

變調된 入射波의 쇄기에 의한 散亂 Nonlinear Diffraction of Incident Waves with Side-band Disturbances by a Thin Wedge

池元植* · 崔恒洵

Won Sik Chee and Hang Soon Choi

要 旨: 본 論文에서는 變調된 入射波의 쇄기에 의한 非線型 散亂을 해석하였다. 쇄기의 폭이 작다고 가정하여 拋物型 近似를 도입하여 문제를 단순화시켰다. 이 문제에는 척도가 서로 다른 時間 및 空間 變數가 포함되어 있으므로 多尺度 展開技法을 이용하였다. 비선형 산란파의 전개식은 일종의 3차 Schrodinger 방정식으로 記述할 수 있음을 밝혔는데, 이 식에는 群速度로 진행하는 線型時間展開項, 線型側面分散項 그리고 3차 非線型項이 포함되어 있다. 有限差分法을 사용하여 수행한 수치계산의 결과에 의하면 散亂波는 비선형항이 클 수록 그리고 變調比가 작을 수록 不安定해지며, 초기에 형성되는 스템파는 곧 여러 개의 波成分으로 분리되어 시간에 따라 變動한다. 전반적으로 보아 散亂波의 전개에는 非線型項이 지배적인 因子라는 결론을 내릴 수 있다.

Abstract [] The nonlinear forward diffraction of a modulated wave train by a thin wedge has been studied analytically. Since the physical variables involved in the problem have vastly different scales, the multiple scale expansion method has been used to obtain an approximate solution. To simplify the problem, the wedge is assumed to be thin and the parabolic approximation is utilized. The wave evolution can be described by a kind of the cubic Schrödinger equation, which consists of the linear time evolution, the lateral dispersion and the nonlinearity. Numerical results indicate that the nonlinearity, which is defined by the ratio of the slope of the incident wave to the wedge angle, governs the amplitude and the stability of diffracted waves. The instability of diffracted waves becomes more pronounced as the nonlinearity increases and the modulation ratio decreases. It is also found that the stem waves, initially developed along the wedge, can not sustain for a long time.

1. 序 論

비선형파에 대한 지금까지의 연구는 대부분 自由水面波 자체에 대하여 집중되어 있었다. 그 이유는 자유수면파 자체가 충분히 복잡하여 다루기 힘든 문제라는 점에서 찾을 수 있을 것이다. 따라서 物體와 線型波간의 상호작용에 대한 많은 연구에도 불구하고 본격적인 비선형 相互作用 문제는 최근에 와서야 시도되고 있다.

본 논문에서는 수면파가 물체에 의하여 산란(diffraction)되어 발생하는 마하반사(Mach reflection)를 해석하고자 한다. 淺水域 孤立波가 45°보다 작은 각으로 입사하면 反射波는 물론 波頂線(crestline)이 벽에 수직인 스템(stem)파라는 제 3의 파가 발생하며, 이들의

交义點은 벽에서 일정거리 떨어진 곳에 위치한다. 특히 입사각이 20°보다 작으면 반사파는 나타나지 않고 스템파만 존재하게 된다. 이와같은 Perroud(1957)와 Chen(1961)의 실험결과를 분석한 Wiegel(1964)은 이 현상이 空氣力學分野에서 널리 알려진 衝擊波의 반사현상과 기하학적으로 매우 유사하다는 점에 근거하여 이를 마하반사라 불렀다. Miles(1977)는 천수역 고립파의 마하반사에 대한 이론을 전개하고, Yue & Mei(1980)는 쇄기에 입사하는 정상 Stokes파의 산란 문제는 취급한 바 있다.

그러나 Choi(1990)가 지적한 바와 같이 이 문제의 특성은 波長에 비하여 물체의 길이가 매우 길다는 점에 있으며, 이러한 거리를 전파하는 진행파는 쉽사리 불

*서울대학교 工科大學 造船工學科(Department of Naval Architecture, Seoul National University, Seoul 151-742, Korea)

안정해진다는 사실은 이미 잘 알려져 있다. (Benjamin & Feir, 1967). 따라서 Yue & Mei의 결과처럼 Stokes파가 교란을 받으며 定常狀態를 유지할 수 있으나에 대하여 강한 의문이 제기된다. 이 문제에 대한 첫 시도로 Choi는 振幅이 正弦變調된 Stokes 파의 썰기에 의한 산란을 해석하여 복소진폭함수의 지배방정식으로 분산(dispersion)항이 線型項으로 추가된 일종의 변형된 cubic Schrödinger 방정식을 얻은 바 있다. 그의 계산결과에 의하면 분산항의 영향은 무시할 수 있을 만큼 적으며, 非線型項이 지배적인 인자라는 사실을 알 수 있었다. 그러나 진폭이 정현변조된 파는 安定하므로 산란된 波系의 안정성에 대한 의문은 여전히 풀어야 할 숙제로 남아있다.

본 논문에서는 교란을 지니고 變調된 비선형 Stokes파의 썰기에 의한 散亂波系와 그의 安定性에 초점을 맞추어 고찰하였다.

2. 問題의 定式化

Fig. 1에 도시한 바와 같이 무한수심에 놓인 길이가 L , 반폭이 B 인 썰기에 진폭이 特性振動數 Ω 로 변조하는 진동수 ω , 파수 k 인 수면파가 입사하는 경우를 생각하자. 포텐셜유동을 가정하여 속도포텐셜 $\Phi(x, y, z, t)$ 를 도입하면, 직교좌표계에서 다루고자하는 문제는 다음과 같은 初期-境界值 問題로 표시할 수 있다.

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad -\infty < z < \zeta, \quad (1)$$

$$\Phi_z = \zeta_t + \zeta_x \Phi_x + \zeta_y \Phi_y \quad z = \zeta, \quad (2)$$

$$\Phi_t + \frac{1}{2} |\nabla \Phi|^2 + gz = 0 \quad z = \zeta, \quad (3)$$

$$\Phi_n = 0 \quad y = \pm y_B(x), \quad (4)$$

$$\Phi_z \rightarrow 0 \quad z \rightarrow -\infty, \quad (5)$$

$$\Phi = \Phi^l \quad x < 0. \quad (6)$$

여기서 g 는 중력가속도, $\zeta(x, y, t)$ 는 자유표면, n 은 유체영역 밖으로 향한 물체표면($y = \pm y_B$)에서의 단위법선벡터, 그리고 Φ^l 는 입사파포텐셜을 나타낸다.

위와같은 초기-경계치 문제는 복잡한 비선형성을 지니고 있기 때문에 解析解를 구하기는 매우 힘들다. 또한 이러한 복잡성은 밝히고자 하는 현상의 규명을 흐리게 할 우려가 있으므로, 본 논문에서는 문제의 본질을 잃지않는 한도에서 가정을 도입하고 단순화시켜 해석

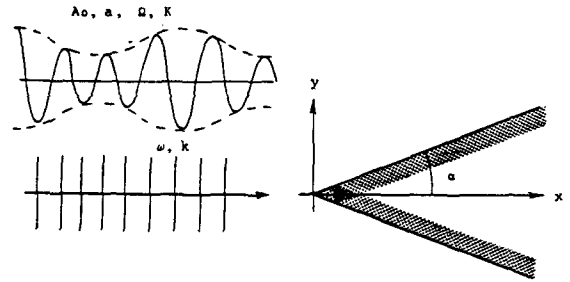


Fig. 1. Definition sketch

해를 구하고자 시도하였다.

3. 入射波 및 物體에 대한 假定

썰기가 길이에 비하여 얇은 경우를 생각한다. 즉, 썰기의 폭-길이비(B/L)가 작아 $B/L = \epsilon = O(1)$ 의 관계가 성립된다 가정하여, 산란파는 입사파의 진행방향으로만 전파한다는 放射條件(식 6)을 도입한다. 또한 입사파의 기울기를 썰기의 폭-길이비 정도의 작은 양으로 가정한다.

$$kA_0 = \epsilon \delta \quad \delta = O(1) \quad (7)$$

여기서 A_0 는 입사파 진폭의 특성치를 의미한다.

입사파의 변조를 나타내는 특성 진동수(Ω)와 특성 파수(K)는 일반성을 잃지않고 입사파의 진동수(ω)와 파수(k)에 비하여 썰기의 폭-길이비 정도로 작다 할 수 있다.

$$\Omega/2\omega = \epsilon \nu, \quad \nu = O(1); \quad K/2k = \epsilon \mu, \quad \mu = O(1). \quad (8)$$

한편, 무한수심을 진행하는 重力波의 비선형성은 $O(\epsilon^{-3})$ 의 크기를 갖는 진폭분산으로 대변됨은 잘 알려져 있다.

$$\omega^2 = gk [1 + (kA_0)^2]. \quad (9)$$

이러한 비선형 분산의 효과는 $O(k^{-3}A_0^{-2})$ 의 거리에서 나타나므로 썰기의 길이와 폭이 입사파의 파장에 대해 아래와 같은 관계를 만족하는 경우가 우리의 관심 대상이 된다.

$$kL = O(\epsilon^{-2}), \quad kB = O(\epsilon^{-1}). \quad (10)$$

이와 같은 가정에 근거하여 橢圓方程式은 포물형 근사(parabolic approximation)로 단순화시킬 수 있게 된다.

4. 散亂波 振幅의 展開方程式

비선형 자유표면파 문제에 이론적 해석에 있어 다척도 전개기법(multiple-scale expansion)은 inverse scattering 방법과 함께 매우 유용하게 이용되어 있다(Mei, 1983). 특히 우리가 다루고자 하는 문제에는 앞에서 열거한 바와 같이 여러 가지 서로 다른 尺度를 지닌 길이와 시간이 함께 포함되어 있으므로 다척도 전개기법을 사용하는 것이 바람직하다. 즉, 입사파의 전파에 관한 변수(x,t), 진폭의 변조에 관한 변수(K⁻¹, Ω⁻¹) 그리고 비선형 진폭분산이 나타나는 물체의 길이(L) 등은 그 상대적 크기가 각각 O(1), O(ε⁻¹), O(ε⁻²)으로 표시되어, 서로 다른 3가지 척도의 물리량으로 분류할 수 있다. 이를 적절히 표시하기 위해서는 長尺度變數의 도입이 요구된다.

$$x_1 = \epsilon x, \quad x_2 = \epsilon^2 x, \quad y_1 = \epsilon y, \quad t_1 = \epsilon t, \quad t_2 = \epsilon^2 t. \quad (11)$$

近似解를 구하기 위하여 속도포텐셜과 자유수면식을 ε에 대하여 漸近展開한 다음 이를 다시 시간 t에 대하여 Fourier 전개시키자.

$$\Phi(x, y, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \epsilon^n e^{im\varphi} \phi_{nm}(x_1, x_2, y_1, t_1, t_2) \quad (12)$$

$$\zeta(x, y, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \epsilon^n e^{im\varphi} \eta_{nm}(x_1, x_2, y_1, t_1, t_2) \quad (13)$$

여기서 φ(=kx-θ_t)는 입사파의 位相函數이므로 이들의 實數함수이므로 φ_{n, m} = φ_{n, m}*, η_{n, m} = η_{n, m}* (*는 공액복소수)인 관계가 성립한다. 전개과정과 해법 및 일반해는 Yuen & Lake (1982)와 Mei(1983, pp. 607-618)에 자세히 설명되어 있으므로, 여기서는 유도과정을 생략하고 본 논문에 필요한 결과만을 인용하기로 한다.}}}}

우선 입사파포텐셜은 위에서 논의한 變調(식 8)를 고려하면 다음과 같이 기술 할 수 있으며

$$\Phi^i(x, z, t) = \left(-\frac{i}{\omega}\right) \exp(kz+i\varphi) A(x_1, t_1), \quad (14)$$

교란(side-band disturbance)을 지닌 진폭함수는 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$A = A_0 [1 + 2a \cos(Kx - \Omega t)], \quad (15)$$

여기서 a는 교란의 진폭비를 나타내며, 그 크기는 A₀에 대하여 O(1)로 주어진다.

위에서 복소수로 표시된 모든 표현식은 실수부만을 택하여야 하며 앞으로의 표현식에서도 마찬가지이다. 식(15)를 Stokes파에 대한 2차이론의 결과인 입사파 포락선(envelope) 방정식

$$\frac{\partial A}{\partial t_1} + C_g \frac{\partial A}{\partial x_1} = 0 \quad (C_g = \text{군속도}) \quad (16)$$

에 적용시키면 2v=μ인 관계식을 얻는다. 한편 물체표면식을 장척도변수로 표시하고

$$y_B = kB Y_B(x_2), \quad (17)$$

앞에서 설명한 바와 같이 kB=ε⁻¹(식 10 참조)라 하면, 物體表面 境界條件 식(4)는

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y_1} = \left[\left(\frac{\partial}{\partial x} + \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial x_2} \right) \Phi \right] \frac{\partial Y_B}{\partial x_2} \quad (18)$$

와 같이 變形된다. 식(12)와 (14)로부터 線型解는

$$\Phi = \left(\frac{-ig}{\omega} \right) \exp(kz+i\varphi) A(x_1, x_2, y_1, t_1, t_2) \quad (19)$$

와 같은 형태가 되므로, 이를 식(18)에 대입하고 最低次項만을 취하면 물체표면 境界條件의 근사식을 얻는다.

$$\frac{\partial A}{\partial y_1} = ikA \frac{\partial Y_B}{\partial x_2}, \quad y_1 = Y_B(x_2). \quad (20)$$

무한수심에서는 일반적으로 自然潮流나 Stokes漂流 등 誘起潮流가 그다지 크지 않아 문제되지 않으므로 여기서는 무시하고자 한다. 따라서 파진폭의 전개방정식(equation of amplitude evolution)은 다음과 같다(Mei, p. 617).

$$\frac{\partial A}{\partial t_2} + C_g \frac{\partial A}{\partial x_2} + \frac{i\omega}{8k^2} \left(\frac{\partial^2 A}{\partial x_1^2} - 2 \frac{\partial^2 A}{\partial y_1^2} \right) + \frac{i}{2} \omega k^2 |A|^2 A = 0 \quad (21)$$

이 결과는 Zakharov(1968)가 처음 유도하였다. 여기에 아래와 같은 拋物型 近似를 도입한다.

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x_1^2} \ll \frac{\partial^2 A}{\partial y_1^2} \quad (22)$$

이 가정은 경계층에서의 粘性擴散에 대한 가정과 유사하며, 이를 이용하면 파진폭의 전개식은 다음과 같이 단순화된다.

$$\frac{\partial A}{\partial t_2} + C_g \frac{\partial A}{\partial x_2} - \frac{i\omega}{4k^2} \frac{\partial^2 A}{\partial y_1^2} + \frac{i}{2} \omega k^2 |A|^2 A = 0. \quad (23)$$

아래의 無次元 변수를 정의하여,

$$A = A/A_0, \quad X = kx_2, \quad Y = ky_1, \quad T = \omega t_2. \quad (24)$$

이를 식(23)에 대입하고, $C_g = \frac{\omega}{2k}$ 임을 이용하면 무차원화된 최종 표현식을 얻는다.

$$\frac{\partial A}{\partial T} + \frac{1}{2} \frac{\partial A}{\partial X} - \frac{i}{4} \frac{\partial^2 A}{\partial Y^2} + \frac{i\delta^2}{2} |A|^2 A = 0. \quad (25)$$

이 방정식에서 첫 두항은 群速度로 이동하는 座標系에서 파의 선형 시간변화를 의미하며, 셋째항은 側面 방향으로의 分散을, 마지막항은 비선형항을 의미한다. 이제 유한차분법을 이용하여 이 방정식의 수치해를 구하기로 한다.

5. 數值計算

Longuet-Higgins (1978)는 Benjamin & Feir의 해석에 근거한 수치계산을 수행하여 무한수심을 진행하는 Stokes파의 안정성에 대한 非線型性($kA_0 = \epsilon\delta$)과 分散性($K/2k = \epsilon\mu$)의 정확한 관계를 제시한 바 있다. Longuet-Higgins의 수치결과에 따르면 Benjamin & Feir의 결과와는 달리 $\epsilon\delta - \epsilon\mu$ 평면상에서 쇄파모양을 띤 일정한 不安定 領域이 존재하며, 불안정의 초기 기울기는 $\mu = 2^{1/2}\delta$ 이나, $\epsilon\delta = 0.41$ 에서는 μ 에 관계없이 Stokes파는 매우 불안정하게 된다. 그리하여 $\epsilon\delta$ 과 $\epsilon\mu$ 의 값을 변화시키면서 Longuet-Higgins가 제시한 결과가 쇄파에 의한 교란에 어떤 영향을 미치는 가를 살펴볼 필요가 있다. 또한, 쇄파 水線의 기울기가 20° 보다 작을 때와 조금 클 때에 대하여 같은 계산을 수행하여 입사각에 의한 영향을 살펴보기로 한다.

有限한 계산영역을 위하여 수치결과에 영향을 미치지 않을 만큼 큰 $Y(\gg 1)$ 에 壁面條件을 측면경계조건으로 부과하였다.

$$\frac{\partial A}{\partial Y} = 0. \quad (26)$$

한편 쇄파의 모양을

$$Y = X \tan \alpha, \quad \tan \alpha = \epsilon \quad (27)$$

로 표시하므로써 물체표면 경계조건은 간단한 꼴이 된다.

$$\frac{\partial A}{\partial Y} = iA \quad Y_B = X \quad (28)$$

3차 Schrödinger 방정식의 수치해법으로 여러 가지 알고리즘이 알려져있다(Taha & Ablowitz, 1984). 본 논문에서는 시간변수에 대해 Crank-Nicholson 알고리즘을 그리고 공간변수에 대해 中央差分을 도입한 유한차분법을 이용하였다. 離散化된 방정식에 대한 行列의 계산에서 비선형항을 그대로 처리하기 위하여 數次計算法을 사용하였다. 우선 수치계산에 사용할 공간간격의 크기를 결정하기 위하여 收斂度를 검증하였다. 대표적 계산인자를 설정하고 간격크기 ΔX 를 0.05에서 0.5까지 변화시키면서 벽면에서의 산란파의 진폭의 변화를 분석하여 양 방향 모두 $\Delta X = \Delta Y = 0.2$ 로 결정하였다. 이렇게 결정된 공간간격에 대하여 시간간격을 결정하기 위하여 같은 방법으로 數值實驗을 수행하였다. 그 결과 $\Delta T = 0.05$ 일 때 일정한 정확도를 유지하며 수치 계산량이 최소가 됨을 알 수 있었다.

수치계산은 半角이 17.55° ($\epsilon^2 = 0.1$)와 24.09° ($\epsilon^2 = 0.2$)인 2개의 쇄파에 대하여 기울기가 $kA_0 = 0.1, 0.3$ 이며 변조비($K/2k$)가 각각 0.1과 0.3인 입사파의 대한 계산을 수행하였다. 이에 대응하는 δ 의 값은 각각 $\delta = 0.3162, 0.9487$ 과 $0.2236, 0.6708$ 이다. 이들 값은 Longuet-Higgins의 결과에 의하면 두 가지의 파 기울기에 대하여 $K/2k = 0.1$ 은 불안정한 경우에 그리고 $K/2k = 0.3$ 은 안정한 경우에 해당한다. 이 때 群速度로 진행되는 입사파 包絡線의 주기는 $T = 2\pi/\theta$ 이며, 이에 대응하는 包絡線의 길이는 $X = \pi/\mu$ 이다. 이러한 입사파의 주기성과 산란기의 한계를 고려하여 계산 영역을 $X \in [0, 16], Y \in [0, 80], T \in [0, 32]$ 로 택하였다.

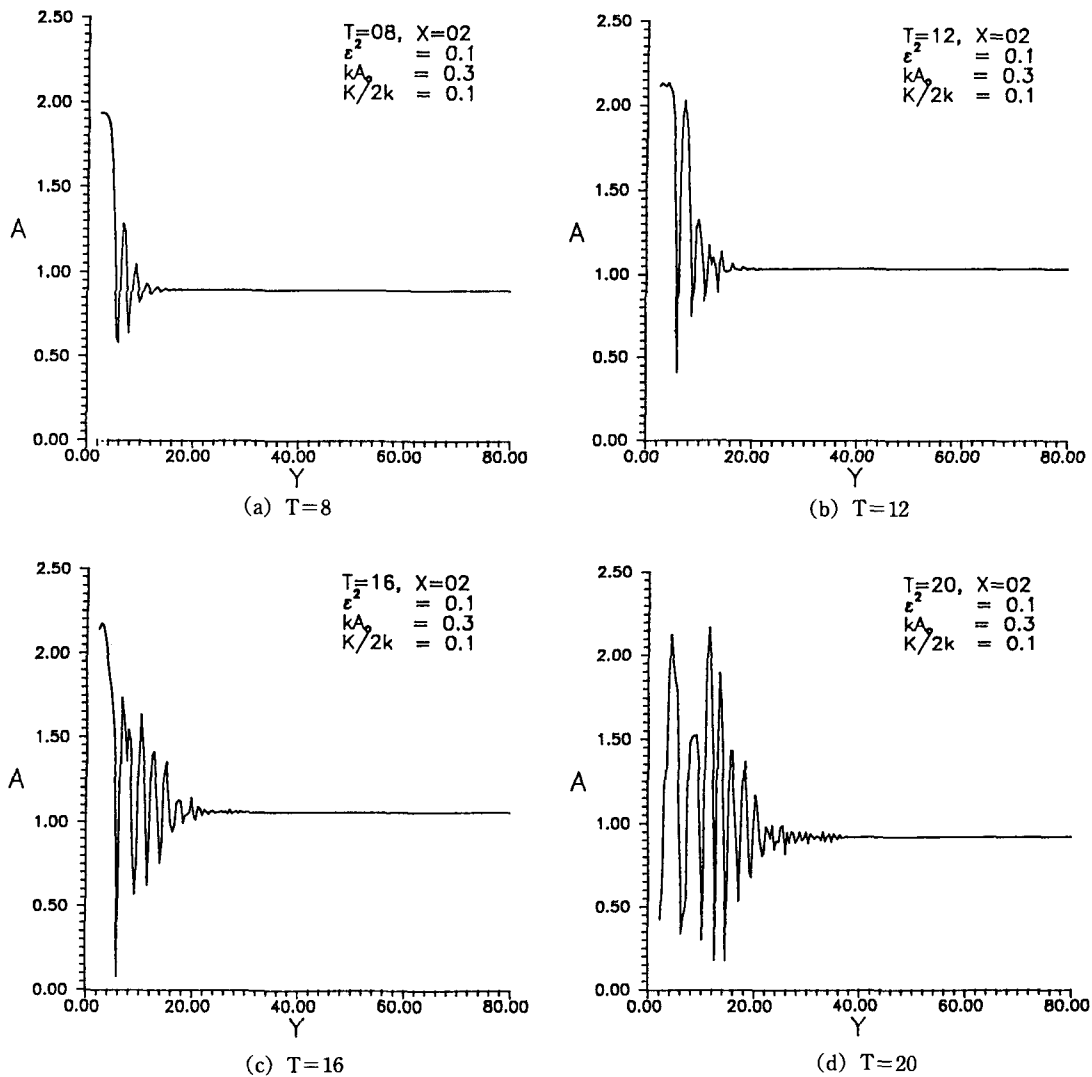


Fig. 2. Wave evolution and lateral dispersion at $X=2$ ($\epsilon^2 = 0.1$, $kA_0 = 0.3$, $K/2k = 0.1$)

6. 計算結果 및 討論

6.1 $\epsilon^2 = 0.1$ 인 경우

이는 왜기의 入射角이 17.55° 인 경우로서 變調振幅比는 $a=0.05$ 로 고정시켰다. 우선 일정 위치에서 시간에 따른 파의 전개를 살펴보자. Fig. 2는 $kA_0 = 0.3$, $K/2k = 0.1$ 에 대한 $X=2$ 에서의 결과이다. 전술한 바와 같이 Longuet-Higgins의 결과에 의하면, 입사파가 불안정한 경우에 해당된다. 여기에 보인 시간은 다음과 같다; a ($T=8$), b ($T=12$), c ($T=16$), d ($T=20$).

초기시간 $T=8$ 에서는 定常狀態의 Stokes파에 대한

Yue & Mei (1980)의 결과가 再現되고있다. 벽면에는 큰 振幅의 스템파가 뚜렷하게 형성되었으며 측면으로 분산되는 과정을 Fig. 2a에서 관측할 수 있다. 그러나 여기서는 入射波에 攪亂이 있으므로, 그 효과가 시간에 따라 나타나고 있다. 즉, $T=12$ (Fig. 2b)에 보인 바와 같이 벽면에 형성되었던 스템파가 불안정해지며 그 후에는 시간에 따라 심한 변동을 하며 측면으로는 불규칙하게 분산하고 있다.

다른 많은 경우에 대한 계산결과는 지면 관계상 게재를 생략하고 대신 왜기의 일정위치($X=2$)에서 시간에 따른 散亂波의 변화를 Fig. 3과 4에 示하였다. 여

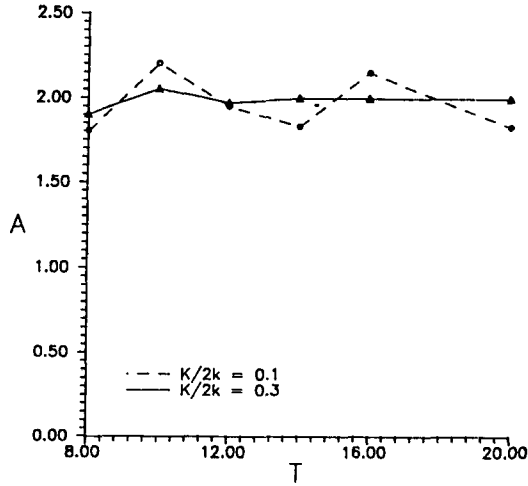


Fig. 3. Time variation of stem wave amplitudes at X=2 ($\epsilon^2=0.1, kA_0=0.1$)

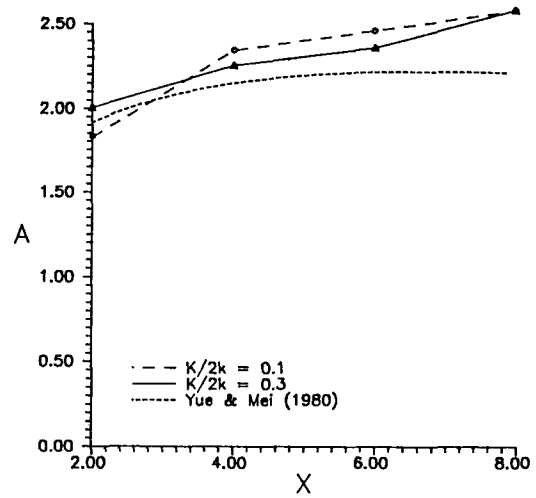


Fig. 5. Spatial variation of stem wave amplitudes at T=20 ($\epsilon^2=0.1, kA_0=0.1$)

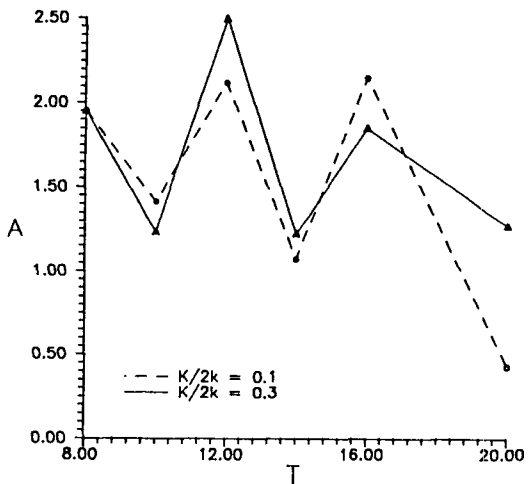


Fig. 4. Time variation of stem wave amplitudes at X=2 ($\epsilon^2=0.1, kA_0=0.3$)

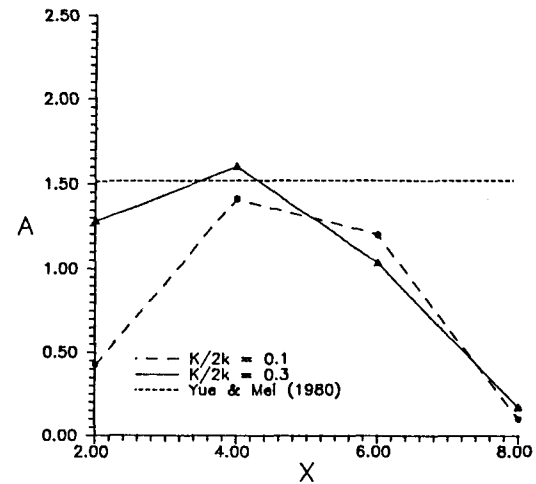


Fig. 6. Spatial variation of stem wave amplitudes at T=20 ($\epsilon^2=0.1, kA_0=0.3$)

기서 Fig. 3은 入射波 기울기가 0.1인 경우이고 Fig. 4는 입사파 기울기가 0.3인 경우이다. 두 그림에서 點線은 불안정한 入射波인 變調比 $K/2k=0.1$ 을 그리고 實線은 안정한 入射波인 $K/2k=0.3$ 을 나타낸다. 종축 A는 스템파의 진폭비를 뜻하며, 그 값은 대략 2.0으로 매우 큰 값을 갖고 있음을 알 수 있다. Fig. 3에서 變調比가 $K/2k=0.1$ 인 경우에는 散亂波振幅이 1.8에서 2.2까지 비교적 큰 폭으로 변동하고 있으나, 變調比 $K/2k=0.3$ 인 경우에는 2.0 근처에서 비교적 작은 폭의 변동을 보이고 있다. 즉, 불안정한 경우 ($K/2k=0.1$)에는 안정된 경우

($K/2k=0.3$)에 비하여 시간에 따른 변화가 더욱 불규칙적임을 볼 수 있다. 파기울기가 큰 경우인 Fig. 4를 파기울기가 작은 경우에 대한 Fig. 3과 비교하면 散亂波振幅이 시간에 따라 극히 심하게 변하고 있으며, 2개의 變調比에 대한 결과가 모두 같은 정도의 변동을 보이고 있다. 즉, 입사파의 기울기가 크면 산란파의 전개가 더욱 불안정해진다는 結論을 내리 수 있다.

다음에는 일정한 시간($T=20$)에서 散亂波의 길이방향에 따른 변화를 살펴보자. Fig. 5는 $kA_0=0.1$ 에 대한 결과이고, Fig. 6은 $kA_0=0.3$ 에 대한 결과이다. 이들

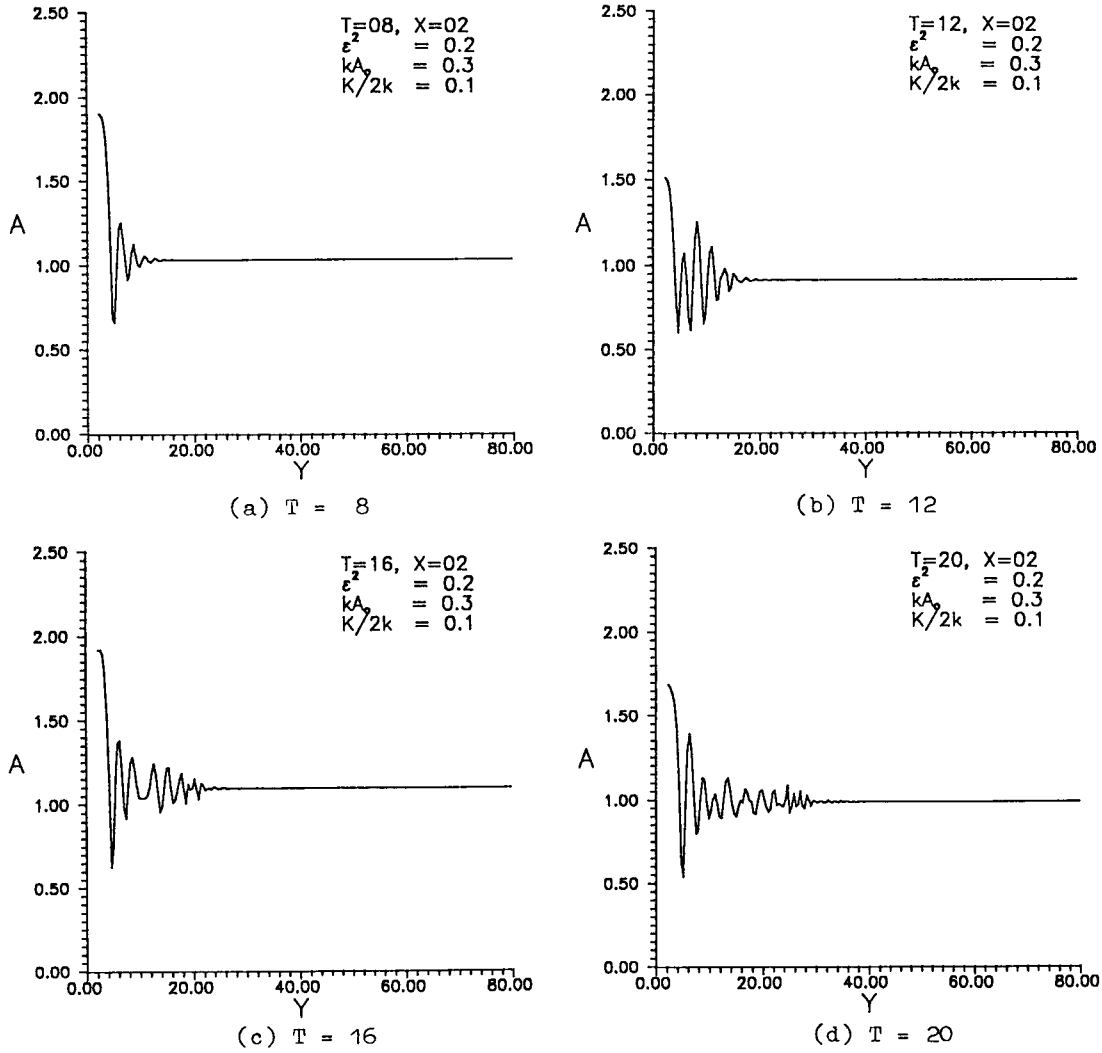


Fig. 7. Wave evolution and lateral dispersion at $X=2$ ($\epsilon^2=0.2, kA_0=0.3, K/2k=0.1$)

그림에는 定性的인 비교를 위하여 정상 Stokes파에 대한 Yue & Mei의 결과를 함께 도시하였다. $kA_0=0.1$ 인 경우(Fig. 5), 두 개의 變調比에 대한 散亂波의 파고는 길이에 따라 계속 증가하고 있다. 이는 定常狀態의 결과보다 더 큰 값을 가지며 그 차이가 점차 커지고 있다. 그러나 $kA_0=0.3$ 인 경우 (Fig. 6)에는 $X=2.0$ 에서 4.0 까지 진폭이 증가하지만, $X=4.0$ 이상에서는 급격히 減少하여 定常狀態의 결과와 거의 連關이 없어 보인다. 定常波에 대한 실험에서 확인된 바에 의하면 스템파는 처음에는 增加하다가 점차 減少한다. 위의 결과는 기울기가 작을 때에는 파의 전개가 느려 散亂波가 길이에

따라 계속 증가하지만, 파의 기울기가 클 때에는 파의 전개가 상대적으로 빨라 같은 시각에서 이미 감소하고 있다고 해석할 수 있다. 또한, 산란파의 상대적 파고는 입사파의 기울기에 반비례함이 뚜렷이 나타나 있다.

6.2 $\epsilon^2=0.2$ 인 경우.

이 경우에 해당하는 쇄기의 입사각은 24.09° 이며, 앞에서와 마찬가지로 변조진폭비 $a=0.05, kA_0=0.3, K/2k=0.1$ 에 대한 계산결과를 Fig. 7에 제시하였다. 여기서 보여준 時刻는 앞에서와 동일하다; a(T=8), b(T=12), c(T=16), d(T=20). 앞의 결과(Fig. 2)와 비교하면

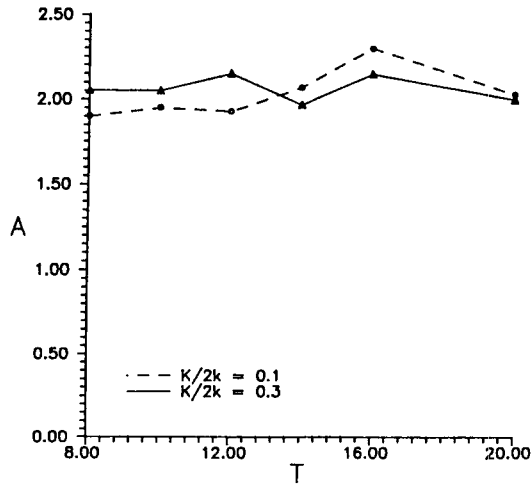


Fig. 8. Time variation of stem wave amplitudes at X=2 ($\epsilon^2=0.2, kA_0=0.1$)

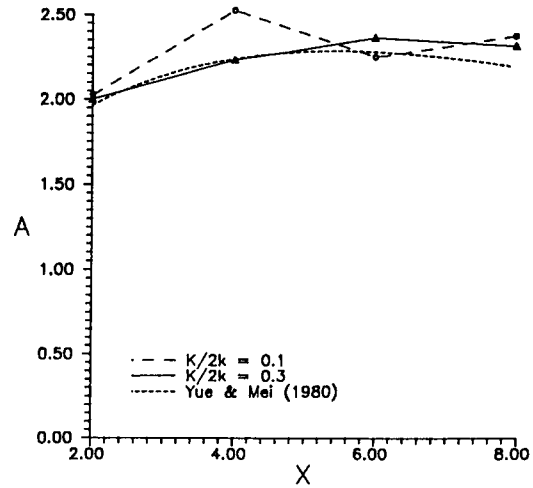


Fig. 10. Spatial variation of stem wave amplitudes at T=20 ($\epsilon^2=0.2, kA_0=0.1$)

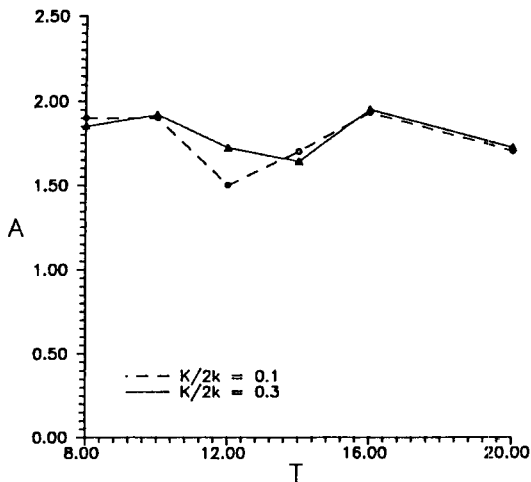


Fig. 9. Time variation of stem wave amplitudes at X=2 ($\epsilon^2=0.2, kA_0=0.3$)

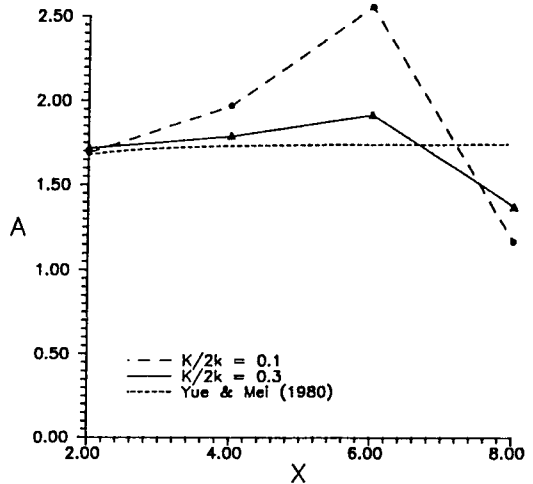


Fig. 11. Spatial variation of stem wave amplitudes at T=20 ($\epsilon^2=0.2, kA_0=0.3$)

췌기 측면방향에 따른 파의 전파는 대체로 보아 서로 유사하나 벽면에서의 산란파 진폭이 조금 감소되었으며 또한 그 변동이 다소 鈍化되었음을 볼 수 있다.

이러한 경향은 X=2인 벽에서 시간에 따른 파진폭의 변화를 나타내는 Fig. 8과 9를 고찰함으로써 확인할 수 있다. 췌기각에 따른 변화를 확인하기 위하여 서로 對應하는 Fig. 3과 8을 그리고 Fig. 4와 9를 비교하면 췌기각이 큰 경우 산란파의 시간에 따른 변화가 상대적으로 둔화되었으며, 특히 入射波의 기울기가 클 때 이러한 경향이 더욱 강하게 나타나 있다. 또한, 모든 경

우에 변조비가 크면 波系가 상대적으로 안정함을 알 수 있다. 이를 종합적으로 고찰하면 시간에 따른 壁面에서의 파진폭의 변동은 Fig. 8, 3, 9, 4의 순으로 커진다. 이러한 순서는 바로 입사파의 파기울기($=\epsilon\delta$)와 입사각($=\epsilon$)의 비, 즉 δ 의 크기에 따른 配列을 의미한다(식 25 참조). 이로부터 δ 의 값이 커질 수록 散亂된 波가 시간에 따라 不安定하게 展開된다는 결론을 내릴 수 있다.

마지막으로 고정된 시간(T=20)에서 산란파의 길이에 따른 변화를 살펴보자. 여기서 Fig. 10과 11은 췌기 입사각이 17.55°에 대한 결과인 Fig. 5와 6에 각각 對

応한다. 이들을 살펴보면 앞에서와 같은 경향을 관찰할 수 있다. 즉, 파기울기가 작을 때에는 선택된 시간에서 散亂波가 길이에 따라 계속 증가하고 있으나, 파기울기가 클 때에는 一定區間 증가하다가 감소하고 있다. 또한 쇄기의 입사각이 큰 경우에는 보다 더 定常狀態에 가까운 결과를 보여주고 있으며, 變調比가 작은 入射波의 散亂이 더욱 不安定함을 확인할 수 있다.

7. 結 論

攪亂된 線型波의 쇄기에 의한 非線型 散亂을 拋物型 近似를 통하여 고찰하였다. 波의 展開는 3차 Schrödinger 방정식물로 기술할 수 있었으며, 이 방정식은 群速度로 움직이는 선형 시간변화와 파의 側面分散 그리고 非線型項을 포함하고 있다. 수치 계산결과에 의하면 산란된 파는 입사파의 기울기가 작을 수록 그리고 쇄기각이 클수록 安定함을 알 수 있었다. 즉, 파기울기가 입사각의 비(δ)가 클 수록 파의 전개는 불안정해지는데, 이는 波系의 전개방정식에서 비선형성의 영향이 크며 동시에 비선형성이 波系의 불안정성을 야기시킴을 의미한다. 한편, 변조비 $K/2k$ 의 변화는 波系 및 시스템파의 안정성에 영향을 미치나 전반적으로 δ 가 미치는 영향보다는 미약하다. 이로부터 이 문제에서는 非線型성이 지배적이라고 결론지을 수 있다. 한편 3차 Schrödinger 방정식은 비선형항에 기인하는 recurrence, subharmonics, chaos 등의 특성을 지니고 있다. 이러한 관점에서 수치결과를 분석하면, 비선형성을 나타내는 파기울기-쇄기각의 비 δ 에 따라 급격한 해의 변화를 확인할 수 있다.

앞으로 연구해야할 결과는 δ 를 보다 세밀히 변화시키며 해를 살펴 해의 分枝(bifurcation)를 규명하는 것과 attractor를 定義하는 것이 될 것이며, 또한 實驗으로

이를 檢證할 필요가 있다.

參考文獻

- Benjamin, T.B. and Feir, J.F., 1967. The disintegration of wave trains on deep water. Part I Theory. *J. Fluid Mech.*, Vol. 27, 417-430.
- Berger, U. and Kohlase, S., 1976. Mach reflection as a diffraction problem, Proc. 15th Conf. Coastal Eng., ASEC.
- Chen, T.C., 1961. Experimental study on the solitary wave reflection along a straight sloped wall at oblique angle of incidence. U.S. Beach Erosion Board Tech. Memo. 124.
- Choi, H.S., 1990. 쇄기에 의한 비선형파의 마하반사, Proc. Workshop on Nonlinear Mechanics, KSTAM, 79-96.
- Longuet-Higgins, M.S., 1978. The instabilities of gravity waves of finite amplitude in deep water. II. Subharmonics. Proc. R. Soc. Lond. A. 360, 489-505.
- Miles, J.W., 1977. Diffraction of solitary waves, *Z. Angew. Math. Und Physik* Vol. 28, 889-902.
- Mei, C.C., 1983. *The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves*, Wiley-Interscience.
- Nielsen, A.H., 1962. Diffraction of periodic waves along a vertical breakwater for small angles of incidence. Univ. California, Berkeley IER Tech. Report 99-3.
- Perroud, P.H., 1957. The solitary wave reflection along a straight vertical wall at oblique incidence, Univ. California, Berkeley, IER Tech. Report 99-3.
- Taha, T.R. and Ablowitz, M.J., 1984. Analytical and numerical aspects of certain nonlinear evolution equations. II. Numerical, nonlinear Schrodinger equation. *J. Comp. Phys.* Vol. 55, 203-230.
- Wiegel, R.L., 1964. *Oceanographical Engineering*, Prentice-Hall.
- Yue, D.K.P. and Mei, C.C., 1980. Forward diffraction of Stokes waves by a thin wedge. *J. Fluid Mech.*, Vol. 99, 33-52.
- Yuen, H.C. and Lake, B.M., 1982. Nonlinear dynamics of deep-water gravity waves. *Advances in Appl. Mech.*, Vol. 22, 67-229.
- Zakharov, V.E., 1968. Stability of periodic waves of finite amplitude on the surface of a deep fluid. *J. Appl. Mech. Techh. Phys.*, Vol. 2, 190-194.