
 論 文

大韓造船學會論文集
 第28卷 第2號 1991年 10月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol.28, No.2, October 1991

편심 보강평판의 기하학적 비선형 해석

이재욱*, 정기태**, 양영태*

Geometrically Nonlinear Analysis of Eccentrically Stiffened Plate

by

Jae Wook Lee*, Kie Tae Chung** and Young Tae Yang*

요 약

선체구조 및 해양구조물의 기본 구조요소로 사용되는 편심으로 보강된 평판이나 셸 구조물의 기하학적 비선형 해석에 관한 논문으로서 사용된 유한요소는 격하 셸요소와 편심된 격하보요소이며 total Lagrange (T.L.)수식과 updated Lagrange (U.L.)수식으로 정식화 하였다.

편심된 보강평판의 비선형 해석에서 사용된 모델은 보강재의 이상화 방법에 따라 평판과 보강재를 격하 셸요소로 이상화한 모델과 평판은 격하 셸요소로하고 보강재는 편심된 격하 보요소로 이상화한 모델로 각각 구분하여 비선형 해석을 수행하였으며 해석과정에서 편심 보강평판의 임계하중을 구하고 좌굴 후 비선형 거동을 조사하였다. 해석된 임계 좌굴하중은 선급에서 규정하고 있는 방식의 오일러의 좌굴하중값 보다는 낮게 조사되었다.

Abstract

A displacement-based finite element method is presented for the geometrically nonlinear analysis of eccentrically stiffened plates.

The nonlinear degenerated shell and eccentric isobeam (isoparametric beam) elements are formulated on the basis of total Lagrangian and updated Lagrangian descriptions. To describe the stiffener's local plate buckling mode, some additional local degrees of freedom are used in the eccentric isobeam element. The eccentric isobeam element can be effectively employed to model the eccentric stiffener just like the case of the degenerated shell element.

A detailed nonlinear analysis including the effects of stiffener's eccentricity is performed to estimate the critical load and the post buckling behaviour of an eccentrically stiffened plate. The critical buckling loads are found higher than analytic plate buckling load but lower than Euler buckling load which are the buckling strength requirements of classification society.

발표: 1991년도 대한조선학회 춘계연구발표회('91.4.13)

접수일자: 1991년 6월 17일, 재접수일자: 1991년 9월 18일

* 정회원, 인하대학교 선박해양공학과

** 정회원, 한국선급

1. 서론

선체 및 해양 구조물의 기본 구조요소로는 주로 편심으로 보강된 평판이나 셸이 사용되고 있으며 이러한 구조물의 안정성 문제는 구조물의 결정적 파괴(catastrophic failure)를 일으킬 수 있기 때문에 구조물 설계시 매우 중요하다.

선박 해양 구조물의 대형화 및 경량화 추세에서 제기되고 있는 좌굴문제에서는 트기허 편심 보강된 평판 및 셸 구조의 안정성을 정량적으로 평가하고 보강재등의 기하학적 형상과 대변형의 효과를 고려하는 비선형 좌굴해석에 대한 중요성을 인식하게 되었다[1,2,12,17].

보강평판의 구조해석방법으로는 지금까지 유한 요소법을 이용한 기존의 해석프로그램인 SAP, ADINA, NASTRAN등에서 보강재의 편심을 고려하기 위해 offset을 사용하는 방법이 있으나 offset을 편심된 보강평판의 좌굴해석에서 사용할 경우 보강재의 굽힘거동이 일어나기 전에 보강재 자체의 평판 좌굴거동이 일어나는 국부 평판 좌굴현상(local plate buckling)을 파악할 수 없는 단점이 있다. 물론 보강재를 평판요소로 이상화하여 좌굴해석을 수행할 수 있으나 자유도의 증가로 인하여 매우 비경제적이며 현실적인 실제구조에 적용하기 어렵다. 따라서 편심 보강평판의 좌굴해석에서 보강재의 편심을 고려할 수 있으며 국부 평판 좌굴현상을 파악할 수 있는 특수보요소의 개발이 요구되고 있다[12,14].

3차원 고체요소(3-D. Solid element)에 격하 개념(degeneration concept)을 도입하여 연속체의 기하학적 운동을 reference line 및 reference surface의 운동으로 표현하는 격하요소(degenerated element)는 Ahmad에 의해서 처음 소개되었으며 그후 여러 종류의 요소가 개발되어 기하학적 비선형과 재료의 비선형 해석에 적용되었다[3-16].

본 연구에서는 편심 보강된 구조물을 이상화할 수 있는 격하 셸요소와 편심된 격하 보요소

를 사용하였으며 격하요소의 기하학적 비선형 거동을 고려하기 위해 연속체 운동에 대한 증분이론을 도입하여 total Lagrange (T.L.)수식과 updated Lagrange (U.L.)수식으로 정식화하였다.

비선형 수치해석의 반복 계산과정은 Newton-Raphson 방법의 수정보완 방법으로 Riks에 의해 제안된 구속조건식을 이용하여 반복계산하는 modified arc length method를 사용하였다.

편심보강 평판의 해석에서 좌굴모드 및 좌굴하중을 계산하고 좌굴 이후의 구조거동을 파악하기 위하여 위에서 언급한 방법에 의해 비선형 거동해석을 수행하였다.

2. 유한요소

2.1 격하 셸요소

2.1.1 격하 셸요소의 기하학적 변위

격하 셸요소의 기하학적 형상은 3차원 공간에서 Fig.1과 같이 격하된 중립면(mid surface)의 절점의 좌표 및 방향벡터를 사용하여 표현할 수 있다. Fig.1에서 도시한 바와 같이 요소의 거동은 중립면의 각 절점에서 전체좌표계

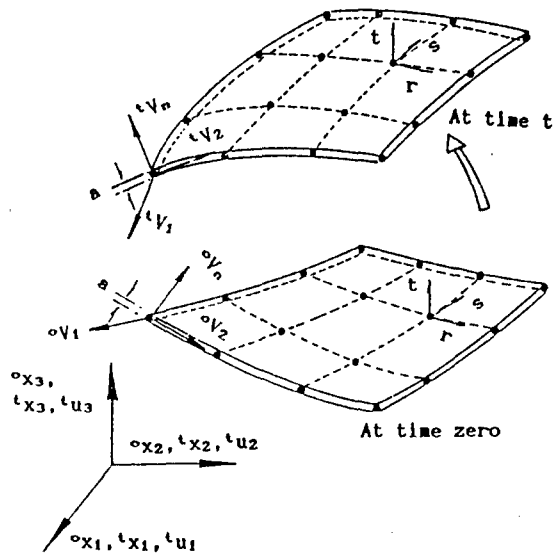


Fig. 1 D. shell element undergoing large displacements and rotations

(global coordinate system)의 3개 변위(\$U_i, i=1,2,3\$)와 요소의 중립면을 정의하는 국부곡선좌표계(local curvilinear coordinate)의 수직 방향벡터성분 \$V_{n1}, V_{n2}, V_{n3}\$로 나타낸다[3-16]. 시간에 따라 변하는 격하 셀요소의 거동에서 time \$t\$상태의 셀의 기하학적 형상을 나타내면 식(1)로 표현된다.

$$\begin{aligned} \{X_i\} &= \sum_{k=1}^N h^k(r, s) \{X_i^k\} \\ &+ t/2 \sum_{k=1}^N a_k h^k(r, s) \{V_{ni}^k\} \end{aligned} \quad (1)$$

\$\{X_i\}\$; time \$t\$상태에서 요소내의 임의의 점에 대한 직교좌표

\$h^k(r, s)\$; isoparametric 2차, 3차 보간함수

\$\{X_i^k\}\$; time \$t\$상태에서 요소의 \$k\$절점좌표

\$\{V_{ni}^k\}\$; time \$t\$상태에서 요소의 \$k\$절점에서 셀 중립면에 수직인 단위 벡터 성분

여기서 시간에 따라 변하는 요소형상의 기하학적 위치를 나타내기 위하여 변위증분을 구하면 식(2)로 표현된다.

$$\begin{aligned} U_i &= \sum_{k=1}^N h^k(r, s) U_i^k \\ &+ t/2 \sum_{k=1}^N a_k h^k(r, s) V_{ni}^k \\ V_{ni}^k &= {}^{t+\Delta t}V_{ni}^k - {}^tV_{ni}^k \end{aligned} \quad (2)$$

식 (3) 에서 \$V_{ni}^k\$는 절점에서 수직인 단위벡터 \$\{V_n^k\}\$와 좌표축 \$\{X_1, X_2\}\$와의 회전각과 회전증분 \$\alpha^k, \beta^k\$를 사용하여 삼각함수로 표현할 수 있으며 \$\alpha^k, \beta^k\$가 미소하다고 가정하여 삼각함수의 전개식 (Series of trigonometric function)중 선형항 만 고려하면 다음과 같이 나타낼수 있다.

$$V_{ni}^k = F_{11}^k \alpha^k + F_{12}^k \beta^k \quad (3)$$

$$\begin{aligned} U_i &= \sum_{k=1}^N h^k(r, s) U_i^k \\ &+ t/2 \sum_{k=1}^N a_k h^k(r, s) [F_{11}^k \ F_{12}^k] \begin{bmatrix} \alpha^k \\ \beta^k \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

전체좌표계에 대한 변형도-변위 관계식을 나타내기 위하여 식(5)를 국부 곡선좌표계에

대한 편미분을 계산하고 Jacobian 행렬을 사용하여 전체좌표계로 변환시키면 다음과 같다. 여기서 T.L.수식은 초기형상의 전체좌표계 \$\{X_i\}\$에 대한 편미분값과 U.L.수식은 변형된 형상의 전체좌표계 \$\{X_i\}\$에 대한 편미분값을 구하기 위하여 초기형상과 변형된 형상에 대한 Jacobian 행렬을 사용한다.

$$(\partial U_i / \partial \{X_i\}) = {}^mJ^{-1} (\partial U_i / \partial r) \quad (5)$$

$$\text{T.L. : } \{ \bullet \} = 0$$

$$\text{U.L. : } \{ \bullet \} = t$$

$$\begin{aligned} [\partial U_i / \partial \{X_i\}]^k &= \sum_{j=1}^N [\bullet J_{j1}^{-1} \partial U_i / \partial r \\ &+ \bullet J_{j2}^{-1} \partial U_i / \partial s + \bullet J_{j3}^{-1} \partial U_i / \partial t]^k \end{aligned} \quad (6)$$

2.1.2 응력-변형도 관계

전체좌표계에 대한 변위의 편미분값 식(7)을 사용해서 변형도-변위 행렬 \$B\$를 구할 수 있으며 변형도 증분의 선형증분과 비선형증분을 행렬 \$\{e, d\}\$로 표시하였다.

$$\{e\} = \{ \bullet B_i \} U \quad (7)$$

$$\{d\} = \{ \bullet B_{ni} \} U \quad (8)$$

격하 셀 요소의 가정에 의하여 중립면의 수직 방향 응력에 의한 변형 에너지는 무시되며 2nd Piola-Kirchhoff 응력증분과 Green-Lagrange 변형도 증분의 관계식은 식(10)으로 표시된다.

$$\{S\} = \{ \bullet C \} \{e\} \quad (9)$$

$$\{ \bullet C \} = G^T \{ \bullet C \} G \quad (10)$$

여기서 \$G\$행렬는 국부곡선좌표계와 전체좌표계의 변환행렬이다.

2.2 격하 보요소

2.2.1 격하 보요소의 기하학적 변위

격하 보요소는 격하 셀요소와 같은 격하요소이며 두요소를 결합하기 위해서 격하 셀요소와 동일한 2차, 3차 Lagrange 보간함수를 사용하였다. 격하 보요소의 형상을 Fig.2에 도시하였으며 time \$t\$상태의 격하 보요소의 기하학적 위치는 식(12)로 표현된다[9-15].

$${}^tX_i = \sum_{k=1}^N h^k(r) {}^tX_i^k \quad (12)$$

$$+ \sum_{k=1}^N h^k(r) (a^k/2 \cdot S + e_{ak}) {}^tV_{si}^k$$

$$+ \sum_{k=1}^N h^k(r) (b^k/2 \cdot t + e_{bk}) {}^tV_{ti}^k$$

- tX_i ; time t상태에서 요소내의 임의점에 대한 좌표
- ${}^tX_i^k$; time t상태에서의 요소내의 k절점 좌표
- $h^k(r)$; r방향의 2,3차 보간함수
- ${}^tV_{si}^k$; time t상태에서 요소내 k절점의 s 방향 백터성분
- ${}^tV_{ti}^k$; time t상태에서 요소내 k절점의 t방향 백터성분
- a^k, b^k ; 요소내 k절점에서 보의 단면크기
- e_{ak}, e_{bk} ; 요소내 k절점에서 편심거리
- r, s, t ; 요소내의 국부 곡선좌표계

Fig.2에서 국부좌표계 (ξ, η, ζ)는 보 요소내의 응력과 변형도를 정의하는 material 좌표계로서 보의 warping과 국부 평판 좌굴모드를 나타내며 국부곡선좌표계(curvilinear coordinates : r, s, t)와 평행한 좌표계이다. 여기서 국부좌표계와 만곡된 보의 국부곡선좌표계에 대한 관계식은 다음과 같다.

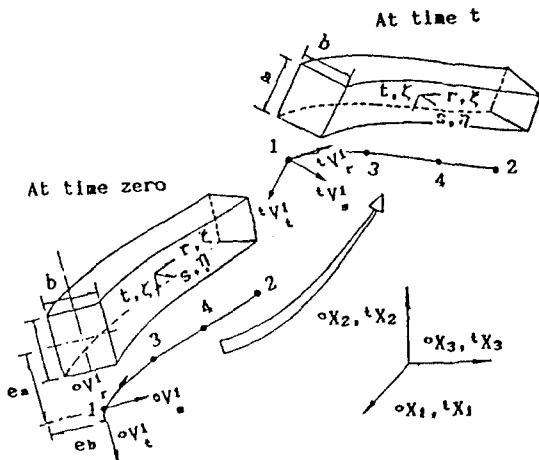


Fig. 2 D. isbeam element under going large displacements and rotations.

$$\xi_{,r}^2 = X_{,r}^2 + Y_{,r}^2 + Z_{,r}^2 \quad \xi_{,s} = 0 \quad \xi_{,t} = 0$$

$$\eta_{,r} = 0 \quad \eta_{,s} = a/2 \quad \eta_{,t} = 0$$

$$\zeta_{,r} = 0 \quad \zeta_{,s} = 0 \quad \zeta_{,t} = b/2 \quad (13)$$

격하 보요소의 변위는 보의 운동을 나타내는 전체변위(global displacement)와 보의 warping 및 국부 평판 좌굴모드를 나타내는 국부변위(local displacement)로 구분하여 각각 전체좌표계와 국부좌표계에 나타내었다.

전체변위는 보의 기하학적 운동을 시간에 따라 전체좌표계에서 나타내는 변위로서 Timoshenko beam의 거동을 나타내며 time t상태에서 요소의 기하학적 위치는 식(12)로 표현될 수 있다.

여기서 time 0, t, t+dt상태의 변위를 사용해서 변위증분을 구하면 식(14)로 표현될 수 있다.

$$U_{ki} = \sum_{k=1}^N h^k(r) U_i^k$$

$$+ \sum_{k=1}^N h^k(r) (a^k/2 \cdot S + e_{ak}) V_{si}^k$$

$$+ \sum_{k=1}^N h^k(r) (b^k/2 \cdot t + e_{bk}) V_{ti}^k \quad (14)$$

$$V_{si}^k = {}^{t+dt}V_{si}^k - {}^tV_{si}^k$$

$$V_{ti}^k = {}^{t+dt}V_{ti}^k - {}^tV_{ti}^k \quad (15)$$

전체 변위증분 U_{ki} 를 국부 곡선좌표계에 대한 편미분을 계산하고 전체좌표계(${}^mX_j, j=1,2,3$)에 대한 편미분값을 얻기위해 Jacobian 행렬을 사용하면 다음과 같이 표현된다.

$$(\partial U_k / \partial {}^mX) = {}^mJ^{-1} (\partial U_k / \partial r) \quad (16)$$

T.L. : m = 0
U.L. : m = t

여기서 격하 보요소의 국부좌표계와 전체좌표계의 관계식(17)을 사용해서 식(16)을 국부좌표계에서 표현하면 식(18)과 같다.

$$({}^mX) = ({}^m\theta) ({}^m\xi) \quad (17)$$

$$(\partial U \xi / \partial \xi) = ({}^m\theta)^T (\partial U_k / \partial {}^mX) ({}^m\theta)$$

$$= ({}^m\theta)^T {}^mJ^{-1} (\partial U_k / \partial r) ({}^m\theta) \quad (18)$$

2.2.2 격하 보요소의 국부 변위

가. 비틀림 모드

비틀림 하중을 받는 보에서 warping에 의해 보의 축 길이방향으로 발생하는 변위를 국부좌표계에 대한 형상함수(shape function) $f_1(s,t) = st$, $f_2(s,t) = s^3t - st^3$ 을 사용하여 Fig.3에서와 같이 $f_1(s,t)$ 는 선형인 경우와 $f_2(s,t)$ 는 비선형인 경우를 근사적으로 표현한다[12,15].

여기서 보의 길이 방향의 변위증분을 나타내면 다음과 같다.

$$U_{\xi r} = \sum_{k=1}^N h^k(r) \psi_1^k f_1^k(s,t) + \sum_{k=2}^N h^k(r) \psi_2^k f_2^k(s,t) \quad (19)$$

나. 국부 평판 좌굴모드

보의 단면형상이 얇은 판으로 되어 있을 경우 Fig.4에 도시한 바와 같이 보의 굽힘거동이 일어나기 전에 보 자체의 평판좌굴을 일으킨다. 보강재의 국부 평판 좌굴 모우드를 나타내기 위해서 Fig.5에서와 같이 $s-t$ 단면의 η 방향처짐을 근사적으로 표현한 2, 3차 형상함수와 보의 길이 방향 형상함수를 사용해서 ξ, η, ζ 방향의 변위증분을 나타내면 식(20),(21),(22)로 표현된다[12].

$$U_{\eta p} = \sum_{k=1}^N h^k(r) \psi_3^k (t + \Delta)^2 + \sum_{k=1}^N h^k(r) \psi_4^k (t + \Delta)^3 \quad (20)$$

$$U_{\zeta p} = - \sum_{k=1}^N h^k(r) \psi_3^k (t + \Delta)^2 (a^k/b^k) 2s$$

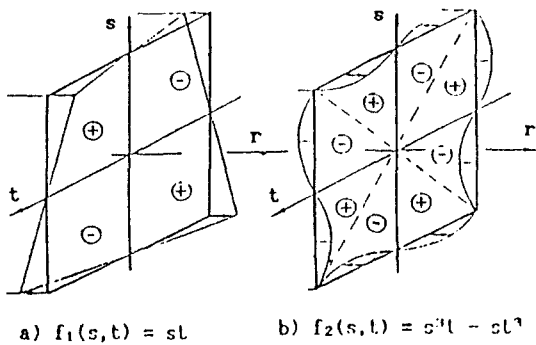


Fig. 3 Shape functions of warping modes

$$- \sum_{k=1}^N h^k(r) \psi_4^k (t + \Delta)^3 (a^k/b^k) 3s \quad (21)$$

$$U_{\xi p} = + \sum_{k=1}^N h^k(r) \psi_5^k (t + \Delta)^2 (a^k/2)s + \sum_{k=1}^N h^k(r) \psi_6^k (t + \Delta)^3 (a^k/2)S \quad (22)$$

여기서 Δ 값은 보의 η 방향에서 평판 좌굴거동이 0인 지점을 나타내며 보강재의 위치에 따라 $\Delta = \pm 1$ 이 된다.

국부좌표계에 대한 국부 변위증분($U_{\xi r}$, $U_{\zeta p}$, $U_{\eta r}$, $U_{\zeta p}$)의 편미분은 국부 곡선좌표계에 대한 편미분을 구한후, 국부 곡선좌표계와 국부좌표계의 관계식(13)을 사용해서 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \partial U_{\xi} / \partial \xi &= \partial U_{\xi} / \partial r \cdot \partial r / \partial \xi \\ \partial U_{\xi} / \partial \eta &= \partial U_{\xi} / \partial s \cdot \partial s / \partial \eta = \partial U_{\xi} / \partial s \cdot (2/a) \\ \partial U_{\xi} / \partial \zeta &= \partial U_{\xi} / \partial t / \partial \zeta = \partial U_{\xi} / \partial t \cdot (2/b) \end{aligned} \quad (23)$$

여기서 U.L.수식은 time t 를 기준으로 계산되기 때문에 time $t-1$ 에서 계산된 국부자유도(ψ)에 대한 좌표변환이 필요하다.

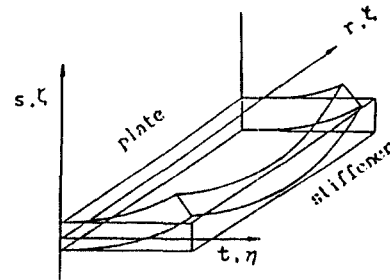


Fig. 4 Local plate buckling mode of a stiffener

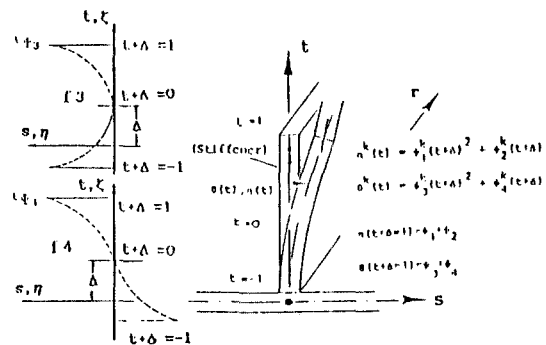


Fig. 5 Shape functions of local plate buckling modes

$${}^{t-1}\psi_i = {}^t R \cdot {}^{t-1}\psi_i \quad (24)$$

$${}^t R = \begin{bmatrix} \cos({}^{t-1}\vec{V}_R, {}^{t-1}\vec{V}_R) & 0 & 0 \\ 0 & \cos({}^{t-1}\vec{V}_1, {}^{t-1}\vec{V}_S) & 0 \\ 0 & 0 & \cos({}^{t-1}\vec{V}_1, {}^{t-1}\vec{V}_1) \end{bmatrix}$$

2.2.3 응력-변형도 관계

국부좌표계를 기준으로 전체변위와 국부변위로 분리되어 계산된 식(18),(23)을 사용해서 변형도-변위행렬 B를 구하고 변형도 증분을 전체변위와 국부변위로 구분하여 행렬형태로 나타내면 다음과 같다.

$${}^m e^k = {}^t B_L^k U^k \quad {}^m e^{kT} = [e_{\xi\xi} \ e_{\eta\xi} \ e_{\xi\xi} \ 0]$$

$${}^m e^l = {}^t B_L^l U^l \quad {}^m e^{lT} = [e_{\xi\xi} \ e_{\eta\xi} \ e_{\xi\xi} \ e_{\eta\xi}]$$

$${}^t U_{k,i}^k = {}^m d^k = {}^t B_{NL}^k {}^m U^k \quad {}^m U^{kT} = [U_i \ V_{si} \ V_{\eta i}]$$

$${}^t U_{k,i}^l = {}^m d^l = {}^t B_{NL}^l {}^m U^l \quad {}^m U^{lT} = [\psi_1 \ \psi_2 \ \psi_3 \ \psi_4 \ \psi_5 \ \psi_6]$$

(25)

$${}^m e = {}^t B_L U = [B_L^k : {}^t B_L^l] \begin{bmatrix} {}^m U^k \\ {}^m U^l \end{bmatrix} \quad (26)$$

$${}^m d = {}^t B_L U = [B_{NL}^k : {}^t B_{NL}^l] \begin{bmatrix} {}^m U^k \\ {}^m U^l \end{bmatrix}$$

여기서 국부 평판좌굴의 거동에 대한 변형도 증분 $e_{\xi\xi}$ 는 축 방향의 굽힘에 대한 응력 $\sigma_{\xi\xi}$ 는 축 방향의 굽힘에 대한 응력 $\sigma_{\xi\xi}$ 를 일으키며 2nd Piola-Kirchhoff 응력증분과 Green-Lagrange 변형도 증분의 관계식은 식(27)로 표현된다.

$${}^m S = {}^m C \cdot {}^m e \quad (27)$$

3. 수치해석의 결과

격하 보요소 및 격하 쉘요소를 사용하여 편심된 보강 평판의 좌굴해석 및 비선형 거동해석을 수행하였다. 본 해석에서 사용된 편심된 보강평판의 모델은 Fig.6에 도시하였으며 해석모델은 보강재의 이상화방법에 따라 다음과 같이 구분하였다. 평판과 보강재를 격하 쉘요소로 이상화한 PLPL 모델과 평판은 격하 쉘요소로 보강재는 편심된 격하 보요소로 이상화한

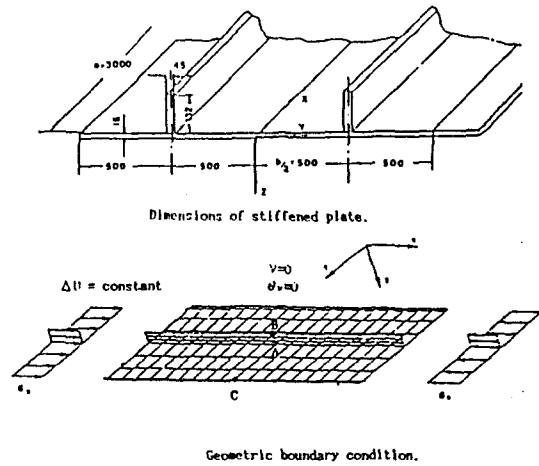


Fig. 6 Model of eccentrically stiffened plate

PLIB 모델로 구분하였고 각 해석모델의 요소수, 절점수 및 자유도수를 Table.1에 정리하였다.

좌굴해석은 time step 2에서 eigenvalue problem으로 계산하였으며 좌굴해석 결과인 좌굴 응력 및 좌굴모드는 Table. 2와 Fig.7, Fig.8에 나타내었다.

비선형 거동해석(U.L.)은 좌굴 이후의 비선형 거동을 조사하기 위하여 time step 100까지 계산을 수행하였으며 Fig.6에 도시된 절점 A, B,C의 하중-변위곡선을 Fig.9-Fig.14에 나타내었다. 또한 선급의 좌굴강도 요구조건에 따른 단순지지 보로 치환하여 계산된 Euler좌굴 응력 값 343.N/mm² (ref.17/load factor=50) 과 보강재 사이의 평판을 단순지지 평판으로

Table 1 The F. E. model of geometricaly stiffened plate

Model	Plate	Stiffener	Node/d.o.f.
PLPL	D.shell EL.	D.shell EL.	160
	16 nodes	16 nodes	/
	10 elements	5 elements	786
PLIB	D.shell EL.	D. isbeam EL.	128
	16 nodes	4 nodes	/
	10 elements	5 elements	517

Table 2 Critical buckling stress and modes

unit : N/mm

Model	Critical stress				Remark
	1.	2.	3.	4.	
PLPL	205.	234.	245.	262.	T.L. & eigen.
	210.	239.	246.	264.	U.L. & eigen.
	210.	-	306.	-	U.L. & non.
PLIB	212.	239.	241.	255.	T.L. & eigen.
	212.	239.	242.	255.	U.L. & eigen.
	214.	-	-	-	U.L. & non.
PLATE	194.				*
BEAM	343.				**

1,2,3,4 : number of half-waves, local and global buckling mode.

T.L. : total Lagrangian approach.

U.L. : updated Lagrangian approach.

eigen. : eigen value problem.

non. : nonlinear path approach.

* : Buckling stress of simply supported flat plate.

** : Euler beam buckling stress with full effective width. (simply supported at each end)

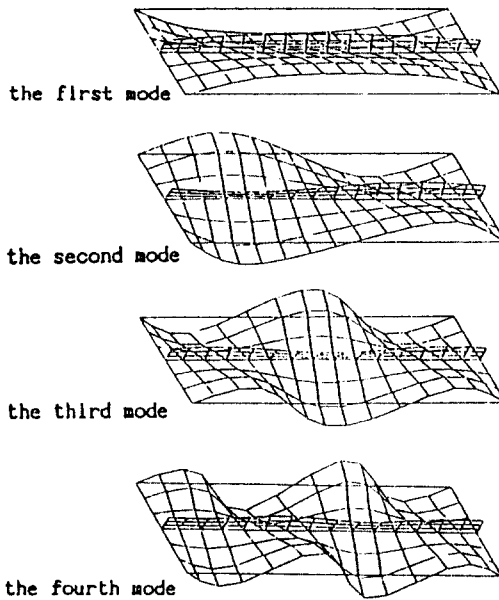


Fig. 7 Buckling modes of PLPL model

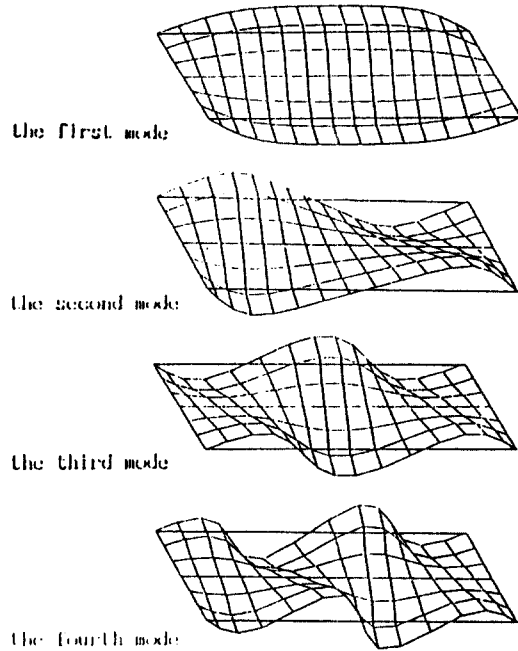


Fig. 8 Buckling modes of PLIB model

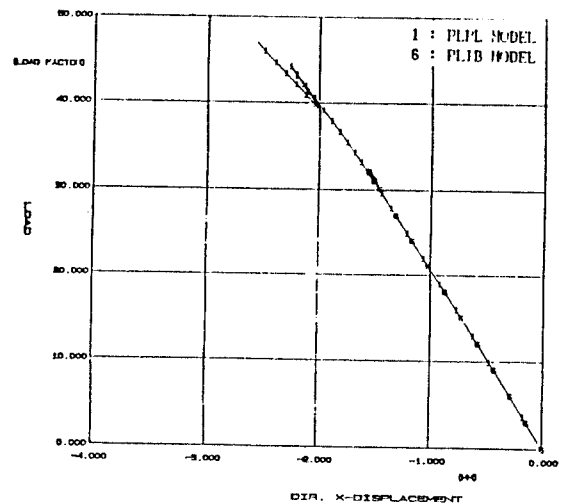


Fig. 9 Pre and post buckling behaviour of node point A

치환하여 계산된 좌굴 응력값 194.N/mm² (load factor=20.7)을 해석결과와 비교하기 위하여 Fig.14에 나타내었으며 좌굴 응력값은 Table.2에서 좌굴해석과 비선형 거동해석의 결과와 비교하였다.

Fig.9-Fig.13에서 구조물의 불안정을 보이는 하중계수(load factor)30.까지 PLPL 모델과

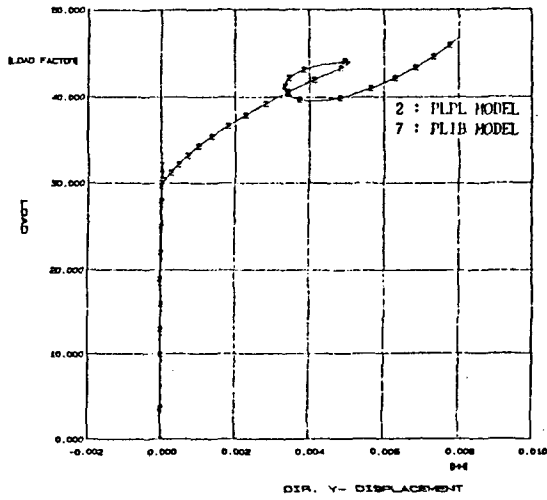


Fig. 10 Pre and post buckling behaviour of node point A

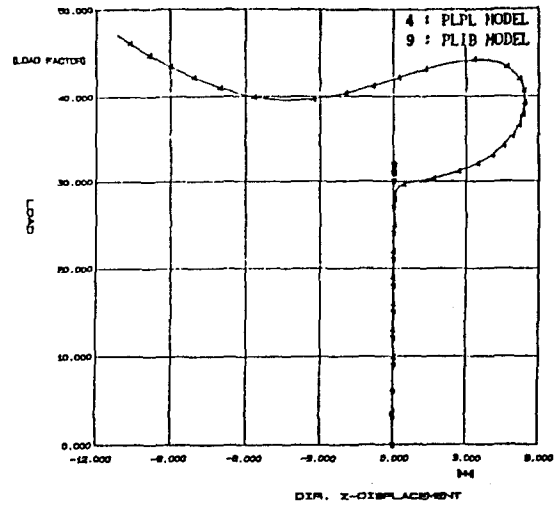


Fig. 12 Pre and post buckling behaviour of node point C

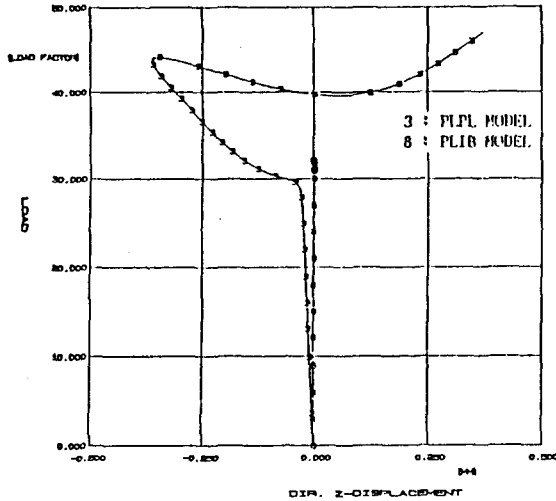


Fig. 11 Pre and post buckling behaviour of node point A

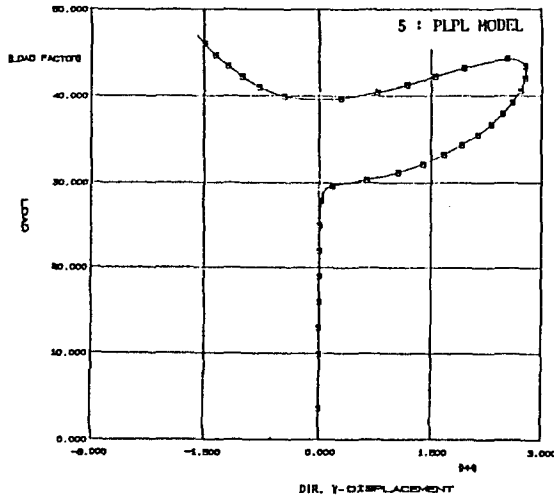


Fig. 13 Pre and post buckling behaviour of node point B

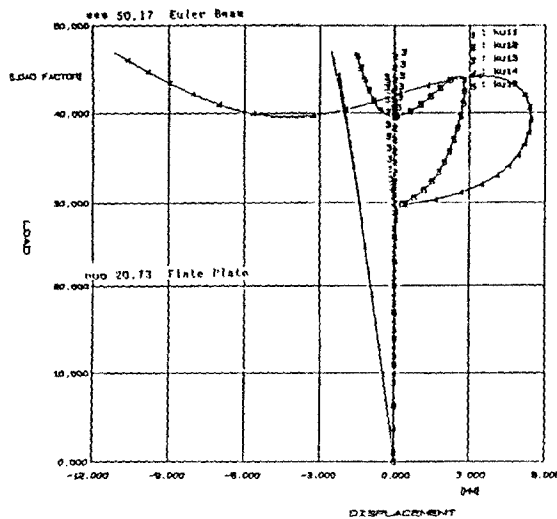
PLIB 모델의 X,Y방향 처짐은 동일하며 Fig.12에서 Z방향 처짐의 차이는 두 모델에서 이상화된 요소에 따른 하중조건의 차이에 의해서 발생한다. 이것은 PLPL 모델에서 보강재를 이상화한 격하 셀 요소에 하중이 작용시 편심된 집중하중에 의해서 모멘트가 발생하여 Z방향의 처짐을 일으키며 PLIB 모델에서는 편심된 격하 보요소에 평판을 이상화한 격하 셀요소의 절점에 놓이므로 편심된 집중하중에 의한 모멘

트가 없다. 따라서 Z방향의 처짐에서 PLPL 모델과 차이를 보여주고 있다.

PLPL 모델에서 비선형 거동의 불안정은 하중 계수가 30.(210.N/mm²), 44. (306.N/mm²) 일때 발생하며 각 하중계수에서 PLPL 모델의 처짐형상을 Fig. 15에 도시하였다. Fig. 15의 처짐형상은 PLPL 모델의 좌굴해석 결과인 1차, 3차 좌굴모드와 동일하며 2차 좌굴모드는 생략 되었다.

PLPL 모델에서 비선형 좌굴해석의 1차 좌굴모드에 대한 응력과 비선형 거동해석에서 첫 번째 불안정상태의 응력은 서로 같으나 3차 좌굴모드의 응력에서 큰 차이를 보이는 것은 time step 2에서 eigenvalue problem으로 구한 응력과 비선형 거동해석의 time step 65에서 비선형이 증가된 응력과의 차이를 나타내는 것이다.

Fig.14에서 압축하중을 받는 편심된 보강 평판의 거동은 하중계수 30.에서 평판거동을 나타내는 국부 평판 좌굴모드(local plate buckling mode)가 발생하며 하중계수 44.에서 구조물의 강성이 음수가 되는 보의 좌굴거동인 전체 보 좌굴모드(overall beam buckling mode)가

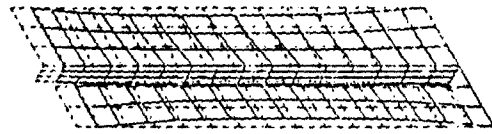


*** Buckling Strength of Euler Beam .
 simply supported at each end : $n = 1.0$
 $P_{cr} = \pi^2 EI / (nl)^2$
 $= 7,525,420 \text{ N } (343. \text{N/mm}^2)$
 Load Factor = $P_{cr} / \text{Basic Load}(150000 \text{ N})$
 $= 50.17$

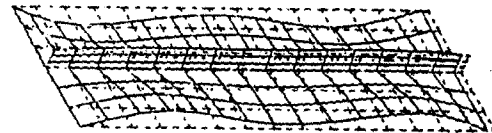
ooo Buckling Strength of Plate Plate.
 simply supported plate : $K = 4.0$
 $P_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} (t/b)^2 K \cdot A$
 $= 3109684.6 \text{ N } (194.4 \text{ N/mm}^2)$
 Load Factor = $P_{cr} / \text{Basic Load}(150000 \text{ N})$
 $= 20.73$

Fig. 14 Pre and post bucklin behaviour of node point A,B,C

(load factor = 30.)



(load factor = 44.)



(load factor = 47.)

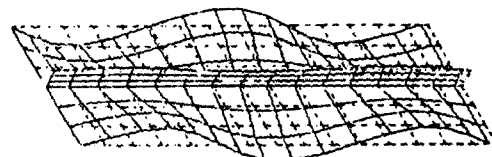


Fig. 15 Deflection of PLIB model under axial load.

(load factor = 32.)

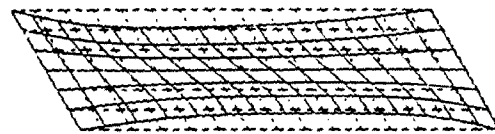


Fig. 16 Deflection of PLIB model under axial load

발생한다. 여기서 강성이 감소하다가 하중계수 39.에서 강성이 다시 증가하는 쉘거동을 보여 준다.

PLIB 모델에서 비선형 거동의 불안정은 하중계수 32.(214.N/mm²)일때 발생하며 수치계산시 되돌아감(Doubling back)이 발생하여 수렴이 안되는 경향을 보여주고 있다. 하중계수 32.에서 PLIB 모델의 비선형 거동은 편심된 하중에 의한 모멘트가 없으므로 단지 비선형항에 의해서 Z방향의 처짐이 발생하여 처짐량이 매우 미소하다. 따라서 PLIB모델의 처짐형상을 좌굴해석의 좌굴모드와 비교하기 위하여 Z방향의 처짐을 확대하여 PLIB 모델의 처짐형상을 Fig. 16에 도시하였다. 처짐형상은 좌굴해

석의 1차 좌굴모드와 동일하며 불안정이 일어나는 하중계수 32.에서의 압축응력과 좌굴응력과의 비교를 Table. 2에 정리하였다.

4. 결 론

기하학적 비선형 거동을 해석하기 위해서 격하 보요소와 격하 쉘요소로 구성된 유한요소 구조해석 프로그램을 total Lagrange 수식과 updated Lagrange 수식 및 비선형 수치해석의 Riks 방법에서 수정된 normal arc length method와 cylindrical arc length method를 사용해서 개발하였으며 편심된 보강평판을 PLPL, PLIB 모델고 이상화하여 좌굴해석과 비선형 거동해석을 수행하였다.

해석결과에서 좌굴해석의 T.L. 및 U.L.방법으로 수행한 좌굴모드는 서로 일치하였으며 1차 좌굴 모드의 좌굴응력은 두 모델에서 3.4% 오차를 보여주고 있다. 따라서 편심된 보강평판의 좌굴해석에서 국부좌굴현상을 나타내는 편심된 격하 보요소는 보재를 이상화하는데 적절한 유한요소로 판된다.

비선형 거동해석에서 Euler 좌굴응력보다 낮은 응력상태에서 국부 평판좌굴이 발생하므로 편심 보강평판의 설계시 좌굴강도를 조사하는데 효율적으로 사용될 수 있다.

PLIB 모델의 거동은 1차 국부 좌굴모드에서 수치계산의 되돌아감(doubling back)이 발생하여 국부 평판 좌굴모드 이후의 비선형 거동을 추적 조사할 수가 없으므로 이에 대한 연구가 필요하다.

이상의 해석결과로부터 본 연구에서 개발된 유한요소 프로그램은 선박 해양구조의 대표적인 편심 보강된 구조물의 비선형 거동 및 좌굴해석에서 매우 유용하게 활용될 수 있으며 이의 해석결과와 정도평가를 위한 실험연구가 요망된다.

참 고 문 헌

- [1] 이재욱, 정기태, 양영태 “선체구조 부재의 좌굴해석”, 인하대학교 산업 기술연구소, 1989
- [2] “보강판 구조의 해석기법에 관한 연구” 한국기계 연구소
- [3] Ahmad, S., Irons, B.M. and Zienkiewicz, O.C. “Analysis of Thick and Thin Shell Structures by Curved Finite Elements”, Int.J.Num.Engng.Vol12,1970,pp.419-451
- [4] Bathe, K. J. Ramm, and Willson, E.L. “Finite Element Formulation for Large Deformation Analysis”, Int.J.Num.Engng. Vol9. pp.351-386, 1975
- [5] Ramm, E. “A Plate/Shell Element for Large Deflection and Rotation”, “Formulation and Computational Algorithms in Finite Element Analysis”, MIT Press, Cambridge, Mass, 1977
- [6] Kanok W.-Nukulchai, “A Simple and Efficient Finite Element for General Shell Analysis”, Int.J.Num.Meth.Engng. Vol. 14, 1979, pp.179-200
- [7] Bathe, K.J. and Eduardo Dvorkin, “Our Discrete Kirchhoff and Isoparametric Shell Elements for Nonlinear Analysis An Assesment”, Comp. & Struc. Vol. 16, pp. 89-98, 1983
- [8] Karan S Surana, “Geometrically Non-linear Formulation for The Curved Shell elements”, Int. J. Num. Meth. Engng. Vol. 19, p.581-615, 1983
- [9] Bathe, K.J. and Bolourchi, S. “A Geometric and Material Nonlinear Plate and Shell Element”, Comp. & Struc. Vol. 11, pp.23-28, 1980
- [10] Bathe, K.J. “Finite Element Procedures in Engineering Analysis” Prentice-Hall, 1982

- [11] Zienkiewicz, O. C. "The Finite Element Method" Third Edition Magraw-hill, 1982
- [12] Otto Bernhardt, "Eine Geometrisch Nichtlineare Finite Element Formulierung für die Idealisierung exzentrischer Aussparungen" Ahcken, 1985
- [13] Bathe, K. J. and Philippe M. Wiener, "On Elastic-Plastic Analysis of I-Beams in Bending and Torsion", *Comp. & Struc.*, Vol. 17, pp.711-718, 1983
- [14] Ferguson, G.H. and Clark, R.D. "A Variable Thickness, Curved Beam and Shell Stiffening Element with Shear Deformation", *Int. J. Num. Meth. Engng.* Vol. 14, pp.581-592, 1979
- [15] Bath, K. J. and Anil Chaudhary, "On The Displacement Formulation of Torsion of Shafts with Rectangular Cross-Section", *Int. J. Num. Meth. Engng.* Vol. 18, pp. 1565-1580, 1982
- [16] Ramm, E. "Geometrisch Nichtlineare Elastostatik und Finite Elemente", Stuttgart Bericht Nr. 76. 2, Stuttgart, 1976
- [17] ISE, G "Analysis of Eccentrically Stiffened Wide Panels", "Recent Advances in NonLinear Computational Mechanics, eds. E. Hinton, D.R.J.Owen, C. Taylor, Swansea, U.K. 1982