

# 자체검정 번들조정법에 있어서 최적 ROBUST추정법의 결정 DETERMINATION OF OPTIMAL ROBUST ESTIMATION IN SELF CALIBRATING BUNDLE ADJUSTMENT

유 환 희\*  
Yoo Hwan-Hee

## 요 旨

본 연구는 자체검정 번들조정법에서 과대오차를 처리하기 위한 최적의 Robust 추정법과 축척추정량(S.E)을 조사하는데 목적을 두고 있다.

과대오차의 검출에 있어서 여러가지 경중률을 적용하기 위하여 5가지 Robust 추정법과 3가지 축척추정량을 사용하였으며, 2가지 기준점배치형태(고밀도, 저밀도)와 3가지 과대오차( $4\sigma_0$ ,  $20\sigma_0$ ,  $50\sigma_0$ )는 비교분석을 위해 이용되었다.

그 결과, Robust 추정법중 Anscombe 추정법이 가장좋은 정확도를 보여 주고 있으며, 기준점 배치형태에 따른 축척추정량의 적용을 분석한 결과 기준점 배치밀도가 높은 경우는 Type II 축척추정량이, 기준점 배치밀도가 낮은 경우는 Type III 축척추정량이 안정되고 정확한 결과값을 나타내었다. 따라서 정밀한 구조물 해석에 있어서 과대오차의 영향을 제거하고 정확도를 향상 시킬 수 있는 최적 축척추정량을 이용한 Robust 번들조정법의 활용이 기대된다.

## ABSTRACT

The objective of this paper is to investigate the optimal Robust estimation and scale estimator that could be used to treat the gross errors in a self calibrating bundle adjustment.

In order to test the variability in performance of the different weighting schemes in accurately detecting gross error, five robust estimation methods and three types of scale estimators were used. And also, two difference control point patterns(high density control, sparse density control) and three types of gross errors( $4\sigma_0$ ,  $20\sigma_0$ ,  $50\sigma_0$ ) were used for comparison analysis.

As a result, Anscombe's robust estimation produced the best results in accuracy among the robust estimation methods considered. when considering the scale estimator about control point patterns, It can be seen that Type II scale estimator provided the best accuracy in high density control pattern.

On the other hand, In the case of sparse density control pattern, Type III scale estimator showed the best results in accuracy. Therefore it is expected to apply to robustified bundle adjustment using the optimal scale estimator which can be used for eliminating the gross error in precise structure analysis.

## 1. 서 론

사진측량은 지형도 제작을 위해 널리 이용되어 왔으며 최근에 와서는 그활용 범위가 확대되어 시설물 측량, 문화재 측량, 선박·항공

\* 경상대학교 공과대학 조교수

기·자동차와 같은 정밀기계 검정등 다양한 분야에 이용되고 있다.

특히 사진측량에 대한 Software 부분은 번들조정법이 정확도면에서 우수한 것으로 분석되어 이에 대한 연구가 활발히 진행되고 있으며 내장 Software로써 활용이 급증하고 있다.

번들조정법은 자체검정에 의한 번들조정법

(Self Calibrating Bundle Adjustment)이 다양한 정오차 보정식 연구로 인하여, 정확도와 신뢰도면에서 우수한 것으로 평가되고 있으나 관측값에 포함되고 있는 과대오차(Gross Error)의 검출 및 제거를 위한 연구가 요구되고 있다.

과대오차의 검출을 위해 Data-Snooping이 이용되어 왔으나 Data-Snooping은 오직 한개의 과대오차만을 허용하고 있으며 관측값들의 상관관계를 무시하는 등 문제점을 갖고 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 Robust 추정법의 도입이 관심사가 되고 있으며 많은 통계학자들이 제안한 Robust 추정법중 사진측량분야에 적합한 Robust 추정법의 분석이 중요한 과제이다.<sup>1)</sup>

Robust 추정법은 크게 M-추정법, L-추정법, R-추정법으로 나눌 수 있으나 M-추정법이 L-추정법이나 R-추정법에 비해 사진측량분야에 적용하는데 있어 통계적 특성이나 객관성을 볼때 적합한 추정법으로 평가되고 있다.<sup>2)</sup>

과대오차 검출 및 제거를 위해 Baarda (1968)는 Scheffe의 이론을 도입하여 Data Snooping을 제시하였으며, 사진측량 분야에서 널리 이용되어 왔으나 오직 한개의 과대오차가 포함되고 잔차들간의 상관관계가 강하지 않을 때만 검출이 가능한 단점을 갖고 있다.

이러한 단점을 보완하고 과대오차의 대소에 따라 경중률함수를 적용할 수 있으며, 과대오차를 동시에 제거 및 조정할 수 있는 Robust 추정법에 대한 연구가 사진측량 분야에서 활발히 진행되고 있다.

Klein과 Förstner (1984)<sup>3)</sup>는 독립모델법에서의 과대오차검출을 위해 Robust 추정법을 적용하였으며, Veress와 Youcai (1987)<sup>4)</sup>, Chong (1987)<sup>5)</sup>은 단사진의 공간후방 교회법에서, Kubik et al. (1988)<sup>6)</sup>은 상호 및 절대표정과정에서 과대오차 검출, Renxiang (1988)<sup>7)</sup>은 Robust 추정에 의한 과대오차의 검출한계, Faig와 Owolabi (1988)<sup>8)</sup>은 번들블럭 조정과정에서 과대오차 검출 및 추정에 적용하였다.

따라서 본 연구에서는 자체검정에 의한 번들조정법에 대한 Software를 개발하고, 여기에 적합한 Robust 추정법을 결정하기 위해 M-추정법들을 비교분석하고, 이들 추정법에 Scale Estimator를 적용분석 하므로써 안정되고 정확한 계산결과를 제시할 수 있는 번들조정법 Software를 개발하고자 한다.

## 2. 관측값 해석이론

사진측량 관측값에 발생하는 오차는 우연오차(Random Error), 정오차(Systematic Error), 과대오차(Gross Error)로 구분할 수 있으며, 우연오차는 최소제곱법에 의해 조정되고 있고, 정오차요소는 자체검정에 의한 번들조정법에서 정오차보정항을 고려하여 제거되고 있다.

그러나 관측값에 포함되고 있는 과대오차를 검출하여 제거하기 위해서는 통계적 처리과정이 요구되고 있으며, 본연구에서는 Robust추정법을 도입하고자 한다.

### (1) 자체검정에 의한 번들조정법

자체검정에 의한 번들조정법은 내부표정과정오차보정항( $\delta$ ), 외부표정요소 보정항( $\delta'$ ), 지상좌표보정항( $\delta''$ )으로 이뤄진다.<sup>10)11)</sup>

$$V + \dot{A}\delta + \dot{A}'\delta' + \dot{A}''\delta'' = \epsilon \quad (1)$$

(1)식을 계수행렬과 미지벡터로 정리하여 일반식을 유도하면 다음과 같다.

$$V + A\Delta = \epsilon \quad (2)$$

이때 잔차에 대한 공분산행렬은

$$\hat{C}_v = \sigma_0^2 Q_v = \sigma_0^2 (P - AN^{-1}A^T) \quad (3)$$

이고, 과대오차가 존재할 경우 과대오차 영향에 의해 (3)식의 추정은 신뢰성이 떨어지게 되며 이러한 문제를 해결하기 위해 Robust 추정법이 이용된다.

### (2) Robust 추정법

과대오차에 의해 관측값이 비정규분포를 갖는 경우 잔차항(V)이 Double Exponential 분포를 갖는다고 가정하면,

$$F(V) = \frac{1}{2\sigma} E^{-|V|/\sigma}, \quad -\infty < V < \infty \quad (4)$$

이며, 이때 미지변수에 대한 우도함수는

$$L(X) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{2\sigma} E^{-|v_i|/\sigma} \\ = \frac{1}{(2\sigma)^n} E^{-\sum |v_i|/\sigma} \quad (5)$$

이다.

우도함수를 최대화 하기 위하여  $\sum_{i=1}^n |v_i|$ 를 최

소화하여 정리하면 다음과 같다. <sup>12)13)</sup>

$$\text{Min}_x \sum_{i=1}^n \rho(V_i/S) = \text{Min}_x \sum_{i=1}^n \rho[\{1, -a, x_j\}/S] \quad (6) \\ j=1, 2, \dots, k$$

여기서, S는 측정 추정량(S.E:Scale Estimator)이다.

본 연구에서는 Robust M-추정법중 5가지를 선정하였다.

추정량명	$\psi(Z)$	W(Z)	영역
ANDREW	$\text{Sin}(Z/A)$ 0	$(A/Z) \text{Sin}(Z/A)$ 0	$ Z  < A\pi$ $ Z  \geq A\pi$
HUBER	Z t Sign(Z)	1.0 t/ Z	$ Z  \leq t$ $ Z  > t$
HAMPEL	Z a Sign(Z) $\frac{a \text{Sign}(Z)(c- Z )}{c-b}$ 0	1.0 a/ Z  $\frac{a(c- Z )}{ Z (c-b)}$ 0	$ Z  \leq a$ $a <  Z  \leq b$ $b <  Z  \leq c$ $ Z  > c$
RAMSAY	Z EXP(-a Z )	EXP(-a Z )	$ Z  < \infty$
ANSCOMBE	Z K <sub>1</sub> 0	1 K <sub>1</sub> / Z  0	$Z \leq K_1$ $K_1 <  Z  \leq K_2$ $ Z  > K_2$

### 3. 촬영계획 및 해석방법설정

#### (1) 촬영계획

사진측량에 의해 얻어지는 3차원위치의 정확도는 기하학적인 특성에 의해 좌우되므로 촬영거리, 촬영기선길이, 촬영방향 등이 중요한 역할을 하며, 본 연구에서는 Youcai(1985)가 제안한 이론에 근거하여 촬영계획을 수립하였다. 사진측량의 디자인에 있어서 정확도의 평가는, 첫째, 분산-공분산행렬(Variance-Covariance matrix)의 固有값(Eigenvalues)의 역수의 합을 최소로 할 것, 둘째, 분산-공분산행렬의 행렬식(Determinant)를 최소로 할 것, 셋째, 固有값들이 서로 같게 할 것 등이다.

사진측량을 위한 최적 디자인을 위해 위의

세가지 평가기준을 모두 만족시키는 것은 매우 어려우며, 하나 또는 두가지의 평가기준을 중점을 두어 계획하는 것이 일반적인 방법이다. 본 연구에서는 WILD P31 카메라를 이용한 수렴촬영을 실시하는 경우 촬영거리는 4m, P31 카메라의 초점거리는 101.75mm, 화각은 최대가 61°, 최소가 44°인 조건하에서 Youcai(1985)가 제안한 최적의 촬영조건을 분석한 결과, 촬영기선고도비(B/D)는 2이고 대상물폭(d)은 0.25B, 수렴각( $\theta$ )은 30°로 나타났다<sup>14)</sup> 따라서 촬영거리는 4m, 촬영기선길이는 8m, 대상물의 크기는 2×2m로 하였으며 대상물점은 30점 대상물 전체에 고르게 분포시켰고, 대상물을 향해 30°수렴되게 촬영하였다.

#### (2) 과대오차 및 Robut 추정법의 선정

관측값 조정에 있어서 매우 큰 과대오차가

포함되었을 경우는 관측값 조정이 이뤄지지 않는 경우가 발생하여 큰 과대오차가 포함되었음을 쉽게 알 수 있으나 작은 과대오차가 포함된 경우는 그 영향을 파악하기가 매우 어렵다. 따라서 본 연구에서는 상좌표 관측오차( $\sigma_0$ )가  $3\mu\text{m}$ 인 것을 감안하여 확률분포 범위를 초과하는 가장작은 과대오차를  $4\sigma_0$ 로 하여  $20\sigma_0$ ,  $50\sigma_0$ 를 과대오차 크기로 선정하였다.

또한 Robust 추정법 중 경중률함수의 분포특성이 서로 다른 Huber, Hampel, Ramsay, Anscombe, Andrew가 제안한 Robust 추정법을 선택하였으며, 이들 추정법에 적용되는 축척추정량(S.E)은 다음의 3가지로 선정하였다.

Type I:  $S = \text{median}|Vi| = \text{median Absolute Residual (MAR)}$

Type II:  $S = \text{median} | Vi - \text{median} (Vi) | / 0.6745$   
 $= \text{Median Absolute Deviation (MAD)} / 0.6745$

Type III:  $S = \delta_0 \sqrt{Q_v}$   
 $\delta_0^2 = V^T PV / dF, P_{ii} = f(V_i)$

$Q_v = \text{잔차의 Cofactor Matrix}$

### (3) 정오차보정식의 선정

자체검정에 의한 변들조정법에 있어서 정오차보정식의 선택은 3차원 좌표값의 정확도에 커다란 영향을 주므로 본 연구에서는 정오차 발생 형태를 3차원 Spherical harmonic function을 이용하여 표시했다.

$$V(r_0, \theta, \lambda_0) = \sum_{n=0}^{\infty} r_0^n \sum_{m=0}^n [a_{nm} P_{nm}(\cos \theta) \cos m \lambda_0 + b_{nm} P_{nm}(\cos \lambda_0) \sin m] \quad (7)$$

여기서  $P_{nm}(\cos \theta)$ 는 Legendre associated function이다.

필름상의 정오차 발생 형태는 2차원 평면식으로 표시되므로 (7)식은 2차원 평면식으로 표시하고 유의성 검정에 의해 정오차보정식을 개발하면 다음과 같다.<sup>15)</sup>

$$\Delta_x = a_1 x \cos \lambda_0 + a_2 r_0 x + a_3 x r_0 \cos 2 \lambda_0 + a_4 r_0^2 x \cos \lambda_0 + a_5 r_0^2 x \sin \lambda_0 + a_6 r_0^2 x + a_7 r_0^2 x \cos \lambda_0$$

$$\Delta_y = a_1 y \cos \lambda_0 + a_2 r_0 y + a_3 y r_0 \cos 2 \lambda_0 + a_4 r_0^2 y \cos \lambda_0 + a_5 r_0^2 y \sin \lambda_0 + a_6 r_0^2 y + a_7 r_0^2 y \cos \lambda_0 \quad (8)$$

여기서,  $r_0^2 = x^2 + y^2$ ,  $\lambda_0 = \text{arc tan}(y/x)$ 이다.

## 4. 결과분석

본 연구에서 이용한 자체검정에 의한 변들조정법은 (8)식에서 제안한 정오차보정식을 이용하였고, 지상기준점의 최소점수는 5점이다. 그러나 과대오차가 존재할 경우, 과대오차에 대한 경중률함수값이 영이 되는 경우 해가 구해지지 않는 경우가 발생하므로 최소점수를 1점 추가하여 6점으로 하였다. 따라서 지상기준점이 6점인 경우를 지상기준점의 밀도가 낮은 경우로 하였으며 지상기준점을 9점으로 하여 고르게 분포시킨 경우를 지상기준점의 밀도가 높은 경우로 하였다. 과대오차가 관측값에 포함될 경우 자유도의 크기는 과대오차의 검출 및 조정에 매우 중요한 역할을 하므로 지상기준점의 밀도가 낮은 경우와 높은 경우로 구분하여 Robust 추정법의 특성을 분석하였다.

### (1) 지상기준점의 밀도가 낮은 경우의 정확도분석

사진측량의 작업시간과 경비를 고려할 때 지상기준점수를 최소로 하는 것이 가장 좋은 방법이나 상대적으로 자유도가 낮게되어 정확도의 저하를 가져오며 과대오차가 존재할 경우 방정식의 해를 구할 수 없는 경우가 발생한다. 이러한 상반된 조건을 고려하여 지상기준점의 밀도가 낮은 경우에 있어서 과대오차를 효율적으로 처리하기 위한 Robust 추정법을 분석하였다. Robust 추정법에서 축척추정량(S.E)을 3가지로 선정하고 추정법을 5가지로 하여 각각의 과대오차 크기에 따른 3차원위치 오차에 대한 표준오차( $\sigma_p$ )와 촬영거리(D)의 비를 구하여 정밀도( $\sigma_p/D$ )의 분모값을 표시한 결과 (표 1), (그림 1)과 같다.

3가지의 축척추정량을 5가지 Robust 추정법에 적용하여 과대오차의 크기에 따른 정밀도를 분석한 결과 TYPE II의 축척추정량이 좋은 정

표 1. 추정법에 따른 대상물점의 정밀도(지상기준점의 밀도가 낮은 경우)

단위 :  $D/\sigma_p$

S.E. †	추정법 G.E.	Huber	Hampel	Ramsay	Anscombe	Andrew	비 고
Type I	$4\sigma_0$	19,608	27,211	20,101	27,586	25,478	L.S. Method $4\sigma_0$ : 10,959 $20\sigma_0$ : 3,565 $50\sigma_0$ : 1,789
	$20\sigma_0$	12,232	18,519	14,981	18,182	18,349	
	$50\sigma_0$	10,025	15,209	10,050	15,385	13,937	
Type II	$4\sigma_0$	21,505	30,769	29,412	32,000	26,667	
	$20\sigma_0$	16,393	19,900	16,064	24,096	18,519	
	$50\sigma_0$	12,539	15,385	11,019	15,936	14,545	
Type III	$4\sigma_0$	20,305	27,586	20,305	27,778	25,478	
	$20\sigma_0$	13,289	18,605	14,337	18,433	18,433	
	$50\sigma_0$	10,695	15,209	10,025	15,564	14,134	

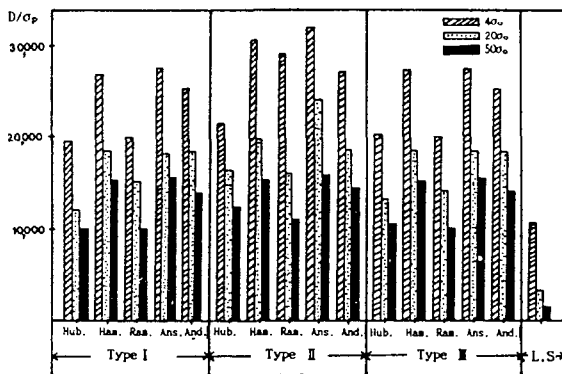


그림 1. Robust 추정법과 축척추정량에 따른 정밀도 (지상기준점의 밀도가 낮은 경우)

밀도를 나타내주고 있다.

그 중 Anscombe 추정법에 축척추정량을 적용한 경우, 과대오차  $4\sigma_0$ 일때 정밀도가  $1/32,000$ ,  $20\sigma_0$ 일때  $1/24,096$ ,  $50\sigma_0$ 일때  $1/15,936$ 으로 가장 좋은 결과를 나타냈으며, 최소제곱법(L.S: Least Squares Method)에 의해 조정된 좌표의 정밀도는 과대오차가  $4\sigma_0$ 일때  $1/10,959$ ,  $20\sigma_0$ 일때  $1/3,565$ ,  $50\sigma_0$ 일때  $1/1,789$ 로 최소제곱법보다 정밀도가 크게 향상되었음을 알 수 있다. 따라서 지상기준점의 밀도가 낮은 경우의 정밀도를 분석한 결과 축척추정량은 TYPE II가 좋은 정밀도를 나타냈으

며, 특히 Anscombe 추정법에 적용할때 가장 좋은 결과값을 나타냈다.

(2) 지상기준점의 밀도가 높은 경우의 정확도 분석

(표 2)와 (그림 2)는 지상기준점의 밀도가 높은 경우의 Robust 추정값의 정밀도 분포 값을 나타낸 것이다. 지상기준점의 밀도가 낮은 경우의 정밀도보다 자유도가 증가되어 전체적으로 정밀도가 크게 향상되었음을 알 수 있으며, Robust 추정법에 따른 정밀도의 차이도 미소하게 나타났다. 최소제곱법에 의한 추정값의 정밀도도 지상기준점의 밀도가 낮은 경우의 최소제곱법의 추정값보다 크게 향상되었음을 알 수 있으며,  $4\sigma_0$ 의 과대오차가 포함된 경우에 있어서는 자유도의 증가와 부가변수에 의한 과대오차의 흡수로 인하여 Robust 추정법의 정밀도에 거의 접근하는 특성을 나타냈다. 그러나 과대오차의 크기가  $20\sigma_0$ ,  $50\sigma_0$ 로 증가됨에 따라 최소제곱법의 추정값 정밀도는 크게 낮아지는 경향을 보이고 있어 Robust 추정법의 적용이 필요함을 알 수 있다. 축척추정량(S.E) 중 Type III를 이용하여 Robust 추정법을 적용했을 때가 비교적 정밀도가 높은 것으로 나타났으며 그중 Anscombe추정법에 적용할 때가

표 2. 추정법에 따른 대상물점의 정밀도(지상기준점의 밀도가 높은 경우)

단위 : D/σp

S/E	추정법 G.E.	Huber	Hampel	Ramsay	Anscombe	Andrew	비 고
Type I	4σ <sub>0</sub>	38,095	37,037	36,364	38,835	35,398	L.S. Method
	20σ <sub>0</sub>	24,242	25,806	25,478	26,316	26,144	4σ <sub>0</sub> : 35,393
	50σ <sub>0</sub>	12,821	16,064	16,000	16,393	16,327	20σ <sub>0</sub> : 15,326
Type II	4σ <sub>0</sub>	39,116	37,037	36,697	38,835	39,216	50σ <sub>0</sub> : 5,215
	20σ <sub>0</sub>	24,691	25,974	25,157	26,667	26,144	
	50σ <sub>0</sub>	12,945	16,194	15,936	16,393	16,129	
Type III	4σ <sub>0</sub>	39,216	39,200	37,736	39,216	39,216	
	20σ <sub>0</sub>	25,157	26,667	25,806	27,027	26,667	
	50σ <sub>0</sub>	14,706	16,393	16,129	16,598	16,327	

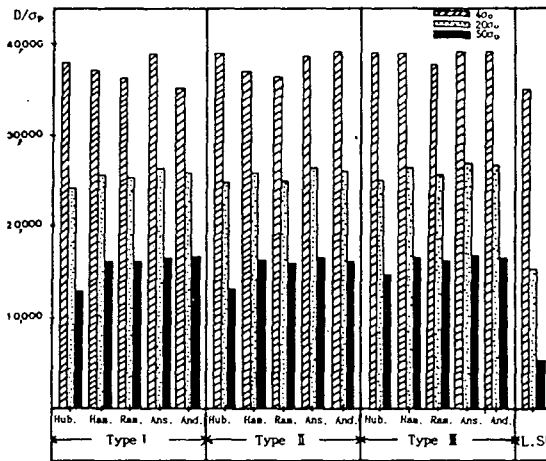


그림 2. Robust 추정법과 축척추정량에 따른 정밀도 (지상기준점의 밀도가 높은 경우)

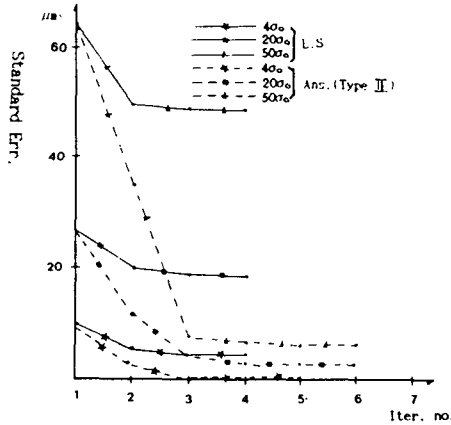
가장 우수한 것으로 분석되었다.

### 5. 비교분석

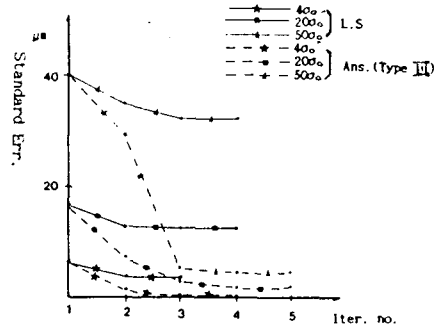
부가변수를 갖는 번들조정법에 5가지 Robust 추정법과 3가지의 축척추정량을 적용시켜 과대오차 크기에 따른 오차특성을 분석한 결과 정오차를 보정하기 위해 도입된 부가변수가 과대오차를 흡수하여 조정하는 특성을 보여

주고 있다. 지상기준점의 수는 3차원좌표 계산에 있어 중요한 역할을 하고 있으며, 지상기준점의 밀도가 낮은 경우 최소제곱법으로 조정하면 과대오차의 영향이 직접적으로 전파되어 추정값의 신뢰도가 크게 저하되는 경향을 나타내고 있으며, Robust 추정법에 의해 조정할 때 전반적으로 정밀도가 향상되었다. 특히 Type II 축척추정량을 이용한 Anscombe 추정법이 가장 정확한 계산을 할 수 있는 추정법으로 분석되었다. 지상기준점의 밀도가 높은 경우에 있어서 밀도가 낮은 경우보다 최소제곱법에 의한 조정에서도 정밀도의 커다란 향상을 보였으나, 과대오차의 크기가 증가됨에 따라 정밀도가 크게 감소하여 최소제곱법에 의한 과대오차 처리에 한계가 있음을 알 수 있었다. 따라서 지상기준점의 밀도가 높은 경우에 있어 가장 정밀도가 우수한 경우는 Type III 축척추정량을 이용한 Anscombe 추정법의 적용이었다.

본 연구를 통해 볼 때 Anscombe 추정법은 각각의 과대오차 크기에 따라 비교적 안정되고 신뢰성있는 계산 결과값을 얻을 수 있었으며 지상기준점의 밀도가 낮은 경우는 Type II 축척추정량의 적용이, 밀도가 높은 경우는 Type III 축척추정량을 이용한 것이 적합함을 알 수 있었다. 이것은 지상기준점의 수가 증가됨에



(a) 지상기준점의 밀도가 낮은 경우



(b) 지상기준점의 밀도가 높은 경우

그림 3. 외부표정요소 반복계산에 있어서 Robust 추정법과 최소제곱법의 표준오차

따라 과대오차의 영향이 계산과정에서 여러 기준점에 과급되는 것을 Type III 축척추정량은  $Q_0$  행렬을 이용하여 조정할 수 있음을 나타내주고 있다. 여기서 지상기준점의 밀도가 낮은 경우와 높은 경우에 있어서, 최소제곱법(L.S)과 Robust 추정법중 가장 정확한 결과값을 보여준 Anscombe 추정법의 외부표정요소 반복계산에 있어서 표준오차를 계산하면 (그림 3)과 같다. 외부표정요소 반복 계산 과정의 표준오차를 분석하면, 지상기준점 밀도가 낮은 경우 최소제곱법은 과대오차가  $4\sigma_0$ 일때  $5.2\mu\text{m}$ ,  $20\sigma_0$ 일때  $19.7\mu\text{m}$ ,  $50\sigma_0$ 일때  $48.7\mu\text{m}$ 로 수렴하여 과대오차 크기에 따른 수렴값의 차가 크게 나타나고 있으며, Robust 추정법인 Anscombe 추정법은  $4\sigma_0$ 일때  $0.4\mu\text{m}$ ,  $20\sigma_0$ 일때  $3\mu\text{m}$ ,  $50\sigma_0$ 일때  $7.2\mu\text{m}$ 로 과대오차의 영향이 최소화되어 수렴됨을 알 수 있다.

지상기준점의 밀도가 높은 경우에는 최소제곱법의 수렴값이 밀도가 낮은 경우보다 향상되었으나 과대오차 크기에 따른 수렴값의 차가 역시 크게 나타나고 있으며 Anscombe 추정법은 표준오차가 크게 감소하여  $4\sigma_0$ 일때  $0.3\mu\text{m}$ ,  $20\sigma_0$ 일때  $2.1\mu\text{m}$ ,  $50\sigma_0$ 일때  $4.3\mu\text{m}$ 로 양호한 수렴값을 보여주고 있다.

## 6. 결 론

자체검정에 의한 번들조정법에 5가지 Robust 추정법과 3가지 축척추정량(S.E)을 적용시켜 과대오차크기에 따른 오차특성을 분석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, Robust 추정법에 이용할 3가지 축척추정량(S.E)을 비교분석한 결과, 지상기준점의 밀도가 저밀도인 경우는 Type II 축척추정량의 적용이 가장 정밀도가 높았으며, 지상기준점의 밀도가 고밀도인 경우는 Type III 축척추정량을 이용하는 것이 적합함을 알 수 있었다.

둘째, 자체검정 번들조정법에 의해 3차원좌표를 계산할 경우 과대오차의 크기에 따른 추정값의 정확도를 분석하기 위해 본 연구에서는 5가지 Robust 추정법을 적용한 결과, Anscombe 추정법이 과대오차의 크기에 따른 영향이 작고 정확도도 가장 우수한 것으로 분석되었다.

셋째, 외부표정요소 반복계산과정의 표준오차를 분석한 결과 최소제곱법은 과대오차 크기에 따라 수렴값의 차가  $5.2\mu\text{m}-48.7\mu\text{m}$ 로 크게 나타나고 있었으나, Robust 추정법중 가장 정밀도가 높은 것은  $0.4\mu\text{m}-7.2\mu\text{m}$ 로써 수렴

값의 표준오차가 작아짐은 물론, 과대오차의 크기에 따른 변화가 최소제곱법보다 매우 작게 나타나고 있어 Robust 추정법을 적용함으로써 신뢰성이 높은 조정값을 얻을 수 있음을 알 수 있었다.

#### 감사의 말

본 연구는 1990년도 문교부지원 한국학술진흥재단의 지방대육성 학술연구조성비에 의해 수행된 것으로 연구비 지원에 감사한다

#### 참고 문헌

1. Kubik, K., D. Merchant and T. Schenk, 1987, "Robust Estimation in Photogrammetry", P. E. & R. S., Vol 53, No 2, pp. 167-169.
2. Askin, R. G. and D. C. Montgomery, 1980, "Augmented Robust Estimators", Techonometrics, 22, pp. 333-341.
3. Klein, H. and Forstner, W., 1984, "Realization of Automatic Error Detection in the Block Adjustment of Program PAT-M43 using Robust Estimators", Comm. III. XVth Congress of ISPRS, pp. 234-245.
4. Veress, S. A. and H. Youcai, 1987, "Application of Robust Estimation in Close-Range Photogrammetry", P. E. & R. S., Vol. 53, No. 2, pp. 171-175.
5. Chong, A. K., 1987, "A Robust Method for Multiple Outliers detection in Multi-parametric Models", P. E. & R. S., Vol. 53, No. 6, pp. 617-620.
6. K. Kubik and Kenneth Lyons, 1988, "Photogrammetric work without blunders", P. E. & R. S., Vol. 53, No. 1, pp. 51-54.
7. W. Renxiang, 1988, "Theoretical capacity and limitation of localizing gross error by robust adjustment", International Archives of photogrammetry and remote sensing, B3, pp. 706-715.
8. W. Faig and K. Owolabi, 1988, "Blunder detection in close range photogrammetry using robust estimation", International Archives of photogrammetry and remote sensing, B5, pp. 157-165.
9. W. Faig and K. Owolabi, 1988, "The effect of image point density on photo-variant and photo-invariant bundle adjustment", International Archives of photogrammetry and remote sensing, B3, pp. 170-180.
10. Fraser, C. S., 1979, "Simultaneous Multiple Camera and Multiple Focal Setting Self-Calibration in Photogrammetry", Ph. D. Dissertation, University of Washington.
11. 유복모, 유환희, 김인섭, 1987, "지상사진에 의한 3차원 변형측량의 신뢰도 분석(1)", 대한토목학회 논문집, 7(4), pp. 139-146.
12. Hill, R. W. and P. W. Holland, 1977, "Two Robust Alternatives to Least Squares Regression", J. Amer. Statist. Assoc., 72, pp. 828-833.
13. D. C. Montgomery, E. A. Peck, 1982, "Introduction to Linear Regression Analysis", John Wiley & Sons, pp. 364-382.
14. H. Youcai, 1985, "Optimization of Photogrammetry for Monitoring Deformation", Ph. D. Dissertation, University of Washington.
15. 유환희, 1988, "근거리 사진측량에 의한 변형 해석의 연구", 박사논문, 연세대학교 대학원.