

수평위치 결정을 위한 망조정 해석에 관한 연구

A Study on the Network Adjustment Analysis for Planimetric Positioning

유 복 모* 조 기 성**
Yeu, Bock Mo Cho, Gi Sung
이 현 직*** 광 등 옥****
Lee, Hyun Jik Kwak, Dong Uk

요 지

본 연구에서는 단일망 형태와 중심조합망 형태를 고려하여 기존 망조정 방법 및 조합 망조정 방법에 의해 계산된 각 점의 평균계공간 오차와 표준오차 타원을 계산하여 각 방법을 비교 분석하였다.

본 연구 결과로써 기존의 망조정 방법에서는 삼변측량, 다가측량, 삼각측량의 순으로, 조합 망조정 방법에서는 다변측량, 조합 다가측량, 삼각 삼변측량의 순으로 정확도가 좋게 나타났으며, 중요한 신설점을 추가할 경우 망의 형태는 단일망 형태보다 중심조합망 형태로 구성하여 잉여관측수를 증가시킴으로써 정확도를 향상시킬 수 있었다.

또한, 조합 다가측량의 경우, 관측 가능한 측선거리를 증가시킴으로써 삼변측량의 성과에 준하는 정확도를 얻을 수 있었고, 시통이 양호하고 넓은 지역에는 다변측량 방법이 효과적이며, 도시 지역과 같은 시통이 어려운 시가지에서는 조합다가 측량을 이용하는 것이 바람직하다고 사료되었다.

ABSTRACT

In this study, conventional network adjustment and combined network adjustment methods for single network adjustment methods for single network and centric combination network were compared by the analysis of root mean square error and standard error ellipse of observed points.

It can be concluded from this study that for conventional surveying methods, the accuracy is in the order of trilateration, traverse and triangulation, and for the case of combined surveying method, the accuracy is in the order of multilateration surveying, combined traverse and combined triangulation-trilateration surveying.

And when establishing new control points, the accuracy can be improved by increasing redundant observations of centric combination network instead of using the single network.

Also, in case of combined traverse surveying, by adding observable laterals, accuracy level of trilateration could be achieved, and it was found that traverse is effective for large areas where sighting is easy, and combined traverse surveying is effective for urban areas where sighting is difficult.

1. 서 론

기준점은 모든 측량의 기준이 되는 것으로서,

- * 연세대학교 공과대학 교수
- ** 연세대학교 산업기술연구소 객원연구원
- *** 연세대학교 대학원 토목공학과 박사과정
- **** 연세대학교 대학원 토목공학과 석사과정

기준점 성과는 국토에 대한 모든 정보를 정확하게 파악할 수 있는 기초 자료로 그 중요성이 매우 크다 하겠다. 더우기 모든 정보 체계가 확산화되는 현대의 추세를 볼 때 국토종합 개발계획이나, 지형 및 공간정보 체계의 구축 등에서 기준점 성과의 정확도는 모든 계획의 중요 요인이 된다. 그리고, 국가 경제의 발전으로 인한 전

국토에 걸친 지가의 상승, 특히 도시 지역에서 지가의 상승으로 인하여 적은 범위의 토지에 대한 정확한 측량이 요구되나 종래의 정확도로서는 유지하기 힘든 실정이다. 지적 조사를 위해 급조된 삼각측량 성과가 그대로 현용되고 있는 토지에 대한 문제를 해결하기 위한 토지재조사 사업에서도 정밀 기준점망의 구성이 우선되어야 하며, 과학장비의 발달로 멀리 떨어진 장래에 이루어질 것으로 예상되는 국가간의 측지망 연결에 있어서도 우리 나라 경위도 원점에 의한 정밀 삼각망의 구성이 이루어져야 함은 국위선양에 있어서도 중요한 문제이다.

이러한 추세에 맞추어 국립지리원에서는 정밀 측지망 구성을 위한 정밀측지 측량을 실시하고 있으나, 이를 보존하고 이용하기 위한 유지관리에 대한 연구는 미흡한 실정이다. 그리고, 도시 지역에서의 기준점은 현행의 기준점망으로는 도시 지역의 확장으로 측정의 배치 및 주변환경 상태로 보아 기준점망의 재구성이 불가피한 실정이다.

따라서 본 연구에서는 이와같은 국립지리원에서 실시하고 있는 정밀측지망 재구성을 위한 사업에 맞추어 관측 방정식을 이용한 수평위치 결정 방법을 비교 분석하여 중요한 신설점을 설치하거나 도시 지역과 같이 시준이 곤란한 지역에 적합한 망조정 방법을 제시하고자 한다.

2. 망조정 해석이론

수평위치 결정 방법은 수평면 내에 존재하는 세 점들간의 평면좌표(X, Y)를 결정하는 방법이다.

수평 위치를 결정하기 위한 수평망 조정 방법에는 최소 제곱법을 이용한 조건 방식에 의한 방법과 관측 방정식에 의한 방법이 있으나 본 연구에서는 관측 방정식에 의한 방법을 다각, 삼각, 삼변망 조정에 적용하였다.

(1) 거리 관측 방정식

그림 1에 나타낸 바와 같은 선분 I-J에 대한 거리 관측 방정식은 식 (1)과 같다.

$$L_{ij} + V_{Lij} = \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2} \quad \dots\dots(1)$$

여기서, L_{ij} 는 선분 I-J의 관측거리, V_{Lij} 는 관측거리에 대한 잔차, X_i, Y_i, X_j, Y_j 는 I, J점의 조정좌표이다.

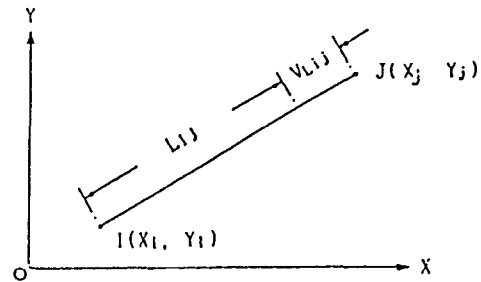


그림 1. 선분 I-J의 거리관측

선형화 된 거리 관측 방정식은 식 (2)와 같이 된다.

$$K_{Lij} + V_{Lij} = \left[\frac{X_{j0} - X_{i0}}{IJ_0} \right] dX_i + \left[\frac{Y_{j0} - Y_{i0}}{IJ_0} \right] dY_i + \left[\frac{X_{j0} - X_{i0}}{IJ_0} \right] dX_j + \left[\frac{Y_{j0} - Y_{i0}}{IJ_0} \right] dY_j \quad \dots\dots(2)$$

여기서, $K_{Lij} = L_{ij} - IJ_0$

$$IJ_0 = \sqrt{(X_{j0} - X_{i0})^2 + (Y_{j0} - Y_{i0})^2}$$

(2) 각관측 방정식

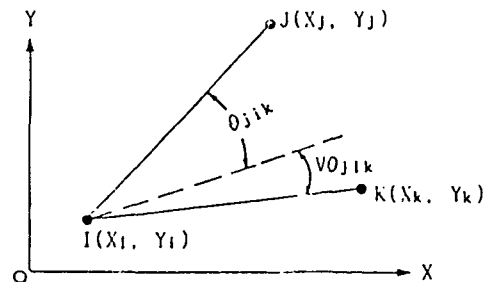


그림 2. ∠JIK의 각관측

그림 2에 나타낸 ∠JIK의 각 관측 방정식은 식 (3)과 같다.

$$\theta_{ijk} + V_{\theta_{ijk}} = \tan^{-1} \left[\frac{Y_j - Y_i}{X_j - X_i} \right] - \tan^{-1} \left[\frac{Y_k - Y_i}{X_k - X_i} \right] \quad \dots\dots(3)$$

여기서, θ_{ijk} 는 관측자, $V\theta_{ijk}$ 는 관측자의 잔차, $X_i, Y_i, X_j, Y_j, X_k, Y_k$ 는 각점 좌표의 최확값이며, 식 (3)을 선형화 하면 식 (4)와 같다.

$$\begin{aligned} \theta_{ijk} + V\theta_{ijk} &= U(X_i, Y_i, X_j, Y_j, X_k, Y_k) \\ &= U(X_{i0}, Y_{i0}, X_{j0}, Y_{j0}, X_{k0}, Y_{k0}) \\ &\quad + \frac{\partial U}{\partial X_{i0}} dX_i + \frac{\partial U}{\partial Y_{i0}} dY_i \\ &\quad + \frac{\partial U}{\partial X_{j0}} dX_j + \frac{\partial U}{\partial Y_{j0}} dY_j \\ &\quad + \frac{\partial U}{\partial X_{k0}} dX_k + \frac{\partial U}{\partial Y_{k0}} dY_k \end{aligned} \quad \dots\dots(4)$$

따라서, 각 관측 방정식은

$$\begin{aligned} K\theta_{jik} + V\theta_{jik} &= \left[\frac{Y_{i0} - Y_{j0}}{(IJ_0)^2} - \frac{Y_{k0} - Y_{i0}}{(IK_0)^2} \right] dX_i \\ &\quad + \left[\frac{X_{j0} - X_{i0}}{(IJ_0)^2} - \frac{X_{j0} - X_{k0}}{(IK_0)^2} \right] dY_i \\ &\quad + \left[\frac{Y_{i0} - Y_{j0}}{(IJ_0)^2} \right] dX_i \\ &\quad + \left[\frac{X_{j0} - X_{i0}}{(IJ_0)^2} \right] dY_i \\ &\quad + \left[\frac{Y_{k0} - Y_{i0}}{(IK_0)^2} \right] dX_k \\ &\quad + \left[\frac{X_{i0} - X_{j0}}{(IK_0)^2} \right] dY_k \dots\dots(5) \end{aligned}$$

이다. 여기서,

$$K\theta_{jik} = \theta_{jik} - \theta_{0jik} \quad \dots\dots(6)$$

$$\theta_{0jik} = \tan^{-1} \left[\frac{Y_{j0} - Y_{i0}}{X_{j0} - X_{i0}} \right] - \tan^{-1} \left[\frac{Y_{k0} - Y_{i0}}{X_{k0} - X_{i0}} \right]$$

이다.

(3) 망조정을 위한 최소 제곱법

식 (2) 및 (5)에 나타낸 거리 및 각 관측 방정식의 일반적인 관측 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_1(a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n) = P_1(l_1 + V_1)$$

$$P_2(a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2n}X_n) = P_2(l_2 + V_2)$$

$$\begin{aligned} &\vdots \\ P_m(a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \dots + a_{mn}X_n) \\ &= P_m(l_m + V_m) \end{aligned} \quad \dots\dots(7)$$

식 (7)을 행렬 형태로 나타내면

$$PAX = P(L + V) \quad \dots\dots(8)$$

이며, 여기서,

$$\begin{aligned} P &= \begin{bmatrix} P_1 & & & \\ & P_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & P_m \end{bmatrix}^m; \\ A &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}^n \\ X &= \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix}^n; L = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_m \end{bmatrix}^m; V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_m \end{bmatrix}^m \end{aligned}$$

이다.

최소 제곱법에 의한 해는 잔차의 제곱의 합이 최소가 되어야 하므로 행렬 형태에서 VTPV가 최소가 되어야 한다.

$$\sum PV^2 \rightarrow \min \quad \dots\dots(9)$$

(4) 표준 오차 타원

측량에서 어떤 관측값이나 망 조정을 통한 임의점의 좌표값의 확률변수(random variable)가 구체적인 값을 가질 확률은 분포함수(distribution function) 또는 밀도함수(density function)로 결정된다.

관측값은 정규분포를 가지며, 이 밀도함수는,

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \text{EXP} \left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2} \right] \\ &\quad -\infty < x < \infty \end{aligned} \quad \dots\dots(10)$$

이다. 여기서, μ 는 확률 변수의 평균, σ 는 표준 편차이다.

정규 분포의 분포 함수는

$$\begin{aligned} F(x) &= \int_{-\infty}^x f(x) du \\ &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \text{EXP} \left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2} \right] du \end{aligned} \quad \dots\dots(11)$$

이며, 식 (11)과 같은 정규분포가 X, Y 두 변수일 경우,

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \frac{1-\rho^2}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}} \text{EXP} \\ &\quad \left[\frac{-1}{2(1-\rho^2)} \left\{ \left[\frac{x-\mu_x}{\sigma_x} \right]^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 2\rho \left[\frac{x-\mu_x}{\sigma_x} \right] \left[\frac{y-\mu_y}{\sigma_y} \right] \right\} \right] \end{aligned}$$

$$+ \left[\frac{y - \mu_y}{\sigma_y} \right]^2 \} \dots\dots(12)$$

여기서,

- μ_x, μ_y : X, Y 변수의 평균
- σ_x, σ_y : X, Y 변수의 표준편차
- ρ : X와 Y의 상관계수

이다.

2차 정규 분포의 곡면을 X, Y 평면에 평행한 면으로 절단하면 타원이 된다. X, Y 평면에서부터의 높이를 K라 하면 식 (12)에서 $f(x, y) = K$ 로 하여 정리하면 다음과 같은 타원식을 얻을 수 있다.

$$\left[\frac{x - \mu_x}{\sigma_x} \right]^2 - 2\rho \left[\frac{x - \mu_x}{\sigma_x} \right] \left[\frac{y - \mu_y}{\sigma_y} \right] + \left[\frac{y - \mu_y}{\sigma_y} \right]^2 = (1 - \rho^2) C^2 \dots\dots(13)$$

단, $C^2 = \ln \{ 4 \pi^2 K^2 \sigma_x^2 \sigma_y^2 (1 - \rho^2)^{-1} \}$, 일정

특히 $C=1$ 일때 이 타원을 표준오차타원(standard error ellipse)이라 하며, 표준오차 타원의 호, 크기, 장축의 방향 σ_x, σ_y, ρ 에 따라 그림 3과 같이 여러 가지로 변한다.

그림 4의 점선으로 그린 4각형의 크기는 σ_x

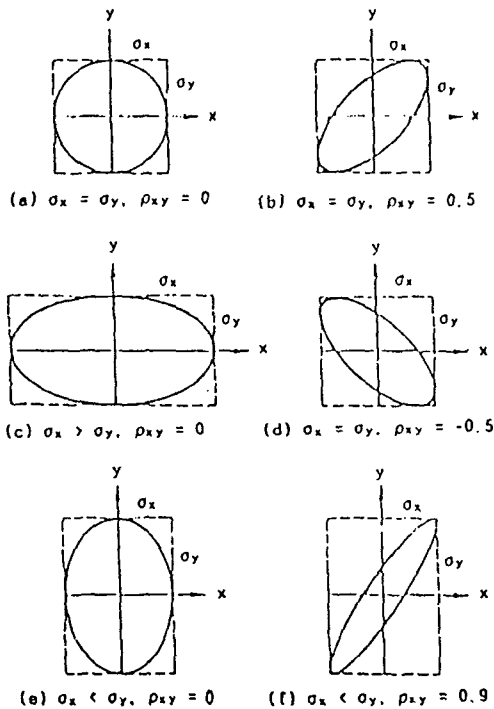


그림 3. 표준오차 타원의 여러가지 형태

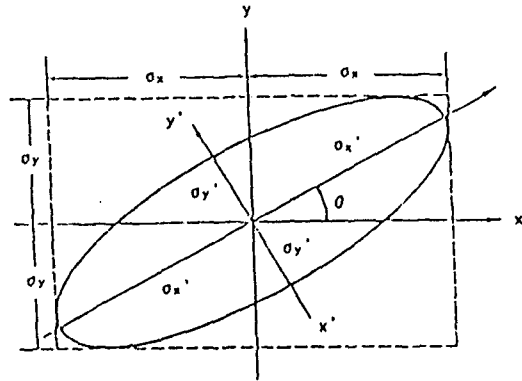


그림 4. 표준오차 타원

와 σ_y 이다. 타원의 장축 σ_x' 와 σ_y' 는 원래 좌표의 X축, Y축과 반드시 일치하지는 않으며, σ_x' 는 X축과 θ 라는 각을 가진다.

3. 관측 및 결과분석

(1) 관측대상 및 관측

본 연구에서는 수평위치 결정을 위한 삼각측량, 다각측량, 삼변측량에 의한 망조정 해석을 위해 그림 5와 같은 관측 대상을 선택하여 각각의 변길이 및 각을 관측하였다.

본 관측 대상은 기준점 2점을 포함한 16개의 측점과 33개의 측선을 기본으로 하여 이루어진 망으로 각 관측은 1" 등 theodolite를 이용하였으며, 거리는 정확도가 $\pm(5 \text{ mm} + 5 \text{ ppm} \times D)$ 인 전자파거리 측량기를 이용하여 관측하였다. 이들 각각의 관측값은 표 1 및 표 2와 같다.

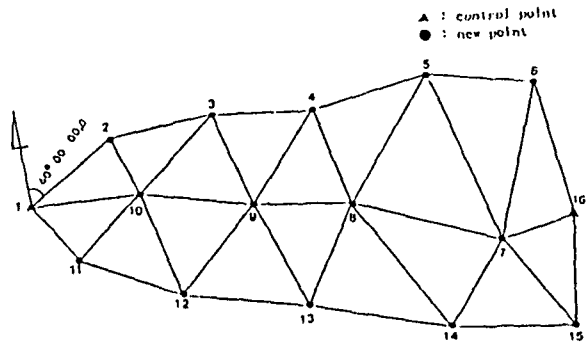


그림 5. 관측대상

표 1. 각 관측값

측 점	관측값 (도. 분. 초)	측 점	관측값 (도. 분. 초)
2- 1-10	35. 3. 4.6	15-16- 7	70. 30. 56.4
1-10- 2	69. 40. 29.4	7-15-10	41. 7. 37.1
10- 2- 1	75. 10. 29.2	16- 7-15	68. 21. 32.4
3- 2-10	74. 45. 11.1	14-15- 7	50. 40. 32.0
10- 3- 2	34. 59. 37.8	7-14-15	56. 51. 03.7
2-10- 3	70. 15. 17.2	15- 7-14	72. 28. 27.3
3-10- 9	53. 38. 54.8	14- 7- 8	73. 1. 41.1
10- 9- 3	64. 21. 28.0	7- 8-14	37. 43. 32.0
9- 3-10	61. 59. 42.8	8-14- 7	69. 14. 51.7
4- 3- 9	72. 54. 53.9	13-14- 8	41. 2. 58.4
9- 4- 3	55. 2. 44.4	8-13-14	77. 00. 51.1
3- 9- 4	52. 2. 29.9	14- 8-13	01. 50. 16.2
4- 9- 8	58. 6. 17.7	13- 8- 9	66. 50. 52.7
9- 8- 4	67. 48. 48.1	8- 9-13	60. 3. 30.9
8- 4- 9	54. 4. 56.1	9-13- 8	53. 5. 39.2
5- 4- 8	84. 33. 13.5	12-13- 9	56. 15. 39.6
8- 5- 4	42. 12. 13.8	9-12-13	58. 11. 46.8
4- 8- 5	53. 14. 38.1	13- 9-12	65. 32. 88.6
5- 8- 7	72. 25. 47.6	12- 9-10	59. 53. 47.8
8- 7- 5	53. 19. 13.8	9-10-12	62. 19. 45.6
7- 5- 8	54. 15. 01.2	10-12- 9	57. 46. 29.8
6- 5- 7	63. 37. 19.5	11-12-10	47. 45. 14.1
7- 6- 5	81. 16. 43.5	10-11-12	67. 3. 58.1
5- 7- 6	35. 6. 03.1	12-10-11	65. 10. 53.8
16- 6- 7	27. 32. 55.8	11-10- 1	38. 48. 58.7
7-16- 6	94. 43. 60.0	10- 1-11	53. 30. 34.3
6- 7-16	57. 43. 10.2	1-11-10	87. 40. 37.6

* 방위각 : 60° 00' 00".0

본 연구에서 사용된 각각의 망조정을 위한 프로그래밍의 흐름도는 그림 6 과 같다.

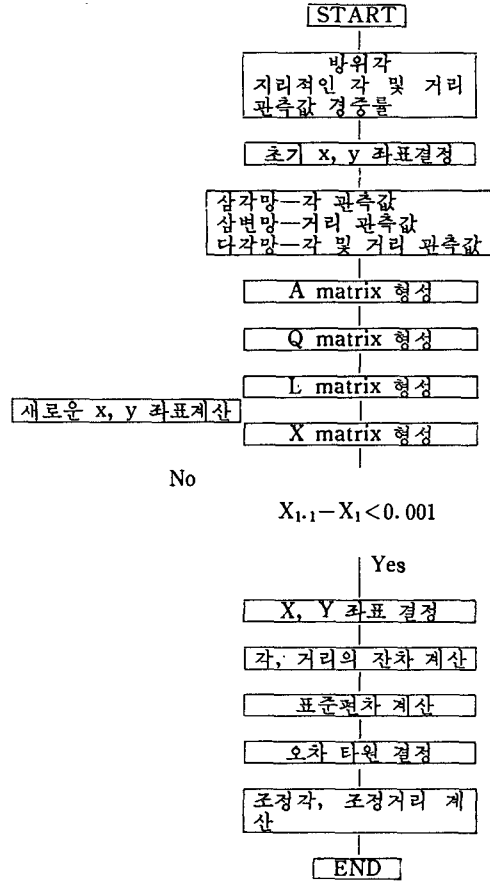


그림 6. 망조정의 흐름도

표 2. 거리 관측값

(단위 : M)

측 점	관 측 값	측 점	관 측 값
1- 2	161.430	11-12	164.069
2- 3	162.149	12-13	186.565
3- 4	142.862	13-14	220.557
4- 5	189.389	14-15	192.078
5- 6	162.736	15-16	166.284
6- 7	253.541	1-10	166.305
7- 8	238.140	1-11	104.335
8- 9	151.471	2-10	98.804
9-10	162.787	3-9	148.501
10-11	133.812	3-10	166.231

4-8	158.789	8-14	243.573
4-9	173.194	9-12	170.420
5-7	279.736	9-13	174.181
5-8	235.329	10-12	166.476
7-16	117.663	2-9	232.826
6-16	215.098	8-11	413.055
7-14	155.840	4-7	355.009
7-15	168.646	14-16	257.979
8-13	164.140		

(2) 기존 방법에 의한 망조정

기존의 망조정 방법인 삼각측량, 다각측량, 삼변측량에 의한 망조정 해석을 위해 그림 7 과 같은 단열망 형태인 case A 와 유심망의 조합 형태인 case B 로 나누어 2 가지 형태의 망을 고려해 보았으며, case A 는 case B 의 일부임을 알 수 있다.

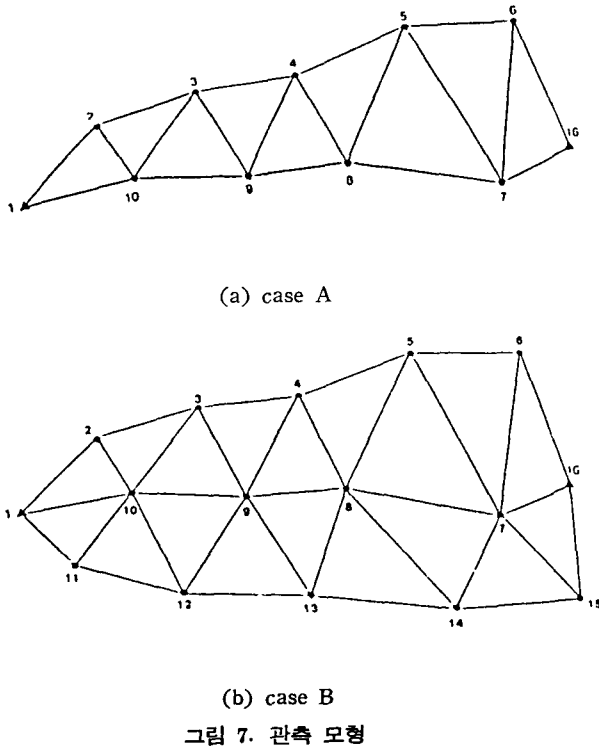


표 3. 기존 망조정 방법의 정확도(case A)
(단위 : M)

측 점	σ_x			σ_y		
	삼각측량	다각측량	삼변측량	삼각측량	다각측량	삼변측량
1	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
2	.0046	.0032	.0013	.0031	.0021	.0025
10	.0044	.0027	.0010	.0034	.0037	.0027
3	.0056	.0036	.0011	.0050	.0043	.0030
9	.0053	.0030	.0014	.0050	.0047	.0031
4	.0057	.0035	.0013	.0056	.0050	.0031
8	.0052	.0026	.0013	.0050	.0049	.0029
5	.0050	.0034	.0017	.0055	.0050	.0021
7	.0031	.0016	.0011	.0026	.0044	.0017
6	.0046	.0027	.0018	.0042	.0036	.0011
16	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
평균 표준 오차	.0048	.0029	.0013	.0044	.0042	.0025

이들 관측 모형에 대하여 삼각측량, 다각측량, 삼변측량에 의한 망조정을 실시한 결과 표 3, 표 4 와 같은 정확도를 얻었으며, 이를 그림 8 으로 나타내면 그림 8 과 같다.

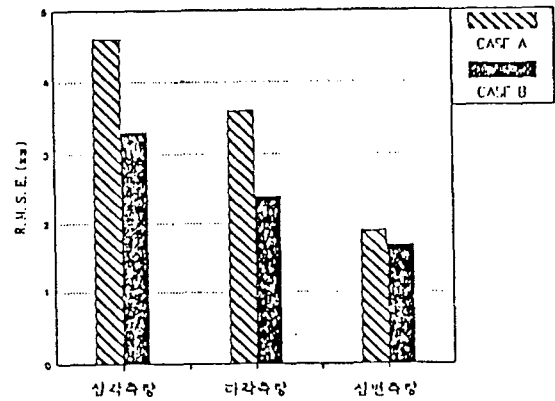


그림 8. 기존 망조정 방법의 R.M.S.E.

표 3 과 표 4 로부터 각 경우에 있어서 case A 망의 조정 결과 수평위치 정확도 σ_{xy} 가 삼각측량은 4.6 mm, 다각측량은 3.6 mm, 삼변측량은 1.9 mm 로 나타났으며, case B 의 경우는 삼각

표 4. 기존 망조정 방법의 정확도(case B)
(단위 : M)

측 점	σ_x			σ_y		
	삼각측량	다각측량	삼변측량	삼각측량	다각측량	삼변측량
1	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
2	.0030	.0019	.0013	.0024	.0010	.0020
3	.0038	.0026	.0013	.0037	.0013	.0024
4	.0040	.0030	.0015	.0040	.0018	.0025
5	.0039	.0034	.0018	.0041	.0026	.0018
6	.0036	.0034	.0020	.0034	.0033	.0012
7	.0020	.0032	.0011	.0018	.0023	.0014
8	.0034	.0034	.0014	.0032	.0019	.0022
9	.0034	.0034	.0013	.0032	.0018	.0024
10	.0026	.0033	.0011	.0023	.0020	.0020
11	.0020	.0032	.0015	.0021	.0025	.0016
12	.0035	.0029	.0016	.0035	.0023	.0021
13	.0041	.0025	.0016	.0038	.0019	.0024
14	.0036	.0021	.0015	.0035	.0017	.0020
15	.0027	.0010	.0019	.0034	.0019	.0012
16	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
평균오차	.0033	.0028	.0015	.0032	.0020	.0019

표 5. 기존 망조정 방법의 표준오차타원 장단반경 및 회전각(case A)

(a) 삼각측량

측 점	회전각(도.분.초)			$\sigma_{max}(m)$	$\sigma_{min}(m)$
P2	-3	-47	-4.2	.0046	.0031
P10	12	59	44.6	.0044	.0034
P3	27	35	23.6	.0059	.0048
P9	29	3	5.9	.0054	.0049
P4	37	28	7.6	.0059	.0053
P8	35	19	53.4	.0055	.0047
P5	21	44	56.9	.0056	.0049
P7	-26	-8	-37.5	.0032	.0024
P6	-30	0	-36.7	.0048	.0040

(b) 다각측량

측 점	회전각(도.분.초)			$\sigma_{max}(m)$	$\sigma_{min}(m)$
P2	-17	0	-27.9	.0033	.0019
P10	18	44	12.6	.0038	.0026
P3	11	29	6.3	.0043	.0036
P9	17	18	13.5	.0049	.0027
P4	4	53	51.6	.0050	.0035
P8	14	46	39.9	.0051	.0024
P5	-12	-38	-12.3	.0051	.0033
P7	13	11	21.3	.0045	.0013
P6	-27	-29	-23.8	.0038	.0023

(c) 삼변측량

측 점	회전각(도.분.초)			$\sigma_{max}(m)$	$\sigma_{min}(m)$
P2	-18	-9	-21.0	.0026	.0010
P10	1	9	58.2	.0027	.0010
P3	-4	-33	-0.6	.0030	.0011
P9	6	57	6.6	.0031	.0013
P4	6	35	37.6	.0031	.0013
P8	7	37	29.5	.0030	.0513
P5	27	4	34.4	.0023	.0015
P7	-15	-20	-54.9	.0018	.0010
P6	1	23	53.1	.0018	.0011

측량 3.3 mm, 다각측량 2.4 mm, 삼변측량 1.7 mm로 나타나 본 연구에서 대상으로 한 망의 경우 삼변측량, 다각측량, 삼각측량 순으로 망 조정의 정확도가 좋게 나타남을 알 수 있으며, 다각측량의 경우 삼각측량의 경우보다 case A에서 22%, case B에서 27%, 삼변측량의 경우 다각측량에 비해 case A에서 47%, case B에서 29%의 정확도 향상 보였다.

또한 각 점에 대한 표준 오차타원의 장단반경과 오차타원의 회전각을 구한 결과는 표 5 및 표 6과 같다.

특히 점 7, 8, 9, 10에 대하여 case A와 case B의 표준오차타원을 비교하면 각 점들이 중첩

표 6. 기존 망조정 방법의 표준오차타원 장단
반경 및 회전각(case B)

(a) 삼각측량

측 점	회전각(도. 분. 초)			$\sigma_{max}(m)$	$\sigma_{min}(m)$
P2	6	57	49.9	.0030	.0024
P3	37	8	55.9	.0039	.0036
P4	-29	-2	-12.7	.0040	.0040
P5	33	48	32.4	.0043	.0037
P6	-38	-59	-53.9	.0038	.0032
P7	-22	-28	-20.7	.0021	.0017
P8	3	14	26.2	.0034	.0032
P9	25	6	2.3	.0034	.0031
P10	20	51	20.4	.0026	.0023
P11	-40	-36	-38.2	.0024	.0017
P12	40	14	8.8	.0036	.0033
P13	17	34	33.2	.0041	.0038
P14	-42	-18	-19.0	.0039	.0032
P15	-14	-8	0.0	.0034	.0027

(b) 다각측량

측 점	회전각(도. 분. 초)			$\sigma_{max}(m)$	$\sigma_{min}(m)$
P2	-21	-36	-56.7	.0020	.0007
P3	-1	-34	-28.0	.0026	.0013
P4	10	8	55.3	.0030	.0018
P5	24	24	34.5	.0035	.0024
P6	39	50	20.3	.0038	.0029
P7	10	46	41.8	.0033	.0023
P8	8	19	40.0	.0034	.0018
P9	6	43	42.9	.0034	.0018
P10	3	50	55.2	.0034	.0020
P11	-1	-38	-26.7	.0032	.0025
P12	16	17	0.6	.0030	.0022
P13	18	13	57.9	.0026	.0018
P14	-1	-9	-53.2	.0021	.0017
P15	24	54	19.5	.0021	.0006

(c) 삼변측량

측 점	회전각(도. 분. 초)			$\sigma_{max}(m)$	$\sigma_{min}(m)$
P2	-19	-36	-58.3	.0021	.0012
P3	-5	-8	-47.2	.0024	.0013
P4	6	58	14.8	.0025	.0015
P5	37	45	33.2	.0019	.0017
P6	4	55	5.8	.0020	.0012
P7	-11	-22	-41.5	.0014	.0011
P8	13	1	27.7	.0023	.0013
P9	10	16	7.8	.0024	.0013
P10	3	59	15.5	.0020	.0011
P11	42	22	28.5	.0019	.0012
P12	25	34	33.4	.0022	.0014
P13	13	57	59.6	.0025	.0015
P14	-15	-1	-8.5	.0020	.0015
P15	1	28	25.9	.0019	.0012

된 case B의 경우가 중첩되지 않은 case A의 경우에서 보다 점 7, 8, 9, 10에서의 표준오차타원이 작게 나타나며, 거의 원에 가까운 형태로 나타남을 알 수 있었다.

따라서 중요점을 신설할 경우 case B와 같이 유십조합망을 형성시켜 관측함으로써 잉여관측값을 증가시킨 경우가 case A와 같은 단열망 형태보다 정확도가 좋게 나타남을 알 수 있었다.

(3) 조합 방법에 의한 망조정

기존의 망조정 방법을 이용한 정확도를 향상시키기 위해 다각측량에서는 그림 9와 같이 관

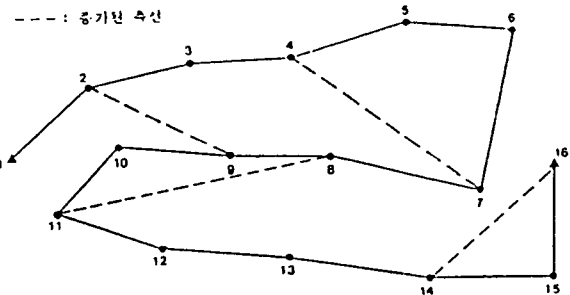


그림 9. 조합다각망

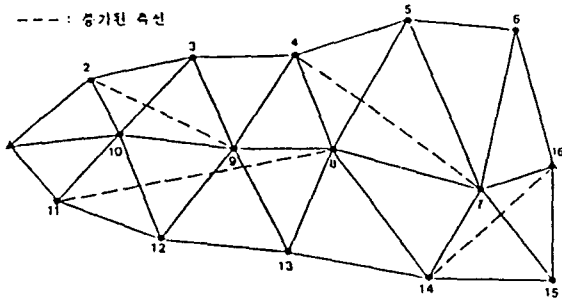


그림 10. 다변측량망

표 7. 조합 망조정 방법의 R.M.S.E.

구 분	측선증가수	R.M.S.E. (M)
조합다각측량	1	.0014
	2	.0012
	3	.0010
	4	.0009
다 변 측 량	1	.0012
	2	.0011
	3	.0010
	4	.0009
삼각삼변조합측량		.0012

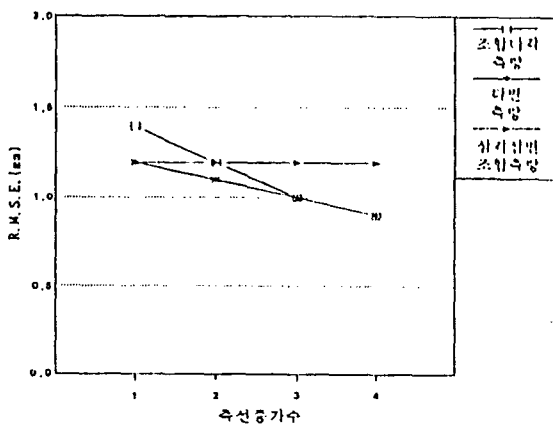


그림 11. 조합 망조정 방법의 R.M.S.E

측 가능한 측선을 증가시켜 측량한 조합다각측량, 삼변측량에 그림 10 과 같이 관측 가능한 측선을 증가시켜 측량한 다변측량 그리고 삼각

측량과 삼변측량을 동시에 실시한 삼각삼변 조합 측량을 이용하여 앞절의 case B 형태의 망을 대상으로 조정하여 표 7 과 같은 정확도를 얻었다.

표 7 의 결과를 그림 11 에 나타내었으며 그림 과 같이 조합다각측량, 다변측량의 경우 2~3 개의 측선이 증가함에 따라 정확도가 좋아졌으며, 더 많은 측선을 추가시킬 경우에도 어느 정도 정확도 향상을 보임을 알 수 있다.

또한, 다변측량의 경우가 세 방법 중 가장 좋은 정확도를 갖는 것으로 나타났으며, 조합 다각측량의 측선수를 증가시키기에 따라 다변측량의 정확도에 접근해감을 알 수 있었다.

그러나 삼각삼변 조합측량은 각과 거리를 모두 관측하여 잉여 관측수가 늘어나 높은 정확도를 얻을 수 있는 방법이지만 많은 수의 각 및 거리를 관측하여야 하며, 관측 오차가 포함될 가능성이 많아 비경제적이라 할 수 있다.

따라서 측량 대상지역이 시준이 가능한 넓은

표 8. 조합 망조정 방법의 표준오차타원 장단 반경 및 회전각

(a) 조합다각측량

측 점	회전각(도. 분. 초)			$\sigma_{\max}(m)$	$\sigma_{\min}(m)$
P2	-21	-17	-27.8	.0009	.0003
P3	0	-42	-3.0	.0012	.0006
P4	12	23	46.9	.0013	.0008
P5	28	57	29.0	.0016	.0010
P6	-39	-11	-25.2	.0016	.0010
P7	24	17	44.3	.0012	.0009
P8	5	4	58.2	.0011	.0007
P9	-11	-58	-58.7	.0011	.0006
P10	-15	-5	-2.4	.0013	.0007
P11	-38	-9	-31.5	.0013	.0009
P12	8	39	50.7	.0011	.0010
P13	29	12	14.9	.0010	.0007
P14	-43	-10	-23.0	.0008	.0006
P15	25	27	58.6	.0008	.0003

(b) 다변측량

측 점	회전각(도. 분. 초)			$\sigma_{max}(m)$	$\sigma_{min}(m)$
P2	-12	-54	-27.6	.0014	.0009
P3	-1	-54	-11.8	.0018	.0010
P4	18	48	25.6	.0017	.0010
P5	38	56	53.5	.0015	.0013
P6	4	51	55.8	.0016	.0009
P7	-6	-36	-57.4	.0011	.0008
P8	14	15	16.7	.0016	.0009
P9	12	28	8.1	.0017	.0010
P10	4	42	24.7	.0015	.0008
P11	34	2	55.0	.0013	.0009
P12	25	24	25.8	.0017	.0011
P13	19	45	52.7	.0018	.0011
P14	-8	-15	-42.4	.0015	.0011
P15	0	19	16.5	.0014	.0009

(c) 삼각삼변조합측량

측 점	회전각(도. 분. 초)			$\sigma_{max}(m)$	$\sigma_{min}(m)$
P2	6	57	50.7	.0010	.0008
P3	37	8	59.1	.0013	.0012
P4	-29	-2	-28.5	.0014	.0013
P5	33	48	33.2	.0014	.0012
P6	-38	-59	-53.1	.0013	.0010
P7	-22	-28	-20.9	.0007	.0006
P8	3	14	24.1	.0011	.0011
P9	25	6	3.6	.0011	.0010
P10	20	51	21.0	.0009	.0008
P11	-40	-36	-38.3	.0008	.0006
P12	40	14	9.4	.0012	.0011
P13	17	34	33.8	.0013	.0013
P14	-42	-18	-19.6	.0013	.0011
P15	-14	-8	-0.5	.0012	.0009

지역일 경우는 변 길이만을 관측하여 수평 위치

를 결정할 수 있는 다변측량에 의한 경우가 바람직하지만 시통이 곤란하고 복잡한 도시 지역에서는 기존의 다각측량에 시통이 가능한 변 길이를 추가 관측하여 조합시킨 조합 다각측량을 활용함이 바람직함을 알 수 있었다.

또한 이들 조합 망조정 방법에 의한 망조정 결과 얻어진 각 점에 대한 표준오차타원의 장단 반경과 회전각은 표 8과 같다.

(4) 기존 망조정 방법과 조합 망조정 방법의 비교

본 절에서는 앞절에서 분석한 기존의 망조정 방법과 조합 망조정 방법을 비교 분석하기 위해 조정 결과 얻어진 정확도는 표 9 및 그림 12에 나타낸 바와 같다.

표 9. 각 망조정 방법에 따른 R.M.S.E.(M)

구 분	망조정방법	측선증가수	R.M.S.E.
기존 망 조정 방법	삼각측량	0	.0033
	다각측량	0	.0024
	삼변측량	0	.0017
조합 망 조정 방법	조합다각측량	4	.0009
	다변측량	4	.0009
	삼각삼변조합측량		.0012

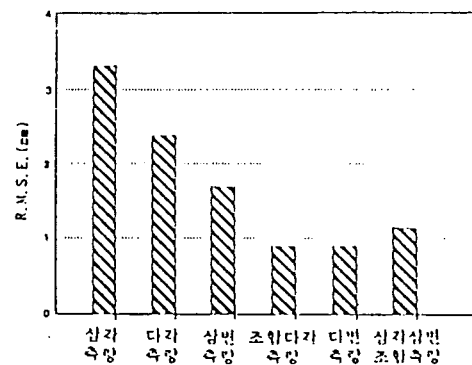
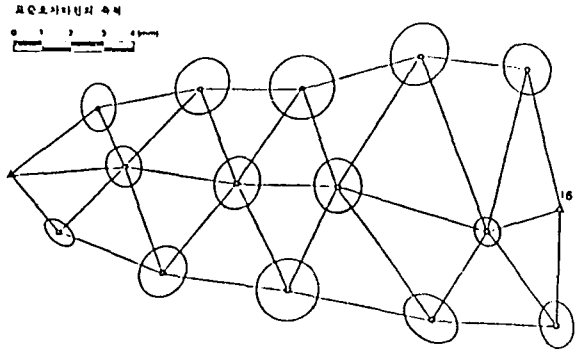
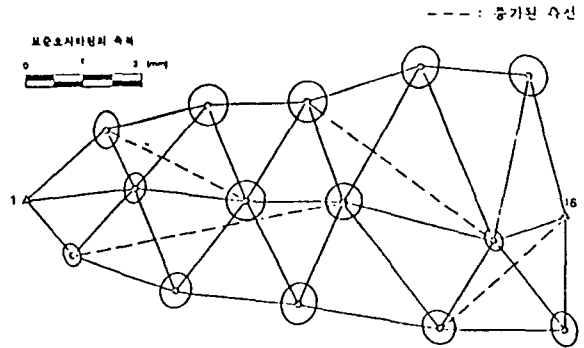


그림 12. 각 망조정 방법에 따른 R.M.S.E.

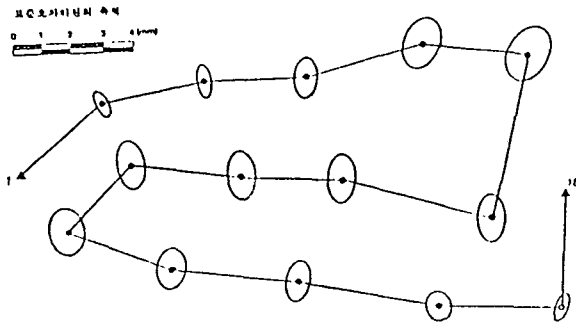
표 9 및 그림 12와 같이 망조정 결과 얻어진 R.M.S.E.를 비교 분석한 결과 기존의 망조정 방법에서는 삼변, 다각, 삼각측량의 순으로 조합 망조정 방법에서는 다변, 조합다각, 삼각삼



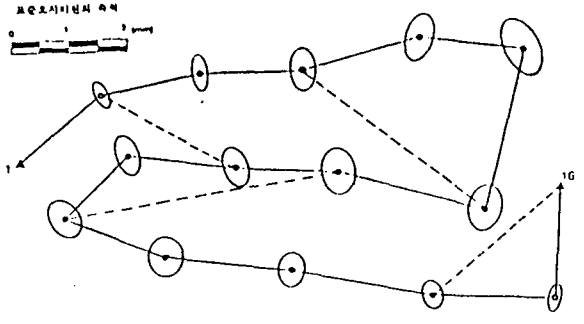
(a) 삼각측량의 표준 오차타원



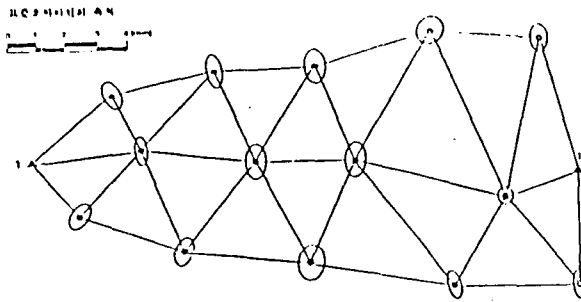
(a) 삼각삼변 조합측량의 표준 오차타원



(b) 다각측량의 표준 오차타원

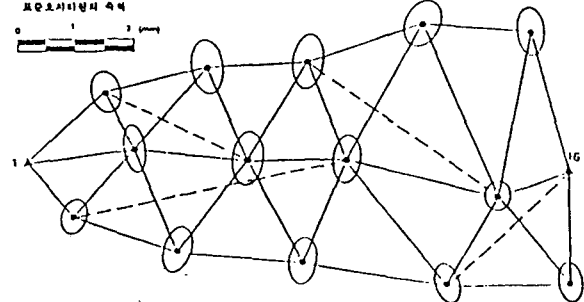


(b) 조합다각측량의 표준 오차타원



(c) 삼변측량의 표준 오차타원

그림 13. 기존 망조정 방법의 표준 오차타원



(c) 다변측량의 표준 오차타원

그림 14. 조합 망조정 방법의 표준 오차타원

변조합측량 순으로 정확도가 좋게 나타남을 알 수 있었다.

특히 기존의 다각측량에 측선을 증가시킨 조합 다각측량과 기존의 망조정 방법 중 가장 정확도가 좋은 삼변측량의 정확도를 비교하면, 본 연구에서 제시한 조합 다각측량의 경우가 측선을 증가시키기에 따라 기존의 삼변측량보다 더 좋은 정확도를 얻을 수 있음을 알 수 있었다.

또한 이들 조정 결과값에 대한 각 점의 표준

오차타원을 그림으로 나타내면 그림 13, 그림 14와 같으며, 이들 표준 오차타원 값으로부터 신뢰타원 값은 신뢰도가 95% 일 때, 표준 오차타원의 장축과 단축에 2.447 배하여 얻을 수 있다.

그림 13 및 그림 14에 나타낸 바와 같이 기존의 망조정 방법과 조합 망조정 방법의 표준 오차타원을 비교하면 조합 망조정 방법의 표준 오차타원이 기존 망조정 방법의 표준 오차타원

보다 전체적으로 작게 나타남을 알 수 있었다.

따라서 조합 망조정 방법인 다변측량, 조합다각측량, 삼각삼변 조합측량에 의한 망조정 방법이 기존의 망조정 방법인 삼각, 삼변, 다각측량 방법보다도 높은 정확도를 얻을 수 있었다.

또한, 조합 망조정 방법 중에서도 앞절에서 분석한 바와 같이 삼각삼변 조합측량과 같은 각과 거리를 모두 관측하는 비경제적인 방법보다도 시통이 양호한 넓은 지역에서의 수평위치 결정 방법으로는 정확도가 높은 전자파 거리측량기에 의한 거리 관측만으로 조정 가능한 다변측량 방법을 이용하는 것이 효과적임을 알 수 있었다.

그러나 시가지와 같이 복잡한 도시지역에는 건물 등과 같은 장애물에 의해 시통이 어렵기 때문에 도로 등을 따라 본 연구에서 제시한 조합 다각측량을 이용한 망조정 방법이 바람직하다고 사료된다.

4. 결 론

본 연구에서는 관측 방정식에 의한 수평위치 결정 방법에 있어서 기존의 삼각, 삼변, 다각측량 방법과 조합 망조정 방법에 의해 본 연구에서 대상으로 한 수평망을 조정하여 얻은 정확도 및 표준 오차타원을 비교 분석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 기존의 망조정 방법에서는 삼변측량, 다각측량, 삼각측량의 순으로 조합 망조정 방법에서는 다변측량, 조합 다각측량, 삼각삼변측량의 순으로 정확도가 좋게 나타났다.
2. 중요한 신설점을 추가할 경우 망의 형태는 단열망 형태보다 유심조합망 형태로 구성하여 잉여관측수를 증가시킴으로써 정확도를 향상시킬 수 있었다.
3. 조합 다각측량의 경우 관측 가능한 측선거

리를 증가시킴으로써 삼변측량의 성과에 준하는 정확도를 얻을 수 있었다.

4. 시통이 양호하고 넓은 지역에는 다변측량 방법이 효과적이며, 도시 지역과 같은 시통이 어려운 시가지에서는 조합 다각측량을 이용하는 것이 바람직하다고 사료된다.

참고문헌

1. 유복모, 측량학원론(I), 개문사, 1984, pp.13~21, pp.323~331.
2. 유복모, 측량공학, 박영사, 1986, pp.151~157.
3. Dereny, E. E., Chrzanowski, I. A., "Pre-Analysis of Trilateration Net for Engineering", *Surveying and Mapping*, 1968, Vol.28, pp.615~619.
4. Stipp, D. W., "Trilateration Adjustment", *Journal of the Surveying and Mapping Division, A. S. C. E.*, Vol.22, No. 4, 1962, pp.575~590.
5. Wolf, P. R., and Johnson, S. D., "Trilateration with short range E. D. M. Equipment and comparison with Triangulation", *Proceeding of A. S. C. M.*, Fall convension, 197, pp.62~76.
6. 澤田良修, 測量計算マニコアル, 山海堂, 1978, pp.80~89.
7. Wolf, P. R., *Adjustment computations 2nd ed.*, P. B. L. Publishing Co., 1980, pp.117~220.
8. 이석균, "변형측량에서의 자유망 조정기법의 신뢰성 분석", 석사학위논문, 연세대학교 대학원, 1987.
9. 신동빈, "측량망의 신뢰도 분석에 관한 연구", 석사학위논문, 연세대학교 대학원, 1988.
10. Wolf, P. R., *Adjustment computations 2nd ed.* P. B. L. Publishing Co., 1981, pp.23~29, pp.87~95, pp.207~221.
11. 坪川家恒, 現代測量學, 第一卷, 日本測量協會, 1981, pp.39~61.
12. Mikahail, E. M., *Analysis and Adjustment of Survey Measurements*, Van Nostrand Peinhold Co., 1981, pp.13~87.