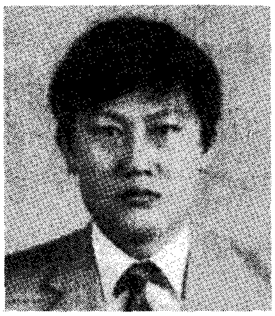
# 광학개론 (11)

## 〈일 차 광 학〉



정해빈 부설연구소
삼양광학공업 (주)

### 16. 일차광학

일차광학(first order optics)이란 스넬의 법칙 $n \cdot \sin i = n' \cdot \sin i'$에서 $n \cdot \sin i \cong i$, $\sin i' \cong i'$으로 그 1차근사만을 취할 때에 성립하는 광학으로 이와 같은 광학계는 수차가 없는 이른바 완전한 광학계가 된다. 이러한 일차광학으로 설명할 수 있는 것은 총공액거리(total conjugate length), 초점거리, 후초점거리, 전초점거리, 플렌지 백, F－넘버, 배율 등이 있다.

### 16.1 용어설명

촛점거리와 후초점거리에 대해서는 이미 설명한 바 있으므로 그 이외의 용어에 대해서만 설명하겠다.

① 총공액거리(total conjugate length) : 두 점이 어떤 광학계에 대해서 물체와 상의 관계에 있을 때, 이 두점을 공액점(conjugate points)이라 하고 이 두 점간의 물리적인 거리를 총공액거리라 한다. 이 값은 복사기와 같이 물체면과 상면간의 거리가 정해져 있는 광학계에서 특별히 의미를 갖게 된다.

② 전장(全長 ; overall length) ; 광학계를 구성하는 첫번째면의 정점에서 맨 끝면의 정점까지의 길이이다. 이 값은 결국 광학계가 필요로 하는 최소의 길이이며 실제의 광학계 유니트의 길이는 경통 등으로 인해 다소 길어지게 된다.

③ 전초점거리(front focal lengh) : 제1초점으로부터 광학계 첫번째면의 정점까지의 거리를 전초점거리라 한다.

④ 플렌지백(flange back) : 광학계를 감싸고 있는 경통(barrel)이 있을 경우 이 경통상의 기준면에서 상면까지의 거리를 플렌지백이라 한다. 후초점거리가 광학적으로 의미있는 값이나 광학면의 정점이 어디인지를 정확하게 알기 어려워서 실제 제작시에는 도움이 안되므로 손쉽게 기준면을 알 수 있는 플렌지백이 사용된다.

⑤ F－넘버(F－number) : 초점거리를 빛을 받아 들일 수 있는 유효직경으로 나눈 값이다. 이 값이 작을수록 그 광학계의 상대구경은 큰 것이 된다.

⑥ 배율(magnification) : 상의 크기의 물체 크기에 대한 비의 값으로 표현되며, 또한 상거리

의 물체거리에 대한 비로도 구할 수 있다. 이값은 접사 촬영시 주요한 제원이 되므로 접사기구가 붙은 렌즈에 표시되며, 복사기와 같은 광학계에서는 아주 중요한 제원이 되므로 반드시 표시된다.

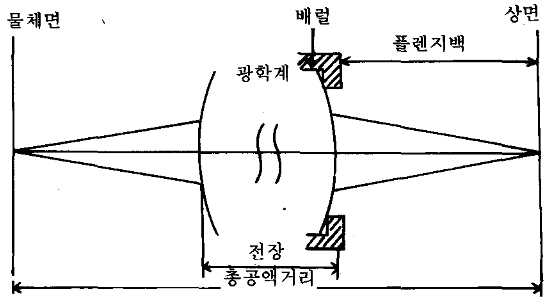



그림 16-1 총공액거리, 전장, 플렌지백

## 16.2 불변량

어떤 한 광학면을 기준으로 그 광학면의 전후에서 어떠한 광학량이 일정한 양으로 되어 변하지 않을 때 이 양을 불변량(invariant)이라 한다.

### 16.2.1 아베의 불변량

어떤 구면에서 근축광선에 의해 굴절이 일어나는 경우를 살펴보자. 그림 16-2에서 O은 물체점이고, O′은 O에 대한 가우스 상점이다. 즉, O′는 O에 대한 이상적인 상점이라 할 수 있다.

스넬의 법칙을 sine값에 대한 1차근사만을 취해서 나타내보면,

$$n' \cdot i' = n \cdot i \qquad (16-1)$$

로 나타내진다. 부호에 관한 규약을 상기하면서 $i'$과 $i$를 다른 각도들로 나타내보면,

$$i' = \alpha - u' \qquad (16-2)$$

$$i = -u + \alpha \qquad (16-3)$$

임을 알 수 있다. 이러한 사실을 이용하여 (16-1)식을 다시 써보면,

$$n'(\alpha - u') = n(\alpha - u) \qquad (16-4)$$

이 된다. 이때,

$$u = \frac{h}{\ell} \qquad (16-5)$$

$$\alpha = \frac{h}{r} \qquad (16-6)$$

$$u' = \frac{h}{\ell'} \qquad (16-7)$$

이므로 이 식들을 (16-4)식에 대입해주면,

$$n'\left(\frac{h}{\ell'} - \frac{h}{r}\right) = n\left(\frac{h}{\ell} - \frac{h}{r}\right) \qquad (16-8)$$

$$n'\left(\frac{1}{\ell'} - \frac{1}{r}\right) = n\left(\frac{1}{\ell} - \frac{1}{r}\right) \equiv Q \qquad (16-9)$$

이 되는데, 이때 이 Q값은 굴절의 전후에 있어서 변하지 않으므로 불변량이 된다. 이 Q값을 아베의 불변량(Abbe's invariant)이라 하고, 이 불변량을 이용하여 물체의 위치로부터 공액인 상의 위치를 구할 수 있고, 이러한 과정을 각각의 광학면에 대하여 반복해주므로써 전체 광학계에 대한 상의 위치를 구할 수 있게 된다.

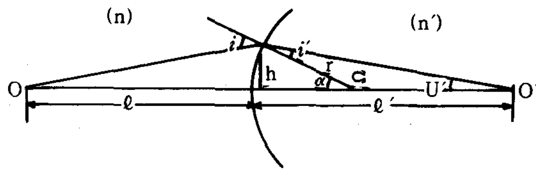



그림 16-2 아베의 불변량

### 16.2.2 라그랑쥬의 불변량

실제로 물체와 상의 관계를 다룰 때에는 물체와 상의 위치뿐만 아니라 광축에 수직한 물체와 그와 공액인 상간의 크기의 비, 즉, 횡배율도 문제가 된다.

그림 16-3에서 C는 광학면의 곡률중심, O와 O′은 각각 물체점과 공액인 상점이다. 이제 C점을 중심으로 하여 광축을 미소한 각도만큼 회전시키고 회전후의 O와 O′에 대응하는 점을 각각 $\underline{P}$, $\underline{P}'$이라 하자. 이때 $\underline{P}$와 $\underline{P}'$은 물론 공액인 관계에 있게 된다. 이때 물체가 $\overline{O\underline{P}}$로 나

타내어진다면 $\overline{OP'}$이 이에 공액인 상이 되므로, 이들의 길이를 각각 $\eta$, $\eta'$으로 나타내면 기하학적인 관계의 횡배율(transverse magnification) $\beta$는 다음과 같이 나타내어진다.

$$\beta=\frac{\eta'}{\eta}=\frac{\ell'-r}{\ell-r} \qquad (16-10)$$

한편, 앞서 말한 아베의 불변량으로부터

$$n'\left(\frac{\ell'-r}{r\ell'}\right)=n\left(\frac{\ell-r}{r\ell}\right) \qquad (16-11)$$

이 되므로

$$\frac{\ell'-r}{\ell-r}=\frac{n\ell'}{n'\ell} \qquad (16-12)$$

이 된다. 따라서 이 결과를 (16-10)식의 우변에 대입해주면,

$$\beta=\frac{\eta'}{\eta}=\frac{n\ell'}{n'\ell}=\frac{n\left(\frac{h}{\ell}\right)}{n'\left(\frac{h}{\ell'}\right)}=\frac{nu}{n'u'} \qquad (16-13)$$

이 된다. 따라서 이 식으로부터

$$n'u'\eta'=nu\eta\equiv H \qquad (16-14)$$

가 얻어지는데, 이 역시 굴절의 전후에서 변하지 않는 양이다. 이 양을 라그랑쥬의 불변량(Lagrange's invariant)이라 한다. 이 불변량은 물체의 크기를 알고, 어떤 광학면에 의한 상의 크기를 구하고자 할때 흔히 사용되는 값이다.

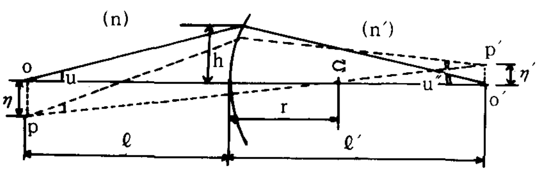



**그림 16-3 라그랑쥬의 불변량**

### 16.2.3 헬름홀쯔의 불변량

헬름홀쯔의 불변량(Helmholtz's invariant)은 라그랑쥬의 블변량의 유한광학적 표현이라고 볼 수 있다. 즉(16-14)식에서

$$\mu\rightarrow\tan\mu \qquad (16-15)$$

$$\mu'\rightarrow\tan\mu' \qquad (16-16)$$

로 놓은 것으로 $\tan\mu\cong\mu$, $\tan\mu'\cong\mu'$으로 근사할 수 있으므로 결국 이 말은 근축광학적인 표현을 유한광학적인 것으로 바꾼 것을 의미한다. (16-14) 식을 다시 써주면

$$n\eta\tan\mu=n'\eta'\tan\mu' \qquad (16-7)$$

이된다

### 16.3 불변량과 배율

라그랑쥬의 불변량으로부터 횡배율 $M_T$는

$$M_T=\frac{\eta'}{\eta}=\frac{nu}{n'u'} \qquad (16-18)$$

로 주어지며, 이것을 다시 써주면,

$$M_T=\frac{\eta'}{\eta}=\frac{n\ell'}{n'\ell} \qquad (16-19)$$

로 나타내진다. 또한 헬름홀쯔의 불변량을 써서 횡배율을 나타내주면,

$$M_T=\frac{\eta'}{\eta}=\frac{n\cdot\tan u}{n'\tan u'} \qquad (16-20)$$

로 주어진다. 이때 $M_T$는 부호를 갖게 되며, 도립상일 때 (-)의 부호를 가지고, 정립상일 때 (+)의 부호를 갖는다.

횡배율은 광축에 수직하고 서로 공액인 물체면과 상면에서 광축에 수직한 방향에서의 상크기와 물체크기간의 비라고 할 수 있다. 평면인 필름상에 상이 기록되는 일반적인 카메라에서의 횡배율로 나타내지게 된다.

$$n'\left(\frac{1}{\ell'}-\frac{1}{r}\right)=n\left(\frac{1}{\ell}-\frac{1}{r}\right) \qquad (16-21)$$

$$\frac{n'}{\ell'}-\frac{n}{\ell}=c(n'-n)=k \qquad (16-22)$$

가 얻어지게 되는데, 렌즈의 굴절능(refractive power) k값이 일정하다고 할 때, 물체거리 $\ell$과 상거리 $\ell'$의 미소한 변화 $\triangle\ell$과 $\triangle\ell'$사이에는

$$\frac{n'}{\ell'^2}\triangle\ell'=\frac{n}{\ell^2}\triangle\ell \qquad (16-23)$$

의 관계식이 성립한다. (16－23)식의 양변에 $h^2$을 곱해주면,

$$n' \cdot \left(\frac{h}{\ell'}\right)^2 \cdot \triangle \ell' = n\left(\frac{h}{\ell}\right)^2 \triangle \ell \quad (16-24)$$

$$n' \cdot u'^2 \cdot \triangle \ell' = n \cdot u^2 \cdot \triangle \ell \quad (16-25)$$

이 된다.

이때 $\triangle \ell$은 광축방향으로 $\triangle \ell$만큼의 길이를 갖고 놓여 있는 것을 의미하고, $\triangle \ell'$은 이와 공액인 상의 길이를 물체의 광축방향의 배율, 즉 종배율(longitudinal magnification) $M_L$은

$$M_L = \frac{\triangle \ell'}{\triangle \ell} = \frac{nu^2}{n'u'^2} \quad (16-26)$$

이 된다.

필름과 같이 상이 평면상에 기록되는 경우에는 종배율이 의미가 없으나 광학결정에 입체적인 홀로그램을 기록하는 경우와 이 기록매질이 입체성을 띄는 경우에는 횡배율과 함께 이 종배율이 중요한 의미를 가지게 된다.

또 하나의 특수한 경우로서 무초점계(afocal system)를 들 수 있다. 무초점계란 광축상의 무한히 먼 거리에 있는 물체로부터 나온 광축에 평행한 광선이 어떤 광학계를 통과한 후 다시 광축에 평행하게 나아갈 때 이 광학계를 무초점계라 한다. 각종 망원경은 무초점계의 대표적인 예이다.

무초점계는 상을 맺지 않으므로 앞서 말한 횡배율이나 종배율을 구할 수 없다. 이러한 무초점계는 대부분 망원경으로 사용되므로 상을 인식하는 최후의 수단은 사람의 눈이 된다. 그런데 사람은 물체의 크기를 그 시각(視角 ; 사람의 눈이 어떤 물체를 바라볼 때, 그 물체의 양끝점이 사람의 눈에 대하여 이루는 각도)의 크기로서 파악하게 되므로 무초점계 자체로서는 상을 맺지 않더라도 시각을 크게 해주면 사람은 그 물체를 확대된 상태로서 보게 된다. 이와 같이 시각의 비로서 구해지는 배율이 각배율(angular magnification)이다.

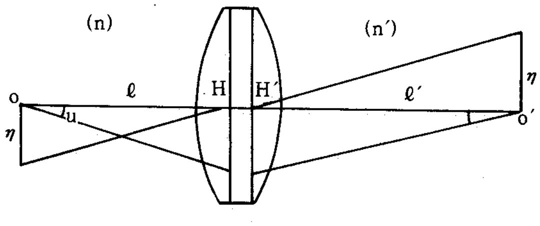


그림 16－4 횡배율

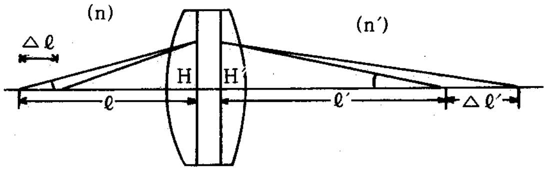


그림 16－5 종배율

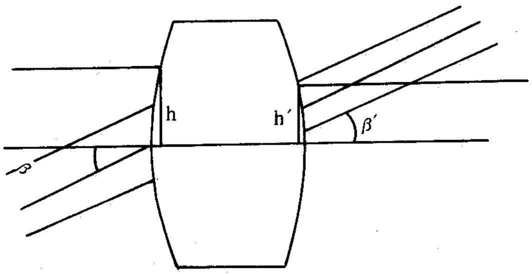


그림 16－6 무초점계와 각배율

라그랑쥬의 불변량으로부터

$$nu\eta = n \cdot \frac{h}{\ell} \cdot \eta$$
$$= nh \cdot \frac{\eta}{\ell}$$
$$= nh\beta \quad (16-27)$$

가 유도된다. 따라서

$$nh\beta = n'h'\beta' \quad (16-28)$$

이 성립한다. 이때 각배율 $M_A$는

$$M_A = \frac{\beta'}{\beta} = \frac{nh}{n'h'} \quad (16-29)$$

이 된다. 이대 공기중에서는 $n=n'=1$이 되므로 (16－29)식을 써주면 다음과 같다.

$$M_A = \left(\frac{h}{h'}\right) \quad (16-30)$$

실제로 망원경의 배율을 측정하는 경우에는 대물렌즈의 구경(16－30식의 h식에 해당)과 이에 대응하는 출사동의 구경(16－30식의 h′에 해당)을 측정하여 이들간의 비를 구함으로써 배율을 결정하는 방법을 사용하고 있다.