

## 淺海域에 있어서의 結合確率分布의 淺水變形에 대한 研究 Shoaling Prediction by the Statistical Joint Distribution in the Shallow Water Region

權 正 坤  
Jung Gon Kwon\*

**要 旨** : 深海中에서 發生한 多方向不規則 波浪이 水深變化에 의해서 어떠한 형태로 變形할 것인가를 明確히 파악하는 것은 沿岸構造物의 設計, 沿岸浸蝕對策 工法의 確立에 있어서 重要な 課題이다.

本 研究는 線形波動理論을 適用할 수 있는 水深領域을 對象으로 에너지 平衡方程式에 의해 方向 스펙트럼을 淺水變形시킴으로써 얻어지는 諸元을 入力條件으로서 波高, 週期, 波向의 結合確率分布를 數值的으로 求했고, 推定된 結合確率分布로부터 에너지 平衡方程式의 淺水變形豫測에 대한 適用性을 數值的으로 檢討했다. 또한 水深이 다른 2地點의 3成分 行列配置에 의해 同時 測定되어진 方向 스펙트럼을 入力條件으로서, 淺海域에 있어서의 方向 스펙트럼의 淺水變形豫測에 대한 에너지 平衡方程式의 適用性 및 問題點에 대해서 檢討한 것이다.

**Abstract** □ Accurate estimation of irregular wave transformation when the waves propagate from deep water to shallow water region is very important for the design of coastal structures and establishing beach erosion control. In this study, the transformation of directional spectrum is tested numerically using a conservation equation for energy flux and, based upon the joint distribution of wave height, period and wave direction, shoaling effects are predicted in the shallow water region. The applicability of the proposed procedure is verified through comparison with field observation data.

### 1. 概 說

深海中에서 發生한 多方向不規則 波浪이 水深變化에 의해서 어떠한 형태로 變形할 것인가를 明確히 파악하는 것은 沿岸構造物의 設計, 沿岸浸蝕對策 工法의 確立에 있어서 重要な 課題이다.

一般的으로 現地, 多方向不規則 波浪의 淺水變形에 대해서는 入射波浪의 非線形性을 無視할 수 있고, 方向分散性이 卓越한 深海領域에 있어서는 스펙트럼 解析法이 利用되어 지고, 碎波와 같은 不連續 現象이 일어나는 淺海域에 있어서는 Zero-down(or, up)-crossing法 등에 의해서 定義되어진 個個波의 波別解析法이 適用되어 진다.

本 研究는 線形波動理論을 適用할 수 있는 水深領

域을 對象으로, 에너지 平衡方程式에 의해 方向 스펙트럼을 淺水變形시킴으로써 얻어지는 諸元을 入力條件으로서 波高, 週期, 波向의 結合確率分布를 數值的으로 求했고, 推定된 結合確率分布로부터 에너지 平衡方程式의 淺水變形豫測에 대한 適用性을 數值的으로 檢討했다. 또한, 水深이 다른 2地點의 3成分 行列配置에 의해 同時 測定되어진 方向 스펙트럼의 入力條件으로서, 淺海域에 있어서의 方向 스펙트럼의 淺水變形豫測에 대한 에너지 平衡方程式의 適用性 및 問題點에 대해서 檢討한 것이다.

### 2. 에너지 平衡方程式

線形性이 강한 領域에 있어서의 多方向不規則 波

浪場은, 通常 方向 스펙트럼을 가지는 波浪場으로서 表現할 수 있다.

本 研究은 3次元 空間의 에너지 플럭스 保存式에 근거를 두고, 水平空間座標  $x, y$  및  $\theta$  座標를 假定하여, 方向 스펙트럼  $D(=S(f, \theta))$ 를 가지는 不規則波의 屈折, 淺水變形에 대한 Karlsson(1969)의 數值計算方法을 適用한다. 一般的으로,  $(x, y, f, \theta)$  空間에 있어서의 方向 스펙트럼  $D(=S(f, \theta))$ 의 輸送速度를  $\vec{V}$ 로 두면 에너지 保存式은 다음과 같이 表現할 수 있다.

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \nabla(DV) - Q = 0 \quad (1)$$

$$\nabla = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial f}, \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \quad (2)$$

위의 式에서,  $Q$ 는 에너지의 生成 및 消滅,  $t$ 는 時間을 나타낸다. 여기에서,

- 1) 外部로부터의 에너지 流入이 없다.
- 2) 周波數間的 에너지는 獨立的으로 輸送된다.
- 3) 定常狀態

와 같은 假定을 하면, 式(1)은 다음과 같이 表現되 어진다.

$$\frac{\partial}{\partial x}(DV_x) + \frac{\partial}{\partial y}(DV_y) + \frac{\partial}{\partial \theta}(DV_\theta) = 0 \quad (3)$$

$$V_x = C_g \cos \theta, \quad V_y = C_g \sin \theta \quad (4)$$

$$V_\theta = \frac{C_g}{C} \left( \frac{\partial C}{\partial x} \sin \theta - \frac{\partial C}{\partial y} \cos \theta \right)$$

여기에서  $C$ 는 波速,  $C_g$ 는 群速度이다. 本 研究에 있어서의 式(3)에 대한 具體的인 數值計算方法, 境界條件 등은 永井(1972)에 의한 研究를 參考했고, 本 數值計算에 있어서의 方向分割數는 45, 周波數分割數는 20으로, 方向 스펙트럼의 淺水變形을 계산했다.

### 3. 波高, 週期, 波向의 結合確率分布

多方向不規則 波浪場에 있어서의 波高, 週期, 波向의 結合確率分布에 대한 理論은 權 등(1988, 1990)에 의해서 提案되어져 있다. 이 理論은 좁은 周波數帶 스펙트럼을 가지는 不規則波를 假定하여 水位變動

( $\eta$ ), 時間變動( $\dot{\eta}$ ) 및 水平方向 2成分 물 粒子速度( $u, v$ )의 包絡線 함수를 假定함으로써, 波高比( $x=H/\bar{H}$ ), 週期比( $\tau=T/\bar{T}$ ), 波高( $\theta$ )에 대한 結合確率分布를 다음과 같이 誘導했다.

$$P(x, \tau, \theta) = \frac{x^2 \bar{\sigma}}{2^3 \times r \times \tau^2} \exp \left[ -\frac{\pi}{4\Delta} X^2 (A_{11} + A_{44} \bar{\sigma} (1 - 1/\tau)^2 + 2A_{14} \bar{\sigma} (1 - 1/\tau)) \right] \\ * \left\{ \frac{\sqrt{\Delta}}{A} + \frac{B'}{A^{3/2}} * \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}} * X * \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}} \right. \\ \left. \exp \left\{ \frac{B'^2 \pi}{4A\Delta} X^2 \right\} * \{ 1 - \Pr \left( -B' \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2A\Delta}} X \right) \} \right\} \quad (5)$$

$$A = (A_{22} \cos^2 \theta + A_{33} \sin^2 \theta / r^2 + 2A_{23} \cos \theta \sin \theta / r)$$

$$B' = - (A_{12} \cos \theta + A_{13} \sin \theta / r + A_{24} \bar{\sigma} (1 - 1/\tau) \cos \theta + A_{34} \bar{\sigma} (1 - 1/\tau) \sin \theta / r)$$

$$\bar{\sigma} = 2\pi m_1 / m_0$$

$$\langle \eta_c \eta_c \rangle = \langle \eta_s \eta_s \rangle = \langle \eta^2 \rangle = m_{00}$$

$$\langle u_c u_c \rangle = \langle u_s u_s \rangle = \langle u^2 \rangle = m_{20}$$

$$\langle v_c v_c \rangle = \langle v_s v_s \rangle = \langle v^2 \rangle = m_{02}$$

$$\langle \eta_c u_c \rangle = \langle \eta_s u_s \rangle = \langle \eta u \rangle = m_{10}$$

$$\langle \eta_c v_c \rangle = \langle \eta_s v_s \rangle = \langle \eta v \rangle = m_{01}$$

$$\langle u_c v_c \rangle = \langle u_s v_s \rangle = \langle uv \rangle = m_{11}$$

$$\langle \eta_c \eta_c \rangle = \langle \eta_s \eta_s \rangle = \langle \eta^2 \rangle = m_{22}$$

$$\langle u_c \eta_s \rangle = - \langle u_s \eta_c \rangle = m_{12}$$

$$\langle v_c \eta_s \rangle = - \langle v_s \eta_c \rangle = m_{21} \quad (6)$$

$$\gamma_{10} = m_{10} / \sqrt{m_{00} m_{02}}, \quad \gamma_{01} = m_{01} / \sqrt{m_{00} m_{02}},$$

$$\gamma_{11} = m_{11} / \sqrt{m_{20} m_{02}}$$

$$\gamma_{12} = m_{12} / \sqrt{m_{20} m_{22}}, \quad \gamma_{21} = m_{21} / \sqrt{m_{02} m_{22}}$$

$$\gamma = \sqrt{m_{02} / m_{20}} \quad (7)$$

$$\Delta = (1 + 2\gamma_{11} \gamma_{12} \gamma_{21} - \gamma_{12}^2 - \gamma_{21}^2 - \gamma_{11}^2 - \gamma_{10}^2 \\ - 2\gamma_{01} \gamma_{10} \gamma_{12} \gamma_{21} + 2\gamma_{10} \gamma_{01} \gamma_{11} + \gamma_{10}^2 \gamma_{21}^2 \\ + \gamma_{01}^2 \gamma_{12}^2 - \gamma_{01}^2)$$

$$\begin{aligned}
A_{11} &= (1 + 2\gamma_{11}\gamma_{12}\gamma_{21} - \gamma_{12}^2 - \gamma_{21}^2 - \gamma_{11}^2) \\
A_{12} &= (\gamma_{21}^2\gamma_{10} + \gamma_{01}\gamma_{11} - \gamma_{10} - \gamma_{01}\gamma_{12}\gamma_{21}) \\
A_{13} &= (\gamma_{10}\gamma_{11} + \gamma_{12}^2\gamma_{01} - \gamma_{10}\gamma_{12}\gamma_{21} - \gamma_{01}) \\
A_{14} &= (\gamma_{10}\gamma_{12} + \gamma_{01}\gamma_{21} - \gamma_{10}\gamma_{11}\gamma_{21} - \gamma_{01}\gamma_{11}\gamma_{12}) \\
A_{22} &= (1 - \gamma_{21}^2 - \gamma_{01}^2) \\
A_{23} &= (\gamma_{01}\gamma_{10} + \gamma_{12}\gamma_{21} - \gamma_{11}) \\
A_{24} &= (\gamma_{11}\gamma_{21} + \gamma_{01}^2\gamma_{12} - \gamma_{12} - \gamma_{10}\gamma_{01}\gamma_{21}) \\
A_{33} &= (1 - \gamma_{12}^2 - \gamma_{10}^2) \\
A_{34} &= (\gamma_{11}\gamma_{12} + \gamma_{10}^2\gamma_{21} - \gamma_{21} - \gamma_{10}\gamma_{21}\gamma_{12}) \\
A_{44} &= (1 + 2\gamma_{10}\gamma_{01}\gamma_{11} - \gamma_{01}^2 - \gamma_{11}^2 - \gamma_{10}^2) \quad (8)
\end{aligned}$$

式(6)에서 表示되어진 9個의 共分散中,  $m_{12}$ ,  $m_{21}$ 를 제외하고, 7個의 共分散은 測定되어진 水位變動 및 2成分 물 粒子速度  $u$ ,  $v$ 의 時系列에서 直接 求할 수 있다. 그리고,  $m_{12}$  및  $m_{21}$ 는 方向 스펙트럼  $S(f, \theta)$ 가 주어질 경우 다음과 같이 計算되어 진다.

$$\begin{aligned}
m_{12} &= -\int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi 2\pi b(f) (f - \bar{f}) \cos\theta S(f, \theta) d\theta df \\
m_{21} &= -\int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi 2\pi b(f) (f - \bar{f}) \sin\theta S(f, \theta) d\theta df \quad (9)
\end{aligned}$$

$$\text{여기서, } b(f) = 2\pi f i \frac{\cosh k_i z}{\sinh k_i h}$$

$\bar{f}$ : 平均周波數

또한,  $m_{12}$ ,  $m_{21}$  以外的의 共分散도 方向 스펙트럼이 주어지면 다음과 같은 式으로 計算되어 진다.

$$\begin{aligned}
m_{00} &= \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi S(f, \theta) d\theta df \\
m_{20} &= \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi b(f)^2 \cos^2\theta S(f, \theta) d\theta df \\
m_{02} &= \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi b(f)^2 \sin^2\theta S(f, \theta) d\theta df \\
m_{10} &= \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi b(f) \cos\theta S(f, \theta) d\theta df \\
m_{01} &= \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi b(f) \sin\theta S(f, \theta) d\theta df \\
m_{11} &= \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi b(f)^2 \sin\theta \cos\theta S(f, \theta) d\theta df \\
m_{22} &= \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi (2\pi)^2 (f - \bar{f}) S(f, \theta) d\theta df \quad (10)
\end{aligned}$$

#### 4. 에너지 平衡方程式에 의한 波高, 週期, 波向의 結合確率分布의 淺水變化에 대한 數值 시뮬레이션

本 數值實驗의 波浪條件은, 周波數 스펙트럼으로서는 式(11)로서 表現된 Bretschneider-光易型. 方向함수는 式(12)로서 表現된 光易型 方向함수를 使用했고, 有義波高( $H_{1/3}$ ), 有義週期( $T_{1/3}$ ), 方向集中度 parameter( $S_{max}$ )는 各各 120 cm, 10.0 sec, 10이다. 그리고, 深海(水深 17.3 m)에서부터 海底勾配 0.05를 갖는 平衡等水深線 地形을 假定하여, 差分間隔 10 m로써 計算을 行했다.

$$\begin{aligned}
S(f, \theta) &= S(f) \cdot G(f, \theta) \\
S(f) &= 0.257 H_{1/3}^2 T_{1/3} (T_{1/3} \cdot f)^{-5} \\
&\quad \exp[-1.03 (T_{1/3} \cdot f)^{-4}] \quad (11)
\end{aligned}$$

$$G(f, \theta) = G_0 \cdot \cos^{2s} \left( \frac{\theta}{2} \right) \quad (12)$$

$$G_0 = \left[ \int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} \cos^{2s} \left( \frac{\theta}{2} \right) d\theta \right]^{-1}$$

$$S = \begin{cases} S_{max} \cdot (f/f_p)^5; & f \leq f_p \\ S_{max} \cdot (f/f_p)^{-2.5}; & f > f_p \end{cases}$$

여기서  $f_p$ 는 peak 周波數

數值 시뮬레이션에 있어서의 各 水深別의 波高, 週期, 波向의 結合確率分布는, 淺水變化되어진 方向 스펙트럼  $S(f, \theta)$ 를 入力條件으로서 式(6) 및 式(9), (10)에 의해서 各各의 共分散을 計算함으로써 推定했다.

Fig. 1은 方向集中度 parameter,  $S_{max}$ 가 10.0, 主方向( $\theta_p$ )가  $50^\circ$ 의 경우에 있어서의 그림 中에 表示한 週期比( $T/\bar{T}$ )에 存在하는 式(5)로부터 推定되어진 波高, 週期, 波向의 結合確率分布를 나타내고 있다. 그림 中의 破線은 水深 17.3 m, 實線은 水深 9.3 m에서 구해진 結合確率分布의 等出現波數를 나타내고 있고, 數值對象 出現波數는 1,000波이다.

그림으로부터 波向에 대한 分布形狀은 淺水變化에 의해서 主方向(主方向이  $0^\circ$ 가 되도록 좌표변환 그림 中의  $0^\circ$ ) 附近에 集中해 가는 것이 보여지지만, 主方向에 대해서 완전한 對稱的인 形狀은 아니다. 이

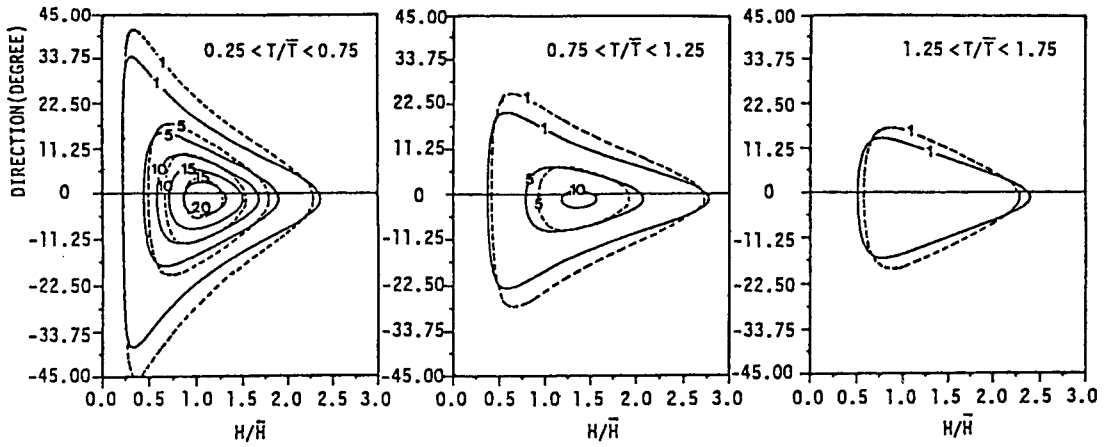


Fig. 1. Simulated joint distribution of wave directions and heights( $S_{max}=10$ ).

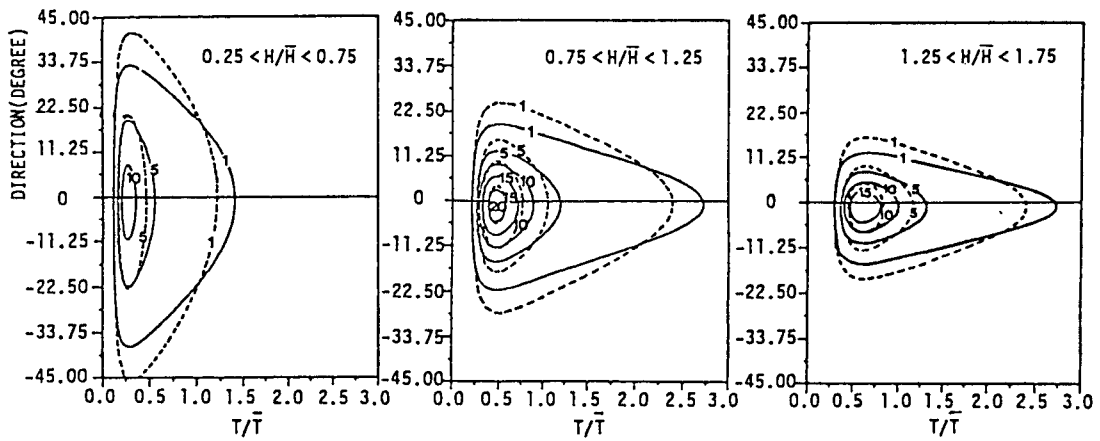


Fig. 2. Simulated joint distribution of wave directions and periods( $S_{max}=10$ ).

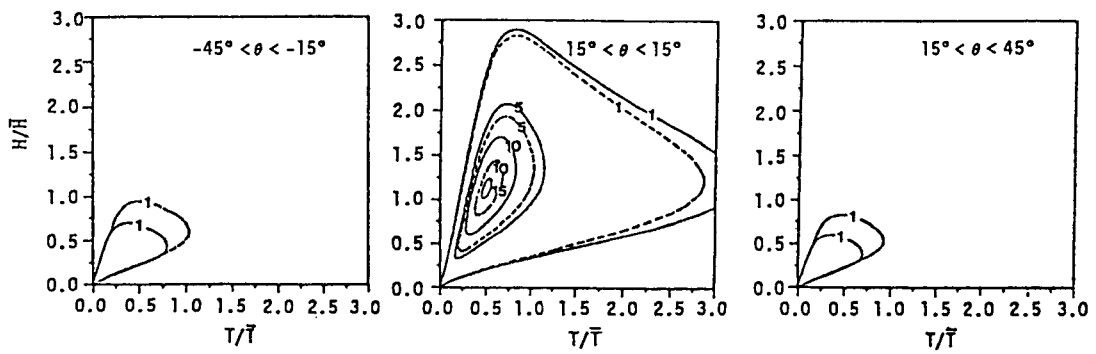


Fig. 3. Simulated joint distribution of wave heights and periods( $S_{max}=10$ ).

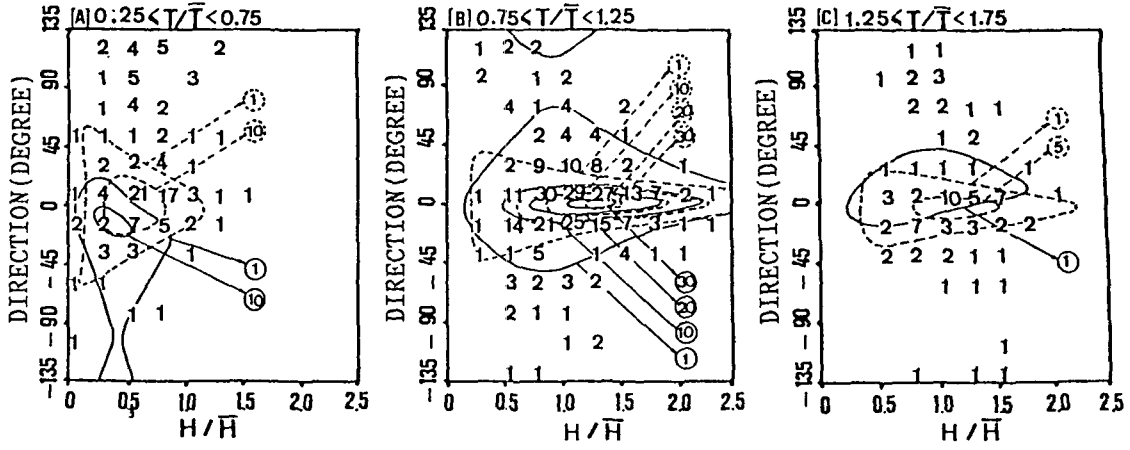


Fig. 4. Measured joint distribution of wave directions and heights.

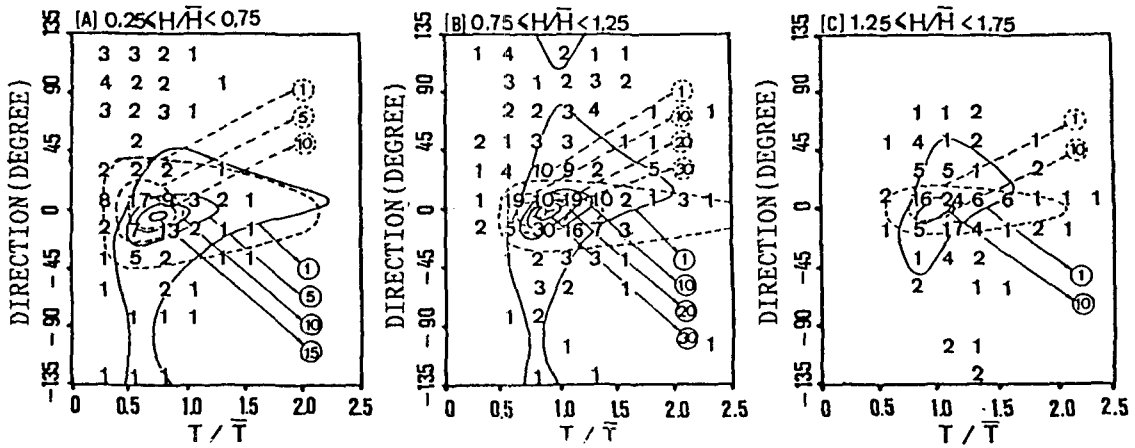


Fig. 5. Measured joint distribution of wave directions and periods.

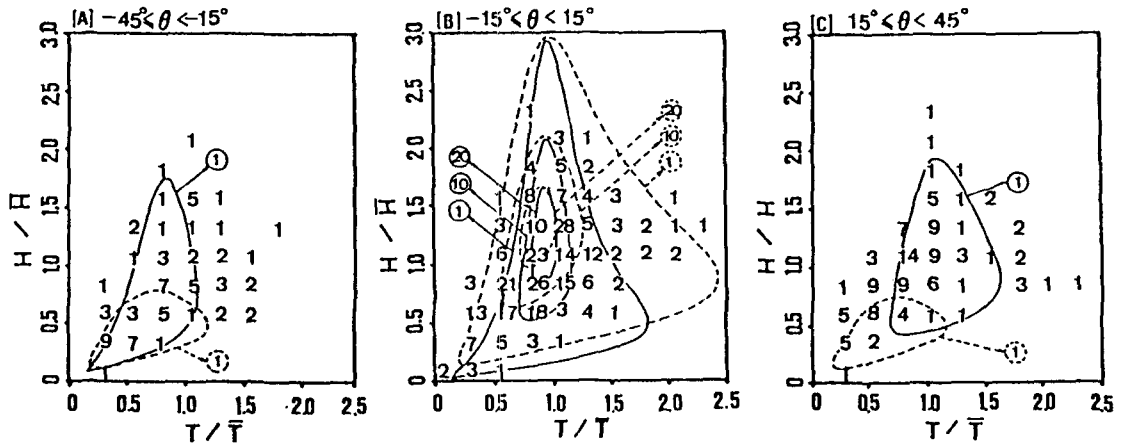


Fig. 6. Measured joint distribution of wave heights and periods.

것은 方向 스펙트럼이 水深이 얇아짐으로 해서 屈折의 影響을 받기 때문에 생기는 現象이다.

그리고 그림 中の  $0.25 < T/\bar{T} < 0.75$ 의 波高, 波向의 結合確率分布의 出現波數가  $0.75 < T/\bar{T} < 1.25$ 의 結合確率分布보다 큰 것은 Bretschneider型 스펙트럼의 形狀( $T_{1/2} = 10$  sec)에 의한 影響이다.

Fig. 2, 3의 (a)~(c)는 그림 中에서 表示하는 波高比( $H/\bar{H}$ )別의 週期, 波向의 結合確率分布, 波向( $\theta$ )別의 波高, 週期の 結合確率分布를 나타낸 것이며, 上述한 週期比別의 波高, 波向의 結合確率分布에서 보면 同一한 傾向이 나타난다.

또한,  $S_{max}$  및 主方向  $\theta_p$ 를 變化시킨 Case에 있어서도 上述한 結果와 同一한 傾向이 나타났기 때문에, 線形波動理論을 適用할 수 있는 水深領域內의 波高, 週期, 波向의 淺水變化는 에너지 平衡方程式으로서 그들의 定性的 性質을 양호하게 推定할 수 있다는 것을 알 수 있었다.

### 5. 現地淺海域에 있어서의 波高, 週期, 波向의 結合確率分布의 淺水變化

4.에서 檢討한 에너지 平衡方程式에 의해서 EMLM (磯部 등, 1984)로서 推定된 實測方向 스펙트럼의 淺水變形豫測을 행하여, 現地海岸에 있어서의 波高, 週期, 波向의 結合確率分布의 淺水變形이 에너지 平衡方程式에 의해서 어느 程度 豫測이 可能한가에 대한 檢討를 행한다(權 등, 1989). 檢討의 對象이 되는 資料는 日本 大阪府 二色海岸에서 冬期風浪下에서, 水深이 다른 2地點(수심 67 cm 및 113 cm)에서 同時 測定한 것이다. 資料解析에 있어서는, 尖頭 周波數( $f_p$ )의 4倍 以上の 周波數를 가지는 水位變動은 微小波로서 간주하여, 波別解析에서 제외했고, 解析時의 時間間隔은 0.1 sec였다.

이와 같이 同時 測定되어진 資料를 利用하여, 먼저 方向分散項을 포함하는 에너지 平衡方程式(式(3))에 의해서 實測結果로부터 구해진 水深 113 cm의 方向 스펙트럼을 水深 67 cm까지 淺水變形시켰다. 그리고 計算되어진 水深 67 cm에 있어서의 方向 스펙트럼으로부터 波高, 週期, 波向의 結合確率分布를 計算하여 水深 67 cm의 3成分 行列配置에 의해서 實測되어진 水位變動( $\eta$ ), 水平方向 2成分 물 粒子速度( $u, v$ )로

부터 推定되어진 波高, 週期, 波向의 結合確率分布와 比較했다. 水深 113 cm에서 實測되어진 方向 스펙트럼의 淺水變形은 數值分散(西材, 1987)에 의한 推定 誤差가 적도록 差分間隔을 1 m로서 數值解析했다.

Fig. 5의 (a)~(c)는 水深 67 cm에 있어서의 實測되어진 水位變動 및 水平方向 2成分 물 粒子速度를 波別解析함으로써 얻어지는 波高比別 波向, 週期の 結合確率分布(그림 中の 數字)이고, 그림 中の 實線은 水深 67 cm의 實測結果에 의한 式(5)의 理論曲線, 破線은 水深 113 cm 方向 스펙트럼을 淺水變形 시킴으로써 얻어지는 式(5)의 推定理論曲線을 나타내고 있다. 그림에서 보여지는 바와 같이, 에너지 平衡方程式에 의한 推定理論曲線(破線)과 實測理論曲線(實線)은 高波數의 出現領域(Fig. 5의 (a)~(c); 10波 以上)은 양호한 一致를 보여 주고 있지만 全體的으로 方向分散에 대한 퍼짐現象에 대해서는(Fig. 5의 (a)~(c); 1波 以上) 잘 一致하지 않는다.

Fig. 4, 6의 (a)~(c)는 그림에서 表示하는 週期比別 波高, 波向의 結合確率分布 및 波向別의 波高, 週期の 結合確率分布를 나타낸 것이고, 上述한 週期, 波向의 結合確率分布에서 보여진 同一한 傾向을 나타낸다.

實際의 方向 스펙트럼은 各各의 周波數帶에 있어서도 方向의 퍼짐 現象, 非對稱性 등의 特性을 가지고 있다. 그러므로 全周波數帶에 있어서 그들의 方向함수를 正確히 再現할 수 없는 한, 現地波浪에 있어서의 波高, 週期, 波向의 結合確率分布의 淺水變形豫測은 에너지 平衡方程式으로 精度높게 推定할 수 없다는 것을 알 수 있다.

### 6. 結 論

Karlsson에 의해서 提案되어진 에너지 平衡方程式에 의해서 方向 스펙트럼의 淺水變形에 대한 數值 시뮬레이션을 행하여, 에너지 平衡方程式의 推定精度에 대한 數值的 檢討를 행했다. 그리고 水深이 다른 2地點의 3成分 行列配置에 의해서 同時 測定되어진 方向 스펙트럼을 入力條件으로서, 淺海域에서의 方向 스펙트럼의 淺水變形豫測에 대한 에너지 平衡方程式의 適用性 및 問題點에 대해서 檢討했다.

그 결과, 에너지 平衡方程式에 의한 現地波浪의 波高, 週期, 波向의 結合確率分布의 淺水變形豫測은

實際의 方向함수가 精度 높게 再現되지 않는 한, 그들의 淺水變形은 에너지 平衡方程式으로서 精度 높게 豫測할 수 없다는 것을 알았다. 그러므로 今後 現地 波浪의 方向 스펙트럼에 대해서 特히, 方向함수의 解析方法 및 定義에 대한 研究가 必要하다.

### 謝 辭

本 研究는 著者가 大阪大學 大學院에서 行한 博士 論文의 일부분을 발췌한 것인 바, 本 研究를 수행하는데 있어서 指導해 주신 榎木享教授, 出口一郎助教授에게 깊은 謝意를 表한다.

### 參考文獻

Kwon, J.G., Deguch, I. and Sawaragi, T., 1990. On the

- joint distribution of wave height, period and direction in a three dimensional random seas, Coastal Engineering in Japan(in press).
- Karlsson, T., 1969. Refraction of continuous ocean wave spectra. Waterways Harbors Division. *Proc. ASCE*. Vol. 95. No. WW4, pp. 437-448.
- 權正坤, 石本晴義, 榎木享, 出口一郎, 1988. 波高, 週期および波向의 結合確率分布について, 第35回 海岸工學講演會論文集, pp. 148-152.
- 權正坤, 出口一郎, 榎木享, 木田耕一, 1989. 淺海域で測定された波浪의 波高, 週期, 波向의 結合確率分布, 第36回 海岸工學講演會論文集, pp. 149-153.
- 權正坤, 1990. 多方向不規則波浪의 特性解析及び沿岸流速算定に關する基礎的研究, 大阪大學工學博士論文.
- 礎部雅彦, 近藤浩石, 堀川清司, 1984. 方向スペクトルの推定におけるMLM의 擴張, 第31回 海岸工學講演會論文集, pp. 173-177.
- 西村仁, 1987. エネルギー-平衡方程式의 積分に伴う數値分散について, 第34回 海岸工學講演會論文集, pp. 11-15.
- 永井康平, 1972. 不規則な海의 波의 屈折及び回折計算, 港灣技術研究所報告, 第11卷 第2号, pp. 47-119.