

우리나라의 천문측지 지오이드에 관한 연구

曹 圭 田* 李 榮 鎮**

요 지

정밀측지좌표의 계산, 탄도무기의 탄도계산 및 관성유도장치의 기준 방향설정 등에 영향을 주는 지오이드형상은 지구 물리학 및 측지학에서 매우 중요하게 취급된다.

본 연구는 우리나라에 가장 적합한 지오이드 모델을 개발하는데 그 최종 목적이 있으며, 여러가지의 지오이드 결정 방법 중 가장 기초적이고 고전적인 천문측지 수준측량 및 곡면다항식 방법을 사용하여 표준오차 ± 0.49 m 및 ± 0.66 m의 지역 지오이드를 얻을 수 있었으며, 최대 지오이드 경사는 약 22m~23m 정도임을 알 수 있었다.

ABSTRACT

The geoid is the one of major subject in Geophysics and Geodesy. The irregularities of the geoid will affect the computation of precise geodetic coordinates and moreover will cause an errors in trajectory computations and reference directions for inertial guidance system. The aim of this study is to develop the best local geoid model for Korea. For this purpose, an astrogeodetic levelling and surface fitting techniques have been applied in determination of the geoid as a first trials. As a result of it, a local geoid has been obtained with the standard errors of ± 0.49 m and ± 0.66 m respectively and the maximum geoid undulation in Korea is found as 22m~23m approximately.

1. 서 론

“지오이드”는 지구물리학 또는 측지학에서 매우 중요하게 취급된다. 지구맨틀 안에서의 중력의 분포 현황이 지구물리학적 연구 대상인 반면에 측지학에서는 3차원 위치 결정에 대한 기준면으로서의 중요성 때문이다. 따라서 높은 정밀도의 3차원 측지위치의 결정, 지구 중력장의 연구, 위성측지 등 제 분야에서의 연구와 기술발전은 지오이드에 관한 더 많은 지식을 요구한다. 특히 근래에는 인공위성 측지에 의한 3차원 위치 결정과 탄도물체의 탄도계산 및 관성유도장치의 기준 방향 설정과 같은 군사적인 측면에서 그 중요성이 재 인식되고 있다. 그러나

이러한 중요성에도 불구하고 지구 내부의 물질구조의 불균일성 때문에 정확한 지오이드의 형상을 결정하는 것은 매우 어려운 것 중의 하나이다.

일반적으로 지오이드는 사용하는 자료에 따라 다음과 같은 4가지 방법으로 결정할 수 있다. 즉 (1) 천문측지 자료를 이용하는 방법 (2) 중력자료를 이용하는 방법 (3) 위성자료를 이용하는 방법 (4) 조합해법 등으로 구분될 수 있다.

위성자료에 의한 방법으로서 지오이드를 이상중력 포텐셜(disturbing potential)을 매개함수로 한 구면조화함수(spherical harmonic function)로 나타내고 위성궤도 해석에 의하여 함수의 포텐셜상수를 구하는 방법과 위성측고법(satellite altimetry)에 의하여 해면 기복을 추정하여 지오이드를 결정하거나(seasat 위성) 또는 위성측위법(satellite positioning)에 의해 얻

* 경기대학교 공과대학 교수

** 한양대학교 및 경기대학교 공과대학 강사

어진 타원체의 높이와 평균해면으로 부터의 높이에 의하여 지오이드를 결정하는 방법(GPS, Transit 위성) 등이 있다. 중력 자료에 의한 방법은 지표면에서 측정한 중력으로부터 지오이드 기록을 구하는 실용적인 방법으로서 1894년 스토크스(George Gabriel Stokes)에 의해 고안된 스토크스 적분(stokes integral)에 그 근거를 두고 있다. 스토크스 공식을 효과적으로 이용하기 위하여는 지구 전체에 걸쳐 매우 조밀하고 범지구적인 중력측정값이 필요하나 이러한 조밀한 중력값을 얻는 것은 사실상 불가능하다. 특히 우리 나라의 경우는 주변의 바다와 인접국들의 중력 측정값이 매우 희박하거나 자료 획득에 어려움이 있어 이의 효율적인 이용에 부정적인 요인으로 작용하고 있다.

위의 방법들은 전 지구를 하나의 좌표계(지심 좌표계)와 하나의 함수로 표시하기 때문에 전세계 어느 지점에서든 사용할 수 있으며 결과값은 절대지오이드고를 나타내는 특징이 있다.

한편, 연직선 편차값으로부터 얻어지는 천문측지 지오이드는 위의 방법들과는 달리 상대적이며, 모든 측정이 지역 좌표계에 의하여 이루어지기 때문에 범 지구적인 자료가 필요치 않으며 어느 한정된 지역내에서도 충분한 천문측지 자료가 있으면 매우 효과적인 지오이드를 결정할 수 있다.

특히 이 방법은 지오이드 결정에 있어서 가장 고전적이고도 간편한 방법이며, 우리 나라와 같은 산악지역에서는 더욱 효과적인 방법으로 알려졌다.

본 연구에서는 1970년부터 측정된 천문자료를 이용하여 우리 나라의 천문측지 지오이드의 형태를 알고자 하였으며, 이들 결과는 우리 나라의 최적 지오이드 모델을 결정하는데 하나의 기초 자료로 활용될 것이다.

2. 천문측지 지오이드

2-1. 천문측지 수준 측량 방법

지구 표면상의 한 점 P에 작용하는 천문학적인 천정 Z_A 와 측지학적 천정 Z_G 가 만드는 각을 천

문측지 지오이드라 부르며 이들 값은 실제적으로 천문경위도(Φ, λ)와 측지경위도(ϕ, λ)의 차이로서 구하여진다.

한편, 점 P에서의 연직선 편차는 그 점에 있어서의 기준타원체에 대한 지오이드 경사와 일치하며, 두 점간의 거리와 지오이드 경사를 알게 되면 지오이드 높이차를 쉽게 알 수 있다(그림 2-1). 만일 어느 노선에 따라서 많은 점들의 연직선 편차를 알 수 있다면 인접점간의 지오이드 높이차를 쉽게 계산할 수 있을 것이며 이 노선에 대한 지오이드 기록을 알 수 있다.

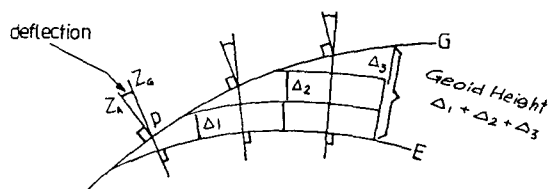


그림 2-1. 연직선 편차와 지오이드 경사

연직선 편차를 알고 있는 두 점 A, B간의 지오이드의 높이 차는 다음과 같은 헬메르트(Helmert, 1880) 공식에 의하여 쉽게 계산되며 천문측지 수준측량이라고 불리워진다.

$$N_B - N_A = - \int_A^B \epsilon ds = - \int_A^B (\xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha) ds \quad \dots\dots(2.1)$$

여기서, ϵ 는 임의의 방위각 α 에서의 지오이드 경사를 의미하며, ξ, η 는 각각 연직선 편차의 자오면 및 묘유면 방향의 분력을 나타낸다.

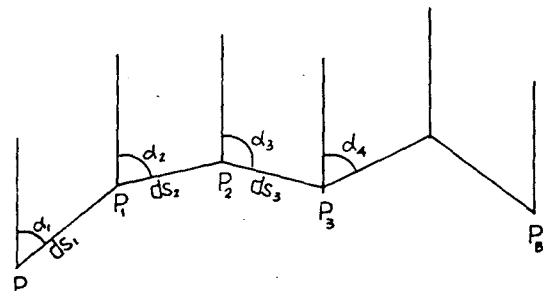


그림 2-2. 천문측지 수준망도

식 (2.1)로 표시되는 적분은 이론적으로 점 A, B 간의 전 노선에 대하여 완전하고도 충분한 연직선 편차를 필요로 하게 된다. 그러나 일반적으로 연직선 편차는 한정된 천문측량점(보통 1등 삼각점)에 한해서만 알 수 있으므로 실제적인 계산에서는 몇개의 천문점을 연결하는 트래버스망 또는 환을 구성하고(그림 2.2) 아래와 같은 근사식에 의하여 지오이드고를 계산한다.

$$N_B - N_A \approx - \sum_{i=1}^n \epsilon_i ds_i \quad \dots\dots(2.2)$$

여기서

$$\epsilon_i = \frac{1}{2} \left((\xi_{i-1} + \xi_i) \cos \alpha_{i-1,1} + (\eta_{i-1} + \eta_i) \sin \alpha_{i-1,1} \right) \quad \dots\dots(2.3)$$

이와 같은 방법은 각각 다른 경로를 따라 여러개의 노선으로 구성되는 하나의 큰 지역측지망이 형성될 수 있다. 이 측지망은 각 노선의 교점을 가지고 있는 수준망으로 생각할 수 있으며, 자유망 조정 이론을 적용하여 망 조정을 실시하고 최종적인 지오이드고를 결정한다. 최종적으로 천문점 이외의 전 노선에 대한 지오이드 현황은 이들 천문점들의 지오이드고를 이용하여 보간법에 의하여 구하여진다. 식 (2.2)와 (2.3)에서 α 와 ds 는 실제적으로 가우스의 평균위도 공식과 같은 역계산 방법에 의하여 계산된다.

2-2. 곡면다항식에 의한 방법

이 방법은 1973년 Vaniček 와 Merry 에 의하여 제안된 방법으로 지오이드를 n 차 곡면다항식으로 표시하는 방법이다. 연직선 편차의 두 직각 분력에 의하여 주어지는 지오이드의 물리적 표면경사와 곡면 다항식의 X, Y 방향에서 1차 미분 값으로 주어지는 수학적 표면 경사의 차이의 제곱의 합이 최소가 되도록 곡면 다항식의 계수를 결정하고 이 다항식으로 나타내는 곡면을 지오이드로 취급한다.

지오이드상의 한점 P의 지오이드고 $N(x, y)$ 는 다음과 같은 곡면다항식으로 표시할 수 있다.

$$P_n(x, y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{i-1} C_{ij} X^{i-1} Y^{j-1} \approx N(x, y) \quad \dots\dots(2.4)$$

P의 좌표 x, y 는 다음과 같이 경도(λ), 위도(ϕ)의 함수로 표시된다.

$$\left. \begin{aligned} x &= R(\phi + \phi_0) \\ y &= R(\lambda + \lambda_0) \cos \phi \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(2.5)$$

여기서 R은 지구의 평균 반경이며, λ_0, ϕ_0 는 임의의 원점좌표이다.

한편, 지오이드 경사는 연직선 편차와 같으므로 미소의 연직선 편차에 대하여 다음식이 성립된다.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P_n}{\partial X} &\approx \frac{\partial N}{\partial X} = -\text{TAN } \xi \approx -\xi \\ \frac{\partial P_n}{\partial Y} &\approx \frac{\partial N}{\partial Y} = -\text{TAN } \eta \approx -\eta \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(2.6)$$

식 (2.5)의 값을 식 (2.4)에 대입하면 $N(x, y)$ 를 경, 위도의 함수, 즉 $N(\phi, \lambda)$ 로 표시되고 식 (2.6)에 의하여 다음과 같은 연직선 편차와 경, 위도와의 관계식을 유도할 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} \xi &= - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{i-1} (i-j+1) C_{ij} X^{i-j} Y^{j-1} \\ \eta &= - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{i-1} (j-1) C_{ij} X^{i-1} Y^{j-2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(2.7)$$

각 천문점에서 측정된 연직선 편차값을 각각 ξ_{ob}, η_{ob} 라 하고 식 (2.7)에 의하여 계산된 연직선 편차를 ξ, η 라 하면

$$\sum_n [P_\xi (\xi_{ob} - \xi)^2 + P_\eta (\eta_{ob} - \eta)^2] = \text{최소} \quad \dots\dots(2.8)$$

의 조건이 만족되도록 다항식의 계수를 결정한다. 여기서 P_ξ, P_η 는 ξ 와 η 의 증량값이다. V_ξ, V_η 를 ξ, η 의 잔차라 할때 천문관측점 P에서의 관측방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} V_\xi \\ V_\eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_{ob} \\ \eta_{ob} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} \quad \dots\dots(2.9)$$

식 (2.9)의 관측방정식은 모든 천문점에 대하여 성립되며 최소 제곱의 원리에 의하여 이들 방식을 풀면 식 (2.4)로 표시되는 곡면 다항식의 모든 계수를 얻을 수 있다.

3. 지오이드의 계산과 결과

3-1. 기본입력 자료의 분석

우리 나라에서 사용할 수 있는 기본 자료는 전설부 국립지리원에서 1970년부터 1990년까지

21 년간에 걸쳐 측정된 총 36 점의 천문 측량 자료가 전부이다. 그러나 이들 자료들은 내포하고 있는 여러 종류의 오차들 때문에 전부 사용할 수는 없다. 이들 오차는 일반적으로 천문좌표 또는 측지좌표의 오차, 연직선 곡률을 무시하는 데 따른 오차 등으로 알려져 있으며 보통 수초 정도이나 경우에 따라 10 초 가까이 발생하기도 한다.

이상에서 언급된 모든 오차가 연직선 편차에 영향을 주는 것은 당연하다. 이들 중 상당 부분은 정오차 성분을 갖고 있으며, 우연 오차의 경우도 조정 과정에서 적절한 중량을 부여하므로 크게 향상시킬 수 있다.

그러나 우리 나라의 경우 이들에 관하여 어느 것도 깊이 연구된 바 없으며, 특히 관측 연대의 큰 차이(21 년), 관측장비 및 측정기술의 차이에 의한 오차의 불균형 등 예측하기가 매우 어려운 실정이다. 따라서 본 연구에서는 모든 천문점의 연직선 편차값을 같은 정밀도(단위중량)로 보고 계산에 적용하였다.

특히 총 36 개 천문점의 연직선 편차 벡터분포를 보면 1973 년 이전에 측정된 8 개의 점에서 큰 모순이 있음이 발견된다. 따라서 본 연구에서는 이들 8 개의 점과 예비계산결과 신뢰성이 매우 적은 다른 한점, 총 9 개점을 제외한 27 개점을 연구의 대상으로 하였다.

3-2. 천문측지 수준 측량에 의한 방법

지오이드의 계산은 크게 두 가지 단계로 구분된다. 1 단계의 계산은 예비계산이다. 예비계산은 최종 조정계산에 사용될 기본 입력 데이터를 얻기 위한 계산으로서 트래버스 노선별 지오이드 높이차를 이용하여 전 노선을 동시에 조정한다. 본 연구에서는 연구대상 총 27 점의 천문점을 그림 3-1 과 같이 7 개 환 33 개 노선으로 구분하였다.

예비계산에서는 환별로 각 노선의 길이의 단위각을 계산하고 두 점의 지오이드 교차를 계산하였다. 이와 같이 계산된 각 노선의 지오이드 교차는 최종 오차 조정에 이용되었다. 최소제곱법에 의한 오차 조정은 자유망조정 이론에 의해

이루어 졌다. 최종 조정 지오이드고는 수원 경위도 원점을 지오이드의 기준면(표고 0)으로 한 높이이다.

등고선 작도를 위한 격자점의 지오이드고는 매 10 분 간격으로 계산되었으며, 각 천문점의 조정 지오이드고를 이용하여 단순직선 보간으로 얻어진다. 그림 3-2 및 그림 3-3 은 각각 지오이드 등고선 및 표준 오차를 나타낸다.

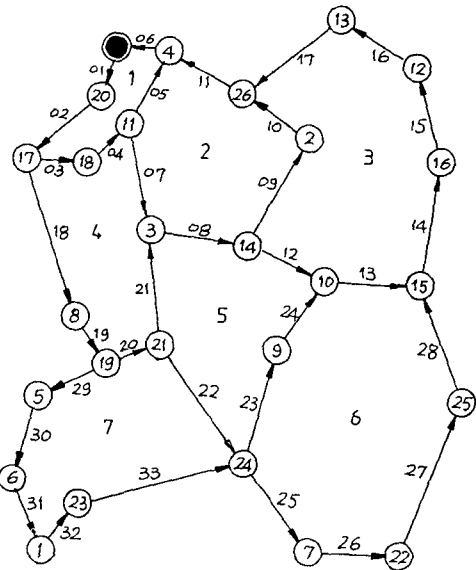


그림 3-1. 천문수준 트래버스망도

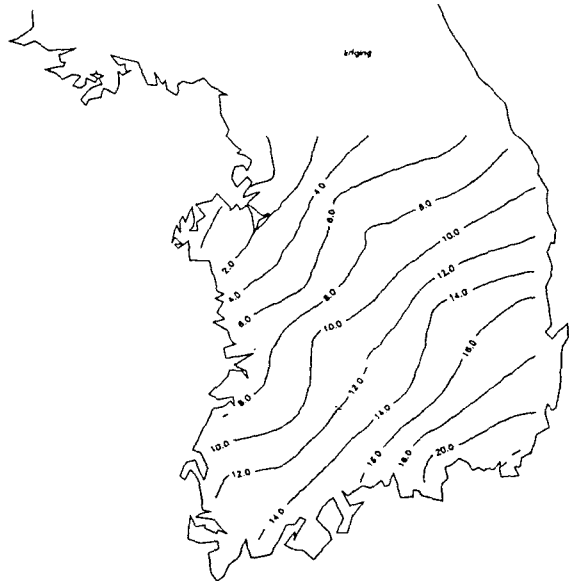


그림 3-2. 지오이드 등고선도(천문수준측량)



그림 3-3. 지오이드의 표준오차(천문수준측량)

3-3. 곡면 다항식에 의한 방법

각 천문점의 ϕ , λ 와 연직선 편차 ξ , η 를 식 (2.7)에 표시된 관계식을 이용하여 다항식의 계수 C_{ij} 를 먼저 계산하고 이를 식 (2.4)에 대입하여 지오이드면의 함수를 결정한다. 이 때 지오이드면을 표시하는 곡면 다항식의 차수를 어떻게 할 것인가를 고려하여야 한다. 왜냐하면 다항식의 차수의 크기에 따라 곡선의 진폭이 크게 달라지며 실제 계산에서도 미지수의 수(계수행렬)가 크게 증가하기 때문이다.

본 연구에서는 총 27점의 천문점으로 형성되는 방정식의 수가 54개인 반면에 미지수는 다

표 3.1 다항식의 차수와 미지수

다항식 수	미지수 수	자유도
1	2	52
2	5	49
3	9	45
4	14	40
5	20	34
6	27	27
7	35	19
8	44	10
9	54	0

항식의 차수가 증가함에 따라 크게 증가하며 상대적으로 자유도가 크게 감소된다. (표 3.1) 따라서 본 연구에서는 최고 차수를 자유도 10의 8차로 제한하였으며, 다항식의 차수별로 계산함으로써 다항식의 차수와 지오이드고의 정확도와의 관계를 분석해 보고자 하였다. (표 3.2 및 표 3.3)

표 3.2 다항식 차수에 따른 지오이드고의 표준편차(성산포함)

다항식 차수	성 산			평 균 값		
	지오이드	ξ	η	지오이드	ξ	η
2	1.76	1.90	1.54	0.61	0.91	0.95
3	1.33	2.13	1.81	0.50	0.83	0.94
4	1.58	2.31	2.23	0.57	1.06	1.20
5	2.49	2.18	2.17	0.61	1.22	1.35
6	6.21	2.03	2.03	0.76	1.34	1.46
7	19.13	1.96	1.96	1.30	1.51	1.60
8	69.14	1.60	1.60	3.28	1.40	1.46

표 3.3 다항식 차수에 따른 지오이드고의 표준오차(성산제외)

다항식 차수	지오이드고	ξ	η
2	0.56	0.92	0.91
3	0.49	0.92	0.94
4	0.53	1.12	1.15
5	0.55	1.28	1.32
6	0.57	1.40	1.45
7	0.66	1.63	1.68
8	0.80	1.41	1.45

천문점 27점과 식 (2.7)에 의해 얻어진 최소 제곱해는 식 (2.4)에 필요한 계수행렬이 되며 이와 같이 결정된 식 (2.4)은 임의의 점에 대한 지오이드고를 나타낸다. 따라서 식 (2.4)로 표시되는 2차원 n차 다항식으로부터 임의의 점의 지오이드고가 구해진다. 최종적으로 등고선 작도를 위하여 매 10분 간격으로 각 점의 지오이드고가 계산되었으며, 그 결과는 그림 3-4 및 3-5에 나타내었다.

본 연구에서는 수원 경위도 원점의 지오이드고를 0(zero)으로 하여 계산하였으며, 각 천문점의 최종 조정 지오이드고는 표 (3.4)와 같다.

표 3.4 최종 조정 지오이드고

ϕ	λ	Surf. fitting	Astro-level	Diff(m)
34.5803200	126.4347207	12.21	12.52	-0.31
36.5258429	128.3252303	10.59	10.58	0.01
36.3447300	127.2517193	6.34	6.04	0.30
37.2348680	127.3142430	2.00	2.14	-0.13
35.4351476	126.3827327	6.67	7.11	-0.44
35.2132766	126.3058679	8.47	8.81	-0.34
35.1314016	128.3648103	20.64	20.48	0.16
36.1131594	126.5301291	5.26	5.52	-0.26
35.5831138	128.1954737	15.17	14.29	0.88
36.2252304	128.4309460	14.55	14.39	0.16
37.0244234	127.1036821	2.08	1.93	0.15
37.2641934	129.1104298	8.09	8.57	-0.48
37.4555755	128.5102596	4.79	5.05	-0.26
36.2108440	128.0645606	11.79	11.31	0.48
36.2208046	129.2338242	16.51	16.67	-0.16
36.5701158	129.2506095	12.35	12.86	-0.51
36.4515500	126.2959575	-0.27	-0.24	-0.03
36.4640253	126.5542947	2.12	2.15	-0.03
35.5648844	127.0718241	8.16	8.43	-0.27
37.1247473	127.0405311	0.43	0.40	0.03
36.0601010	127.3344085	10.00	10.07	-0.07
35.1647977	129.1509326	22.52	22.33	0.29
35.1444146	126.5228539	11.05	11.72	-0.67
35.3501674	128.0941235	16.45	16.18	0.27
35.5650909	129.2612793	19.22	19.24	-0.02
37.0254406	127.5413405	6.34	6.22	0.12



그림 3-4. 지오이드 등고선도(곡면다항식)



그림 3-5. 표준오차도(곡면다항식)

4. 전산 프로그램

본 연구를 위하여 두 개의 독립된 전산 프로그램, GEOADJ와 GEOSUR가 작성되었다. GEOADJ는 천문측지 수준 방법에 의한 지오이드 계산 프로그램으로서 방위각과 거리를 계산하는 예비 프로그램과 오차 조정을 실시하는 본 프로그램으로 구성되었다. 주 프로그램 GEOADJ는 한 개의 주프로그램과 8개의 부프로그램으로 구성되었으며, 부프로그램 XLIST, CBMAT, HEAD는 관측 방정식의 구성과 표지를 인쇄하고 GAUSS, MATINV 등은 정규 방정식의 해법과 역행렬을 계산한다. 최종적으로 STATIS, CHISQ, ROM 등에서 통계 분석을 위한 제반 참고 자료를 계산한다.

프로그램 GEOSUR는 n차 곡면다항식에 의한 지오이드 계산 프로그램으로서 1개의 주프로그램과 5개의 부프로그램, 4개의 함수 부프로그램으로 구성되었다.

주 프로그램에서는 전체 계산의 흐름을 통제하고 관측 방정식과 정규 방정식을 구성하여 부프로그램 CHLSKY에서 최소제곱해를 얻게 된다. 정확도 계산 등 통계 분석은 PINV, SDVX, SDVY 등에서 실시된다.

5. 결과 분석

곡면 다항식을 이용하는 경우에 있어서, 다항식의 차수를 2차에서 8차까지 증가시켰을 경우 지오이드값의 평균 표준오차는 0.49m~0.80m까지의 분포를 보였고, 3차 다항식의 경우, 0.49m로서 가장 좋은 결과를 보여 주었으며, 차수가 증가함에 따라 표준 오차도 증가하였다. (표 3.3)

그러나 표 3.2에서와 같이 천문점 생산의 경우에는 다항식 차수의 증가에 따라 표준 오차가 매우 급격히 증가함을 보여 주어 적절치 못함이 발견되었으며, 최종 조정에서는 제외시켰다.

표 3.4의 결과에서 보면, 천문수준 방법에 있어서는 지오이드값의 표준 오차가 0.66m로서

곡면 다항식의 경우(0.49m)보다 약 26% 정도의 오차가 증가됨을 알 수 있다. 한편 천문점을 기준으로 할때 우리 나라의 지오이드 편차는 약 22~23m 정도임을 알 수 있다.

6. 결론

곡면 다항식 방법과 천문수준 측량 방법에 의하여 우리 나라의 지오이드를 분석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 우리 나라의 지오이드 편차는 천문측지점을 기준으로 할 때 약 22~23m 정도임을 알 수 있다.
2. 우리 나라 천문측지 지오이드의 정확도는 곡면 다항식의 경우 0.49m, 천문수준 트레버스의 경우 0.66m를 얻었다.
3. 곡면 다항식에서는 차수가 3차의 경우와 다른 차수보다 제일 좋은 결과(표준오차 0.49)를 얻었다.
4. 천문측지 수준 방법보다는 곡면 다항식 방법에서 약 26%의 정확도 향상을 가져왔다.

그러나, 우리 나라 천문점의 평균점간 거리가 약 57Km로서 그 분포 상태가 매우 빈약하여 위에서 얻은 결과는 불확실하다. 따라서 우리나라의 지역 지오이드 모델을 위해서는 중력 자료 및 위성자료 등을 이용하여 충분한 비교 검토가 있어야 하겠다.

감사의 글

본 연구는 국방과학 연구소의 장기 기초연구사업(UD910056BD)의 일환으로 이루어진 연구 결과로 연구비지원 등 본 연구의 원활한 수행을 가능케 한위 연구소에 감사를 드립니다.

참고문헌

1. 백은기, 목찬상, 이종혁, 우리나라 천문 지오이드에 관한 연구, 한국측지학회지, 3권 2호, 198.
2. 西修二郎, 일본의 천문지문 지오이드에 관하여, 일본국 국토지리원 시보, no. 55, 1981.

3. Yasuhiro Ganeko, An astrogeoid of Japan, Journal of Geophysical Research, Vol. 82, No. 17
4. P. Vaniček and C. L. Merry, Determination of the geoid from deflection of the vertical using a least squares surface fitting technique, Bulletin Geodesique, No. 109, 1973.
5. S. Heitz, On the astrgeodetic determination of the geoid by least squares surface estimation, Bulletin Geodesique No. 100, 1971.
6. Rafael S. Torres, Geoid determination from Heterogeneous data, M.Sc. Thesis, University of New Brunswick, Canada, 1977.
7. S. John, Geoid determination of eastern Canada from astrogeodetic deflection of vertical, gravity anomalies and doppler satellite observation, M. Sc. Thesis, University of Newbrunswick Canada 1976.
8. P. Vaniček, C. L. Merry, A technique for determining the geoid from a combination of astrogeodetic and gravimetric deflections, The Canadian surveyor Vol. 28, No. 5 1974.
9. R. H. Rapp, Aspect of geoid definition and determination, Proceedings of the General Meeting of IAG, Tokyo 1982.
10. P. Vaniček, Geodesy: The concepts, North Holland 1986.
11. W. Torge, Geodesy, Walter de Gruyter 1980.
12. G. Bomford, Geodesy, 4th ed. Oxford Univ. Press 1980.
13. W. A. Heiskanen and H. Moritz, Physical Geodesy, W. H. Freeman and Company, 1967.
14. P. Vaniček, Physical Geodesy, Lecture Note, Dept. of Surveyeng. University of Newbrunswick Canada 1976.
15. A. Leick, Geometric Geodesy, 3D-Geodesy, Conformal Mapping, Report No. 19, Dept. of Surveying Eng. University of Maine USA, 1980.
16. R. H. Rapp, Geometric Geodesy, Lecture note, Dept. of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University 1989.