

境界要素法에 의한 波動場에 있어서 非線形波의 假想境界處理

Open Boundary Treatment of Nonlinear Waves in the Shallow Water Region by Boundary Element Method

金南亨* · 瀧川清** · 崔漢圭*

Nam Hyeong Kim, Kiyoshi Takikawa, Han Kyu Choi

要 旨 : 본 研究는 境界要素法을 이용하여 非線形 自由表面波를 解析한 것이며, 假想境界處理는 流體의 連續性을 고려하여 mass-flux와 energy-flux를 사용하여 有限振幅波動의 解析手法를 提示했다. 流體의 非線形性 때문에 増分法을 적용했으며 境界要素法에 의해 얻어진 結果는 有限要素法의 結果와 實驗値와 比較하여 보았으며 좋은 一致가 얻어졌다. 따라서, 이 方法은 廣範圍한 波動問題 解析에 有效하게 이용될 수 있으리라 사료된다.

Abstract □ In this paper, boundary element method is applied to the analysis of nonlinear free surface wave. A particular concern is given to the treatment of the open boundaries at the in-flow boundary and out-flow boundary, which uses the mass-flux and energy-flux considering the continuity of fluid. By assuming the fluid to be inviscid and incompressible and the flow to be irrotational, the problem is formulated mathematically as a two-dimensional nonlinear problem in terms of a velocity potential. The equation(Laplace equation) and the boundary conditions are transformed into two boundary integral equations. Due to the nonlinearity of the problem, the incremental method is used for the numerical analysis. Numerical results obtained by the present boundary element method are compared with those obtained by the finite element method and also with experimental values.

1. 緒 論

沿岸에 미치는 波浪은 構造物, 海底地形, 海岸線의 形態 등에 의해 變形을 받아서, 소위 淺水變形, 反射, 廻折 등 수많은 현상을 일으킨다. 이들의 舉動을 해명하는 일은 최근 해양개발의 추세에 비추어 海岸工學上 중요한 문제이다. 그러나, 복잡한 境界面을 가진 영역에서 이러한 波浪의 舉動을 직접 水深의 變化를 고려하고, 또 波浪의 有限振幅性을 포함해서 理論的으로 解析하는 일은 곤란하며 數值計算法에 의존하지 않을 수 없다. 이러한 考察의 非線形舉動을 해석하는 典型的인 數值計算法으로서 有限要素法(FEM)과 境界要素法(BEM) 등이 있다.

이러한 수치계산법을 적용하는 경우 有限한 領域을 취급하게 되며 假想境界에 대한 入射波, 反射波, 透

過波를 處理하는 方法이 어렵다는 것이 이러한 문제의 해석을 어렵게 하는 원인중의 하나이다. 유한요소법을 이용한 해석에서는 이러한 가상경계의 처리방법으로서 坂井 등(1975)은 無限大의 放射條件을 만족하는 Green 函數를 有限要素法에 접속시키는 方法을 이용하여 微小振幅波의 散亂을 해석했고, 井島 등(1981)은 Fourier 級數 展開法을 이용해서 任意의 境界形狀에서의 有限振幅波의 舉動을 해석하였다. 또한, 瀧川(1978)은 유체운동의 mass-flux와 energy-flux의 연속성을 고려하여 微小振幅波와 有限振幅波에 관한 해석법을 제시하고 있다.

한편, 境界要素法을 이용한 非線形波解析으로는 Isacson(1981), Nakayama(1983), Kim *et al.*(1983), 大山(1985) 등에 의한 해석이 있다. 이 해석들은 假想境界處理(無反射境界)에 관한 검토는 거의 없고,

*江原大學校 土木工學科(Department of Civil Engineering, Kangweon National University, Chuncheon, Korea)

**日本 熊本大學 土木工學科(Department of Civil Engineering, Kumamoto University, Kumamoto, Japan)

실제로 假想境界處理를 必要로 하지않는 自由表面解析을 대상으로 하고 있다. 그러므로 일반적인 海域을 통과하는 파랑을 충분하게는 해석할 수가 없다.

本 研究에서는 종래의 境界요소법 해석에서 불충분했던 가상경계를 해결하는 간단한 처리방법을 제시하고, 일반적으로 任意境界形象 또는 임의境界영역을 진행하는 파랑의 有限振幅性을 포함하여 보다 실제적인 상황아래서 확장 적용하는 방법을 나타낸다. 본 계산법에 의해서 얻어진 계산결과와 다른 계산결과와 비교하여 계산법의 타당성과 적용성에 관해서 검토한다. 또, 요소의 분할과 계산시간 간격의 相異에 의한 計算精度에 관해서도 검토한다.

2. 境界要素法에 의한 有限振幅波動의 解析法

2.1 境界要素法에 의한 定式化

좌표계를 Fig. 1에 나타낸 것과 같이 靜水面上에 X軸을 잡고, 鉛直上向으로 Y軸을 잡는 鉛直面 2차원 영역에서 파랑의 운동을 考慮한다. 파랑의 유한진폭성을 고려하면 해석영역 V는 水面變動量 $\eta(X, t)$ 의 함수이고, 이것을 $V(\eta)$ 로 표시한다. Fig. 1에서 境界 S_1 은 자유표면경계, S_2 는 海底 또는 구조물 등의 不透過境界이고, S_3 은 유체중에 설정한 가상의 左右兩境界를 意味한다. 또 유체는 비압축성, 비점성유체이며, 유체운동은 비회전운동을 하는 것으로 가정하고, 속도포텐셜 $\phi(X, Y, t)$ 을 갖는 것으로서, 시간을 t, 중력가속도를 g로 표시하면, 파랑운동의 支配方程式은 해석영역 V(η)에 관한 Laplace 方程式이 된다. 이때 ϕ 와 η 에 대한 支配方程式과 境界條件은 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{in } V(\eta)) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = n_y \cdot \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (\text{on } S_1) \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right] + g \cdot \eta = 0 \quad (\text{on } S_1) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (\text{on } S_2) \quad (4)$$

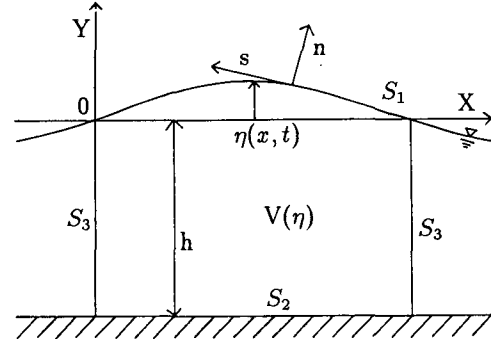


Fig. 1. Definition sketch and coordinates.

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial n} \quad (\text{on } S_3) \quad (5)$$

여기서, n, s에 의한 미분은 유체영역 V(η)을 둘러싸고 있는 境界상에서의 외향법선과 접선방향미분을 나타내고, $n_y = \cos \beta$ 는 n의 Y축에 대한 方向余弦이다. 식 (2) 및 식 (3)은 각각 자유표면에서의 連動學的 및 力學的인 조건이고, 식 (4)는 해저 또는 구조물 등에 의한 불투과 조건을 나타내고 식 (5)는 좌우가상경계조건이다. 식 (5)의 $\bar{\phi}$ 는 좌우가상경계에서의 속도 벡터를 의미하며 미지수이다. 가상경계 처리에 관해서는 다음의 2.2에서 자세히 설명한다. ϕ 가 調和函數이기 때문에 식 (1)은 Green 공식을, 식 (3)은 加重殘差法(Method of Weighted Residual)을 적용한다. 境界요소법의 離散化(discretization)에 대해서는 大山(1985), 金(1991) 등에 의해 잘 설명되어지고 있다. 이산화할 때 선형요소를 사용하고 비선형항은 增分法을 사용하여 선형화하면 증분량 $\Delta\phi$ 와 $\Delta\eta$ 에 관한 연립일차대수방정식이 얻어진다. 이것을 풀고 얻어진 결과에 $\phi = \phi_0 + \Delta\phi$ 를 대입하면 시각 $t_0 + \Delta t$ 에 대한 결과가 얻어진다.

2.2 假想境界處理

Fig. 1에 표시한 것과 같이 입사측경계 S_3 에서는 일반적으로 既知의 入射波와 未知의 反射波가 존재하고, 투과측 S_3 에서는 未知의 透過波가 존재한다. 미소진폭파동의 경우에는 이들 미지수의 함수 형태가 확정되고 주기함수로서 해석이 가능하다. 그러나, 유한진폭파동의 경우에는 波成分의 일반형을 엄밀히

정하는 것이 어렵고 非定常 문제로서 취급할 필요가 있다. 여기서는 가상경계 S_3 에 대한 해석영역 内部와 外部와의 유체운동의 연속조건으로써 mass-flux와 energy-flux의 연속성을 고려하여 계산의 時刻마다 만족시키는 방법을 이용해서 가상경계에서의 유속분포를 수면변동의 함수로서 취급한다. Fig. 1에 표시한 것과 같이 X축의 음(陰)의 방향으로부터 파를 입사시키는 경우를 고려하여 입사위치($X = X_0$)에서의 수심을 h_0 로 하고 투과위치에서의 수심을 h_t 로 한다. 이 경우 구조물 등의 주변에는 소위 定常波와 散亂波 등이 발생하지만 경계 S_3 를 이들의 구조물로부터 충분히 떨어진 위치에 설정함으로써 이 波의 影響을 무시할 수 있으며, 따라서 任意의 時刻에서의 유체운동의 연속을 고려하는 경우, 아래와 같이 無數한 成分波의 합으로써 취급할 수 있으며, 入射波와 透過波의 각 位置에서의 속도포텐셜을 다음과 같이 假定한다.

$$\begin{aligned} \text{입사위치 ; } \bar{\phi}_{inp} &= \sum \bar{\phi}_i + \sum \bar{\phi}_r \\ \text{투과위치 ; } \bar{\phi}_{out} &= \sum \bar{\phi}_t \end{aligned} \quad (6)$$

여기서, $\bar{\phi}_i$ 는 입사파, $\bar{\phi}_r$ 은 반사파, $\bar{\phi}_t$ 는 투과파의 各成分을 나타낸다. $\bar{\phi}_{inp}$ 와 $\bar{\phi}_{out}$ 은 각각 입사 및 투과위치에서의 속도포텐셜을 意味한다.

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_i &= \frac{\sigma_i \cosh k_i (h_0 + y)}{k_i \sinh k_i h_0} \cdot \eta_i \\ \bar{\phi}_r &= \frac{\sigma_r \cosh k_r (h_0 + y)}{k_r \sinh k_r h_0} \cdot \eta_r \\ \bar{\phi}_t &= \frac{\sigma_t \cosh k_t (h_t + y)}{k_t \sinh k_t h_t} \cdot \eta_t \end{aligned} \quad (7)$$

여기서, 각 성분파의 주파수 $\sigma (= 2\pi/T; \sigma_i, \sigma_r, \sigma_t)$ 및 파수 $k (= 2\pi/L; k_i, k_r, k_t)$ 는 對應하는 各波에 대해서 분산관계식 $\sigma^2 = gk \tanh kh$ 를 만족한다. η_i, η_r, η_t 는 각파의 수면변동량에 대한 속도포텐셜의 關與項이다.

따라서, 입사파 $\bar{\phi}_i$ 는 既知量이지만 $\bar{\phi}_r$ 과 $\bar{\phi}_t$ 는 각 성분마다 미지량 η_r, η_t 를 갖는 無限個의 集合이고 이를 해석하는 것은 불가능하다. 따라서 간단한 처리방법으로써 파의 진행방향마다 어떤 代表成分派 ϕ_R, ϕ_T 를 가정하여 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} \sum \bar{\phi}_r &= \phi_R \cdot R_r \\ \sum \bar{\phi}_t &= \phi_T \cdot R_t \end{aligned} \quad (8)$$

R_r, R_t 는 어떤 시각에서의 대표파와 각 성분파와의 比를 나타낸다. 여기에 식 (7)의 표현을 사용하면 반사파와 투과파는 다음의 식으로 나타내어진다.

$$\begin{aligned} \sum \bar{\phi}_r &= \phi_R \cdot R_r = \frac{\sigma_r \cosh k_r (h_0 + y)}{k_r \sinh k_r h_0} \cdot \eta_r \cdot R_r \\ &= \frac{\sigma_r \cosh k_r (h_0 + y)}{k_r \sinh k_r h_0} \cdot A_r \\ \sum \bar{\phi}_t &= \phi_T \cdot R_t = \frac{\sigma_t \cosh k_t (h_t + y)}{k_t \sinh k_t h_t} \cdot \eta_t \cdot R_t \\ &= \frac{\sigma_t \cosh k_t (h_t + y)}{k_t \sinh k_t h_t} \cdot A_t \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 $A_r = \eta_r \cdot R_r, A_t = \eta_t \cdot R_t$ 이다. 이 A_r, A_t 를 반사 및 투과파에 관한 미지수로 하면 임의의 시각에서 無限級數의 합으로써 표현되는 波를 무한개의 각 성분마다 구별하지 않고 “총합되어진 파”, 다시 말해 반사파 ϕ_R , 투과파 ϕ_T 의 각 대표파에 의해 간단하게 취급하는 것이다. 이 A_r, A_t 는 위 식으로부터 분명한 것과 같이 規則波(單一成分波)의 경우에는 대응하는 수면변동량의 속도포텐셜의 關與項(수면변동량은 식 (11)의 A', A_t')이지만 불규칙파의 경우에는 이와 같은 물리적인 의미는 명확하지 않지만 想定한 대표파의 속도포텐셜과 實速度포텐셜과의 比를 의미하는 것으로 해석할 수 있다. 위에서 설명한 것과 같이 임의의 시각에 대한 가상경계에서의 진행방향마다 “대표파”로써의 취급은 해석상 單一波와 多成分波를 구별하지 않고 진행하는 파의 過渡狀態로부터 定常狀態까지 동일한 간단한 방법으로 해석하는 것이 가능하다. 유체중에 설정한 좌우의 가상경계 S_3 에서는 유체운동의 연속조건으로서 mass-flux 및 energy-flux의 연속성이 만족되지 않으면 안된다. 이 두 조건은 다음과 같이 기술할 수 있다.

(A) mass-flux

이 조건에 對해서 다음과 같이 고려한다.

$$\rho \int_{S_3} \frac{\partial \phi}{\partial n} dS_3 = \rho \int_{S_3} \left[\frac{\partial \phi}{\partial n} \right] dS_3 \quad (10)$$

다시 말해, 경계 S_3 위에서의 유속의 연속조건으로부터 만족되지만 이것은 기초식 중에 도입되어져 있어, 이미 이 조건은 고려되어져 있다. 여기에서는 식 (9)를 사용하여 $\partial\bar{\phi}/\partial n$ 을 표현하면, 입사측 및 투과측 경계에서 다음과 같이 된다. 여기에서 경계 S_3 은 Y 축에 평행한 것으로 한다.

$$\left[\frac{\partial\bar{\phi}}{\partial n} \right]_{inp} = \varepsilon_i \left[\sum \sigma_i \frac{\cosh k_i (h_0 + y)}{\sinh k_i \cdot h_0} \cdot \eta'_i - \sigma_r \frac{\cosh k_r (h_0 + y)}{\sinh k_r \cdot h_0} \cdot A'_r \right]$$

$$\left[\frac{\partial\bar{\phi}}{\partial n} \right]_{out} = \varepsilon_t \cdot \sigma_t \frac{\cosh k_t (h_0 + y)}{\sinh k_t \cdot h_t} \cdot A'_t \quad (11)$$

$$A'_t = (\eta_0 + \Delta\eta)_{out} \quad (12)$$

여기서 ε_i , ε_t 는 각각 경계 S_3 에서 입사위치 및 투과위치에서의 외향법선의 X 축 방향여현이다. η'_i 는 입사파에서의 성분파의 표면변동량을 나타낸다. η'_i 는 既知이지만 A'_r 은 반사파에 관한 미지량이다. A'_t 는 투과파의 수면변동량이고 투과위치에서의 수면변동량 η_{out} 과 식 (12)로 나타낼 수가 있다. 이것은 수면변동기록으로부터 내부유속을 추산하는 Dean(1965)의 흐름함수법의 제 1항을 이용한 것에 해당된다.

(B) energy-flux

가상경계에 대해서 A'_r , A'_t 로 나타내어지는 미지량이 존재하고 이것과 동등한 數 만큼의 방정식이 부족하지만 A'_t 는 식 (12)에서 나타낸 것과 같이 투과위치에서의 수면변동량 η_{out} 으로 표현되어지기 때문에 결국 새로운 미지량은 입사경계에서의 A'_r 뿐이다. 그래서 이 미지량을 결정하기 위하여 새로운 조건으로써 energy-flux; $\rho(\partial\phi/\partial t) \cdot \partial\phi/\partial n$ 의 연속조건을 고려해야 하지만 mass-flux; $\rho(\partial\phi/\partial n)$ 의 부분은 이미 식 (11)에서 고려되었기 때문에 결국 근사적으로 다음과 같이 표현된다.

$$\int_{S_3} \frac{\partial\phi}{\partial t} dS_3 = \int_{S_3} \frac{\partial\bar{\phi}}{\partial t} dS_3 \quad (13)$$

식 (13)을 입사위치에서 고려하면 다음과 같다. 입사측의 외부영역에서의 $\partial\phi/\partial t$ 는 식 (6) 및 식 (9)를 사용하면 다음 식으로 표현되어진다.

$$\left[\frac{\partial\bar{\phi}}{\partial t} \right]_{inp} = - \sum \frac{\sigma_i^2}{k_i^2} \frac{\cosh k_i (h_0 + y)}{\sinh k_i \cdot h_0} \cdot \eta'_i$$

$$- \frac{\sigma_r^2}{k_r^2} \frac{\cosh k_r (h_0 + y)}{\sinh k_r \cdot h_0} \cdot A'_r \quad (14)$$

이것을 이용해서 식 (14)의 적분을 海底바닥($-h_0$)으로부터 자유표면의 제 n 근사치 η^n 까지 적분하면 입사측의 가상경계에서 다음의 식이 얻어진다.

$$\sum_{inp} \bar{S} \left[\frac{\partial\bar{\phi}}{\partial t} \right] = - \sum \frac{\sigma_i^2}{k_i^2} \frac{\cosh k_i (h_0 + y)}{\sinh k_i \cdot h_0} \cdot \eta'_i - \frac{\sigma_r^2}{k_r^2} \frac{\cosh k_r (h_0 + y)}{\sinh k_r \cdot h_0} \cdot A'_r \quad (15)$$

여기서 $\bar{S} = \lambda/2 \cdot [1, 1]$ 이다. 여기서 λ 는 가상경계상의 要素의 길이를 나타낸다. 또한 식 (15)의 좌변 $\partial\phi/\partial t$ 는 경계 S_3 에서의 해석영역 내부의 節點值이지만 이 시간항에 관해서는 차분을 적용하고 다음과 같은 식을 사용한다.

$$\left[\frac{\partial\phi}{\partial t} \right] = \left[\frac{2}{\Delta t} \right] \cdot \Delta\phi - \left[\frac{\partial\phi}{\partial t} \right]_0 \quad (16)$$

以上, 가상경계 S_3 에서 유체운동의 연속조건식을 고려한 새로운 조건식으로서 식 (15)를 더하여, ϕ 및 η 에 관한 연립방정식과 동시에 이것을 해석하면 된다. 따라서 적당한 초기조건이 주어지면 고려하고 있는 입사파에 대응한 임의의 경계형상 및 경계영역에서의 유한진폭파동의 비정상적인 운동을 求할 수가 있다.

또한, 가상경계 S_3 이 불투과경계면의 경우에는 $\partial\phi/\partial n = 0$ 이기 때문에 당연히 이 경계조건은 S_2 의 경계로서 취급되고 전술한 가상경계에서의 조건을 고려할 필요는 없다. 또 가상경계에서의 파의 입사방법은 식 (11)에서 입사파에 대응하는 $(\partial\bar{\phi}/\partial n)$ 을 주면 되고 造波板 등에 의해 파를 입사시킬 경우 조파판의 이동에 대응해서 유속 $(\partial\bar{\phi}/\partial n)$ 을 주면 똑같은 방법으로 계산할 수가 있다.

3. 計算方法의 檢證과 實用性的의 檢討

3.1 理論的인 檢證

본 해석법의 유한진폭 파동해석에 대한 가상경계 처리방법의 檢證 및 계산精度를 검토하기 위해 피스톤형 조파장치에 의한 일정한 수심에서의 파의 발생 실험을 행하고, 그 계산을 행한 瀧川(1978)의 결과와 비교한 것이 Fig. 2이다. 초기조건으로서, 時刻 $t=0$ 에 대해 유체는 완전히 정지하고 있는 것으로서 가정해서

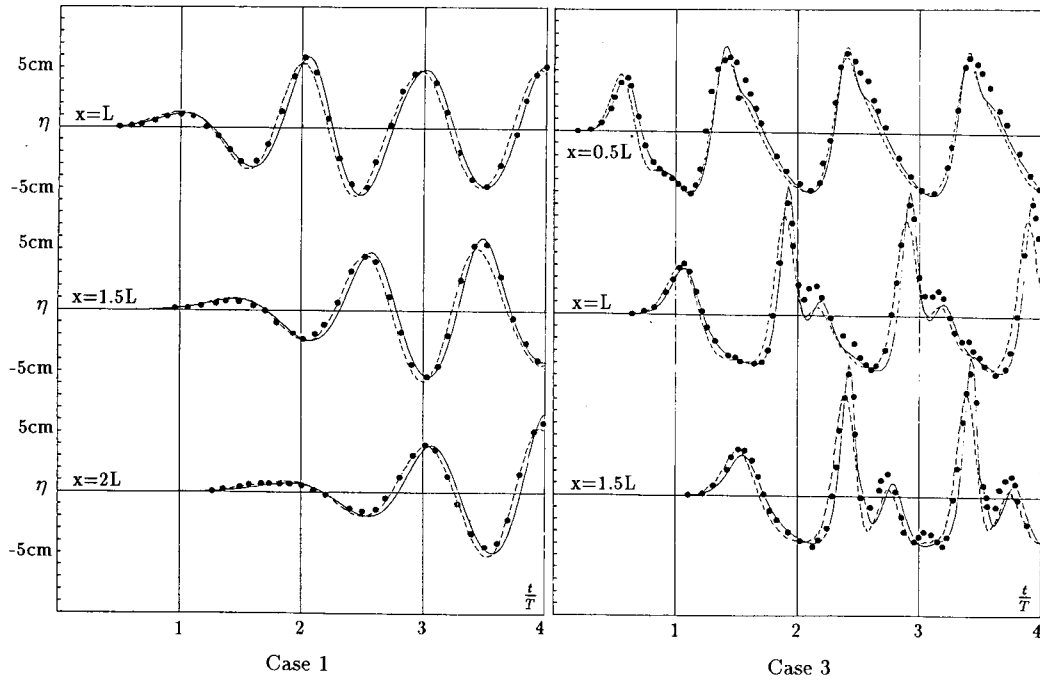


Fig. 2. Time history of free surface displacements: —, FEM (TAKIKAWA); ---, present numerical solutions (BEM); ···, experimental results.

다음과 같이 설정했다.

$$\begin{aligned} \phi &= \eta = 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial t} &= \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

또 Fig. 3에는 이 때의 경계요소법 계산에 의한 空間波形을 시간마다(종축 t/T : T 는 주기) 나타내고 있다. 실험조건과 실험케이스는 Table 1에 표시한 바와 같다. 측정점에 관한 파장 L 은 일정수심 h 와 주기 T 에 대응하는 미소진폭파이론의 분산관계식 $\sigma^2 = gk \tanh kh$ ($\sigma = 2\pi/T$, $k = 2\pi/L$)로부터 미리 구했다. 이 때에 실험상황을 완전히 시뮬레이션할 수 있는 파의 입사 방법 및 계산영역도 미리 정했다. 다시 말해, 파의 입사방법은 피스톤의 이동진폭 ξ 를 이용하고 입사파의 속도 $(\partial\phi/\partial n)_{imp} = (\partial\xi/\partial t)$ 를 식 (11)에 대입하고 조파판의 위치도 $\xi_x = \xi \sin \sigma t$ 로서 각 위상마다 이동시키는 방법을 이용했다.

실험과 똑같이 조파판의 위치도 $\xi_x = 0$ 의 상태에서부터 계산을 시작했다. 요소의 분할은 水深방향으로 10분할, X축방향으로 Case 1, Case 2는 $\Delta x/L = 1/20$ 으로써 40분할의 2파장구간을 잡고, Case 3은 60분할으로써 1.5파장 구간을 취하였다. 다시 말해, 각 경

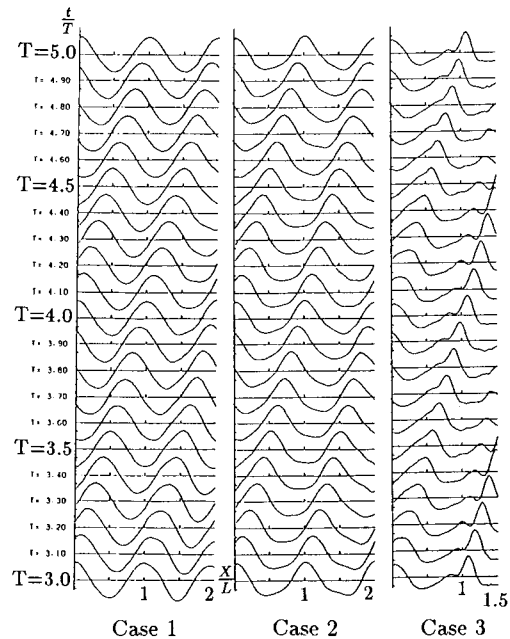


Fig. 3. Time history of the free surface profiles generated by the wavemaker.

우의 실험과 측정구간과 똑같이 되도록 정해서 투과 측에서의 가상경계처리에 관한 본 계산법의 검토를

Table 1. Numerical and experimental data.

Case no.	Depth (cm)	Period (sec)	Piston stroke (2ξ cm)	Measure points	Relative wave height $\frac{h}{L_0}$	Wave height Hcm (1.5L)
1	80	2.0	10.0	L, 1.5L, 2L	0.1280	9.7
2	60	2.5	19.0	L, 1.5L, 2L	0.0165	12.7
3	40	4.1	34.0	0.5L, L, 1.5L	0.0152	14.3

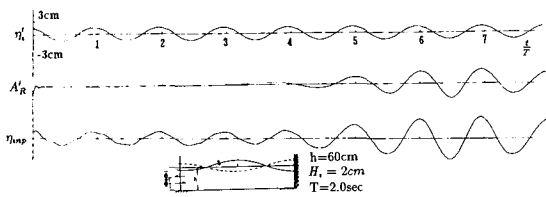


Fig. 4. Time history of each component wave at the input flow open boundary.

행했다. 또한, 계산의 시간간격은 여기에서는 각 케이스 모두 $\Delta t/T=1/40$ 으로 했다.

Fig. 2 및 Fig. 3에 나타난 바와 같이 경계요소법에 의한 계산결과는 실험치와 瀧川(1978)의 계산결과와 잘 일치하는 것이 확인되어졌고, 특히 투과위치에 대해서도 파가 변형하지 않고 잘 통과하는 것이 계산되어졌고 투과위치에서의 가상경계 처리방법의 타당성이 증명되었다. 또 Case 1과 Case 2의 正弦波動에서는 거의 완전한 파형 및 파고가 계산되어졌고, Case 3의 비선형적인 파동에 대해서도 솔리톤(soliton) 파형이 잘 재현되어 본 계산 방법이 충분한 精度를 가지고 있는 것이 증명되었다. Fig. 4는 입사측의 가상경계에 대한 경계요소법의 검증을 나타내고 있다. Case 3의 경우 $x=L$, $x=1.5L$ 의 측정점에서 波峰이 다소 작게 계산되어진 것은 솔리톤(Soliton)의 발생과 같은 경우에는 X軸방향의 要素간격 $\Delta x/L$ 의 값이 다소 크면 수면의 곡률을 충분히 재현할 수 없기 때문이다. 따라서 $\Delta x/L$ 와 $\Delta t/T$ 을 작게함으로써 보다 높은 정도의 해를 얻는 것이 가능하다.

Fig. 4는 입사측의 가상경계에 대한 본 계산법의 검증을 행한 것이고, 그림에 나타난 것과 같이 일정 수심을 진행하는 유한진폭파가 鉛直壁에 반사하여 完全重複波를 형성하는 과정을 계산한 것이다. 수심 $h=60$ cm, 주기 $T=2.0$ sec, 파고 $h=2$ cm의 정현파라고 해석영역은 연직벽의 전면 2파장 구간을 취하였다. Fig. 4는 파의 입사측 경계에서 수면변동량의

Table 2. Experimental information and numerical data of the submerged breakwater.

Case no.	Depth (cm)	Period (sec)	Incident wave (η'_i cm)
RUN 1	59.0	1.179	4.0
RUN 2	40.0	1.790	3.0

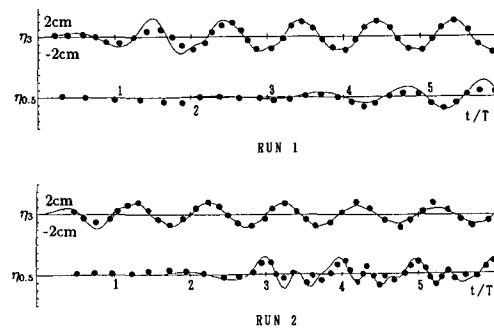


Fig. 5. Comparison between the free surface profiles and the experimental data over a submerged breakwater: —, present numerical solutions (BEM); ···, experimental results.

시간파형을 표시하고 식 (11)에서 입사파형 η'_i 와 계산결과로부터 얻어진 반사파 A'_R 및 입사위치의 수면파형 η_{imp} 을 도시하고 있다. 시간의 경과와 함께 定常狀態로 되고 벽면에 의해 완전반사 되어진 파가 입사측의 가상경계를 통해서 무리없이 통과하고 있는 것이 확인되었다.

3.2 實驗的인 檢證

實驗은 日本 熊本大學 工學部 水理實驗室의 造波水槽(幅 50 cm, 높이 1m, 길이 36m)를 사용했다. 실험조건은 Table 2에 표시한 것과 같이 水深 h , 週期 T 및 入射波高 η'_i 을 변화시켜서 실험을 행했다. Fig. 5는 실험모델로서 높이 30 cm, 길이 1m의 不透過潛堤에 적용했고, 潛堤의 入射側 3m 및 透過側 0.5m 지점에서 각각의 수면변동량 η_3 및 $\eta_{0.5}$ 을 圖示하고

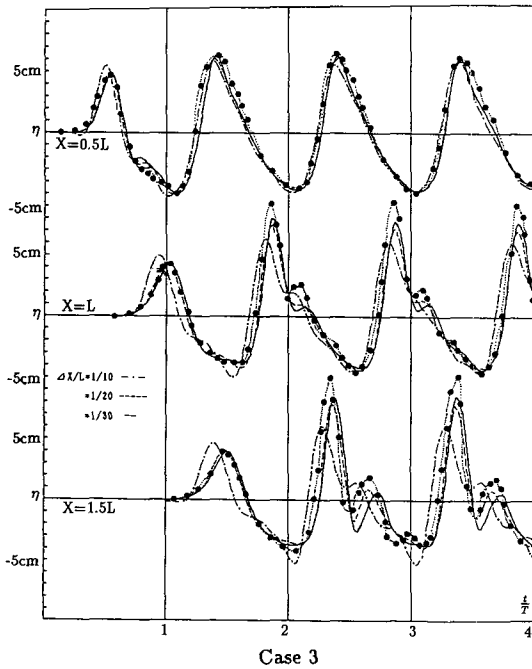


Fig. 6. The boundary discretisation and accuracy.

있다. Fig. 6은 경계요소법 해석과 실험결과의 비교를 행한 것이고, 그 결과는 실험결과와 잘 일치하며 특히 Run 2와 같이 잡제를 통과한 후 복잡하게 변동하는 수면변동도 잘 계산되어진 것이 확인되었다.

3.3 計算精度

이미 설명한 것과 같이 경계요소법 해석에 의한 결과는 충분한 精度를 갖고 있는 것을 알 수 있지만 여기서는 Table 1의 실험조건중 Case 3을 비교의 대상으로 하여 요소의 분할길이 및 계산 시간간격의 차이에 의한 경계요소법 해석의 계산정도에 관해서 검토하였다.

Fig. 6은 시간간격 $\Delta t/T = 1/40$ 으로 고정해서 수평방향의 분할을 $\Delta x/L = 1/10, 1/20, 1/30$ 으로 했을 때 각 측정점에서의 시간과형으로 실험치를 ...으로 나타내어 계산치와 비교한 것이다. Fig. 6에서 알 수 있듯이 $\Delta x/L$ 은 짧게 분할한 경우가 보다 좋은 정도를 갖는 것을 알 수가 있다. 또한 여기에서는 圖示하지 않았지만 수심방향의 분할을 $\Delta y/h = 1/10, 1/4, 1/2, 1$ 로 변화시켜서 계산을 수행한 결과 어느 경우도 수면과형에는 변화가 없고 일정수심의 경우에는 수심방향의 분할은 작아도 좋은 결과가 얻어지는 것을

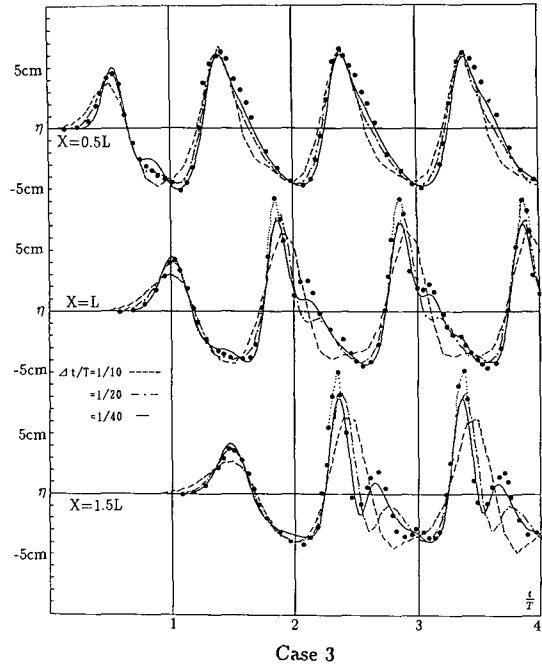


Fig. 7. Free surface profiles at the different time instants

알 수가 있었다.

Fig. 7은 수평방향의 분할을 $\Delta x/L = 1/20$ 으로 고정하고, 계산 시간간격 $\Delta t/T = 1/10, 1/20, 1/40$ 으로 계산한 것이다. 계산 시간간격도 적을수록 좋은 精度를 얻는 것을 알 수가 있었다. 실용적으로 $\Delta x/L \leq 1/20, \Delta t/T \leq 1/20$ 정도에서 충분한 것으로 생각되지만 계산의 안정을 위한 조건인 Courant 조건($C \cdot \Delta t/\Delta x \leq 1$)을 만족하도록 해야 한다.

4. 結 論

任意的 경계영역에서 속도포텐셜을 갖는 유한진폭 파동에 대해서, 가상경계의 처리방법으로서 가상경계의 해석영역 내부와 외부와의 유체운동의 연속조건 (mass-flux 및 energy-flux)을 고려하여 가상경계에서 유속분포를 수면변동의 함수로써 처리하는 방법을 제시했다. 본 해석법을 적용한 計算例로서 규칙파에 대한 반사파 및 투과파를 나타내어, 가상경계 처리 방법에 관해서 妥當性を 檢證하였다. 要素 및 계산 시간간격의 分割狀況에 의한 計算精度에 관하여 검토하여, 이들이 해석에 미치는 영향을 분명히 했다. 이들의 결과로부터 본 해석방법은 임의의 경계형상

및 임의의 경계영역에서 천해파동의 시뮬레이션 방법으로 충분히 유효하고, “數値波動水槽”로써 廣範圍한 파동문제 해석에 유효하게 이용할 수 있는 것이 제시되었다.

參考文獻

- 金南亨, 1991. 淺海波浪と波動底面亂流境界層の特性に関する基礎的研究, 日本 熊本大學工學部 博士論文.
- Dean, R.G., 1965. Stream function representation of nonlinear ocean waves, *Jour. Geophysical Res.*, Vol. 70, No. 18: 4561-4572.
- Issacson, M. de St. Q., 1981. Steep wave effects on large offshore structure, OTC 3955: 21-29.
- Kim, S.K., Liu, P. L-F. and Ligget, J.A., 1983. Boundary integral equation solution for solitary wave generation, propagation and run-up, *Coastal Eng.*, Vol.7: 299-317.
- Longuet-Higgins, M.S. and Cokelet, E.D., 1976. The deformation of steep surface waves on water, I.A. Numerical method of computation, *Proc. Roy. Soc. London Ser., A* 350: 1-26.
- Nakayama, T., 1983. Boundary element analysis of nonlinear wave problem, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol. 19: 953-970.
- 井島 武士, 永田 修一, 1981. 水中物體の非定常および定常有限振幅運動の解析, 第 28回 海岸工學講演會論文集: 416-420.
- 大山 巧, 1985. 境界要素法による非線形孤立波の反射および作用波力の解析, 第 32回 海岸工學講演會論文集: 555-559.
- 坂井 藤一, 月岡 康一, 1975. 波動解析への有限要素法の適用 (第 3報), 第 22回 海岸工學講演會論文集: 97-101.
- 瀧川 清, 1978. 有限要素法による波動解析について, 第 25回 海岸工學講演會論文集: 28-32.