

## 산학계몽에 나타난 분수고찰

박 배 훈 (한국교원대학교)

박 근 덕 (강릉중학교)

- |                   |
|-------------------|
| I. 序 論            |
| II. 九章算術에서의 分數    |
| III. 算學啓蒙 概要      |
| IV. 算學啓蒙에서의 之分齊同門 |
| V. 結 論            |

### I. 序 論

김용정(1987)<sup>2)</sup>은 "동서의 만남"이라는 논문에서 東西洋 思考方法의 差異點과 類似點을 다음과 같이 比較 整理하였다. (왼쪽은 東洋, 오른쪽은 西洋) 禪的 直觀 對 概念的 分析, 逆說의 論理 對 形式 論理 (即 東洋의 境遇, A 와 非 A 는 X 의 述語로서 서로 排斥하지 않는데, 西洋은  $A = A$ ,  $A = \text{non } A$ , A 는 A 인 同時에 非 A 일 수는 없다) , 兩面 同時 否定(이것도 저것도 아니다) 對 一時 否定(正反合) 直接的 全體的 經驗 (宗教的思考) 對 間接的 分割的 經驗 (科學的思考) 등으로 對照된다. 한편, 類似點으로는, 空이나 虛의 哲學 對 場論, 華嚴 哲學 對 有機體 哲學, 佛教 나 道教 對 實存哲學, 精神分析學, 易의 二元論理 對 二元算術, 컴퓨터 등이다.

- 1) 이 글은 朴根德의 金玉學術文化財團 支援 1988 年度 研究報告書인 "朱世傑의 算學啓蒙에 關한 現代數學의 接近" 中에서 一部를 拔萃 및 整理하여 發展시킨 것임.
- 2) 韓國教育學會 教育心理研究會, 教育心理研究論, 培英社新書 171, 1989, pp. 251 -252 에서 再引用.

지금까지는 科學的인 教授 理論과 技法에 關한 限 西洋式 思考方法에 絞어온 것이 一般的인 慣行이 아닌가하는 疑懼心을 갖게 된 筆者는 算學에 關係된 冊子를 여러 文獻에서 考察한 結果, 그 가운데 算學으로 啓蒙을 한다는, 또 우리나라에서 널리 使用되고, 中國의 清朝에 逆輸入되고, 日本의 和算의 源流가 된 "算學啓蒙"의 內容중에서 日常生活에서 널리 使用하고 있는 "分數" 概念을 살펴보고자 한다.

예를 들어,  $\frac{2}{3}$ 의 읽는 方法을 각 나라 別로 보면 다음과 같다.

※ 東洋 ① 中國 : 三分之二 ( 삼펜치아루 )

② 日本 : 三分の二 ( 삼분노니 )

③ 韓國 : 삼분의이

※ 西洋 ④ 美國 : two over three

⑤ 英國 : two thirds

⑥ 獨逸 : zwei Drittel

⑦ 프랑스 : duex Tiers

⑧ 이탈리아 : due terzi

위에서 알수 있는 바와 같이, 東洋은 分母를 먼저 읽고, 西洋은 分子를 먼저 發音하고 있다. 이에, 分數에 關한 部分만을 現代數學的인 觀點에서 考察해 보고자 한다.

## II . 九章算術에서의 分數

九章算術은 紀元前 750年頃 또는 一說에 依하면 紀元前 1100年頃

에 쓰여졌다고 하는데, 一般的으로 알려진 것은 周末 • 秦 • 後漢初期의 長期間에 걸쳐 많은 數學者에 依해 築大成된 것이다. 九章算術의 主要 內容은 다음과 같다.

卷一 : 方田 ( 38 問 ) ... 논과 밭의 넓이를 計算하는 問題 取扱 ( 分數가 論議되고 있음 )

卷二 : 粟米 ( 46 問 ) ... 金錢과 穀物의 交換 및 交易을 取扱

卷三 : 衰分 ( 20 問 ) ... 俸祿 및 租稅를 取扱 ( 比例算이 있음 )

卷四 : 少廣 ( 20 問 ) ... 넓이와 부피 取扱 ( 재급근, 세재급근 있음 )

卷五 : 商功 ( 28 問 ) ... 土木工事에서의 부피를 取扱

卷六 : 均輸 ( 28 問 ) ... 物資 輸送의 所要 經費를 取扱

卷七 : 盈不足 ( 20 問 ) ... 分配의 過不足을 計算 ( 陰의 數 있음 )

卷八 : 方程 ( 18 問 ) ... 一次聯立方程式을 取扱 ( 加減法 있음 )

卷九 : 句股 ( 24 問 ) ... 높이, 길이, 距離等을 取扱 ( 피타고라스의 定理 및 二次方程式 問題 있음 )

이 書籍은 後代 算數 書籍의 Model 로서, 248 題의 實用的인 問題는 古代 社會 經濟史의 史料로도 價値가 있다고 認定된다.

分數에 關한 內容의 整理는 아래와 같다. 3)

- ① 約分, 分母, 分子, 通分 等の 用語가 使用되고 있다.
- ② 分母를 "法", 分子를 "實", 나눗셈을 "實如法而一" 로 하고 있다.
- ③ 分數의 읽는 方法이 오늘날과 類似하다. ( ○○분의○○ )
- ④ 풀이 方法의 說明이 一般的인 方法을 다루고 있다.

3) 石川廣美, 「九章算術」での分數について, 數學教育學研究紀要, 西日本數學教育學會, 第 15 號, 1989, pp. 150 - 157.

⑤ 問題 → 答 → 풀이 方法 의 順序로 提示되었다.

⑥ 約分 → 合分 (덧셈) → 減分 (뺀셈) → 課分 (大小 比較) → 平分 (分數의 平均) → 經分 (문 計算의 나눗셈) → 乘分 (곱셈) 順序로 提示되고 있다.

### III . 算學啓蒙 概要

이 冊은 初學者 入門을 目的으로 쓰여진 것으로, 元代의 朱世傑에 依해 1299 年에 刊行되었으나, 明代에는 亡失되고, 우리나라에는 世宗 때 初刊本으로 나와 여러 番 覆刻되어 간직되어 온 重刊本이 淸朝에 逆輸入되어 그 內容이 널리 알려지게 되었고, 日本 和算의 源流가 되기도 한 것이 李朝版 "算學啓蒙" 이다.<sup>4)</sup>

그 概要는 아래와 같다. (本 研究는 金始振이 整理한 것을 使用) 算學啓蒙序 : 물은 하나인 것처럼 보이나 實은 千流萬派이고, 나무도 하나인 것 처럼 보이나 實은 千條萬枝이라고 始作하면서, 數라는 것도 千變萬化라고 하면서, 數의 分類 등을 十等九章의 名稱을 使用하여 數의 本質 說明

釋九數法 : 現在의 九九段 으로 形式은 現代와 조금 相異하다.

$$\begin{array}{ccccccc}
 1 \times 1 = 1, & 1 \times 2 = 2, & 1 \times 3 = 3, & \dots & 1 \times 9 = 9 \\
 & 2 \times 2 = 4, & 2 \times 3 = 6, & \dots & 2 \times 9 = 18 \\
 & & 3 \times 3 = 9, & \dots & 3 \times 9 = 27 \\
 & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \dots & \dots & \dots \\
 & & & & & 9 \times 9 = 81 \\
 & & & & & \downarrow &
 \end{array}$$

위와 같이, 乘數를 基準으로 한 順序로 提示되어 있다.

4) 東亞出版社, 百科事典部 東亞世界 大百科 辭典, 1983.

九歸除法 : 五言의 文句로 나눗셈의 公式

斤下留法 : 1斤은 16兩이기에, 1兩 \* 2兩... 15兩의 斤의 公式

一退〇〇六二五(0.0625) 二留〇一二五(0.125) 三留〇二三七五

四留〇二五(0.25) 五留〇三一二五(0.3125) 六留〇三七五

七留〇四三七五(0.4375) 八留〇單五(0.5) 九留〇二六二五

十留〇六二五(0.625) 十一留〇六八七五 十二留〇七五

十三留〇八一二五 十四留〇八七五 十五留〇九三七五

明縱橫訣 : 數字의 表記 方法

① 일자리수 : | || ||| |||| ||||| T T T T

② 십자리수 : \_ = ≡ ≡ ≡ ≡ ≡ ⊥ ⊥ ⊥ ⊥

③ 例 : 1010 (—○—○), 10100 (|○|○○), 1100 (—|○○)

大數之類 : 數의 名稱으로, 무릇 大數라는 것은 能히 땅을 덮을(蓋地) 수도 없고, 能히 그 數를 실을(載) 수도 없고, 끝(極)에 다할 수 없기에 큰 數(大數)라고 부른다.

一(10<sup>0</sup>), 十(10<sup>1</sup>), 百(10<sup>2</sup>), 千(10<sup>3</sup>), 萬(만 10<sup>4</sup>), 十萬(10<sup>5</sup>), 百萬(10<sup>6</sup>), 千萬(10<sup>7</sup>), 萬萬 = 億(억 10<sup>8</sup>), 十億(10<sup>9</sup>), 百億(10<sup>10</sup>), 千億(10<sup>11</sup>), 萬億(10<sup>12</sup>), 十萬億(10<sup>13</sup>), 百萬億(10<sup>14</sup>), 千萬億(10<sup>15</sup>), 萬萬億 = 兆(조 10<sup>16</sup>), 萬萬兆 = 京(경 10<sup>24</sup>), 萬萬兆 = 陔(해 10<sup>32</sup>), 萬萬陔 = 秭(자 10<sup>40</sup>), 萬萬秭 = 壤(양 10<sup>48</sup>), 萬萬壤 = 溝(구 10<sup>56</sup>), 萬萬溝 = 澗(간 10<sup>64</sup>), 萬萬澗 = 正(정 10<sup>72</sup>), 萬萬正 = 載(재 10<sup>80</sup>), 萬萬載 = 極(극 10<sup>88</sup>), 萬萬極 = 恒河沙(항하사 10<sup>96</sup>), 萬萬恒河沙 = 阿僧祇(아승지 10<sup>104</sup>), 萬萬阿僧祇 = 那由他

(나유타  $10^{112}$ ), 萬萬那由他 = 不可思議 (불가사의  $10^{124}$ ), 萬萬不可思議 = 無量數 (무량수  $10^{128}$ )

現代的인 日常生活에서는 그 一部分만을 使用하고 있는데, 자리수를 다음과 같이 하고 있다.

— ( $10^0$ ) , 萬 ( $10^4$ ), 億 ( $10^8$ ), 兆 ( $10^{12}$ ), 京 ( $10^{16}$ ), 垓 ( $10^{20}$ ) 秭 ( $10^{24}$ ), 壤 ( $10^{28}$ ), 溝 ( $10^{32}$ ), 澗 ( $10^{36}$ ), 正 ( $10^{40}$ ), 載 ( $10^{44}$ ), 極 ( $10^{48}$ ), 恒河沙 ( $10^{52}$ ), 阿僧祇 ( $10^{56}$ ), 那由他 ( $10^{60}$ ), 不可思議 ( $10^{64}$ ) 無量數 ( $10^{68}$ )

小數之類 : 작은수의 名稱으로, 무릇 小數라는 것은 그것을 보아도 形이 없고(無形), 그것을 取하여도 象이 없고(無象), 또한 能히 다할(盡) 수도 없기에 작은 數 (小數) 라고 부른다.

— ( $10^0$ ), 分(분  $10^{-1}$ ), 釐(리  $10^{-2}$ ), 毫(호  $10^{-3}$ ), 絲(사  $10^{-4}$ ), 忽(홀  $10^{-5}$ ), 微(미  $10^{-6}$ ), 纖(섬  $10^{-7}$ ), 萬萬塵 = 沙 (사  $10^{-8}$ ), 千萬塵(천만륙  $10^{-9}$ ), 百萬塵(백만륙  $10^{-10}$ ), 十萬塵(십만륙  $10^{-11}$ ) 萬塵(만륙  $10^{-12}$ ), 千塵(천륙  $10^{-13}$ ), 百塵(백륙  $10^{-14}$ ), 十塵(십륙  $10^{-15}$ ), 萬萬埃 = 塵 (륙  $10^{-16}$ ), 萬萬渺 = 埃(애  $10^{-24}$ ), 萬萬漠 = 渺(묘  $10^{-32}$ ), 萬萬模糊 = 漠(막  $10^{-40}$ ), 萬萬逡巡 = 模糊(모호  $10^{-48}$ ), 萬萬須臾 = 逡巡(준순  $10^{-56}$ ), 萬萬瞬息 = 須臾(수유  $10^{-64}$ ), 萬萬彈指 = 瞬息(순식  $10^{-72}$ ), 萬萬刹那 = 彈指(탄지  $10^{-80}$ ), 萬萬六德 = 刹那(찰나  $10^{-88}$ ), 萬萬虛 = 六德(육덕  $10^{-96}$ ), 萬萬空 = 虛(허  $10^{-104}$ ), 萬萬清 = 空(공  $10^{-112}$ ), 萬萬淨 = 清(청  $10^{-120}$ ), 淨(정  $10^{-128}$ )

現代的인 日常生活에서는 그 一部分만을 使用하고 있는데, 變形된 자리수로, 할(0.1), 푼(0.01), 리(0.001)가 쓰여지고 있다.

求諸率類 : 比率을 使用하여 다른 單位로 轉換시키는 方法 解說

斛斗起率 : 穀食의 量에 關係된 것으로, 圭(규 6個의 쌀알)에서 始作하며, 圭(규) → 撮(찰) → 抄(초) → 勺(작) → 合(합) → 升(승) → 斗(두) → 斛(곡)으로의 十進法을 定義하고 있다.

斤秤求率 : 物件의 무게의 測定 單位로, 黍(서, 기장)의 模樣에서 始作하며, 黍(서) → <sup>10</sup> 綮(루) → <sup>10</sup> 銖(수) → <sup>6</sup> 分(분) → <sup>4</sup> 兩(량) → <sup>16</sup> 斤(근) → <sup>15</sup> 秤(징) → <sup>30</sup> 鈞(근) → <sup>4</sup> 碩(석)으로 定義

端匹起率 : 物件의 길이 測定 單位로, 忽(홀, 누에가 뽀한 실)에서 始作하며, 忽(홀) → 絲(사) → 毫(호) → 釐(리) → 分(분) → 寸(촌) → 尺(척) → 丈(장)으로의 十進法을 使用하고, 1匹(필)은 3丈 2尺 또는 2丈 4尺, 1端(단)은 5丈 5尺 또는 4丈 8尺으로 定義하고 있다.

田畝起率 : 땅의 크기의 單位로, 忽(홀, 1寸 × 6寸 = 3.03 × 6 × 3.03 = 55.0584 cm<sup>2</sup>)에서 始作하며, 忽(홀) → 絲(사) → 毫(호) → 釐(리) → 分(분) → 畝(묘)의 十進法을 使用하고, 1頃(경)은 100畝, 300步(보)를 1里(리)라고 定義하고 있다.

古法圓率 : 周三尺經一尺 (둘레가 3척일 때 지름은 1척이다)으로,  $\pi$  (圓周率) =  $3 \div 1 = 3$ 을 使用하고 있는데, 이는 작은 모양의 圓에서는 誤差가 적은 편이다.

劉徽新術 : 周一百五十七尺經五十尺 (둘레가 157척일 때 지름은

50 척이다) 으로부터,  $\pi$  (圓周率) =  $157 \div 50 = 3.14$  을 使用하였다.

沖之密率 : 周二十二尺經七尺 (둘레가 22 척일 때 지름은 7 척이다) 으로부터,  $\pi$  (圓周率) =  $22 \div 7 = 3.14285714\dots$  로 計算하였다.

明異明訣 : 漏刻의 數를 巧呼하는 것으로,  $\frac{1}{2}$  를 中半,  $\frac{1}{3}$  를 少半,  $\frac{2}{3}$  를 太半,  $\frac{1}{4}$  를 弱半,  $\frac{3}{4}$  을 強半이라고 各各 부른다.

明正負術 : 等式의 性質을 說明

明乘除段 : 덧셈을 和, 뺄셈을 較, 곱셈을 乘, 제곱을 冪, 同符號의 곱셈은 正, 異符號의 곱셈은 負 等の 用語를 解說

明開方法 : 置積爲實及方廉隅同加異減開之로, 이는 代數式으로 解釋하자면  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  에서  $ab$  를 찾아 내어 제곱근을 구한다.

D 算學啓蒙券上 卷 八門 一百一十三問 5)

縱橫因法門 八問 : 곱셈 問題로, 順序는 곱하기 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9이다.

001 : 二因 今有粟二百一十六斗每斗價錢二文問計錢幾何 ( 곱하기 2, 지금 곡식이 216 말인 있는데, 1 말의 가격은 2 문이다. 곡식의 가격을 계산하여라.)

答曰四百三十二文 (  $216 \times 2 = 432$  ) ( 답으로 말하자면 432 문이다.)

身外加法門 十一問 : 두 자리수의 곱셈 問題로, 順序는 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 194, 195 이다.

5) 問題의 番號는 原本에는 表記되어 있지 않다. 但只, 研究의 便宜上 本 研究者들이 番號를 붙인 것임.



009 : 一加 今有米六碩八斗四升每斗價錢一百一十文問計錢幾何 (1 이 더 있음, 지금 쌀이 6 가마 8 말 4 되가 있는데, 1 말의 가격은 110 문이다. 쌀의 가격을 계산하여라.)

答曰七貫五百二十四文 (  $68.4 \times 110 = 7524$  ) ( 답으로 말하자면 7 관 524 문이다.)

留頭乘法門 二十問 : 十進法の 單位가 아닌 物件의 값을 計算하는 것으로, 21, 38, 45, 54, 68, 72, 97, 95, 55 로 始作하여 점차 複雜해져감.

021 : 三因兼乘八 今有胡椒六十三斤〇四兩每斤價錢三百八十文問計錢幾何 (곱하기 3 과 8 이 더 있음, 지금 호추가 63 근 4 량이 있는데, 1 근의 가격은 380 문이다. 호추의 가격을 계산하여라.)

答曰二十四貫〇三十五文 (  $63.25 \times 380 = 24035$  ) ( 답으로 말하자면 24 관 35 문이다.)

身外減法門 十一問 : 나눗셈에 대한 問題로 減셈의 先手 學習 強調

040 : 今有錢七貫五百二十四文欲糴芝麻每斗價錢一百一十文問得幾何 ( 지금 돈이 7 관 524 문이 있어서 참깨를 사려고 하는데, 참깨 1 말의 가격은 110 문이다. 참깨를 얼마나 살 수 있는지 계산하여라.)

答曰六碩八斗四升 (  $7524 \div 110 = 68.4$  ) ( 답으로 말하자면 6 가마 8 말 4 되이다.)

九歸除法門 二十九問 : 身外減法門과 마찬가지로의 나눗셈 問題로 求하는 方法을 說明하면서 穿稻가 여러가지 있음을 解說

060 : 今有錢二十四貫〇三十五文欲買白蜜斤價三百八十文問得幾何 ( 지금 돈이 24 관 35 문이 있어서 꿀을 사려고 하는데, 꿀 1 근의 가격

은 380 문이다. 꿀을 얼마나 살 수 있는지 계산하여라.)

答曰六十三斤〇四兩 (  $24035 \div 380 = 63.25$  ) ( 답으로 말하자면 63 근 4 량이다. )

異乘同除門 八問 : 금셈과 나눗셈의 混合算으로 先除後乘 (나눗셈 후 금셈) 또는 先乘後除 (금셈 후 나눗셈)의 方法을 說明

080 : 今有錢九貫八百七十九文糴米五碩三斗四升只有米三十六碩九斗問直錢幾何 ( 지금 돈 9 관 879 문으로 쌀을 5 가마 3 말 4 되를 살 수 있다. 단지 쌀이 36 가마 9 말이 있으면 가격은 얼마인가 ? )

答曰六十八貫二百六十五文 (  $(369 \times 9879) \div 53.4 = 68265$

또는  $(9879 \div 53.4) \times 369 = 68265$  ) (

답으로 말하자면 68 관 265 문이다. )

庫務解稅門 十一問 : 稅金 또는 利子 等の 問題

089 : 今有人典錢二百三十六貫每貫月利二十五文今七箇月九日間利錢幾何 ( 지금 사람이 돈 236 관을 저당잡히는데, 1 관에 매월 이자가 25 문이다. 7 개월 9 일간의 이자를 계산하여라. )

答曰四十三貫〇七十〇文 (  $(7 + 9 \div 30) \times 25 \times 236 = 43070$  )

折變互差門 十五問 : 物物交換의 日常生活 問題

099 : 今有香油三兩折菜油四兩只云香油斤價四百文欲有菜油八十四斤一十二兩問直錢幾何 ( 지금 향유 3 량은 채유 4 량에 해당된다. 향유 1 근의 가격이 400 문일 때, 채유 84 근 12 량의 가격을 계산하여라. )

答曰二十五貫四百二十五文 (  $(84 + 12 \div 16) \times 400 \div 4 \times 3$  )

㉞ 算學啓蒙券中 七門 七十一問

田畝形段門 十六問 : 논과 밭의 넓이를 計算하는 問題

115 : 今有直田一段長四十九步闊二十四步問爲田幾何 ( 지금 직사각형 모양의 땅이 있는데, 길이는 49 보이고, 폭은 24 보이다. 이 땅의 넓이를 계산하여라.)

答曰四畝九分 (  $49 \times 24 \div 240 = 4.9$  )

129 : 今有環田一段外周一百四十四步內周五十四步實徑一十五步問爲古  
徽密率田各幾何 ( 지금 가운데가 뚫여있는 원 모양의 땅이 있는데, 바깥 둘레는 144 보이고, 안쪽 둘레는 54 보이고, 지름은 15 보이다. 이 땅의 넓이를 고법원율( $\pi=3$ ), 유헌신술( $\pi=3.14$ ), 충지밀율( $\pi=22 \div 7 = 3.14285714\dots$ )로 각각 계산하여라.)

答曰古法六畝一分八釐七毫半

徽術五畝九分二步一百五十七分步之一百二十四

密率五畝九分一步二十二分步之十一

倉囤積粟門 九問 : 倉庫等에 넣을 수 있는 穀食의 量을 計算

130 : 今有倉一所長三丈八尺闊一丈二尺五寸深一丈六尺四寸問粟幾何 ( 지금 창고가 있는데, 길이는 3 장 8 척이고, 폭은 1 장 2 척 5 촌이고, 깊이는 1 장 6 척 4 촌 이다. 곡식이 얼마나 들어갈 수 있는지를 계산하여라.)

答曰三千一百一十六斛 (  $38 \times 12.5 \times 16.4 \div 2.5 = 3116$  )

雙據互換法 六問 : 復比例의 概念을 包含하는 問題 狀況

139 : 今有織匠二十四人一百九十二日織錦一千一百五十二匹欲令六十二

人織三百六十日問織錦幾何 ( 지금 직공 24 명이 192 일 동안에 비단 1152 필을 짠다. 62 명의 직공이 360 일 동안에 비단을 얼마나 짤 수 있는지 계산하여라.)

答曰五千五百八十四 ( $360 \times 62 \times 1152 \div (192 \times 24) = 5580$ )

求差分和門 九問 : 二元一次聯立方程式에 該當하는 問題

145 : 今有鷄兔一百共足二百七十二隻只云鷄足二兔足四問鷄兔各幾何 (지금 닭과 토끼가 모두 100 마리 있는데, 다리의 수는 모두 272 개이다. 닭의 다리는 2 개씩이고, 토끼의 다리는 4 개씩일 때, 닭과 토끼는 각각 몇 마리인지를 계산하여라.)

答曰鷄六十四隻兔三十六箇

差分均配門 十問 : 差異를 利用하여 配分하는 狀況의 問題

154 : 今有甲乙丙共分息錢四十五貫〇三十六文甲元錢五十八貫乙元錢四十五貫丙元錢三十六貫問各分息錢幾何 ( 지금 갑, 을, 병 3 사람이 이자돈 45 관 36 문을 나누고자 한다. 갑의 원금은 58 관, 을의 원금은 45 관, 병의 원금은 36 관이다. 각각에게 이자돈을 어떻게 나눌 것인가를 계산하여라.)

答曰甲一十八貫七百九十二文 ( $45036 \times 58 \div (58 + 45 + 36)$ )

乙十四貫五百八十〇文 ( $45036 \times 45 \div (58 + 45 + 36)$ )

丙十一貫六百六十四文 ( $45036 \times 36 \div (58 + 45 + 36)$ )

商功修築門 十三文 : 城과 堡 等を 修築하는 狀況을 問題化한 부피

164 : 今有窄地積三百六十尺問爲堅壤各幾何 ( 지금 땅의 부피 360 척을 파내었다. 같은 흙과 부드러운 흙은 각각 얼마씩인지 계산하여라.)

答曰堅二百七十尺 (  $360 \times 3 \div 4 = 270$   $3/4$  는 經驗 理論 )

壤四百五十尺 (  $360 \times 5 \div 4 = 450$   $5/4$  는 經驗 理論 )

貴賤反率門 八問 : 品質의 高下에 따른 物件값 計算에 따른 問題

177 : 今有錢三百四十五文共買乳檀香一百四十兩只云乳香兩價貴如檀香

兩價一文問二色各幾何 ( 지금 돈 345 문으로 유향과 단향을 합하여 140 량을 살 수 있다. 그런데, 유향의 가격이 단향 보다 1 량에 1 분이 더 비싸다. 유향과 단향의 무게를 각각 계산하여라. )

答曰檀香七十五兩兩價二文 (  $345 \div 140 = 2 \dots 65$  兩價二文 )

乳香六十五兩兩價三文 ( 나머지 65 兩이고, 兩價는三文 )

▷ 算學啓蒙券下 ◁ 五門 七十五問

之分齊同門 九問 : IV 에서 詳細化

堆積還源門 十四問 : 物件의 箇數 내지 부피의 計算으로 境遇의 數, 順列, 組合 等の 概念을 包含한 問題

194 : 今有交草底子每面五十四束問積幾何 ( 지금 꼴단을 쌓아 놓았는데, 제일 밑면의 개수가 54 개이고, 옆면의 개수도 54 개이다. 꼴단은 전부 몇 개인지를 계산하여라. )

答曰一千四百八十五束 (  $54 \times (54 + 1) \div 2 = 1485$  )

盈不足術門 九問 : 二元一次聯立方程式 問題로 주로 等值法 使用

208 : 今有人分銀不知其數只云人分四兩剩一十二兩人分七兩少六十兩問

銀及人幾何 ( 지금 사람들에게 은을 나누어 주려는데, 4 량씩 나누면 12 량이 남고, 7 량씩 나누면 60 량이 모자란다. 은의 무게와

사람의 수를 각각 계산하여라.)

$$\text{答日銀一百〇八兩 } ((12 \times 7 + 4 \times 60) \div (7 - 4) = 108 ;$$

$$\text{人二十四 } ((12 + 60) \div (7 - 4) = 24 )$$

方程正負門 九問 : 正(+) 과 負(-) 를 使用하여 方程式을 解決

217 : 今有羅四尺綾五尺絹六尺直錢一貫二百一十九文羅五尺綾六尺絹四尺直錢一貫二百六十八文羅六尺綾四尺絹五尺直錢一貫二百六十

三文問羅綾絹尺價各幾何 ( 굵은 비단 4 척, 얇은 비단 5 척, 명주 비단 6 척의 가격은 1 관 219 문이고, 굵은 비단 5 척, 얇은 비단 6 척, 명주 비단 4 척의 가격은 1 관 268 문이고, 굵은 비단 6 척, 얇은 비단 4 척, 명주 비단 5 척의 가격은 1 관 219 문이다. 굵은 비단, 얇은 비단, 명주 비단의 각각에 대한 1 척의 가격을 계산하여라.)

$$\text{答日羅九十八文綾八十五文絹六十七文}$$

開方釋鎖門 三十四問 : 제곱근, 3 제곱근 등을 求하는 問題 狀況

226 : 今有平方竅四千〇九十六步問爲方面幾何 ( 지금 제곱수가 4096 보이다. 원래의 수를 계산하여라.)

$$\text{答日六十四步 } ( \text{廉法}(10\text{의 竅자리}) \text{과 隅法の 計算에 依함} )$$

望海島術附 出楊輝算法 二問

① 今有望海島立二表各五丈(丈當作步)相去千步前後參直從前表却行百二十三步人目著地取望島峯與前表參齊復從後表却行一百二十七步人目著地取望島峯亦與後表參齊問島高及島距前表幾何 ( 지금 바다섬을 바라보면서 2 개의 막대기를 세웠는데 각각은 5 장이다. 바다섬에 일

직선되게 1000 보를 띄워놓았다. 뒤 막대기에서 뒤로 123 보를 뒤로 물러나서 땅바닥에 눈을 대고 바다섬을 바라보았더니 앞 막대기 끝과 바다섬의 봉우리가 일치하였다. 이 번에는 뒤 막대기에서 뒤로 127 보를 뒤로 물러나서 땅바닥에 눈을 대고 바다섬을 바라보았더니 뒤 막대기 끝과 바다섬의 봉우리가 일치하였다. 바다섬의 높이와 앞 막대기에서 바다섬 까지의 거리를 각각 계산하여라.)

答曰島高四里〇五十五步 \* 五尺爲一步

島高前表一百〇二里一百五十步 \* 三百步爲一里

② 今有竿不知其高從竿脚量距二十五尺立十尺之表表後五尺立四尺窺穴 望見表端與竿參齊問竿高幾何 (지금 높이를 모르는 장대가 있다. 이 장대에서 25 척을 띄우고 높이 10 척인 막대기를 세웠다. 다시 이 막대기로 부터 원래의 장대와 일직선되게 5 척을 띄우고 끝에 구멍이 있는 높이 4 척인 막대기를 세웠다. 구멍을 통하여 장대끝을 바라보았더니 먼저 세웠던 막대기 끝과 일치하였다. 원래의 장대의 높이를 계산하여라.)

答曰四十尺

#### IV. 算學啓蒙에서의 之分齊同門

185 : 約分 今有五十六分之二十一問約之幾何

答曰八分之三

術曰先列分母五十六於上位次列分子二十一於下位以子兩次減其母

餘一十四母復減其子餘七子又減其母亦餘七乃得等數爲約法別列分  
母五十六分子二十一各以法約之合問

(185 : 약분 지금  $21/56$  이 있는데 약분하면 얼마인가 ?

답은  $3/8$  이다.

방법으로 말하자면, 분모 56 을 위에 쓰고, 그 아래 분자 21 을  
놓은 다음에, 분모에서 분자를 두번 빼어 14 를 얻는다. 다시  
14 에서 분자 7 을 빼니 나머지가 7 이 된다. 이 7 이 等數가  
되고, 분모 56 과 분자 21 을 각각 7 로 나누어 답한다. )

$$\begin{aligned} \text{即, } 56 - 21 &= 35 \rightarrow 35 - 21 = 14 \rightarrow 21 - 14 = 7 \rightarrow 14 - 7 = 7 \rightarrow \\ 56 \div 7 &= 8 \rightarrow 21 \div 7 = 3 \quad \therefore 21/56 = \frac{3}{8} \end{aligned}$$

Euclid 互除法으로는  $56 = 2 \times 21 + 14$

$$21 = 1 \times 14 + 7$$

$$14 = 2 \times \boxed{7}$$

約分, 分母, 分子, 等數(最大公約數) 用語가 使用되고 있다.

186 : 合分 今有甲絲八分兩之七乙絲七分兩之六丙絲六分兩之五合問之  
得幾何



答曰二兩一百六十八分兩之〇九十五

\*\*\* 圖布算 \*\*\*

術曰依圖布算母互乘子右上得二百九十四右中得二百八十八右下得二百八十三位併之共得八百六十二爲實左行分母相乘得三百三十六爲法實如法而一不滿法者各半之合問

Ⅲ	八分	π	之七
π	七分	⊥	之六
⊥	六分	ⅢⅢⅢ	之五

(186 : 합분 지금 갑의 실은 7/8 량, 을의 실은 6/7 량, 병의 실은 5/6 량이다. 모두 합하면 얼마인가 ?

답은 2 량 95/168 량

방법으로 말하자면, 圖布算에서  $6 \times 7 \times 7 = 294$ ,  $8 \times 6 \times 6 = 288$ ,  $8 \times 7 \times 5 = 280$  을 얻고,  $294 + 288 + 280 = 862$  를 實(피젯수)로 놓는다. 분모  $8 \times 7 \times 6 = 336$  을 法(젯수)으로 놓고, 나눗셈을 하여 나머지는  $\frac{1}{2}$  하여 답한다.)

합분(덧셈), 實(분자 또는 피젯수), 法(분모 또는 젯수), 實如法而一(나눗셈), 不滿法者(나머지)의 用語가 使用되고 있다.

① 一般的인 方法을 說明하는데, 分母가 서로 다른 것의 덧셈을 說明하고, 나중에 分母가 같은 境遇를 記述하고 있어, 現在의 學校에서의 提示 順序 卽 同分母 → 異分母 에 逆의 立場을 取하고 있다.

② 分母의 最小公倍數를 求하지 않고, 一般的인 方法을 說明하기에, 簡單한 分數를 取扱하고 있기에 教育的인 配慮가 窺보인다.

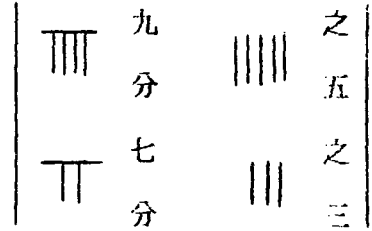
187 : 減分 今有甲錢九分錢之五減其乙錢七分錢之三問餘幾何

答曰六十三分錢之八

術曰依圖布算母互乘子右上得三十五

\*\*\* 圖布算 \*\*\*

右下得二十七以少減多餘八爲實左行  
分母相乘得六十三爲法實如法而一不  
滿法者命之合問



(187 : 감분 지금 갑의 돈 5/9 전에서 을의 돈 3/7 전을 빼면 얼마인가 ?

답은 8/63 전

방법으로 말하자면, 圖布算에서  $7 \times 5 = 35$ ,  $9 \times 3 = 27$  을 얻어 서로 뺀 8 을 實(피젯수)로 놓고, 분모의 곱  $7 \times 9 = 63$  을 法(젯수)으로 놓아서 나눗셈으로 나머지를 답한다. )

減分(뺄셈)의 用語가 使用되고, 異分母의 境遇가 있고, 同分母의 境遇에 對해서는 言及이 없다.

188 : 課分 今有甲持絹七分尺之五乙持絹四分尺之三問孰多多幾何

答曰乙絹多多二十八分尺之〇

術曰依圖布算母互乘子右得上得二十右 \* \* \* 圖布算 \* \* \*

下得二十一以少減多餘一爲實分母相 乘得二十八爲法實如法而一不滿法者 命之合間	<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">⏏</td> <td style="text-align: center;">七</td> <td style="text-align: center;">    </td> <td style="text-align: center;">之</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">分</td> <td></td> <td style="text-align: center;">五</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">    </td> <td style="text-align: center;">四</td> <td style="text-align: center;">   </td> <td style="text-align: center;">之</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">分</td> <td></td> <td style="text-align: center;">三</td> </tr> </table>	⏏	七		之		分		五		四		之		分		三	
⏏	七		之															
	分		五															
	四		之															
	分		三															

(188 : 과분 지금 갑의 비단은 5/7 척, 을의 비단은 3/4 척이 있다.

어느쪽이 얼마만큼 많은가 ?

답은 을의 비단이 1/28 척

방법으로 말하자면, 圖布算에서  $4 \times 5 = 20$ ,  $7 \times 3 = 21$  을 얻고  
 $21 - 20 = 1$  을 實(피젯수)로 하고, 분모의 곱  $7 \times 4 = 28$  을  
 法(젯수)으로 하여 나머지를 답한다.

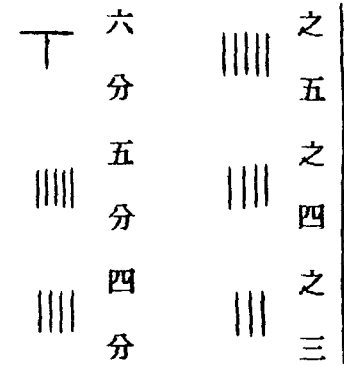
課分(분수의 대소 비교)의 用語가 使用되고 있는데, 이는 分數의 벨셈  
 과 비슷하다.

189 : 平分 今有甲米六分斗之五乙米五分斗之四丙米四分斗之三間減多  
 益少各幾何而平

答曰各平一百八十〇分之一百四十三

\*\*\* 圖布算 \*\*\*

術曰依圖布算母互乘子右上得一百右



中得九十六右下得九十各爲列實副併

得二百八十六爲平實左行分母相乘得

一百二十爲法又三之得三百六十亦三

因右行未併者平實法實各半之得數減

右上七減右中一而益右下得各平也合

問 平實二歸一百四十三 法實二歸

一百八十

(189 : 평균 지금 값의 쌀은 5/6 두, 을의 쌀은 4/5 두, 병의 쌀은 3/4 두 가 있다. 많은 것에서 빼고 적은 것에는 더한 평균은 얼마인가?

답은 평균은 143/180 두 이다.

방법으로 말하자면, 圖布算에서  $5 \times 4 \times 5 = 100$ ,  $6 \times 4 \times 4 = 96$ ,  $6 \times 5 \times 3 = 90$  을 얻고,  $100 + 96 + 90 = 286$  을 얻어 平實로 하고, 분모의 곱  $6 \times 5 \times 4 = 120$  을 法으로 하고, 이에 3 을 곱한  $120 \times 3 = 360$  을 平法으로 하고, 平實과 平法을 各各 半으로 하여 물음에 답한다. 즉  $286 \div 2 = 143$ ,  $360 \div 2 = 180$

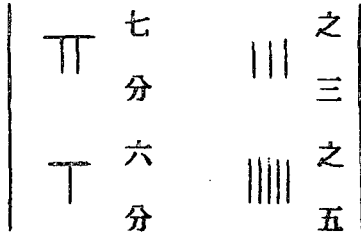
平分(分數의 平均)이라는 用語가 使用하고 있는데, 現代的인 數學的 表記로는  $(5/6 + 4/5 + 3/4) \div 3 = 286/360 = 143/180$  이다.

190 : 除分 今有六人五分人之四分銀八兩七分兩之三六分兩之五問人得幾何

答曰一兩一千四百二十八分兩之五百一十七

術曰依圖布算母互乘子併之得五十三  
寄位左行相乘得四十二以乘銀八兩得三百三十六併入寄位共得三百八十九以人分母五因之得一千九百四十五爲實又列六人通分內子得三十四以銀分母四十二乘之得一千四百二十八爲法實如法而一得一兩不滿法者命之合問

\*\*\* 圖布算 \*\*\*



(190 : 계분 지금 6 사람과 4/5 사람이 은 8 량과 3/7 량과 5/6 량을 나누려고 하면, 각각에게 얼마씩 돌아가는가 ?

답은 1 량과 517/1428 량이다.

방법으로 말하자면, 圖布算에서  $7 \times 5 = 35$ ,  $6 \times 3 = 18$ ,  $35 + 18 = 53$  을 얻는다. 왼쪽행  $7 \times 6 = 42$  를 얻은 다음 은 8 량을 곱하여  $42 \times 8 = 336$  을 얻는다.  $336 + 53 = 389$  를 얻고, 이에 5 를 곱한  $389 \times 5 = 1945$  를 實(피젯수)로 놓는다. 또 6 사람을 通分內子(가분수로 고치는 것)하여  $6 \times 5 + 4 = 34$  를 얻고, 이에 분모 42 를 곱하여  $34 \times 42 = 1428$  을 法(젯수)으로 한 다음에 나눗셈으로 나머지를 답한다.

即  $1945 \div 1428 = 1 \dots$  나머지 517

除分(나눗셈),通分內子(대분수 → 가분수) 등의 用語가 使用되고 있고, 現代的 表記法으로는  $(8 + 3/7 + 5/6) \div (6 + 4/5)$  이다.

- ① 帶分數의 呼稱이 위를 따르고 있다. 즉 6 사람과 4/5 사람 등
- ② 4/5 사람이라는 不自然스러운 用語를 使用하고 있다.

191 : 乘分 今有田闊一十三分步之九長一十八分步之十一得爲田幾何

答曰二十六分步之十一

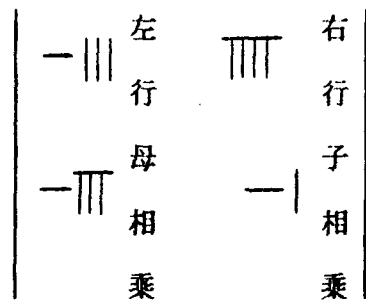
術曰依圖布算列分母相乘得二百

三十四爲法分子相乘得九十九爲

實實如法而一不滿法者各九約之

合問

\*\*\* 圖布算 \*\*\*



(191 : 승분 지금 밭의 가로가 9/13 보, 세로는 11/18 보이다. 밭의 넓이는 얼마인가 ?

답은 11/26 보이다.

방법으로 말하자면,圖布算에서 분모  $13 \times 18 = 234$  를 法(겹수)으로 하고, 분자  $9 \times 11 = 99$  를 實(피겹수)로 한다음, 나눗셈으로 求하는데, 나머지 各各을 9 로 約分하여 答한다.

乘分(곱셈)이란 用語가 使用되고 있으며, 곱셈의 一般的인 方法을 說明하고 있다.

192 : 命分 今有錢三百四十六貫八百文買絲二百九十八斤問斤價幾何

答曰一貫一百六十三文一百四十九分文之一百十三

術曰列錢數於上爲實以絲數爲法實如法而一不滿法者各半之合問

(192 : 명분 지금 돈 346800 문으로 실 298 근을 살 수 있다. 실 1 근의 값은 얼마인가 ?

답은 1163 문 113/149 문

방법으로 말하자면, 돈의 數를 實(피젯수)로 놓고, 실의 數를 法(젯수)으로 한 다음, 나눗셈으로 求하는데, 나머지는 各各 1/2 하여 물음에 답한다. 卽  $346800 \div 298 = 1163 \dots$  나머지 : 226

193 : 前題還原 今有絲二百九十八斤斤價一貫一百六十三文一百四十九分文之一百一十三問直錢幾何

答曰三百四十六貫八百文

術曰列共數於上斤價通分內子得十七萬三千四百以乘上位得五千一百六十七萬 三千二百以分母一百四十九約之合問

(193 : 앞의 문제로 되돌아감 지금 실이 298 근이 있는데, 1 근의 값은 1163 문 113/149 문이다. 실의 값은 얼마인가 ?

답은 3468000 문이다.

방법으로 말하자면, 실 1 근의 값을 通分內子(帶分數 → 假分數) 하여 173400 을 얻고, 이에 298 을 곱한 卽,  $173400 \times 298 = 51673200$  을 얻어 분모 149 로 약분하여 답한다.

卽,  $51673200 \div 149 = 346800$

이는  $298 \times ( 1163 + 113/149 )$  와 같다.

## V. 結 論

算學啓蒙에 나타난 分數를 살펴보면, 現在 學校 現場에서 教授-學習되고 있는 方法과 內容의 提示 方法과는 조금은 相異함을 알 수 있다. 現行의 教科書 等에서는 例題 또는 「보기」를 通하여 問題를 提示한 다음에 풀이 過程을 例示하고 正答을 보여주고 있지만, 算學啓蒙에서는 「問題 → 正答 → 풀이 方法」의 順序를 따르고 있다.

現在 우리나라에서 使用하고 있는 分數에 關한 用語는 그 表記法은 西洋式을 따르고 있지만, 읽는 方法에서는 算學啓蒙 等の 옛 算書의 것을 따르고 있다. 分數의 四則計算의 順序도 現行의 學校 現場의 教科書에서는 「덧셈 → 뺄셈 → 곱셈 → 나눗셈」의 順序를 擇하고 있지만, 算學啓蒙에서는 「덧셈 → 뺄셈 → 나눗셈 → 곱셈」의 順序를 따르고 있다.

現行의 數學 教科書 等에서는 記號의 表記를 通한 公式과 같은 形式을 主로 使用하여 問題를 解決하고 있지만, 算學啓蒙에서는 記號는 使用하지 않고 說明을 通한 節次를 提示하고 있어서 恰似 技術者에게 技術을 傳授하는 것과 같은 느낌이 든다. 圖布算으로 일컬어지는 表의 使用은 解析學等에서 使用하는 Jacobian 과 類似하다

現行의 數學 教科書 等에서는 1, 2, 3, 4, ... 의 아라비아 數字를 使用하고 있지만, 算學啓蒙에서는 |, ||, |||, ||||, ... 의 算帶 記號를 使用하고 있어서, 數에 對한 量的 感覺的인 側面에서는 오히려 算學啓蒙 쪽이 좀더 豊富하리라는 생각이다.

分數에 關한 提示方法으로는 「約分하기 → 分數의 덧셈 → 分數의



백셈 → 分數의 大小 比較 → 分數의 平均 → 分數의 나눗셈 → 分數의 곱셈 → 算 計算」 順序를 提示하고 있는데, 問題에서 簡單한 分數를 取扱하고 있어서 教育的으로 相當한 配慮가 있는 듯 하다.

算學啓蒙은 元來 初學者의 入門을 目的으로 쓰여진 冊子이기에, 高度의 數學的인 知識을 提供하고 있지는 않으나, 처음으로 數學을 工夫하고자하는 사람들에게는 알맞은 方法을 提示하고있지않나하는 생각이다.

數學이라는 學問으로서의 Mathematics 을 隱然中에 強調하고있는 듯한 現 數學 教育課程에, 算術로서의 Arithmetic 側面을 重視하고 있는 듯한 先祖들의 생각을 다시한번 돌이켜볼 必要가 있을 것이다.

## Study of Fraction in Arithmetic Enlightenment

Park Bae Hun , Park Geun Duk

### Abstract

Arithmetic Enlightenment is written for school beginner and has given much influence to Korea. this article makes a review of fraction in Arithmetic Enlightenment.

Difference of the way of thinking between the West and the Orient, fraction in Nine Chapter of Arithmetic, overview of Arithmetic Enlightenment, fraction education in Arithmetic Enlightenment, all of which are described in this article. - END -