

광학렌즈의 무반사 코팅

V.TEK 기술개발부

이 상 길 과장

1. 광학 렌즈 경계면의 반사광

밤중에 창문으로 밖을 바라보면 자신의 얼굴이 유리창에 반사되는 것을 볼 수 있다. 낮에는 실외로부터 들어오는 광선이 매우 밝기 때문에 이 반사상을 볼 수 없다. 그러나 이것은 반사가 일어나지 않는 것이 아니라 유리와 공기의 경계면에는 항상 반사가 일어나지만, 이것의 반사는 일반유리의 경우 대략 4%정도이기 때문이다.

이러한 반사광은 광학 렌즈에 있어서도 동일하게 작용하며 그림1. 에 나타난것과 같이 결상되는 면에 광선이 모이게 되고, 다른 경우의 광선은 발산되는 원인이 된다. 이 결과로 인하여 콘트라스트가 나쁜 사진을 얻게 되고, 어두워야 할 부분이 밝게 나타나는 고스트(ghost)상이나 플레어(flare)를 일어나게 한다. 주간에 태양광선이 입사되는 구도로 촬영할 경우나, 야간에 조명 등을 화면에 넣어 촬영할 경우에는 특히

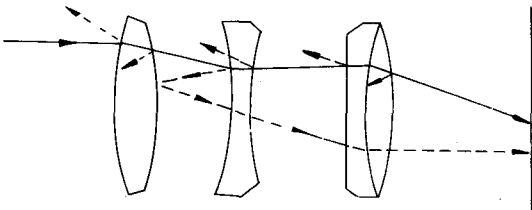


그림1. 테사형 대물렌즈의 표면반사

이 반사광의 영향이 현저하게 나타남을 알 수 있을 것이다.

무반사 코팅이란 광학렌즈의 경우에 표면 반사를 최소화시키고, 콘트라스트를 향상시키며 고스트상이나 플레어를 감소하기 위하여 광학 렌즈위에 MgF_2 나 SiO_2 와 같은 유전체 물질의 박막을 진공증착시키는 것을 의미한다. 그림2. 의 점선은 공기중에서 물질의 굴절률 n 의 함수로써 계산되어진 Fresnel 반사율 R 을 표시한 것이며, 실선은 같은 물질의 평행한 판의 투과율 T 를 표시한 것이다. 투과율 T 는 평행판속의 다중반사를 설명할 수 있다.

굴절률이 1.5인 유리 표면의 반사율은 4%이지만, 평행판의 투과율은 92.3%이다. 또한 적외선 광학계에 사용되는 굴절률이 4.1인 게르마늄은 36.9%의 단면 반사율을 갖지만, 평행판

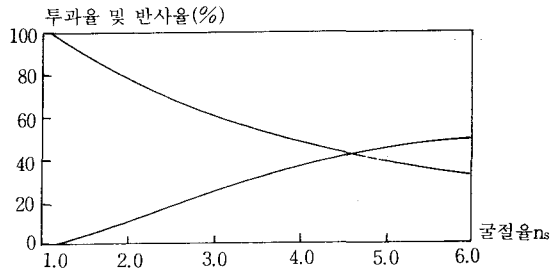


그림2. 굴절률 n_s 인 평판의 투과율 T 와 단면 반사율 R

의 투과율은 46.1%이다. 이것은 무반사 코팅을 하지 않은 렌즈의 투과율이 상대적으로 높은 편이더라도, 몇장의 렌즈를 갖는 광학계는 상의 성능을 개선하기 위하여 무반사 코팅을 하여야 한다는 것을 의미한다. 일반적인 광학계는 다수의 서로 다른 굴절률을 갖는 렌즈로 구성되어 있으므로 무반사 코팅의 중요성은 명백하다. 다른 평행판 사이의 다중반사를 무시하면 그림3.에서와 같이 굴절률 1.5인 7장의 평행판 유리의 투과율은 단지 50%를 넘을 뿐이다. 그리고 게르마늄과 같이 투과율이 좋지않

은 물질의 3장 평행판 투과율은 단지 10%이다. 그림4.는 입사각에 따라 굴절률 1.51, 2.2, 4.0을 갖는 평행판의 투과율을 나타낸 것이다. 이 투과율은 편광되지 않은 빛이므로, S-편광과 P-편광의 평균 투과율을 표시한 것이다.

2. 박막이론

(1) 박막 행렬 유도

일반적으로 접하고 있는 두 박막의 경계면에서의 전기장과 자기장의 진폭을 계산할때 전자기 이론을 체계화한 Maxwell방정식을 사용하는데 박막이론은 이 경계 문제를 해결하는 과정에서 유도된 결과를 바탕으로 하고 있다.

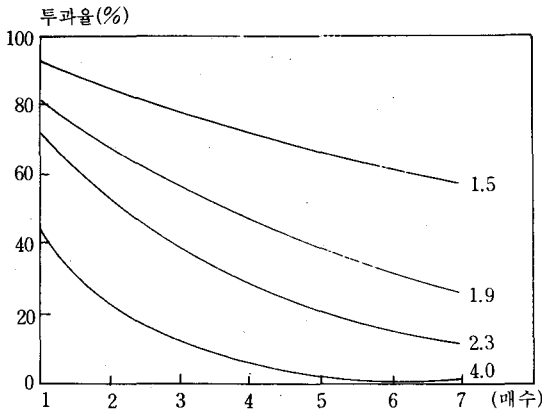


그림3. 굴절률 n_s 가 1.5 1.9 2.3과 4.0인 평판의 매수에 따른 투과율

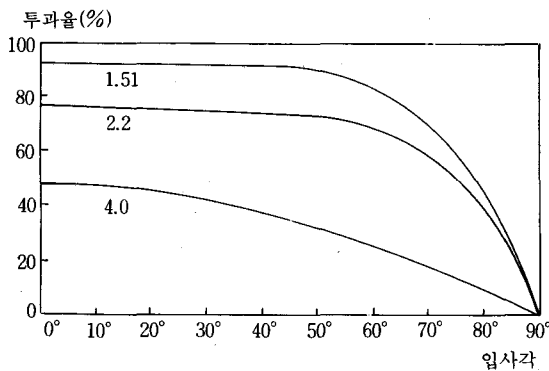


그림4. 굴절률 n_s 가 1.51, 2.2와 4.0인 평판의 입사각에 따른 투과율

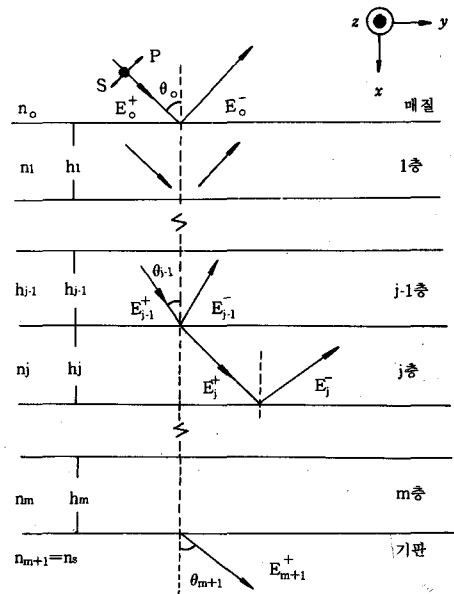


그림5. 다층 박막계의 전기장 단면도

그림5.와같이 굴절률 n_{m+1} 인 기판(substrate) 위에 m 층의 유전체 박막이 있고 그위에 굴절률 n_0 인 매질이 있는 박막계를 생각하자. 다층 박막은 $y-z$ 평면위에 무한히 평행하게 구성되어 있다. 이 다층 박막계에 전기장이 E 인 평면파가 입사했을 때 경계면 위에서의 입사 및 반

사파의 전기장의 크기를 각각 E_j^+, E_j^- 로 표시 하자.

S와 P는 각각 S-편광 및 P-편광을 나타 내며 n_j 는 박막의 굴절률이고 h_j 는 박막의 기하 학적인 두께를 표시한다.

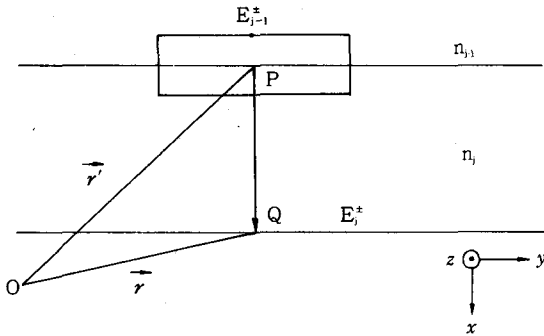


그림6. 박막의 두께에 따른 광학적 위상차

지금 전기장의 위상을 고려하면 그림6.에서 j번째 층의 Q지점에서 위상항은

$$\exp \left\{ i \frac{2\pi}{\lambda} (ct - n_j p_j \cdot \vec{r}) \right\} \text{ 이고,}$$

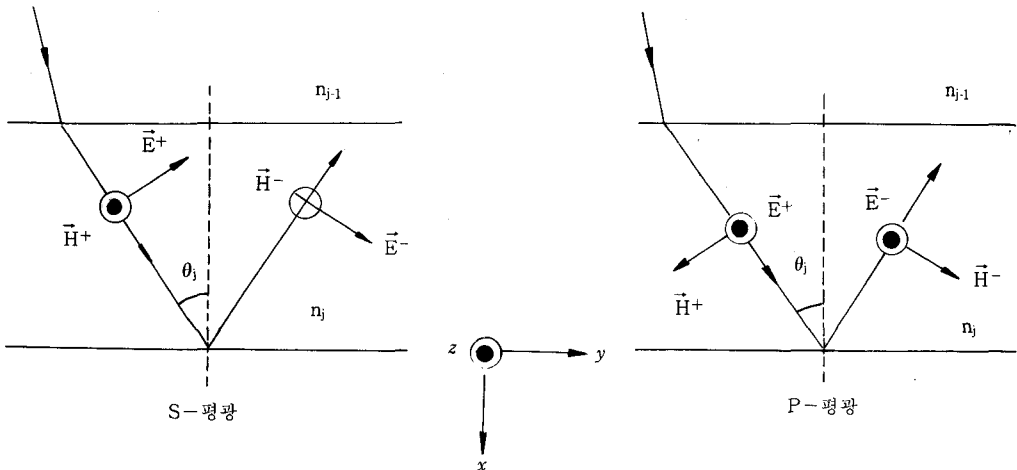


그림7. j층에 입사되는 광선의 S-편광과 P-편광의 투과와 반사 단면도

P지점에서의 위상항은

$$\exp \left\{ i \frac{2\pi}{\lambda} (ct - n_j p_j \cdot \vec{r}') \right\} \text{로 각각 주어질 수}$$

있다. P_j 는 j 번째층 내에서의 파면 진행방향의 단위벡터 \vec{r}, \vec{r}' 는 각각 좌표원점에서 P점과 Q점에 이르는 위치 벡터이므로

$$\vec{P}_j = (\cos\theta_j, \sin\theta_j, 0)$$

$$\vec{r}' = \vec{r} - i h_j$$

로 표현된다. 그러면 P점과 Q점의 위상차는

$$g_j = - \frac{2\pi}{\lambda} n_j (i \cos\theta_j + \sin\theta_j) \cdot (\vec{r} - i h_j)$$

$$= - \left\{ - \frac{2\pi}{\lambda} n_j (i \cos\theta_j + \sin\theta_j) \cdot \vec{r} \right\}$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda} n_j h_j \cos\theta_j$$

로 표시된다. 이 결과 전기장의 크기는 Q지점에서의 입사전기장 E_j^+ , 반사전기장 E_j^- , P지점에서의 입사 전기장 $E_j^+ e^{ig_j}$, 반사전기장 $E_j^- e^{-ig_j}$ 로 각각 나타 낼 수 있다. 위의 사항을 $j-1$

층과 j층의 경계면에서 Maxwell 방정식 $\nabla \times \vec{E}=0, \nabla \times \vec{H}=0$ 에 대입하면

$$E_{j-1}^+ + E_{j-1}^- = E_j^+ e^{i\theta_j} + E_j^- e^{-i\theta_j} \quad (2-1)$$

$$H_{j-1}^+ + H_{j-1}^- = H_j^+ e^{i\theta_j} + H_j^- e^{-i\theta_j} \quad (2-2)$$

(단, $E_j, E_{j-1}, H_j, H_{j-1}$ 은 수직성분이다.)

을 얻게 된다. 다음으로 P-편광과 S-편광에서 위 식들이 어떻게 표현되는지 알아보면 그림7.에서와 같이 P-편광은 아래의 식으로 표현된다.

$$\vec{E}_j^+ = E_j^+ (-\sin\theta_j, \cos\theta_j, 0) \quad (2-3)$$

$$\vec{E}_j^- = E_j^- (\sin\theta_j, \cos\theta_j, 0) \quad (2-4)$$

$$\vec{H}_j^+ = n_j E_j^+ \vec{Z} \quad (2-5)$$

$$\vec{H}_j^- = -n_j E_j^- \vec{Z} \quad (2-6)$$

이 식들을 (2-1), (2-2)식에 대입하면

$$E_{j-1}^+ \cos\theta_{j-1} + E_{j-1}^- \cos\theta_{j-1} = \cos\theta_j (E_j^+ e^{i\theta_j} + E_j^- e^{-i\theta_j}) \quad (2-7)$$

$$n_{j-1} E_{j-1}^+ - n_{j-1} E_{j-1}^- = n_j E_j^+ e^{-i\theta_j} - n_j E_j^- e^{i\theta_j} \quad (2-8)$$

로 표현되며 여기서 $E_j^\pm \cos\theta_j$ 를 E_j^\pm 로, $E_{j-1}^\pm \cos\theta_{j-1}$ 을 E_{j-1}^\pm 로 변형시키면 즉 E_j^\pm 를 y성분으로 변형시킨 다음 그것을 E_j^\pm 로 표현하면 아래와 같다.

$$E_{j-1}^+ + E_{j-1}^- = E_j^+ e^{i\theta_j} + E_j^- e^{-i\theta_j} \quad (2-9)$$

$$E_{j-1}^+ - E_{j-1}^- = \frac{n_j \cos\theta_{j-1}}{n_{j-1} \cos\theta_j} (E_j^+ e^{i\theta_j} - E_j^- e^{-i\theta_j}) \quad (2-10)$$

그림7.에서의 S-편광은

$$\vec{E}_j^+ = E_j^+ \vec{K} \quad (2-11)$$

$$\vec{E}_j^- = E_j^- \vec{K} \quad (2-12)$$

$$\vec{H}_j^+ = n_j E_j^+ (\sin\theta_j, -\cos\theta_j, 0) \quad (2-13)$$

$$\vec{H}_j^- = n_j E_j^- (\sin\theta_j, \cos\theta_j, 0) \quad (2-14)$$

로 표현할 수 있다. 이 식들은 (2-1), (2-2)식에 대입하면

$$E_{j-1}^+ + E_{j-1}^- = E_j^+ e^{i\theta_j} + E_j^- e^{-i\theta_j} \quad (2-15)$$

$$E_{j-1}^+ - E_{j-1}^- = \frac{n_j \cos\theta_j}{n_{j-1} \cos\theta_{j-1}} (E_j^+ e^{i\theta_j} - E_j^- e^{-i\theta_j}) \quad (2-16)$$

이 된다. (2-9), (2-10)식에 S-편광에서의 admittance $n_j \cos\theta_j = U_j$ 를 대입하고, (2-15), (2-16)식에 P-편광에서의 admittance $n_j / \cos\theta_j = U_j$ 를 각각 대입하면

$$E_{j-1}^+ + E_{j-1}^- = E_j^+ e^{i\theta_j} + E_j^- e^{-i\theta_j}$$

$$U_{j-1} (E_{j-1}^+ - E_{j-1}^-) = U_j (E_j^+ e^{i\theta_j} - E_j^- e^{-i\theta_j})$$

이 된다. 이 두식을 행렬로 표시하면 (2-17)식과 같다.

$$\begin{pmatrix} E_{j-1}^+ \\ E_{j-1}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{U_{j-1} + U_j}{2U_{j-1}} e^{i\theta_j} & \frac{U_{j-1} - U_j}{2U_{j-1}} e^{-i\theta_j} \\ \frac{U_{j-1} + U_j}{2U_{j-1}} e^{i\theta_j} & \frac{U_{j-1} - U_j}{2U_{j-1}} e^{-i\theta_j} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_j^+ \\ E_j^- \end{pmatrix} \quad (2-17)$$

이 식에서 E_j^\pm 는 P-편광일때 y성분, S-편광일때는 Z성분이다. 여기서 2×2 행렬을 박막행렬이라 하며, 이것을 B_j 라 두고 그림5.와 같이 E_{m+1}^- 이 없다고 가정하면

$$\begin{pmatrix} E_o^+ \\ E_o^- \end{pmatrix} = \sum_{j=1}^m B_j \begin{pmatrix} E_m^+ \\ E_m^- \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{m+1}^+ \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2-18)$$

로 표현할 수 있다. 위식에서 B_j 는 index j 와 j^{-1} 을 동시에 포함하고 있으므로 이것을 한가지의 index만 포함하도록 하면 다음 두식은

$$E_j = E_j^+ + E_j^-$$

$$H_j = H_j^+ + H_j^- = U_j(E_j^+ - E_j^-)$$

으로 되고, 이것을 (2-1), (2-2)식에 대입하면 (2-19)식을 얻을 수 있다.

$$\begin{pmatrix} E_{j-1} \\ H_{j-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos g_j & i \sin g_j / U_j \\ i U_j \sin g_j & \cos g_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_j \\ H_j \end{pmatrix} \quad (2-19)$$

위 식에서 2×2 박막행렬을 A_j 로 두면

$$\begin{pmatrix} E_o \\ H_o \end{pmatrix} = \sum_{j=1}^m A_j \begin{pmatrix} E_m \\ H_m \end{pmatrix} E_{m+1}^+ \quad (2-20)$$

으로 표현할 수 있다. 그리고 아래와 같은 4개의 식

$$E_o = E_o^+ + E_o^- \quad E_m = E_{m+1}^+$$

$$H_o = U_o(E_o^+ - E_o^-) \quad H_m = U_{m+1}E_{m+1}^+$$

(단, E, H 는 경계면에 평행한 성분이고, U_{m+1} 은 기판의 admittance이다)

을 변형시키면 (2-21), (2-22)식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} E_o^+ \\ E_o^- \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1/U_o \\ 1 & -1/U_o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_o \\ H_o \end{pmatrix} \quad (2-21)$$

$$\begin{pmatrix} E_m \\ H_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ U_{m+1} \end{pmatrix} E_{m+1}^+ \quad (2-22)$$

이 두식을 (2-20)식에 대입하면

$$\begin{pmatrix} E_o^+ \\ E_o^- \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1/U_o \\ 1 & -1/U_o \end{pmatrix} \sum_{j=1}^m A_j \begin{pmatrix} 1 \\ U_{m+1} \end{pmatrix} E_{m+1}^+ \quad (2-23)$$

과 같은 최종식을 얻을 수 있다.

(2) 투과율과 반사율

투과율 T 와 반사율 R 은 각각 입사에너지에 대한 투과에너지와 반사에너지의 비율로 정의되므로 전기장과 자기장 벡터로부터 단위시간, 단위 면적당 에너지 흐름으로 정의되는 포인팅 (Pointing) 벡터 \vec{S} 를 구하여 T 와 R 을 도입하도록 한다.

포인팅 벡터는

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} \vec{E} \times \vec{H} = \frac{nc}{4\pi} \vec{E} \times (\vec{P} \times \vec{E})$$

$$= \frac{nc}{4\pi} \vec{P} |\vec{E}|^2$$

(단, \vec{P} 는 파면 진행 방향의 단위벡터이고, C 는 광속이다)로 정의되므로

$$S_j = |\vec{S}_j| = \frac{nc}{4\pi} |\vec{E}_j|^2$$

이 된다. 그런데 전기장은 시간에 따라 진동하므로 포인팅 벡터의 시간 평균을 구하여 에너지 관계를 표현한다. 즉, 같은 단위시간을 취급할

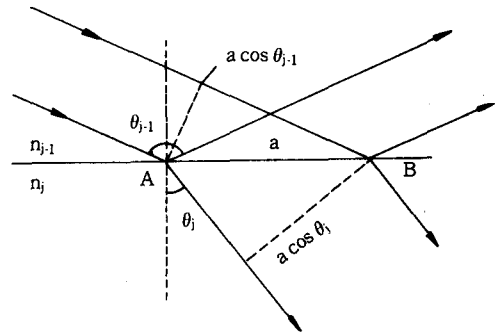


그림8. 투과와 반사에 의한 광속밀도를 나타낸 단면도

때에는 시간을 고려할 필요가 없다. 그림8.을 보면 전자기파가 박막의 경계면에서 반사할 때 입사각과 반사각이 같으므로 파면의 단면적이 변하지 않지만 투과할 때는 굴절에 의해 단면적

이 변하게 된다. 그래서 단면적이 a 인 $j-1$ 층과 j 층의 경계면 AB 에 입사되는 에너지와 반사되는 에너지는 $S_{j-1}^+ \cdot a \cdot \cos\theta_{j-1}$ 과 $S_{j-1}^- \cdot a \cdot \cos\theta_{j-1}$ 로 표현하며, 단위 시간당 투과하는 에너지는 $S_j^+ \cdot a \cos\theta_j$ 로 표시할수 있다. 여기서 S^+ , S^- 는 각각 입사 및 반사파의 포인팅 벡터이다.

P -편광의 경우에는 경계면에 평행인 전기장의 성분이 y 성분이므로 (2-3), (2-4)식에 의하여 \vec{E}_j 의 y 성분을 $E_{j,y}$ 라 표시하면 $E_{j,y} = E_j \cdot \cos\theta_j$ 가 성립되므로

$$S_j = \frac{n_j c}{4\pi} |\vec{E}_j|^2 = \frac{n_j c}{4\pi} \frac{|E_{j,y}|^2}{\cos^2\theta_j}$$

으로 포인팅 벡터가 표현된다. 그러면 그림5.와 같은 다층 박막의 반사율 R 과 투과율 T 는 각각

$$R_p = \frac{a \cos\theta_0 \frac{n_0 c}{4\pi} \cdot \frac{|E_{0,y}^-|^2}{\cos^2\theta_0}}{a \cos\theta_0 \frac{n_0 c}{4\pi} \cdot \frac{|E_{0,y}^+|^2}{\cos^2\theta_0}} = \left| \frac{E_{0,y}^-}{E_{0,y}^+} \right|^2 = \left| \frac{E_0^-}{E_0^+} \right|^2 = |r_p|^2 \quad (2-24)$$

$$T_p = \frac{a \cos\theta_{m+1} \frac{n_{m+1} c}{4\pi} \cdot \frac{|E_{m+1,y}^+|^2}{\cos^2\theta_{m+1}}}{a \cos\theta_0 \frac{n_0 c}{4\pi} \cdot \frac{|E_{0,y}^+|^2}{\cos^2\theta_0}} = \frac{\frac{n_{m+1}}{\cos\theta_{m+1}} \cdot |E_{m+1,y}^+|^2}{\frac{n_0}{\cos\theta_0} \cdot |E_{0,y}^+|^2} = \frac{U_{m+1}}{U_0} \left| \frac{E_{m+1,y}^+}{E_{0,y}^-} \right|^2 = \frac{U_{m+1}}{U_0} \left| \frac{E_{m+1}^+}{E_0^-} \right|^2$$

$$= \frac{U_{m+1}}{U_0} |t_p|^2 \quad (2-25)$$

와 같이 된다

S -편광의 경우에는 경계면에 평행인 전기장의 성분은 Z 성분이므로 (2-11), (2-12)식에 의하여 \vec{E}_j 의 Z 성분을 $E_{j,z} = E_j$ 로 두면

$$S_j = \frac{n_j c}{4\pi} |\vec{E}_j|^2 = \frac{n_j c}{4\pi} |E_{j,z}|^2$$

이 되고 반사율과 투과율은 아래식과 같이 표현된다.

$$R_s = \frac{a \cos\theta_0 \frac{n_0 c}{4\pi} |E_{0,z}^-|^2}{a \cos\theta_0 \frac{n_0 c}{4\pi} |E_{0,z}^+|^2} = \left| \frac{E_{0,z}^-}{E_{0,z}^+} \right|^2 = \left| \frac{E_0^-}{E_0^+} \right|^2 = |r_s|^2 \quad (2-26)$$

$$T_s = \frac{a \cos\theta_{m+1} \frac{n_{m+1} c}{4\pi} |E_{m+1,z}^-|^2}{a \cos\theta_0 \frac{n_0 c}{4\pi} |E_{0,z}^+|^2} = \frac{U_{m+1}}{U_0} \left| \frac{E_{m+1,z}^-}{E_{0,z}^+} \right|^2 = \frac{U_{m+1}}{U_0} \left| \frac{E_{m+1}^-}{E_0^+} \right|^2 = \frac{U_{m+1}}{U_0} |t_s|^2 \quad (2-27)$$

편광이 되지 않은 자연광이 박막계에 입사할 때는 P -편광, S -편광이 될 확률이 각각 반이되므로 이때의 반사율과 투과율은

$$R = \frac{R_s + R_p}{2}, \quad T = \frac{T_s + T_p}{2} \quad (2-28)$$

로 표현할 수 있다.