 강성 행렬, f 는 힘 벡터이고, d 는 우리가 구하고자 하는 변위 벡터이다. 우리는 식 (3)을 Newton의 반복법을 이용하여 원하는 해인 d 를 구한다. 변위로부터 B 행렬을 이용하여 변형률을 구하고, 변형률로부터 식 (5)를 이용하여 응력을 구한다.

$$\sigma^{t+\Delta t} = \sigma^t + C_R^{EP} d\epsilon$$

2.3 구성방정식

다공질 금속이 조합 유동법칙 (6)을 만족한다고 가정하면, 탄소성 응력 - 변형률 관계식은 식 (7)과 같다.

$$d\epsilon_{ij}^P = \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{q C^E d\epsilon}{pq + q C^E q} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}$$

$$d\sigma = C^E (d\epsilon - d\epsilon^P) = C_R^{EP} d\epsilon = [C^E - \frac{C^E q (C^E q)^T}{pq + q C^E q}] d\epsilon$$

p 와 q 는 항복함수 F 의 함수로서 이 연구에서는 식 (1)로부터 아래 식을 얻었다.

$$p_{ij} = - \frac{\partial F}{\partial \epsilon_{ij}^P} = \eta H \sigma_{ij}$$

$$q_{ij} = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} = (2 + R^2) \sigma'_{ij} + \frac{2(1 - R^2)}{3} \sigma_m \delta_{ij}$$

$$H = \frac{2}{3} \left(\frac{E E_t}{E - E_t} \right)$$

여기서 σ_m 는 평균응력 $(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})/3$, E 는 탄성계수, E_t 는 선형경화계수, δ_{ij} 는 Dirac delta 함수이다.

2.4 밀도 계산

일반 금속이 소성 변형시 부피가 일정함에 반해, 다공질 금속은 부피가 변한다. 그러나 질량은 보존되므로 이를 이용하면 밀도 변화식을 구할 수 있다.

$$R_0 l_1 l_2 l_3 = R (l_1 + \Delta l_1) (l_2 + \Delta l_2) (l_3 + \Delta l_3)$$

$$R = R_0 \frac{l_1}{l_1 + \Delta l_1} \frac{l_2}{l_2 + \Delta l_2} \frac{l_3}{l_3 + \Delta l_3} = R_0 e^{-(\epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33})}$$

여기서 R_0 는 초기 상대 밀도, l 은 초기 길이, Δl 은 길이 증분이다.

3. 계산 방법

3.1 업셋 단조

여러 가지 초기 상대 밀도의 원통형 시편을 업셋 단조할 때, 공구와 피가공재 계면에서의 마찰 계수를 달리하며 계산하였다. 시편의 종횡비는 무마찰의 경우 Shima 등⁴⁾의 실험 결과와 비교하기 위해 0.8 (20 mm × 25 mm)로 하였고, 부착 마찰과 Coulomb 마찰의 경우는 Mori 등⁵⁾의 실험 결과와 비교하기 위해 1.0 (20 mm × 20 mm)로 하였다. 상하 대칭과 축 대칭이 존재하므로 원통의 1/4 만 해석계로 택하였다. 각 계산 단계마다 높이를 1% 씩 압축시켰다. 수렴 한계는 에너지 노름으로 0.0001을 택하였다. 기지 금속은

소결동으로서 기계적 성질은 아래와 같다.

$$\sigma = 431(\epsilon + 0.00851)^{0.32} \text{MPa}$$

탄성계수 = 117000MPa

항복응력 = 94MPa

Poisson 비 = 0.3

식 (1)에서 필요한 두 개의 매개변수 a와 R_c 를 구하기 위해 그림 1의 구리 소결체의 밀도 - 항복응력 실험 결과에서 최소자승법을 이용하면 $a=1.79$ 와 $R_c=0.44212$ 가 얻어진다.

3.2.3 차원 압흔

실제 생산 공정에 사용되는 재료들은 축대칭이나 평면 응력, 평면 변형으로 볼 수 없는 경우가 많으므로 보다 정확한 해석을 위해서는 3 차원 모델링이 필수적이다. 유한 요소법의 장점이 계산할 대상의 모양이 변하더라도 요소망 구성 외에는 특별한 추가의 노력이 들지 않는 것이므로 임의의 복잡한 대상체를 위해서 2 차원을 3 차원으로 확장시키면 아주 유용할 것이다. 이번 계산에서는 가장 간단한 3 차원 계인 압흔 문제를 해석하여 3 차원 해석의 타당성과 유용성을 알아보았다. 압흔 문제는 실제 공정에 사용되지는 않지만 밀도의 증가와 감소를 볼 수 있는 좋은 문제이다. 위 편치는 지름 2.0 mm의 반구형이고 아래 다이는 평판이다. 시편은 직육면체 (4 mm × 4 mm × 1 mm)로 x축, y축 대칭이므로, 1/4 만 해석 대상으로 했다. 계산 과정은 다른 때와 마찬가지로이고, 재료는 소결 구리로서 성질은 업셋 단조 시와 같게 하였다.

4. 결과 및 고찰

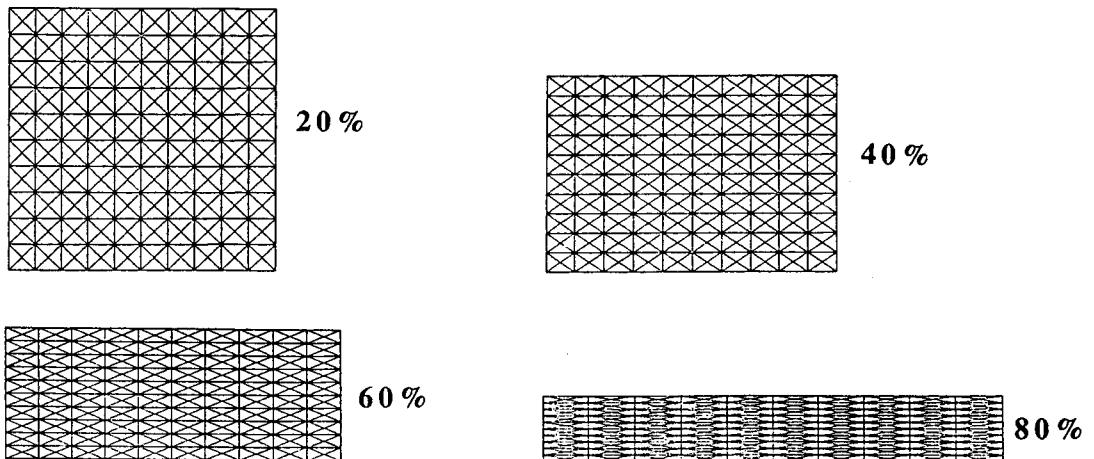


그림 2. 무마찰 업셋팅 시의 압축에 따른 요소 변형; 초기 중량비 1.25, 초기 상대 밀도 0.624.

4.1 업셋 단조⁹⁾

4.1.1 무마찰 업셋팅

개발한 모델의 타당성을 입증하기 위해 Shima⁴⁾의 실험과 같은 조건의 계산을 하였다. 즉 재료는 소결 동이고 초기 상대 밀도를 0.869, 0.83, 0.745, 0.624의 네가지로 변화시켰다. 변형된 요소망을 그림 2에 보였다. 다이와의 마찰이 없으므로 모든 요소는 균질 변형을 하여 응력, 변형률, 밀도 등이 균질하다. 그림 3은 초기 밀도가 다를 때, 변형에 따른

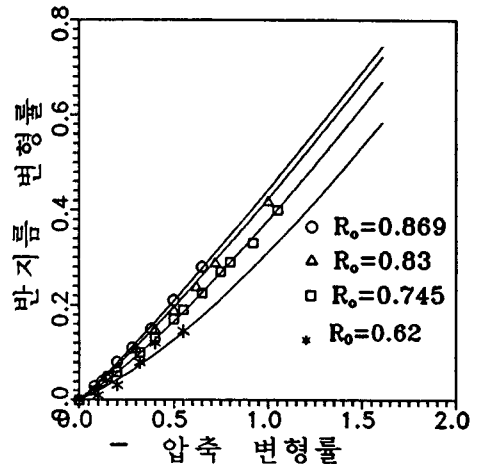


그림 3. 무마찰 업셋팅 시 여러 가지 초기 상대 밀도에서 반지름 방향 변형률과 축 방향 변형률의 관계. 계산값(선)을 Shima의 실험값(표시)와 비교하였다.

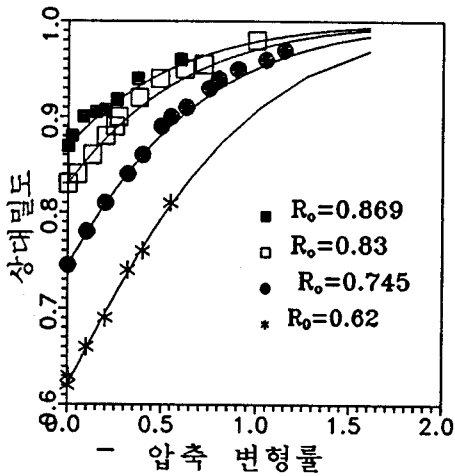


그림 4. 무마찰 업셋팅 시 여러 가지 초기 상대 밀도에서 반지름 방향 변형률과 상대 밀도의 관계. 계산값(선)을 Shima의 실험값(표시)과 비교하였다.

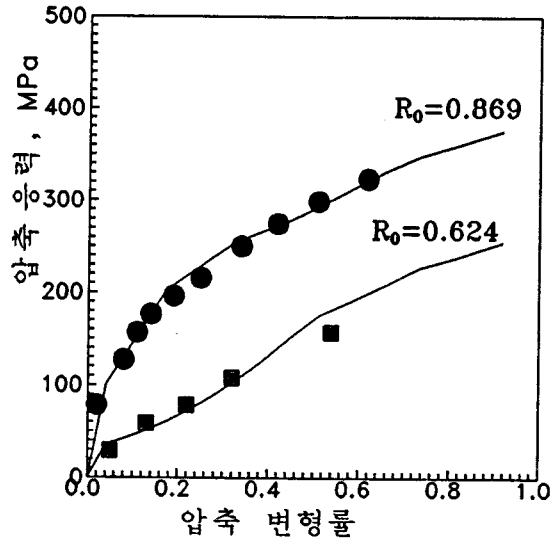


그림 5. 무마찰 업셋팅 시 여러 가지 초기 상대 밀도에서 반지름 방향 변형률과 축방향 응력의 관계. 계산값(선)을

반지름방향 변형률의 변화이다. 실험값과 계산값이 잘 맞는다. 이로서 요소의 변형은 정확함을 알 수 있다. 그림 4는 변형에 따른 밀도 증가이다. 초기에는 밀도 증가율이 크나 점차 증가율이 감소한다. 실험값과 계산값이 잘 맞으므로 밀도를 정확히 계산함을 알 수 있다. 그림 5는 압축 변형에 따른 축방향 응력의 변화이다. 실험과 계산의 일치는 만족할 만하다. 그러므로 본 모델은 다공성 금속의 변형 거동을 잘 묘사한다고 볼 수 있다.

4.1.2 일정한 마찰계수의 업셋팅

다이와 재료 사이에 풀롱 마찰이 작용하는 경우를 계산하였다. 초기 상대 밀도를 0.8로 하였다. 마찰 계수가 0.25인 때 변형된 요소망은 그림 6과 같다. 아래쪽 그림은 가공이 없는 금속을 압축한 경우이다. 다공성 재료에서 치밀화로 인한 부피 감소가 확실히 나타난다. 60% 압축에서 접침과 부풀림이 보인다. 79% 압축에서 상대 밀도가 0.707인 곳이 생긴다. 변형 중 유효 변형률의 분포는 그림 7과 같다. 변형률 분포의 경향은 부착 마찰의 경우와 같으나 크기는 작다. 변형 중 밀도 증가는 그림 8과 같다. 다이 접촉부의 표면부에서 밀도가 가장 크고 적도의 표면부에서 밀도가 가장 작다. 40% 압축까지는 모든 부위에서 밀도가 증가하나 60% 압축에서는 적도의 표면에서 밀도 감소가 보인다. 이 때 대부분 영역은 진밀도에 가깝다. 경수압의 분포는 그림 9와 같다. 밀도 분포와 경향이 비슷하고, 60% 압축에서 인장 응력이 보인다. 그림 10에 하중의 측정치와 계산치를 비교하였다. Mori 등의 실험치와 계산치가 잘 일치한다. 60

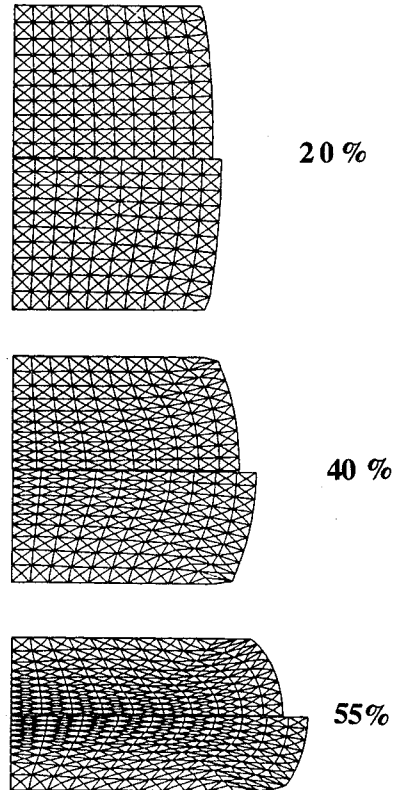
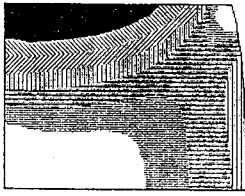
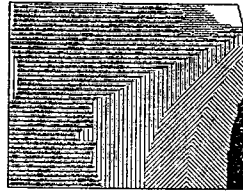


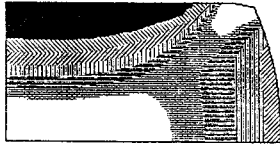
그림 6. Coulomb 마찰 (마찰 계수 0.25) 업셋팅 시의 압축에 따른 요소 변형; 초기 중평비 1.25, 초기 상대 밀도 0.81.



A= 0.100E+00
 B= 0.120E+00
 C= 0.140E+00
 D= 0.160E+00
 E= 0.180E+00
 F= 0.200E+00
 G= 0.220E+00



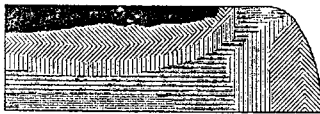
A= 0.850E+00
 B= 0.858E+00
 C= 0.867E+00
 D= 0.875E+00
 E= 0.883E+00
 F= 0.892E+00
 G= 0.900E+00



A= 0.200E+00
 B= 0.250E+00
 C= 0.300E+00
 D= 0.350E+00
 E= 0.400E+00
 F= 0.450E+00
 G= 0.500E+00



A= 0.877E+00
 B= 0.891E+00
 C= 0.905E+00
 D= 0.919E+00
 E= 0.932E+00
 F= 0.946E+00
 G= 0.960E+00



A= 0.300E+00
 B= 0.400E+00
 C= 0.500E+00
 D= 0.600E+00
 E= 0.700E+00
 F= 0.800E+00
 G= 0.900E+00



A= 0.862E+00
 B= 0.882E+00
 C= 0.901E+00
 D= 0.921E+00
 E= 0.941E+00
 F= 0.960E+00
 G= 0.980E+00

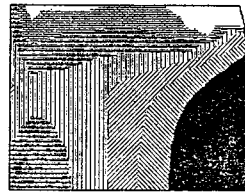
그림 7. 그림 6에서 유효 변형률 분포.

그림 8. 그림 6에서 상대 밀도 분포.

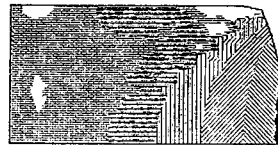
% 압축 후 하중을 제거하면 탄성 회복이 일어난다. 이 경우 치수 변화가 발생하나 60 % 압축 후 재하 시 탄성 회복량은 0.4227 %로 아주 작아 밀도와 변형률 분포는 압축 상태와 같다. 그러나 탄성 회복으로 응력 상태는 바뀌어 정수압의 분포는 그림 11과 같이 된다. 그림에서 응수는 인장 잔류 응력 상태이고 양수는 압축 잔류 응력을 나타낸다. 다이와 접한 면의 바깥쪽과 적도면의 안쪽을 잇는 대각선 부위는 압축 잔류 응력 상태이고, 다이 접면의 안쪽과 원통의 외곽부는 인장 잔류 응력 상태가 된다.

4.2.3 차원 압흔

그림 12에 50 % 압축 후의 변형된 시편 모습을 보였다. 그림 13, 14에 유효 변형률과 유효 응력의 분포를 보였다. 유효 변형률은 편차가 닦는 국부적인 부분만 높고, 유효 응력은 중심에서 멀어질 수록 낮아지나 모서리 부분에서는 꼭 동심원을 그리지는 않는다. 그림 15에 상대 밀도의 분포를 보였다. 압입자의 중심 부분이 가장 큰 압축을 받으므로 밀도가 가장 높고 분포도 압입자의 모양대로 동심원을 그리나 모서리에서는 상대 밀도가 0.799로 초기보다 낮아진다. 이는 그림 16의 정수압 응력의 분포를 보면 이해가 간다. 압입자가 접하는 부분은 압축 응력을 받는 반면에 시편의 바깥쪽 부분은



A= 0.600E+02
 B= 0.717E+02
 C= 0.833E+02
 D= 0.950E+02
 E= 0.107E+03
 F= 0.118E+03
 G= 0.130E+03



A= -0.500E+02
 B= 0.000E+00
 C= 0.500E+02
 D= 0.100E+03
 E= 0.150E+03
 F= 0.200E+03
 G= 0.250E+03



A= -0.100E+03
 B= -0.167E+02
 C= 0.667E+02
 D= 0.150E+03
 E= 0.233E+03
 F= 0.317E+03
 G= 0.400E+03

그림 9. 그림 6에서 정수압 응력 분포.

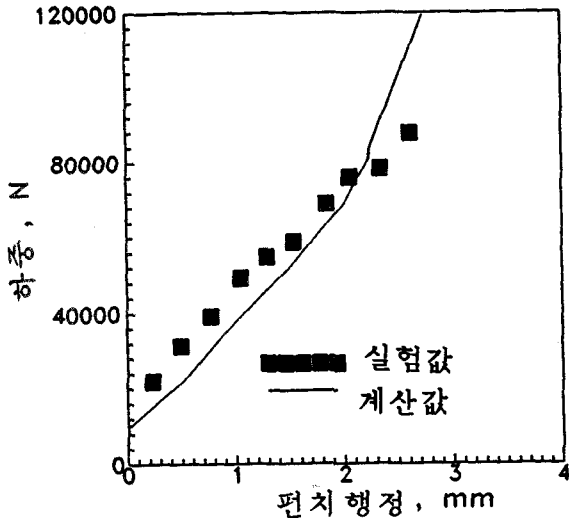


그림 10. 실험 하중과 계산 하중의 비교.

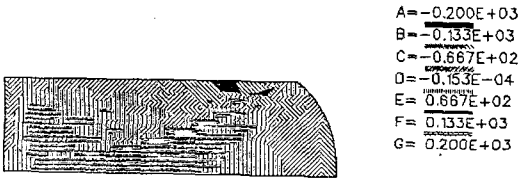


그림 11. 60 % 압축 후 제하 시 잔류 응력 (정수압, MPa) 분포.

인장 응력이 발생한다. 이상의 압흔 해석으로부터 3 차원 다공질 재료의 유한 요소 해석이 타당함을 알 수 있다.

5. 결론

이 연구에서는 재료의 밀도 변화 특성을 고려할 수 있고, 입계밀도 이하에서도 적용시킬 수 있는 새로운 항복조건을 유한 요소법에 이용하여 업셋단조, 3차원 압흔 공정을 해석하였다.

구리 소결체의 업셋팅과 압흔의 계산과 실험 결과, 변형 모습과 밀도 분포를 잘 해석하였다. 탄성을 고려하였으므로 잔류 응력 분포 및 스트리밍백 효과를 해석할 수 있다.

참고문헌

1. ASM Metals Handbook : Vol.3, 9th. ed., Metals Park (1984) 9
2. 김형섭, 이동녕 : 제 3 회 분말야금 심포지엄, 대한금속학회 (1991) 17
3. H. S. Kim and D. N. Lee : Powder Metall., (1991) submitted
4. S. Shima and M. Oyane : Int. J. Mech. Sci., 18 (1976) 285
5. K. Mori, S. Shima and K. Osakada : Bull. JSME, 23 (1980) 516
6. 김형섭, 이동녕 : 대한금속학회지, 29 (1991) 703

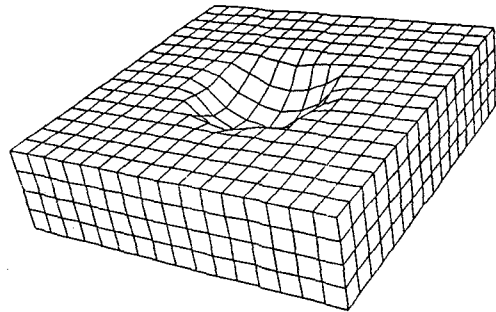


그림 12. 50 % 압흔 시의 요소 변형; 초기 상대 밀도 0.8.

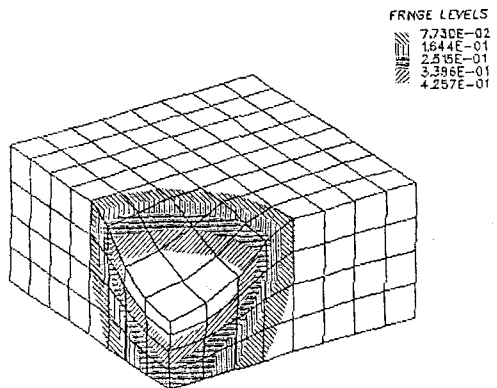


그림 13. 그림 12에서 유효 변형률의 분포.

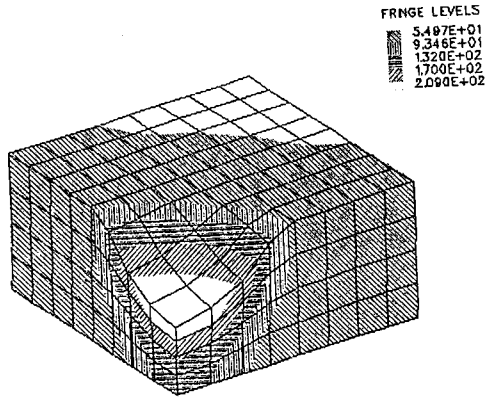


그림 14. 그림 12에서 유효 응력의 분포.

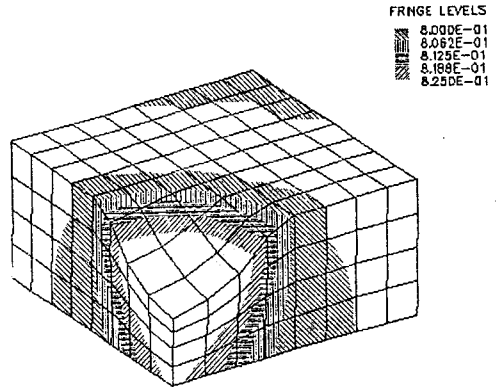


그림 15. 그림 12에서 상대 변위의 분포.

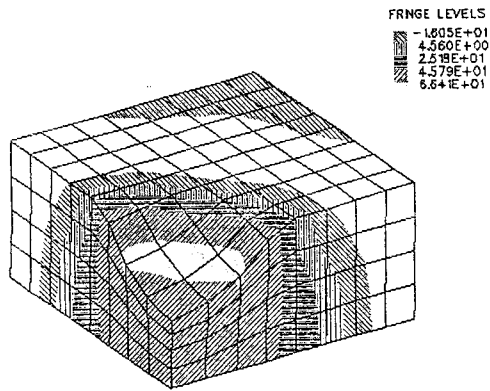


그림 16. 그림 12에서 정수압 응력의 분포.