

초·중 교과서 기하영역의 연계성

송 순희 (이화여자대학교)

위 정숙 (성산중학교)

I. 서론

I - 1. 연구의 필요성과 목적

오늘날 과학기술 문명의 급진적 발전과 사회현상의 급격한 변화는 수학 및 과학교육의 중요성과 발전을 가져왔다. 또 급격히 팽창하는 지식과 정보의 양에 대응하여 수학교육은 기본개념의 구조적 원리와 이해에 중점을 두고 학습내용의 위계와 연계성이 잘 이루어져서 창의력과 논리적 사고능력을 길러줄 수 있어야 하겠다.

이러한 문제를 보완하기 위하여 수 차례의 교육과정 개정이 있었고, 1980년대부터 우리나라도 세계적 동향에 맞추어 학문위주의 수학교육에다 생활수학을 폭넓게 가미하여 문제해결을 강조하는 경향으로 바뀌었다.

특히 1987년 개정된 제 5 차 중학교 교육과정의 기본 방향은 최소의 필수적 기본지식 및 기능의 정선, 수학적 활동의 강화, 평가방법의 다양화로 요약할 수 있으며 교과서도 그 방향으로 개편되었다.

교육개혁 심의회의 정책연구로서 교육과정의 조정작업을 살펴보면 교육과정의 체계적인 발전에 있어서 국민학교와 중학교간의 연계를 강화시키고 있으며 이범홍은 제 5 차 교육과정의 커다란 문제점으로 국민학교와 중학교의 교과내용이 자연스럽게 연계가 이루어지고 있지 못하다는 점을 강조하고 있다¹⁾.

연계성이 적절히 이루어지지 못하면, 교육내용의 불연속성을 증대시키고 학습시간의 낭비를 초래하여 학생들의 지적호기심의 저하, 또는 암기식 학습방법으로 인한 창의력, 논리적 사고력의 저하를 초래하는 결과를 가져오고 기본 개념에 대한 이해 부족으로 인하여 다음 단계의 학습진행에 차질을 초래할 수 있다. 이것은 교육과정 연계성과 관련된 초·중·고등학교의 교과서 내용의 학년간 및 학교급간의 연계성에 대한 연구의 필요성을 말해주는 것이다.

수학은 어떤 대상을 수학적으로 보고 생각하며 만들고 다듬어가는 근원적인 생각인 인간

의 수학적 사고의 산물이며 수학의 발달은 기하에서 시작하여 기하학과 더불어 발달되어 왔다. 기하영역의 교육은 도형의 기본적인 개념 및 성질을 토대로 수학적 사고력과 문제해결 능력을 신장시킨다는 점에서 중요할 뿐만 아니라 학교수학에서 논리적 사고과정의 훈련으로 증명을 체계적으로 다루는 유일한 영역이라는 의미에서 중요한 역할을 하였다.

따라서 본 연구에서는 초·중학교 산수 및 수학교과서의 기하영역의 연계성을 제 5 차 교육과정에 의하여 집필된 현행 교과서에서 개념의 도입이나 그 전개방법이 적절히 수직적 연계성을 지니고 있는지를 검토하여 앞으로 기하영역에 대한 교육과정과 교과서 개편작업에 도움이 되고자 한다.

I - 2. 연구의 자료와 방법

초·중학교 교과서의 기하영역 연계성을 분석하기 위하여 1987년에 공포된 제 5 차 교육과정에 의하여 집필된 현행 국민학교 산수교과서와 문교부검인정 중학교 5종 교과서 중 박두일, 신 동선, 강 영환 공저 (주) 교학사 발행의 교과서를 택하여 분석하였다.

연구의 자료인 초·중학교 교과서의 기하영역을 여섯개의 주제(기본도형, 다각형, 원, 입체도형, 도형의 변환, 측정)로 나누고 각 주제를 46개의 내용으로 세분하여 각 주제별 내용 전개에 대해 40문항을 조사하여 항목 전개에 대한 연계성을 준거모형에 의하여 분석하였다. 이 분석의 객관성을 부여하기 위하여 판단집단 네 명을 구성하여 타당도를 확보하였다.

I - 3. 연구의 제한점

첫째, 중학교 교과서 5종중에서 제 5 차 교육과정에 의하여 집필된 문교부 검인정 교과서이므로 그 내용이 유사하리라 전제하고 한 교과서만 택하여 분석하였다.

둘째, 기하영역중 좌표기하는 교과서의 함수영역에 포함되어 있으므로 본 연구에서는 제외하였다.

셋째, 교과서 내용의 수직적 연계성만 분석하고 수학교과서의 다른 단원과 타교과목과의 수평적 연계성은 고려하지 못하였다.

넷째, 분석에 있어서 실제로 수업이 전개되는 사항은 고려하지 못하였다.

II. 이론적 배경

II - 1. 연계성의 본질

연계성에 대한 다양한 관점이 있으나 공통적인 흐름으로 공유될 수 있는 연계성의 개념을 일반화하여 정리해 놓은 것을 보면 "연계성이란 교육제도를 통한 학생들의 효율적 지도개발을 위하여 교육과정을 비롯한 교육제도내의 여러 요소들을 수평적 및 수직적으로 관련시키는 과정이다"²⁾ 라고 하였다.

수평적 연계성은 같은 등급내의 영역간의 문제이고, 수직적 연계성은 등급간의 문제를 의미한다.

이 두 가지 측면을 고려하여 종합적 교육과정 이론을 체계화시킨 R. W. Tyler의 학습경험의 조직원리인 계속성, 계열성, 통합성의 세원리에 대해 살펴보면 다음과 같다.

<계속성> : 유효한 학습내용을 조직하기 위해서는 종적인 관계를 계속 유지해야 하므로 상당한 기간동안 계속해서 반복되도록 조직해야 한다.

<계열성> : 계속성에 따라 중요한 내용을 계속 반복하되 단순히 동일한 것이 계속 반복되기 보다는 점차로 넓고 깊은 뜻이 학습되도록 조직되어야 한다.

<통합성> : 학습내용을 횡적으로 조직하는 것이며 한 교과영역에 있어서의 내용, 경험 능력들이 다른 영역의 내용과 어떻게 상호관련되느냐 하는 점을 생각하는 것이다³⁾.

여기서 통합성은 수평적 연계성을 의미하며, 계속성과 계열성은 수직적 연계성을 의미한다. 대체로 연계성은 비록 수평적인 의미도 있지만 수직적인 의미로 더 자주 쓰인다.

II - 2. 연계성 고찰의 준거모형

R. W. Tyler의 이론을 더욱 상세히 확장시켜 H. Taba는 누적학습(Cumulative Learning)의 개념속에 계속성과 계열성을 포괄적으로 표현하였다⁴⁾.

누적학습은 동일요소의 단순한 반복이 아니라 점진적 심화·확대를 더 강조하고 특정개념의 학습에 있어서 더 의미있는 통합으로 이끌어주도록 하는 내용 조직을 뜻하는 것이다.

어린이의 사고를 어른의 사고로 발전시키기 위해서는 같은 내용을 점점 더 높은 수준으로 여러 번 반복해서 제시할 필요가 있을 것이다. 이것이 J. S. Bruner의 "나선형 교육과정"의 아이디어이다⁵⁾.

또한 R. M. Gagné는 그의 학습위계에 관한 이론에서 한 학습소인은 그 아래에 하나 또는 그 이상의 하위소인을 갖게되며 이 각각의 하위소인들은 다시 그 아래에 하나 또는 그 이상의 종속적인 하위소인들을 갖고 있는 것으로 볼 수 있으며 어떤 하위소인의 학습은 바로 위의 상위소인의 학습에 차례로 전이되는 관계를 갖도록 학습소인들의 전체적인 조직망을 엮어 나갈 수 있다고 하였다. 그러므로 학습위계에서 상위의 학습은 바로 그 아래의 학습을 선행조건으로 요구한다⁶⁾.

앞에서 언급한 Tyler의 계속성과 계열성의 원리, Taba의 누적학습 이론, Bruner의 나선형 교육과정과 Gagné의 학습위계 이론을 배경으로 수직적 연계성을 분석할 수 있는 하나의 기본틀인 <반복>, <발전>, <격차>를 다음과 같이 말할 수 있다.

<반복> : Tyler의 계속성과 계열성 원리에서 계속성은 있으나 계열성이 없는 즉 후속 학습이 선행학습에 비해 심화·확대가 되지 않고 동일한 수준에서 단순한 반복에 그칠 때를 의미한다.

<발전> : 계속성과 계열성이 동시에 유지됨으로서 선행학습과 후속학습간에 반복과 심화·

확대의 두 과정이 적절히 배합되어 점차적으로 교육내용의 발전적 심화 및 확대가 이루어지는 것이다.

<격차> : 교육내용의 심화 및 확대가 적절히 단계적으로 이루어지지 않은 경우로 일련의 학습과제에서 하위소인중의 일부 소인이 누락되어 상위소인의 학습이 불가능해진 경우라든가, 한 소인의 학습에서 충분한 연습이 이루어지지 않아 이 소인의 재생이 어려워진 경우 또는 학습과제내의 결합때문에 학습구조속의 일부 소인들의 통합이 잘 안되는 경우로 학습활동을 하기전에 학습자가 갖추어야 할 선행학습의 결여를 의미한다⁷⁾.

교육과정의 수직적 조직원리인 계속성과 계열성의 원리가 상호 복합적으로 작용하였을 때 <발전> 이 되고 각각 일부가 상대적으로 강화된 경우는 <반복> 이나 <격차> 가 나타남을 알 수 있다.

이러한 수직적 연계성을 분석하기 위한 기본틀인 <반복>, <발전>, <격차> 를 준거로 정하기 위하여 교육내용의 표현방법과 내용의 수준을 각각 3단계와 4단계로 <표 1> 과 같이 분류하였다⁸⁾.

<표 1> 내용의 분류 요소

요 소	정 도
내용의 표현방법	i). 단순한 반복 ii). 제시방향이나 관점의 변화 (단순한 다른 방법) iii). ii) 에서 발전해서 일반화된 개념 형성 가능 (적절하게 확대, 전문적으로 확대)
내용의 수준	a. 전단계와 같은 수준 (동일한 수준) b. 전단계의 도움을 받아 곧바로 발전될 수 있는 수준 c. 전단계의 도움을 받아 충분한 설명이 있다면 가능한 수준 d. 전단계의 도움을 받고, 다른 선수개념 없이는 이해가 불가능한 수준

위와 같이 실질적 준거로서 표현방법과 내용의 수준을 근거로 하였을때, i)a, i)b, ... , iii)d 등 모두 12가지 경우가 나타난다.

i)a 와 ii)a 는 반복이나 ii)a 의 경우는 두가지 형태로 분류하여 그 하나는 단순한 동일요소의 <반복> 이며 다른 하나는 반복되는 내용은 같으나 그것이 다음 학습할 내용의 준비적 성격을 나타내어 일반화의 준비적 단계로 심화·확대의 <발전> 의 성격을 포함하므로 <발전> 이라 볼 수 있어서 ii)a(1) 은 <반복>, ii)a(2) 는 <발전> 이라고 분류하였다.

<격차> 로는 i)c, i)d, ii)c, ii)d, iii)c, iii)d 로 분류하였으며 특히 iii)c 에서 표현방법으로 iii) 이 충분한 경우에는 <격차> 라기보다 <발전> 으로 보았고 그렇지 않은 경우에는 <격차> 로

보아 iii)c(1)은 <발전> 이고 iii)c(2)는 <격차> 이다.

그리하여 <반복> 과 <격차> 를 제외한 나머지 경우를 그 내용의 수준에 맞게 표현방법이 비교적 적절하다고 판단되어 <발전> 으로 보았다.

따라서 표현방법 세단계와 내용의 수준 네단계로 나타나는 경우의 수 12가지 가운데 <반복> 과 <격차> 에서 ii)a 와 iii)c 가 각각 두가지로 분류되었으므로 모두 14가지 경우가 된다. 연계성의 기본준거와 분류요소의 조합의 자세한 설명은 <표 2> 와 같다⁹⁾.

<표 2> 분류요소의 조합과 연계성

연계성	내용 분류 요소의 조합	조합의 의미
'반복'	i)a	내용 표현 방법이 단순한 반복이고, 내용의 수준이 전단계와 동일한 수준이다.
	ii)a(1)	내용 표현 방법이 단순한 다른 방법으로 제시 방향이나 관점의 변화가 있고, 내용의 수준이 전단계와 동일한 수준이다. (단순한 열거)
'발전'	i)b	내용 표현 방법이 단순한 반복이나, 내용의 수준이 전단계의 도움을 받아 곧바로 발전될 수 있는 수준이다.
	ii)a(2)	내용 표현 방법이 단순한 다른 방법으로 제시방향이나 관점의 변화가 있고, 내용의 수준이 전단계와 같은 수준이나 열거가 일반화의 준비 단계이다.
	ii)b	내용 표현 방법이 단순한 다른 방법으로 제시방향이나 관점의 변화가 있고, 내용의 수준이 전단계의 도움을 받아 곧바로 발전될 수 있는 수준이다.
	iii)a	내용 표현 방법이 ii)의 변화에서 발전해서 일반화된 개념 형성이 가능하고, 내용의 수준은 전단계와 동일하다.
	iii)b	내용 표현 방법이 ii)의 변화에서 발전해서 일반화된 개념 형성이 가능하고, 내용의 수준은 전단계의 도움을 받아 곧바로 발전될 수 있는 수준이다.
	iii)c(1)	내용 표현 방법이 ii)의 변화에서 발전해서 일반화된 개념 형성이 가능하도록 충분한 경우이며, 내용의 수준이 전단계의 도움을 받아 충분한 설명만 있다면 이해가 가능한 수준이다.

연계성	내용 분류 요소의 조합	조합의 의미
'격차'	i)c	내용 표현 방법이 단순한 반복이고, 내용의 수준이 전단계의 도움을 받아 충분한 설명만 있다면 이해가 가능한 수준이다.
	i)d	내용 표현 방법이 단순한 반복이고, 내용의 수준이 전단계의 도움을 받고, 다른 선수개념 없이는 이해가 불가능한 수준이다.
	ii)c	내용 표현 방법이 단순한 다른 방법으로 제시 방향이나 관점의 변화가 있고, 내용의 수준이 전단계의 도움을 받아 충분한 설명만 있다면 이해가 가능한 수준이다.
	ii)d	내용 표현 방법이 단순한 다른 방법으로 제시 방향이나 관점의 변화가 있고, 내용의 수준이 전단계의 도움을 받고 다른 선수 개념 없이는 이해가 불가능한 수준이다.
	iii)c(2)	내용 표현 방법이 ii)의 변화에서 발전해서 일반화된 개념 형성이 가능하나 충분하지 못한 경우이며, 내용의 수준이 전단계의 도움을 받아 충분한 설명만 있다면 이해가 가능한 수준이다.
	iii)d	내용 표현 방법이 ii)의 변화에서 발전해서 일반화된 개념 형성을 하고, 내용의 수준은 전단계의 도움을 받고 다른 선수 개념 없이는 이해가 불가능한 수준이다.

II - 3. 기하학습과 인지발달 단계

기하과정은 다른 수학의 모든 영역과 마찬가지로 '개념', '일반화', '사실', '기능'을 가르친다¹⁰⁾.

'개념'은 구체물에 대한 폭넓은 경험으로 발달되기 시작하여 아동이 각 새로운 수준으로 발달되어 가면서 점차 확장되어지고 깊어진다. 아동은 주변 사물을 관찰하면서 학습을 시작하고, 그것들을 분류하고 그 사물들의 독특한 성격들을 모서리, 크기, 변의 개수 등과 같은 기하학적 용어로 표현한다.

후에 기하학적 정리라고 불리우는 '일반화'는 초기에는 귀납적 추론을 통하여 발견되어질 수 있고 도형의 관찰이나 그림, 절단, 측정, 구체적 조작물과 같은 구체적 조작을 통하여 발달되어질 수 있다. 중학교 고학년과 고등학교 과정의 수준에서는 논리, 공리, 정의 등과 같은 것을 사용하여 이러한 일반화된 사실 등이 참임을 보다 명백하게 증명할 수 있다.

기하학적 '사실'은 기억을 해야 할 정도로 중요한 정리되어진 실물의 어떤 특징이나 일반화된 사실들이다.

기하학적 '기능'은 낮은 수준으로는 자, 콤팩스 등과 같은 도구를 사용하여 작도하는 활동을 말하며, 다음 단계로는 사물의 크기를 발견하기 위하여 공식을 적용할 수 있는 능력을 말하며, 궁극적으로는 정리를 증명하고 추상적인 기하문제를 해결하는 것과 같은 높은 수준의 기능을 말한다.

그러므로 기하영역의 학습에서 연계성은 학생들의 인지발달 단계와 깊은 관계가 있으며 이를 고찰하기 위하여 Piaget 와 Bruner 그리고 Van Hiele 의 이론을 살펴 보겠다.

Piaget 와 Bruner 의 이론 :

Piaget 는 모든 인간은 네 단계를 거쳐 인지가 발달하는데 그 발달속도는 같지 않으며, 발달단계는 감각운동단계 (0~2세), 전조작단계 (2~7세), 구체적조작단계 (7~11세), 형식적조작단계 (11~12세) 이고 전단계는 후단계의 기초가 된다고 하였다. 또 Piaget 에 의하면 공간의 개념은 어려서부터 발달하기 시작하여 감각동작기의 아동은 물체를 탐색하게 되고 전조작기의 아동은 네모나 원과 같은 기하적 도형보다는 성냥갑이나 공과 같은 구체적인 사물에 대하여 그 차이를 쉽게 식별할 수 있게되고 8~9세의 연령에 도달하면 선분, 각, 사각형, 원 등의 평면도형의 기본개념이 형성된다고 하였다¹¹⁾.

전조작기는 보이는 겉모양에 따라 사고가 좌우되는 시기로 일반적인 특징은 사고가 자기 중심적이고 지각의 지배를 크게 받는다.

구체적조작기는 구체적인 사실에 관련되어 있는 사고를 한다는 것이 특징인데, 자기중심적인 사고에서 벗어나 변환을 인식하기 시작하고, 사물의 두드러진 모든 특성을 고려하게 된다. 그러나 구체적이고 직접적인 경험을 넘어서는 추상적 사고가 불가능하며, 여러 집합체가 있을 때 그 하나 하나를 독립된 조직으로 파악할 수는 있으나 통합된 사고체계를 형성하는데는 곤란을 느낀다.

형식적조작기는 구체적 사물이 없어도 추상적 개념을 이해, 사고하여 문제를 해결할 수 있는 시기이다. 이때부터 가설, 연역적 사고가 가능하게 된다.

Bruner 의 유명한 가설로 "어떤 교과든지 지적이로 올바른 형식으로 표현하면 어떤 발달단계에 있는 어떤 아동들에게도 효과적으로 가르칠 수 있다."¹²⁾

여기서 "올바른 형식으로 표현"이라는 말은 어떤 지식이든지 학습자의 인지발달단계에 알맞게 표현하여 제시하면 학생이 어떤 수준의 교과내용도 이해할 수 있다는 것이다.

즉 Bruner 는 인지발달단계에 적합한 지식의 표현이란 결국 학습자의 인지발달수준이 능력에 맞는 다시말해 준비도에 적합한 표현방식을 말하고 작동적표현, 영상적표현, 상징적표현의 세 가지 방식으로 표현될 수 있다고 했다¹³⁾.

Piaget 와 Bruner 의 표현방식을 관계지어 보면 행동적표현 (작동적표현) 과 전조작기, 영상

적표현과 구체적조작기, 그리고 상징적표현과 형식적조작기는 비교적 일치한다고 볼 수 있다¹⁴⁾.

또 Piaget 의 인지발달단계를 사고유형으로 분류하면 전조작기는 전조작적사고, 구체적조작기는 구상적사고, 그리고 형식적조작기는 형식적사고로 표현할 수 있다.

구상적사고 유형은 순서열논리성, 단순분류논리, 그리고 보존성논리 등의 특성으로 규정하고 구체적인 사물의 직접적인 관찰이나 접촉을 통하여서만이 가능한 것인데 반하여 형식적사고 유형은 이러한 한계 즉 구체적이고 직접적인 경험을 넘어서서 추상적인 사고가 가능함을 의미한다. 이러한 형식적인 사고유형에는 비례논리, 변인조작, 조합논리, 가설 연역적 논리, 확률논리 등이 포함되어 있다¹⁵⁾.

Van Hiele 의 이론 :

기하영역 학습에서 어려움을 느끼는 학생들의 이유를 해결하기 위하여 네델란드의 부부 교사였던 Pierre M. Van Hiele 과 Dina Van Hiele 의 연구가 시작되었고 1957년 UTRECHT 대학에 제출한 학위논문에서 기하영역의 인지발달수준에 관한 Van Hiele 이론의 골격이 제시되었으며 주로 P. M. Van Hiele 에 의하여 개발되어 온 이론이다.

Van Hiele 의 학습수준 이론의 기본적인 아이디어는 학습활동이 낮은수준에서 보다 높은 수준으로 연속적으로 진행되며 어떤 수준에서의 활동은 다음 수준에서 분석에 맡겨지고 또 어떤 수준에서 문제해결수단 즉 고찰의 수단이 그 다음 수준에서 새로이 고찰의 대상이 되어 그것을 조직화하는 활동이 이루어지게 되면서 그 다음 수준으로 비약하는 과정을 반복하는 것이다.

즉 Van Hiele 은 고찰수단의 대상화로 수학적 사고가, 시각적 수준 → 분석적 수준 → 이론적 수준 → 연역체계를 파악하는 수준 → 논리법칙을 통찰하는 엄밀화수준으로 발달된다고 하고 이 사고수준을 기하영역 뿐만 아니라 모든 수학영역에 적용된다고 주장하였다. 이를 요약하면 다음 <표 3> 과 같다¹⁶⁾.

<표 3> Van Hiele 의 사고수준과 고찰수단의 대상화

	제 1 수준 (시각적 수준)	제 2 수준 (분석적 수준)	제 3 수준 (이론적 수준)	제 4 수준 (연역적 수준)	제 5 수준 (엄밀화 수준)
대상	우리주변의 사물	도 형	도형의 성질	명제	명제의 논리적 관계
수단	도 형	도형의 성질	명 제	명제의 논리적 관계	추상화

Van Hiele 의 학습수준 이론은 특히 기하학습수준에 대한 것으로 기하학적 사고의 발생적

관계에 대한 깊은 통찰을 바탕으로 전개 되었으며, 기하학습에 대한 사고 수준을 다섯 단계로 구분하였으며, 그 각 수준의 특징을 다음과 같이 말하였다¹⁷⁾.

제 1 수준 (시각적 수준) : 우리 주변의 사물을 관찰하여 도형의 명칭을 학습하고 도형을 전체적 형태로 인식하는 수준이다.

예를들면 정사각형, 평행사변형, 직사각형, 삼각형과 같은 도형의 형태를 구별하고 그 명칭들과 연결시킬 수 있다.

그러나 도형의 성질이나 도형 사이의 관계를 알지 못하며 주변의 대상을 단지 모양이라는 수단에 의해 파악하기 때문에 정사각형, 직사각형 등의 도형을 인지하면서도 직사각형은 정사각형과 전혀 다른 것으로 인식하는 수준이다.

제 2 수준 (분석적수준) : 성질이라는 수단으로 도형의 형태를 분석하기 시작했지만 도형의 구성에 대하여 비형식적인 분석으로 도형을 파악하며 다른 성질들과의 연관성을 갖지 못하는 수준이다.

예를들면 삼각형은 세 변을 가지고 있으며 이등변삼각형은 길이가 같은 두변을 가지고 있다가 등과 같은 도형의 특성을 분석한다. 그러나 직사각형과 평행사변형은 모두 마주보는 변들이 같은 도형임을 알기는 하지만 직사각형도 평행사변형이라는 결론을 얻지 못하는 즉 연관성을 갖지 못하는 단계이다.

제 3 수준 (이론적 수준) : 도형의 성질과 관계를 파악하고 도형간의 논리적 순서를 이해하고 도형의 형태와 그 정의의 역할 사이의 상호관계를 이해한다. 간단한 연역은 가능하지만 아직 연역의 완전한 의미를 알지 못하며 증명이 이해되지 않는다.

예를들면 평행, 수직, 합동, 닮음 등과 같은 관계, 정의가 도형의 분류를 위한 필요충분조건을 준다는 개념을 이해하고 정사각형은 평행사변형이며 직사각형이라는 도형간의 논리적 순서를 이해하는 수준이다.

제 4 수준 (연역적 수준) : 명제들 사이의 논리적 관계가 정리수단으로 등장하여 공리, 정리, 증명의 의미와 역할을 이해하고 생소한 정의로부터 연역적인 사고(추론)를 할 수 있다.

예를들면 "두 쌍의 대변이 서로 평행인 사각형은 평행사변형이다." 라는 정의에 기초하여 평행사변형의 성질을 추론할 수 있을 뿐 아니라 다른 정의 즉 "한 쌍의 대변이 평행이고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다." 라는 정의에서도 평행사변형 성질체계를 연역해 낼 수 있다.

제 5 수준 (엄밀화수준) : 구체적인 대상(그림 등)은 없어도 이론을 전개하여 나아갈 수 있을 정도로 사물에 대한 추상화가 발달되어 있어 형식적 엄밀성으로 엄정한 추론, 가설적 추론을 이해할 수 있는 수준이다.

이 수준은 고등학교와 대학교 과정을 통하여서도 획득되지 않을 수 있다. 최혜정은 그의 논문에서 Van Hiele 이론은 기하학의 인지발달수준연구에 있어서 상당히 타당성이 있는 이론으로 해석할 수 있다고 하였다¹⁸⁾.

III. 연계성 분석

III - 1. 분석대상

초·중학교 기하영역의 연계성을 분석하기 위하여 제 5 차 교육과정에 의하여 집필된 현행 교과서를 분석하였다.

국민학교 교과서는 문교부 발행 단일 교과서를 사용하는 반면 중학교는 '87년에 개정된 교육과정에 의한 5종의 문교부 검인정교과서가 사용되고 있는 데 각 교과서의 내용은 거의 비슷하므로 그 중 하나를 임의로 선택하였다. 분석대상 교과서는 <표 4> 와 같다.

<표 4> 분석대상 교과서

교 과 서		지 은 이	발행 연도	출판사
국민학교 산수	1-1, 1-2	문교부	1989	국정교과서 주식회사
	2-1, 2-2			
	3-1, 3-2			
	4-1, 4-2			
	5-1, 5-2			
	6-1, 6-2			
중학교 수학	1, 2, 3	박 두일, 신 동선 강 영환	1989	(주) 교학사

III - 2. 분석내용

기하영역은 국민학교 1학년 교과과정에서는 구체적 사물의 관찰로써 같은 모양 찾기과 모양 만들어보기, 길이와 두께 비교하기를 한다.

2학년 교과과정은 선분, 직선, 삼각형, 사각형 알아보기, 점 이어서 만들어보기, 입체도형 모양 찾기, 그 중에서 직육면체의 꼭지점, 모서리, 면 알아보기를 한다.

3학년 교과과정은 길이와 시간측정, 각을 알아보기, 각의 크기 비교하기, 직각 알아보기, 삼각형 중에서 직각삼각형, 이등변삼각형, 정삼각형 알아보기, 2학기 과정에서는 다각형을 알아보기, 원을 작도하여 반지름, 지름 알아보기를 한다.

4학년 교과과정은 각의 크기를 측정하고, 각을 분류해보기, 수직, 평행등의 관계를 알아본다. 2학기 과정에서는 이등변삼각형의 성질, 삼각형의 내각의 합, 사다리꼴, 평행사변형, 마름모 등을 알아본다. 그리고 직각사각형, 정사각형, 삼각형 등 여러 다각형의 넓이를 구한다.

5학년 교과과정은 합동에 대해 알아보고 합동인 삼각형을 작도한다. 그리고 도형의 대칭을 알아보고 넓이 구하기를 한다. 2학기 과정에서는 입체도형 기둥의 성질을 알아보고 부피를 구한다.

6학년 교과과정은 부채꼴, 정다각형, 원주, 원의 넓이, 뿔, 회전체, 2학기에는 닮은 도형, 걸넓이, 부피를 알아본다.

중학교 1학년 교과과정은 기본도형의 위치 관계, 성질, 삼각형의 합동조건, 간단한 도형의 성질, 도형의 계량을 좀 더 기호화하여 표현하고 이해한다.

중학교 2학년 교과과정은 삼각형의 합동조건을 이용하여 간단한 도형의 성질을 증명하고 닮음을 이해한다.

중학교 3학년 교과과정은 피타고라스 정리를 증명, 활용하고 원의 성질을 이해하며, 삼각비를 이해·활용한다.

고등학교 기하영역은 많은 내용이 중학교 과정의 해석영역과 연계성이 있는 좌표기하로 이루어져 있기 때문에 본 연구에서는 중학교 과정까지로 제한하였다.

이와 같은 교과서 내용을 좀 더 명확하게 알아보기 위해 [그림 1]과 같이 계통도를 작성하였다.

초·중 교과서의 기하영역 연계성을 분석하기 위하여 6개의 주제(기본도형, 다각형, 원, 입체도형, 도형의 변환, 측정)로 나누고, 각 주제를 46개의 내용으로 다시 세분하여 각 주제별 내용전개에 대해 40문항을 준거모형에 의하여 분석하였다. 이러한 분석에 타당성을 기하기 위해 판단집단을 구성했다. 판단집단은 수학교육전공 대학원 학생 1인과 중학교 수학담당 교사 3인으로 구성하였다.

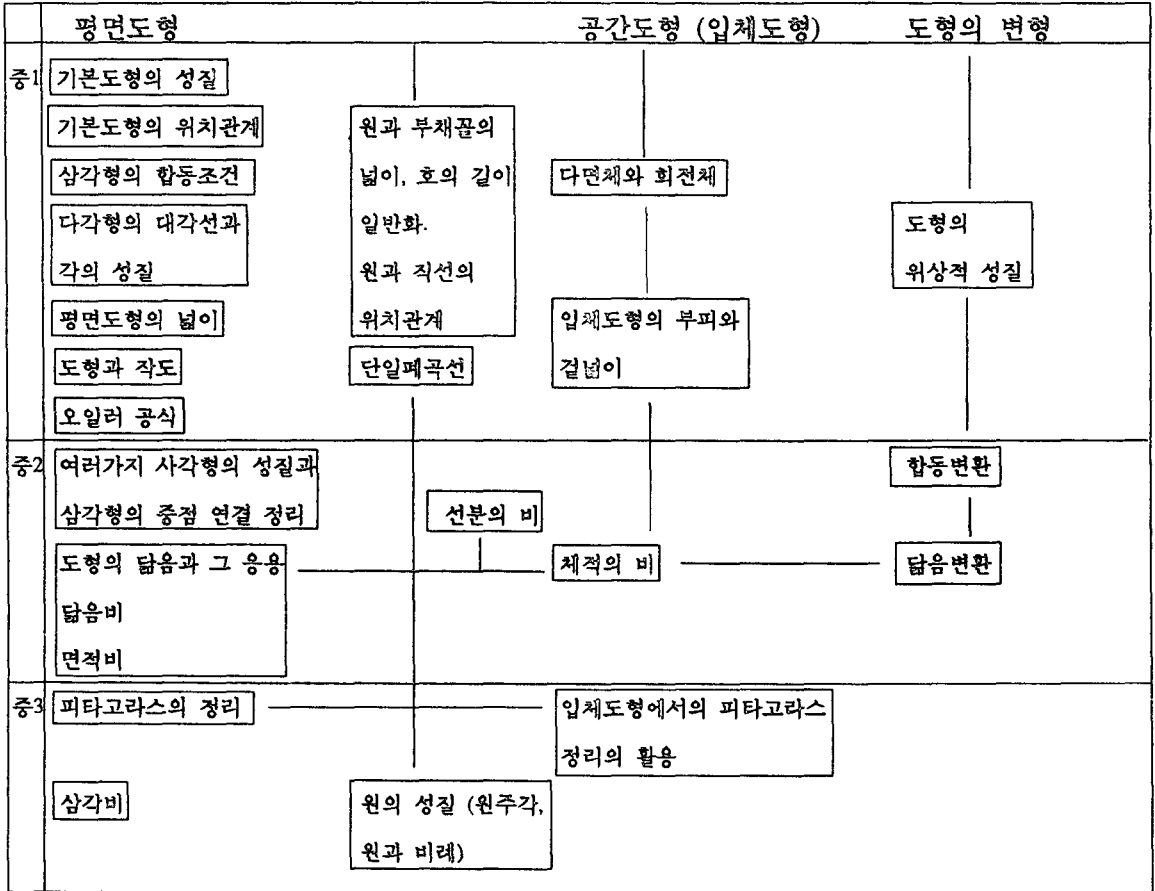
분류한 항목들에 대한 판단집단(Judge group) 4인의 판단결과는 <표 5> [주제별 내용전개의 판단 결과표]와 같다.

	평면도형	공간도형 (입체도형)	도형의 변형
국1	삼각형, 사각형의 크기와 모양 관찰	원의 관찰 직육면체, 원기둥, 구의 관찰	합동인 모양의 의 관찰
국2	삼각형, 사각형의 꼭지점, 변 관찰 사각형의 여러 종류	직육면체의 성질과 직사각형 과의 관계	
국3	점과 직선, 각의 정의, 선분의 길이 기본적인 평면도형의 성질과 종류 (정삼각형, 직각삼각형, 직사각형, 정사각형)	원의 중심, 반지름, 지름	
국4	각의 종류 (예각, 둔각) 직선의 수직과 평행 이등변삼각형의 정의와 성질 사다리꼴, 평행사변형, 마름모의 이해 직사각형의 넓이 구하기, 기본도형을 이용한 다각형의 넓이 구하기		
국5	삼각형의 넓이 구하기 삼각형의 합동 조건 평행사변형과 사다리꼴의 넓이 구하기	여러가지 기둥의 겨냥도, 전개도 그리기 직육면체의 부피 구하기	선대칭 도형 점대칭 도형
국6	삼각형의 닮음조건, 닮음비, 닮음의 중심 정다각형의 작도	부채꼴의 중심각, 호, 원주율, 원의 넓이, 호의 길이 구하기 원꼴과 다각꼴의 전개도 각기둥의 겹넓이, 부피 원기둥의 겹넓이, 부피 회전축과 회전체	축소, 확대도

[그림 1-1] 기하영역의 계통도

뒷면에 계속

앞면에서 계속



[그림 1-2] 기하 영역의 계통도

<표 5> 주제별 내용 전개에 대한 판단 결과표

주제	문항	반복	발 전			격 차			변 수 (초·중교과서)
1 기 본 도 형	1) 1내용 ~ 2내용		D		A B C				1내용 : 국2-1 선분, 직선 pp 34 - 35 2내용 : 국3-1 각 pp 82 - 86
	2) ~ 3내용			A	B C D				3내용 : 국4-1 각의 종류 직선의 수직, 평행 pp 46-47, 84-93
	3) ~ 4내용			D		A C	B		4내용 : 중1 기본도형의 위치관계, 기본작도 pp 203 - 236

뒷면에서 계속

주제	문항	반복	발 전				격 차				변 수 (초·중교과서)	
다 각 형	1) 1내용 ~ 2내용	D	A C			B						1내용 : 국1-1 삼각형, 사각형모양찾기 pp 38 - 41
	2) ~ 3내용		A	B		C	D					2내용 : 국1-2 삼각형, 사각형모양 만들어보기 pp 28 - 29
	3) ~ 4내용				B C	A D						3내용 : 국2-1 삼각형, 사각형성질관찰 pp 36 - 37
	4) ~ 5내용	A D				B C						4내용 : 국3-1 정삼각형, 이등변삼각형, 직각삼각형, 정사각형, 직사각형 알아보기 pp 87 - 93
	5) ~ 6내용				A n	C	B					5내용 : 국3-2 다각형알아보기 pp 40 - 42
	6) ~ 7내용	B			A D	C						6내용 : 국4-2 이등변삼각형의 각의성질, 삼각형의 내각의 합, 사다리꼴, 평행 사변형, 마름모알아보기 pp 40-49
	7) ~ 8내용				D A C				B			7내용 : 국5-1 이등변삼각형의 성질 알아보기 pp 62 - 62
	8) ~ 9내용						C D	A B				8내용 : 국6-1 정다각형 pp 45 - 46
	9) ~ 10내용						B C D			A		9내용 : 중1다각형의 대각선의 개수와 내각, 외각 pp 255 - 262
	10) ~ 11내용						B D	C		A		10내용 : 중2삼각형의 성질, 사각형의 성질 pp 193 - 229
	11) ~ 12내용					D		B C		A		11내용 : 중3피타고라스의 정리 pp 169-180 12내용 : 중3삼각비 pp 251 - 277

주제	문항	반복	발 전				격 차				변 수 (초·중교과서)
3 원	1) 1내용 ~ 2내용			B	A C D						1내용:국2-1 등그란모양알아보기 pp 39
	2) ~ 3내용		A	B	C	D					2내용 : 국3-2 원, 작도, 중심, 반지름, 지름 pp 43 - 49
	3) ~ 4내용			C			B D		A		3내용 : 국6-1 부채꼴 pp 44
	4) ~ 5내용						A B		D		4내용 : 중1 원과부채꼴 pp 246 - 254 5내용 : 중3 원의성질 pp 200 - 243
4 입 체 도 형	1) 1내용 ~ 2내용			B	A D	C					1내용: 국1-1여러가지모양관찰 pp 36-37
	2) ~ 3내용			B	A C D						2내용 : 국2-2 직육면체 pp 24 - 29
	3) ~ 4내용			B	A C D						3내용 : 국5-2 기둥 pp 40 - 51
	4) ~ 5내용			B	A C D						4내용 : 국6-1 뿔 pp 76 - 84
	5) ~ 6내용		D	C		B	A				5내용 : 국6-1 회전체 pp 85 - 89
	6) ~ 7내용				D		A B C				6내용 : 중1 다면체,회전체 pp 264 - 269 7내용: 중2 입체도형의답음 pp 270 - 272
	7) ~ 8내용				A		C	B		D	8내용 : 중3 입체도형에서의 피타고라스 정리의 활용 pp 187 - 194
5 도형의 변환	1) 1내용 ~ 2내용		D		B			A C			1내용 : 국5-1 합등인 도형 pp 26 - 35
	2) ~ 3내용			B	C D	A					2내용 : 국5-1 도형의 대칭 pp 60 - 75
	3) ~ 4내용			C	B	D	A				3내용 : 국6-2 답은 도형 pp 60 - 75
	4) ~ 5내용		D				A C	B			4내용 : 중1 삼각형의 합등 pp 241 - 245 5내용:중1도형의위상적성질 pp 287-305
	5) ~ 6내용						A B C	D			6내용 : 중2 도형의 답음 pp 237 - 274

앞면에서 계속

주제	문항	반복	발 전				격 차				변 수 (초·중교과서)	
6 측 정	1) 1내용 ~ 2내용			B C	A D							1내용 : 국1-2 길이비교 pp 56 - 57
	2) ~ 3내용	A C	D	B								2내용 : 국2-1 길이 pp 58 - 59
	3) ~ 4내용			D	A D	C						3내용 : 국3-1 길이 pp 52 - 59
	4) ~ 5내용			B	A D	C						4내용 : 국4-1 길이 pp 38 - 47
	5) ~ 6내용			B D	A C							5내용 : 국4-2 넓이 pp 68 - 91
	6) ~ 7내용			A	B D	C						6내용 : 국5-1 넓이 pp 120 - 131
	7) ~ 8내용			A B	C			D				7내용 : 국5-2 입체의 부피 pp 74 - 87 8내용 : 국6-1 원의넓이, 원주 pp 47 - 55
	8) ~ 9내용		D	A B	C							9내용 : 국-2 기둥의겉넓이,부피 pp 80-91
	9) ~ 10내용			A B C	D							10내용 : 중1 넓이 pp 248 - 262
	10) ~ 11내용			C	B D		A					11내용 : 중1 겉넓이, 부피 pp 271 - 279

판단집단원 4인 간의 타당성 정도를 알아보기 위하여 판단집단원별 연계성 정도를 조사하였더니, <표 6> 과 같이 나왔다.

<표 6> 판단집단원 별 연계성 분석표

	A	B	C	D	합계
반복	2	1	1	2	6
발전	31	31	34	33	129
격차	7	8	5	5	25
합계	40	40	40	40	160

<표 6> 을 이용하여 χ^2 -test를 한 결과 $\chi^2 = 1.956$ 으로써 p-value 0.9238 이므로 타당도를 확보했다.

<표 5> 의 결과로부터 좀 더 쉽게 연계성 정도를 알아보기 위하여 초·중 단계로 총체적 분석과 주제별 분석을 해보면 <표 7> 과 같다.

<표 7> 학교별 연계성 분석표

총체적 분석				
	반 복	발 전	격 차	합
초	6 (6%)	90 (90%)	4 (4%)	100
중	0 (0%)	39 (65%)	21 (35%)	60
초·중	6 (3.75%)	129 (80.63%)	25 (15.62%)	160
합	12	258	50	320
주제별 분석				
a. 기본도형				
	반 복	발 전	격 차	합
초	0	8 (100%)	0 (0%)	8
중	0	3 (75%)	1 (25%)	4
초·중	0	11 (91.7%)	1 (8.3%)	12
합	0	22	2	24
b. 다각형				
	반 복	발 전	격 차	합
초	4 (14.28%)	23 (82.14%)	1 (3.58%)	28
중	0 (0%)	5 (31.25%)	11 (68.75%)	16
초·중	4 (9.10%)	28 (63.63%)	12 (27.27%)	44
합	8	56	24	88
c. 원				
	반 복	발 전	격 차	합
초	0 (0%)	8 (100%)	0 (0%)	8
중	0 (0%)	3 (37.5%)	5 (62.5%)	8
초·중	0 (0%)	11 (68.75%)	5 (31.25%)	16
합	0	22	10	32

뒷면에 계속

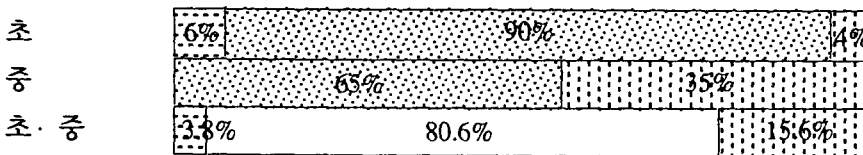
앞면에서 계속

d. 입체도형				
	반 복	발 전	격 차	합
초	0 (0%)	16 (100%)	0 (0%)	16
중	0 (0%)	10 (83.3%)	2 (16.7%)	12
초·중	0 (0%)	26 (92.9%)	2 (7.1%)	28
합	0	52	4	56
e. 도형의 변환				
	반 복	발 전	격 차	합
초	0 (0%)	6 (75.0%)	2 (25.0%)	8
중	0 (0%)	10 (83.3%)	2 (16.7%)	12
초·중	0 (0%)	16 (80.0%)	4 (20.0%)	20
합	0	32	8	40
f. 측정				
	반 복	발 전	격 차	합
초	2 (6.3%)	29 (90.6%)	1 (3.1%)	32
중	0 (0%)	8 (100%)	0 (0%)	8
초·중	2 (5.0%)	37 (92.5%)	1 (2.5%)	40
합	4	74	2	80

<표 7> 은 40개의 문항에 판단집단의 인원수 4를 가중 (weighed) 하여나온 결과를 총체적 분석과 주제별로 초단계, 중단계, 초· 중단계로 연계성을 알아본것이다.

이것을 좀 더 보기 쉽게 그림으로 나타내보았다.

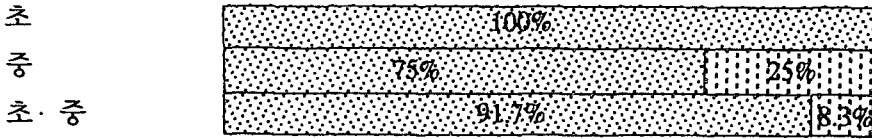
총체적 분석



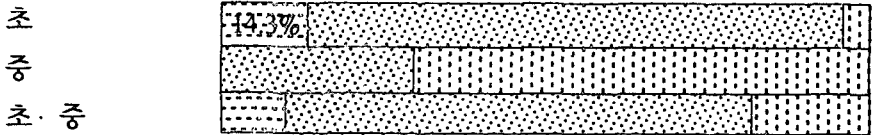
[그림 2-1] 학교별 연계성 (총체적 분석)

주제별 분석

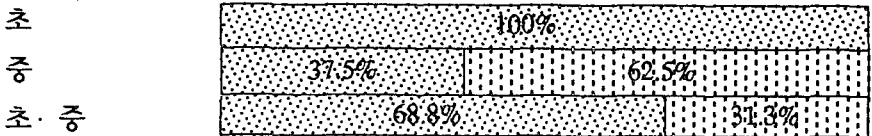
a. 기본도형



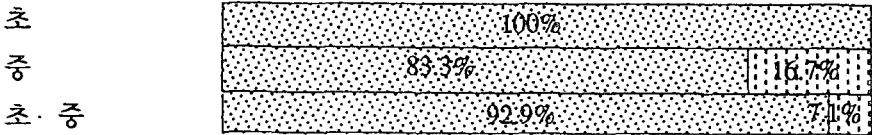
b. 다각형



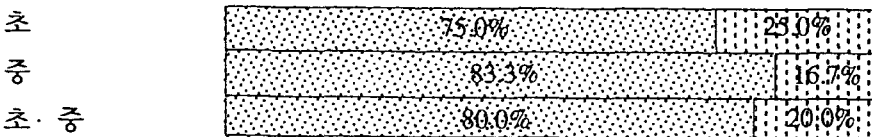
c. 원



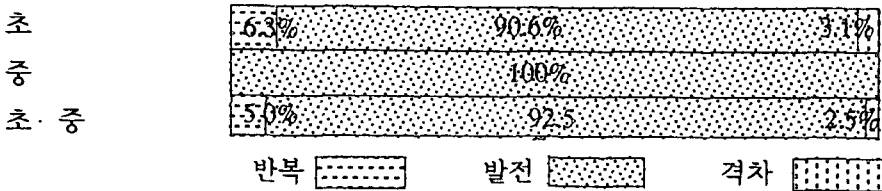
d. 입체도형



e. 도형의 변환



f. 측정



[그림 2-2] 학교별 연계성 (주제별 분석)

<표 7>의 총체적 분석결과와 같이 초·중 기하영역의 내용중 3.75%가 반복이고, 15.62%

가 격차를 나타내는 것이며, 발전이 반영된 내용은 80.63% 이다. 반복과 격차의 비율을 합하면 19.37% 가연계가 이루어지지 않고 있다. 이것을 학교별로 구분하여 보면 초등학교 과정 내에서는 연계가 잘 이루어져 있으나, 중등과정에서 격차가 35%로 심하게 나타남을 알 수 있다.

이것을 좀 더 세분하여 주제별로 파악해 보면 다각형과 원에서 격차의 비율이 높는데, 이것은 중학교 과정의 격차의 비율이 각각 68.75%, 62.5%로 매우 높다는 것을 알 수 있다.

이러한 격차를 보이는 주제는 그 내용수준이나 표현수준이 학생들의 인지발달단계에 적합하지 않게 엄밀하고 증명 중심의 형식적 기하가 너무 이르게 제시된 것으로 분석된다.

<표 8> 은 격차의 원인을 알아보기 위하여 주제별 분석 내용이 그 내용수준에 있어서 Van Hiele 의 이론의 다섯 단계 수준 중 어느 수준에 해당하며 그 표현방법에 있어서 Piaget 의 어느 사고유형에 해당하는지를 분석한 것이다.

여기서 PC는 전조작적사고, C는 구상적사고, 그리고 F는 형식적사고를 의미한다.

<표 8> Van Hiele 의 Level 분석과 사고 유형

주제	내 용	교 과 서	Level	사고유형
1 기본도형	1. 선분, 직선	국2-1 pp 34-35	1	C(구상적사고)
	2. 각	국3-1 pp 82-86	1	C
	3. 각의 종류, 수직, 평행	국4-1 pp 46-47, 84-93	2	C
	4. 기본도형의 위치관계, 기본작도	중1 pp 203-236	3	F(형식적사고)
2 다각형	1. 삼각형, 사각형 모양 찾기	국 1-1 pp 38-41	1	PC(전조작적사고), C
	2. 삼각형, 사각형 모양 만들어 보기	국 1-2 pp 28-29	1	C
	3. 삼각형, 사각형 성질 관찰	국 2-1 pp 36-37	2	C
	4. 정삼각형, 이등변삼각형, 직각삼각형, 정사각형, 직사각형 알아보기	국 3-1 pp 87-93	3	C
	5. 다각형 알아보기	국 3-2 pp 40-42	3	C
	6. 이등변삼각형의 성질, 삼각형의 내각의 합, 사다리꼴, 평행사변형, 마름모	국 4-2 pp 40-49	3	C
	7. 이등변삼각형의 성질	국 5-1 pp 62-62	2	C
	8. 정다각형	국 6-1 pp 45-46	3	C

뒷면에 계속

주제	내용	교과서	Level	사고유형
2 다각형	9. 다각형	중 1 pp 255 - 262	3	C, F
	10. 삼각형, 사각형의 성질	중 2 pp 193 - 229	4	F
	11. 피타고라스 정리	중 3 pp 169 - 180	3, 4	F
	12. 삼각비	중 3 pp 251 - 277	4	F
3 원	1. 등그란 모양 알아보기	국 2 - 1 p 39	1	C
	2. 원작도, 중심, 반지름, 지름	국 3 - 2 pp 43 - 49	2	C
	3. 부채꼴	국 6 - 1 pp 44	3	C
	4. 원과 부채꼴	중 1 pp 246 - 254	3	F
	5. 원의 성질	중 3 pp 200 - 243	4	F
4 입체 도형	1. 여러가지 모양 관찰	국 1 - 1 pp 36 - 37	1	PC
	2. 직육면체	국 2 - 2 pp 24 - 29	1	C
	3. 기둥	국 5 - 2 pp 40 - 51	2	C
	4. 뿔	국 6 - 1 pp 76 - 84	2	C
	5. 회전체	국 6 - 1 pp 85 - 89	3	C
	6. 다면체, 회전체	중 1 pp 264 - 269	3	C, F
	7. 입체도형의 답음	중 2 pp 270 - 272	3	F
	8. 입체도형에서의 피타고라스 정리의 활용	중 3 pp 187 - 194	4	F
5 도형의 변환	1. 합동인 도형	국 5 - 1 pp 26 - 35	3	C
	2. 도형의 대칭	국 5 - 1 pp 60 - 75	3	C
	3. 닮은 도형	국 6 - 2 pp 60 - 75	3	C
	4. 삼각형의 합동	중 1 pp 241 - 245	3	C, F
	5. 도형의 위상적 성질	중 2 pp 287 - 305	3	C
	6. 도형의 답음	중 3 pp 237 - 274	4	C, F
6 측정	1. 길이의 비교	국 1 - 2 pp 56 - 57	2	PC
	2. 길이	국 2 - 1 pp 58 - 59	2	C
	3. 길이	국 3 - 1 pp 52 - 59	2	C
	4. 각도	국 4 - 1 pp 38 - 47	3	C
	5. 넓이	국 4 - 2 pp 68 - 91	3	C
	6. 넓이	국 5 - 1 pp 120 - 131	3	C

앞면에서 계속

주제	내 용	교 과 서	Level	사고유형
6 측 정	7. 입체의 부피	국5-2 pp 74-87	3	C
	8. 원의 넓이, 원주	국6-1 pp 47-55	3	C
	9. 기둥의 겉넓이	국6-2 pp 80-91	3	C
	10. 넓이	중1 pp 248-262	4	C, F
	11. 겉넓이, 부피	중1 pp 271-279	4	F

<표 5>의 "주제별 내용 전개와 판단결과표"와 <표 8>을 연관지어 살펴보면 격차로 판단된 항목의 내용은 대개 Van Hiele 수준 4에 해당하며 형식적 사고유형인 것으로 나타났다.

즉, 엄정하고 증명 위주의 형식적 기하가 너무 빨리 제시된 것으로 분석된다. 학생들의 형식적 사고력이 아직 발달하지 않은 경우 그러한 방식으로 가르친다면 이해하는데 한계가 있다는 것은 당연한 현상으로 볼 수 밖에 없다.

IV. 결론 및 제언

본 연구에서는 연계성의 준거모형에 의하여 산수 및 수학 교과서의 기하영역에 대해 분석하였으며 결과를 요약하면 다음과 같다.

첫째, 초·중 연계성의 총체적 분석에서 반복이 3.75%, 발전이 80.63%, 격차가 15.62%이다. 학교별로 구분해보면 초등과정에서 발전이 90%로 연계가 잘 되어 있지만, 중등과정에서 격차가 35%로 높게 나타났다.

둘째, 주제별 분석에서 격차가 높게 나온 주제는 중학교 교과서내의 내용, 전개 항목으로 교과서 내용의 설명수준에 대해 사고유형을 분류한 결과 대부분 형식적 사고력과 깊은 관계가 있었고 Van Hiele Level 4에 해당하는 연역적 증명을 통하여 기하도형의 성질을 추론하는 내용들이었다.

셋째, 중학교 기하영역은 일반화를 발견하는 데 도움을 주는, 즉 학생 스스로 가설을 발상하는 기회를 제공해 줄 수 있는 여러가지 구체적인 활동 문맥의 제시가 부족하였고 지나치게 형식적으로 제시되어 있다.

넷째, 실생활의 기하학적 개념과 관련되는 내용의 제시 부족으로 기하교육은 아직도 현실 생활과 거리가 있고 그 필요성과 유용성을 깨닫게 하는 면이 부족하다.

본 연구의 결과에 기초한 제언은 다음과 같다.

첫째, 보다 나은 교과서의 연계를 위해서 반복과 격차를 줄이고, 가급적 발전으로 연계도록 함이 바람직할 것이다. 어느 정도의 반복은 계속성을 유지하고 일반화를 발견하기 위 과정으로 불가피하다고 생각할 수 있겠으나, 보다 효율적인 학습을 위해서는 단순한 반복

다는 발전으로 연계시키는 것이 바람직하다.

또한 내용의 표현방법을 학습자의 이해에 도움을 줄 수 있도록 단계별로 제시하여 격차의 비율을 줄이도록 노력해야 할 것이다. 이러한 노력을 위해서는 학습자의 인지발달 수준을 고려한 교과과정의 내용수준 조정작업도 할 필요가 있다.

둘째, 개념학습을 위한 접근방법으로써 초등과정에서 학습되고 있는 비형식적 기하는 중학교 과정까지 지속되고 확장 되어야겠다. 그리고 구체적 활동문맥으로 교과서에 제시되어야겠다.

학생들의 형식적 사고력이 아직 발달되어 있지않은 경우 형식적인 표현방식으로 가르친다면 이해하는 데는 한계가 있을 수 밖에 없고, 단순한 수학적 사실만을 암기하거나 공식을 암기하여 적용하는 단순한 기능만을 습득할 뿐 사고력 신장에는 아무런 도움을 주지 못하는 학습이 될 수밖에 없다. 연역적 증명 이전에 추측을 가능케하는 귀납적 과제를 충분히 제공하기 위하여 비형식적 기하는 필요하며 이러한 비형식적 접근을 통하여 학습에 대한 흥미를 높이는 동기유발을 할 수 있을 것이다.

셋째, 학생의 형식적 사고력 신장에 도움을 줄 수 있는 다양한 교구의 개발과 수업전략의 개발에 많은 연구가 있어야 할 것이다.

참고문헌

1. 이 범홍 (1986), "과학과 교육과정의 개정방향", 교육개발원, 제 8 권 제 3 호, 한국교육개발원, pp. 51-56.
2. 송 순희, 이 영하, 이 종록, 김 성원, 강 순희, 박 종윤, 정 용재, 강 순자, 이 내영, 김 규환, 유 계화 (1988), "초·중·고 수학 및 과학교과서 내용의 과목별 연계성에 대한 연구", (이화여자대학교 사범대학 과학교육과), 문교부지원 학술진흥재단 학술연구조성비에 의한 연구보고서. p. 3
3. 김 용선, 강 만철 (1987), 교육과정과 교육평가, 서울: 동문사. pp. 184-185.
4. Hilda Taba (1962), Curriculum Development-Theory and Practice, New York : Harcourt, Brace, Jovanonich, Inc. pp. 172-197.
5. J. S. Bruner (1960), The Process of Education (Harvard Univ. Press)
이 홍우(역) (1973), 부루너의 교육의 과정, 서울: 배영사. p. 66.
6. R. M. Gagné (1970), The Conditions of Learning (2nd Ed.), New York : Holt, Rinehart and Winston. p. 43.
7. 송 순희 외 10명 (1988), "초·중·고 수학 및 과학교과서 내용의 과목별 연계성에 대한 연구", p. 3.
8. 송 순희 (1988), 상계서, p. 16.

9. 송 순회 (1988), 상계서, pp. 12-14.
10. Phares G. O'Daffer (1980), "Geometry : What Shape for a Comprehensive Balanced Curriculum ?", Selected Issues in Mathematics Education, ed. Mary Montgomery Lindquist Evanston, III. National College of Education Evanston.
11. 박 성택 (1985), "Piaget 의 인지 발달론에 근거를 둔 수학학습 교재의 계열성 및 교수-학습 유형 탐색", 과학교육연구, 제 10 집, 부산교육대학 과학교육연구소. p. 78
12. J. S. Bruner (1960), 상계서 p. 102.
13. 우 종수 (1986), "Bruner 와 Gagne 의 수업모형비교", 경남대학교 교육대학원 석사 학위논문 (미간행), P. 18.
14. 우 종수 (1986), 상계서, p. 32.
15. 한 종하 (1987), 과학적 사고력 신장을 위한 수업전략, 서울: 한국교육개발원. p. 40
16. 김 응태, 박 한식, 우 정호 (1984), 수학교육학개론, 서울: 서울대학교출판부. pp. 7-8
17. Tae-sik Han, (1986), The Effects on Achievement and Attitude of a Standard Geometry Textbook and A Textbook-consistent with the Van Hiele Theory, Unpublished Doctoral Dissertation, The University of Iowa.
18. 최 혜정 (1990), "Van Hiele 이론을 통한 기하학의 개념이해 및 문제풀이 연구", 수학교육논총 제 8 집, pp. 103-134, 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문.
19. 문교부 (1989), 산수 교과서 전 학년, 서울: 국정교과서주식회사.
20. 박 두일, 신 동선, 강 영환 (1989), 중학교 수학 `1, 2, 3, 서울: (주) 교학사
21. R. W. Tayler (1940), Basic Principles of Curriculum and Instruct Chicago : University of Chicago Press.