

大韓造船學會論文集
 第28卷 第2號 1991年 10月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol.28, No.2, October 1991

소성 강도 해석에 의한 Web Frame의 시스템 신뢰성 해석

양영순*, 임상전*

The System Reliability Analysis of Web Frame by Plastic Strength Analysis

by

Y. S. Yang* and S. J. Yim.*

요 약

평면 골조 구조물로 이상화된 Web frame의 최종강도를 합리적으로 추정하기 위해 기존의 탄성해석 방법 대신에 구조물의 소성붕괴를 최종상태로 가정하여 구조해석을 수행하는 소성 해석 방법으로 선형 계획법과 Compact procedure를 정식화 하였고, 그 결과를 탄소성 해석과 비교하여 Web frame의 안전성 평가에 있어서 소성강도 해석 방법의 유용성을 검토하였다. 또한 구조해석에 사용되는 변수들의 확률적 특성을 고려하여 구조물의 안전성 평가를 하는 신뢰성 해석을 위해 소성붕괴 해석에서 얻어지는 구조물이 소성 파괴모드를 신뢰성 모델로서 사용 하였으나, 선체와 같이 과잉 구속되어 있는 부정정 구조물이 갖는 다수의 파괴모드 문제를 처리 하기 위해 기본 파괴모드 해석 방법과 자동 파괴모드 해석 방법을 이용하였고, 얻어진 파괴 모드로 부터 Web frame의 파괴확률을 계산하여 구조물의 안전성 평가에 있어서 확정론적인(deterministic)방법과 확률론적인(probabilistic)방법을 비교 검토하였다.

Abstract

Plastic strength analysis using plastic failure mode as a limit state is adopted instead of a conventional elastic structural analysis to predict the ultimate strength of Web frame idealized by a plane frame. Linear programming and Compact procedure are developed for determining the collapse load factor. It is found that the final results are good agreement with the results of Elasto-plastic analysis. Besides, the redundant structures like Web frame is known to have multiple failure modes. Web frame may collapse under any of the possible failure modes. Thus, the identification of these possible failure modes is necessary and very important in the reliability analysis of Web frame. In order to deal with multiple failure modes, automatic generation method of all failure modes and basic failure modes is used for selecting the dominant failure modes. The probability of failure plastic collapse of Web frame is calculated using these dominant failure modes. The safety of Web frame is assessed and compared by performing the deterministic and probabilistic analysis.

접수일자: 1991년 3월 8일, 재접수일자: 1991년 5월 10일

* 정회원, 서울대학교 조선공학과

1. 서 론

선채구조는 선박에 있어서 가장 근본이 되는 골격을 이루고 있을 뿐만 아니라, 최근 점점 대형이면서 복잡 다양한 구조로 변해가고 있어, 경제적인 구조설계를 하기 위해서는 오랜 경험과 고도의 기술을 요한다. 특히 선진국과의 경쟁력을 높히는데 있어서 단순한 싼 임금에 의한 경쟁력 제고 방법보다는 설계기술 제고에 의한 기술 경쟁력의 강화가 중요시 되고 있는 요즘, 구조설계 방법만으로는 그 한계를 넘어서기 어렵고, 또한 미래의 새로운 선형 개발이라든지 고도의 선채구조 기술개발 등에 있어서 많은 어려움이 있다. 뿐만 아니라 최근 공학기술의 고도화 및 대형화에 따른 안전성 문제는 점점 사회적 관심이 높아져 가고 있어, 대형 유조선의 충돌사고등과 같은 해난사고의 피해를 극소화할 수 있는 새로운 구조설계 방법에 대한 연구가 강화되고 있다. 따라서 선채구조 기술경쟁력과 선채구조 안전성을 높이기 위한 방법으로 현재 행하고 있는 하중추정 계산과 최종강도 해석 등의 직접 강도계산법에 구조물의 안전성을 합리적으로 검토할 수 있는 신뢰성 해석 방법을 포함시켜 보다 종합적인 선채 구조기술 평가법에 관한 연구가 시급히 요망된다[1].

선채 구조물에 작용하는 파랑하중과 구조물의 최종강도는 설계자가 추정한 기대치를 갖는 다기 보다는 오히려 그 기대치를 중심으로 분산되어 있는 특성이 있어 경험에 입각한 안전계수를 이용하여 설계를 한다 할지라도 설계변수들의 분산특성인 불확실성에 의해 일어나는 파괴 가능성을 논리적으로 설명하기가 어려웠다. 이점에 반해 신뢰성해석 방법은 설계변수들의 불확실성을 확률 통계이론에 의해 이론적으로 취급할 수 있을 뿐만 아니라, 기존의 방법과는 달리, 작지만 0이 아닌 파괴위험을 고려하여 구조물의 안전성을 평가하므로 실제로 구조물에 일어날 수 있는 파괴 가능성을 정량

적인 수치로 비교할 수 있는 잇점이 있다. 특히 종전에 건조 및 운항 경험이 없는 새로운 형태의 선박 및 해양구조물의 안전성 평가를 하는데 있어서 기존의 방법은 안전계수의 정성적 성질로 인해 그 한계성을 넘기가 어려울 뿐만 아니라 개개의 설계변수가 갖는 불확실성을 고려할 수 없어 그 타당성 여부가 문제시되어 신뢰성 이론에 입각한 선채 구조강도 평가법의 개발이 필요하다[2][3].

일반적으로 구조물은 주어진 하중하에서 파괴에 도달하지 않도록 상당량의 부정정성(redundant type)을 부여하여 하중의 전달과정이 하나 이상이 되어 구조물의 한 부분이 파손되어도 구조물 전체는 주어진 하중을 견디어 낼 수 있도록 여유강도를 갖고 있다. 그래서 대부분의 구조물은 흔히 과잉구속이 되어있는 부정정 구조물로 분류 되는데 선체의 횡단면 구조도 그 예외는 아니다. 선체 횡단면을 평면 골조 구조물로 이상화하여 탄성 구조해석에 의해 최대응력을 구해 구조물의 최종강도로 사용하는 방법이 있긴 하지만, 이런 경우에는 위에서 언급한 구조물의 과잉구속에 의한 여유강도를 충분히 고려하지 않아 비경제적인 구조물이 얻어지는 단점이 있다. 그래서 보다 효율적인 구조물의 최종강도를 추정하기 위해선 탄성해석 보다는 소성해석 방법을 이용하여 구조물의 최종 붕괴에 이르는 하중을 구하는 소성강도 해석 방법이 널리 이용되고 있다[4][5].

또한 선박과 같이 파괴의 위험을 줄이기 위해 통상적으로 부여하는 과잉 구속으로 말미암아 구조물의 파괴모드가 하나만이 아니라 다수 존재하는 것이 신뢰성 해석시 유의해야 할 점인데, 특히 선체 횡강도의 신뢰성 해석 방법이 선체 종강도 해석의 경우와는 달리 다수의 가능한 파괴모드를 사전에 알아야만 하는 문제점이 있어 기존의 신뢰성 해석 방법을 그대로 적용하기가 어렵다. 물론 구조물이 간단한 경우에는 파괴 모드를 사전에 파악할 수 있으나 선체 횡단면의 경우라 하더라도 가능한 파괴모드

는 찾는다는 것은 용이하지 않다. 그래서 본 논문에서는 구조물의 가능한 여러 파괴모드를 자동적으로 구하는 자동 파괴모드 해석 방법 [6]과 구조물이 주어진 외력에 대해 고유하게 갖고 있는 기본 파괴모드[7]를 구해 이들의 선형결합으로 파괴 가능한 모드를 구하는 방법을 검토하였고, 아울러 복잡한 구조물의 시스템 신뢰성 해석 방법을 정립하기 위해 이들 다수의 파괴모드간의 상관관계를 고려하여 보다 정확한 파괴확률을 구하는 unimodal, bimodal 및 trimodal bound[8]방법의 정도를 비교하여, 구조물의 안전성 평가에 있어서 확정론적인 방법과 확률론적인 방법상의 제반 문제를 검토하였다.

2. 소성 강도 해석

평면 골조 구조물의 소성강도 해석은 통상 행해 오는 탄성 구조 해석처럼 주어진 하중하에 발생하는 최대응력의 크기에 관심이 있는 것이 아니라, 구조 부재에 소성 변형이 생겨 소성 절점이 만들어지고, 소성 절점이 하나 둘씩 형성되어 궁극에는 파괴모드가 만들어져, 작용 하중을 더이상 받아낼 수 없는 상태에 이르기까지의 구조물의 강도를 추정하는 해석 방법으로서, 소성 절점이 만들어지는 수순에는 관계없이 구조물에 소성 절점이 충분히 형성되어 파괴되는 모드에 도달할 때의 하중을 구하는 방법이다.

일반적으로 소성 강도 해석은 평형 조건식, 소성 조건식 및 붕괴 조건식을 동시에 만족하는 해를 구해야 하는데, 편의상 기구학적 접근 방법에는 평형 조건과 붕괴 조건만을 만족하는 상한해(upper bound solution)를 구해 사용하고, 정적접근 방법에서는 평형조건과 소성 조건만을 만족하는 하한해(lower bound solution)를 구해 사용하므로 실제의 붕괴 하중은 두 방법으로 구한 하중값들 사이에 놓여 있다고 보는데, 실제 계산상 그 값들의 차이는 소성 해석의 정확

한 해를 주는 유일해 정리(uniqueness theorem)에 의하면 무시할 만 하다[9][10][11].

2.1 선형 계획법을 이용한 소성 강도 해석

가능한 임의의 파괴모드 i 에서 이에 대응하는 소성 절점의 위치를 j 로 표시하면, 이 파괴모드 i 에 대한 평형 조건식은 가상일의 원리에 의해

$$u_i = \sum_{j=1}^s M_{pj} \theta_{ij} = \lambda_i e_i \quad (1)$$

여기서 u_i : 파괴모드 i 의 내부 일

M_{pj} : 소성절점 j 의 전소성 모우멘트

θ_{ij} : 파괴모드 i 의 소성절점 j 의 회전각

e_i : 파괴모드 i 의 외부 일

s : 파괴모드 i 의 소성 절점수

이 되므로, 기구학적 접근방법에 의한 최소 붕괴 하중 계수 λ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\lambda = \min(\lambda_i) \quad (2)$$

구조물의 가능한 소성 파괴모드가 m 개의 기본 파괴모드의 선형 결함으로 표시된다고 가정하면, 임의의 파괴모드 i 의 소성 절점 j 에서의 회전각 θ_{ij} 와 외부 일 e_i 는

$$\theta_{ij} = \sum_{k=1}^m t_k \theta_{ki} \quad (3)$$

$$e_i = \sum_{k=1}^m t_k e_k \quad (4)$$

여기서 θ_{ki} : 기본파괴모드 k 의 회전각

e_k : 기본파괴모드 k 의 외부

t_k : 선형 결함 계수

이 되는데, 이때 λ 의 최소치를 구하는 방법은 소성강도 해석시 사용되는 3가지 조건식을 이용하면 상한정리 이론에 의해 정식화될 수 있는데, 소성 강도 해석시 사용되는 “평형 조건식”은 흔히 가상일의 원리에 의해 외력이 한 일과 내력이 한 일이 같다는 조건으로 표시되므로 $E_i = \lambda e_i$, $U_i = \sum M_{pj} \theta_{ij}$ 에서 $\lambda_i = \sum M_{pj} \theta_{ij} / e_i$ 가 되고, 부재의 “붕괴조건”은 붕괴시의 각 절점의 회전각은 기본 파괴모드의 선형 결함으로 표시될 수 있으므로 $\theta_{ij} = \sum t_k \theta_{ki}$ 가 되

고, 끝으로 내력의 “소성조건”은 소성 절점의 굽힘 모우먼트는 전소성 모우먼트를 넘을 수 없다는 조건에 의해 $-M_{pi} \leq M_i \leq M_{pi}$ 로 표시된다.

또한 선형계획법(Linear Programming; LP) 문제에서 사용되는 변수들은 음수가 될 수 없는 특성이 있는 관계로 θ_{ij} 는 매개 변수를 이용하여 다음과 같이 치환하여

$$\theta_{ij} = \theta_{ij}^+ - \theta_{ij}^- \quad (5)$$

여기서

$$\begin{aligned} \theta_{ij}^+ &= \theta_{ij} & \theta_{ij}^- &= 0 & \text{if } \theta_{ij} &\geq 0 \\ \theta_{ij}^- &= \theta_{ij} & \theta_{ij}^+ &= 0 & \text{if } \theta_{ij} < 0 \end{aligned} \quad (6)$$

식 (5)를 식(2),(3),(4)에 대입하여 정리하면 기구학적 접근방법(상한법)에 의한 소성강도 해석은 다음과 같이 정식화 된다.

Find

$$\begin{aligned} \lambda, \theta_{ij}^+, \theta_{ij}^- \quad (j=1,2,\dots,s) \\ t_k \quad (k=1,2,\dots,m) \end{aligned}$$

such that

$$\text{minimize } \lambda = \sum_{j=1}^s |M_{pi}| (\theta_{ij}^+ + \theta_{ij}^-) \quad (7)$$

subject to

$$\begin{aligned} \theta_{ij}^+ - \theta_{ij}^- &= \sum_{k=1}^s (t_k) \theta_{ki} \quad (j=1,2,\dots,s) \\ \sum_{k=1}^m t_k e_k &= 1 \end{aligned} \quad (8)$$

정적 접근방법(하한법)에 의한 소성 강도 해석은 식(1)과 (3),(4)에서 하한정리 이론을 이용하면 다음과 같은 LP문제로 정식화 된다.

Find λ, \bar{M}_j

such that

$$\text{maximize } \lambda \quad (9)$$

subject to

$$\begin{aligned} \lambda e_k &= \sum_{j=1}^s \theta_{ki}(\bar{M}_j) \quad (k=1,2,\dots,m) \\ \bar{M}_j &\leq M_{pj}^+ \quad , \quad -\bar{M}_j \leq M_{pj}^- \end{aligned} \quad (10)$$

상기의 상한법과 하한법을 간략히 요약하면 아

래와 같다.

강소성 이론에 입각한 소성강도 해석은 평형 조건, 소성조건 및 붕괴조건을 만족해야 하는데 상한법은 평형조건과 붕괴조건을 구속조건으로 하면서 소성조건을 만족시키기 위한 최소의 붕괴하중 λ 를 구하는 방법이고, 하한법은 평형조건과 소성조건을 구속조건으로 하면서 허용 가능한 붕괴조건을 만족시킬 수 있는 최대의 붕괴하중 λ 를 구하는 방법으로서 응용 수학분야에서 발달된 선형계획법의 이용이 가능한 해석법이다. 특히 LP 문제로 정식화가 가능한 이유로는 목적함수(파괴하중 λ)와 제약조건(평형조건, 소성조건, 붕괴조건)등이 미지 변수의 1차식으로 표시될 수 있어 최소한의 입력에 의해 효율적으로 그 해를 구할 수 있는 알고리즘인 Simplex방법 [12]이 적용될 수 있기 때문이다.

2.2 Compact Procedure[13][14]

소성강도 해석을 선형계획법의 Simplex를 이용하여 풀면 대단히 효율적으로 붕괴 하중을 구할 수 있으나, 대형이고 복잡한 구조물이 되면 선형계획법의 특성상 기본 파괴모드를 구해야 하는 어려움과 미지 변수의 대폭 증가하는 문제점이 있어 1973년 Liversley는 소성 해석 방법중 하한법인 정적 접근방법에 입각하여 기본 파괴모드를 구하지 않고 소성강도 해석을 할 수 있는 Compact Procedure를 제안 한 바 있다.

부재의 양단에 작용하는 하중 벡터 {p}와 부재 내부에 걸리는 부재력 {r}사이의 평형 조건을 이용하여, 부재 좌표계에 대한 힘의 평형 방정식을 만든 후, 전체 좌표계와의 회전각을 고려하여 좌표변환을 하면 전체 좌표계에서의 힘의 평형방정식이 최종적으로 다음과 같이 얻어진다.

$$\lambda\{p\} = [C]\{r\} \quad (11)$$

따라서 비례하중을 받은 구조물이 소성붕괴 시에 소성조건인 $-r^L \leq r \leq r^U$ 을 만족하면서, 몇

배(λ)의 하중을 받아 낼 수 있는가 하는 것이 소성강도 해석의 주 관심사이므로, Compact Procedure에서는 정적 접근방법의 “하한정리”를 이용하여, 파괴시 부재력 벡터 r 이 충분한 소성 절점이 형성될 수 있는 파괴모드에 도달하도록 소성조건과 평형조건을 동시에 만족하는 부재력 벡터 r 을 Gauss Jordan소거법에 의해 구한다[14].

Compact procedure에 의해 소성강도 해석을 하려면 우선 식(11)로 주어지는 1차 방정식 $Cr = \lambda P$ 에서 C 행렬의 크기가($m \times n$)이고, $m < n$ 이므로, n 개의 단면력 벡터 r_n 에서 임의의 m 개를 골라 기저 변수 r_{Bm} 이라 하고, 그 나머지($n-m$)개는 비기저 변수 $r_{NB(n-m)}$ 이라 한다. 식(11)은 Gauss-Jordan소거법에 의해 $C^*r = \lambda P^*$ 또는

$$[I] \cdot \{r_B\} + [C^*_{NB}] \{r_{NB}\} = \lambda \{P^*\} \quad (12)$$

이 되는데, C^*_{NB} 는 소거 후에 얻어지는 평형 매트릭스이고, P^* 도 마찬가지로 Gauss-Jordan소거에 의해 얻어지는 우변 하중 벡터항이다.

식(12)의 과정은 미지수가 n 개이고, 조건식이 m 개인 경우, 임의로 m 개의 변수를 택해 그 변수를 기저 변수로 놓고 나머지($n-m$)개를 비기저 변수로 놓아 식(12)의 1차 방정식을 효율적으로 풀기 위한 소거 과정으로서 선형계획법에서 목적함수를 최소화 시키기 위해 기저변수와 비기저변수를 분리해 pivoting하는 과정과 유사하다.

이때 n 개의 미지수 중에서 m 개를 선택하는 것이 임의로 하는 것이므로 어떠한 조합을 택하더라도 이들로 부터 얻어지는 해는 결국 주어진 외력과 평형을 이루고 있는 내력의 조합을 나타내는데, 소성 이론의 하한 정리에 의하면 외력과 평형을 이루면서 소성 항복조건을 만족하는 해 중에서 제일 큰 것이 정적 접근방법의 해가 되므로, 하한 정리에 입각한 Compact procedure에 의해 상기의 평형 조건식을 만족하면서 구조물의 항복조건을 만족하게끔 해를 구하려면 Gauss-Jordan방법에 의해 미

지수 중에서 임의로 조건식 만큼의 기저 변수를 취하고 나머지를 비기저 변수로 취한 후, 이 비기저 변수의 값을 0으로 놓아 상기의 평형 방정식으로 부터 기저 변수의 유일해가 얻어지도록 한다.

이때 붕괴하중 λ 는 비례하중의 성격을 갖고 있고, 얻어진 기저 변수의 유일해는 각 부재의 내력을 표시하므로 결국 내력의 소성 항복조건이 만족되는 다수의 하중 최소의 λ 값을 선택해야만 다른 부재의 소성 항복조건을 위반하지 않게 된다. 물론 선택되지 않은 비기저 변수 중에서 파괴하중 계수 λ 를 더 증가시킬 수 있는 경우도 존재할 수 있으므로, 다음 과정에서는 비기저 변수와 기저 변수를 하나씩 교환하여 새로운 기저 변수를 만들고 이를 이용하여 붕괴하중 λ 를 최대화 시켜 나가는 수준을 반복하여 구조물의 최종 붕괴하중과 파괴모드를 구한다.

3. 소성 파괴모드 해석

3.1 기본 파괴모드 해석

소성강도 해석에 의해 얻어지는 구조물의 파괴모드는 구조물의 기본 파괴모드의 선형결합에 의해 표시될 수 있어, 소성강도 해석에 있어서 기본 파괴모드의 파악은 상당히 중요하다. 해석 방법은 Compact procedure나 자동 파괴모드 해석의 방법과 아주 유사하나 최종적으로 구하고자 하는 목적이 다르고, 그 최종적인 결과를 이용하는 방법도 상이한 관계로 앞에서는 구조물의 기본 파괴모드가 주어진 것으로 가정하였으나, 본 절에서는 소성강도 해석시 구속조건으로 필요한 구조물의 기본 파괴모드를 구하는 방법에 관해 언급한다[7][15].

구조물의 기하학적 조건과 하중조건은 가능한 소성 절점의 위치를 결정해 주므로 기본 파괴모드를 결정하는 중요한 조건이 된다. 구조물의 파괴모드라는 것은 충분한 소성 절점의 형성에 의해 구조물이 강체 운동을 할 수 있는

상태에 도달한 것을 의미하므로 통상의 구조 해석에서는 고려하고 있지 않은 부재의 강제 운동 상태를 구조물의 변형상태와 함께 고려하는 좌표계를 도입한다.

평면 골조 구조물의 부재 좌표계에서 임의의 부재가 갖는 변형 상태를 부재 변형모드와 강제 변형 모드로 분리하여, 이들을 부재 양단의 재단 변위로 표시하고, 파괴모드하에서 구조물의 변형모드가 존재할 수 없다는 조건을 이용하여, 부재가 갖는 구속조건으로 변형모드에 해당되는 부분을 구속행렬로 표시한 후, 통상의 구조 해석에서 강성 행렬을 합성하는 것과는 달리 이 구속 행렬을 모든 부재가 독립적으로 결합되어 있는 것처럼 합성하여 전체 구조물에 대한 행렬 C 를 만들면, 구조물 전체의 변형모드와 재단 변위 사이의 관계식은

$$\{S'_d\} = [C]\{S\} \quad (13)$$

로 표시되며, 여기서 $\{S'_d\}$ 는 부재의 변형상태를 표시하는 벡터이고, $\{S\}$ 는 부재의 재단변위 벡터가 되는데, $\{S\}$ 벡터는 서로 독립이 아니고 각 절점 변위간의 조합조건을 만족하도록 구속된다.

기준 좌표계로 표시된 개개 부재의 재단 변위 $\{S^*\}$ 와 구조물의 절점 변위 $\{d\}$ 사이의 적합 조건을 이용하면 이들 사이의 관계는

$$\{S^*\} = [a]\{d\} \quad (14)$$

이 성립되며, 여기서 $[a]$ 는 구조물의 적합 조건을 표시하는 행렬이 된다. 또한 기준 좌표계와 부재좌표계 사이의 좌표 변환 행렬 $[Q]$ 을 이용하면

$$\{S\} = [Q]\{S^*\} \quad (15)$$

이 된다. 따라서 식(13),(14),(15)로부터

$$\begin{aligned} \{S'_d\} &= [C]\{S\} = [C][Q]\{S^*\} \\ &= [C][Q][a]\{d\} \end{aligned} \quad (16)$$

이 얻어지는데, 파괴시에 구조물의 변형은 0이므로 결국 식(16)은

$$[C][Q][a]\{d\} = \{0\} \quad (17)$$

이 되며, C 의 크기는 $(3m \times 6m)$ 이고 Q 의 크

기는 $(6m \times 6m)$ 이 되고, a 의 크기는 $(6m \times N)$. d 의 크기는 $(N \times 1)$ 인데, N 은 구조물의 절점 변위의 총 자유도 수이고, m 은 구조물의 부재 수이다.

상기의 식(17)을 만족하는 해는 붕괴 전에는 존재할 수 없고, 또한 붕괴가 일어 난다는 것은 구조물의 강제 운동이 일어나는 것을 의미하므로, 가능한 파괴모드를 구하기 위해 강제 운동이 허용되도록, 매 부재마다 양단의 절점 회전에 해당되는 부가적인 자유도를 구조물의 절점 변위 벡터 $\{d\}$ 에 추가시켜야 한다. 즉 적합 조건 행렬 $[a]$ 에서 이에 해당되는 열(row)를 zero화 시키며 추가되는 자유도 항만 I 을 갖는 해제 조건(release condition)을 모든 부재에 적용한다. 다시 말해, 매 부재마다 해제되는 재단 변위는 부재 양단의 회전 변위가 되고, 이들 변위가 해제될 때마다 양단의 절점 회전에 해당되는 부가적인 자유도가 추가된다. 그래서 적합 조건 행렬 $[a]$ 의 크기는 $(6m \times N)$ 에서 $(6m \times N + 2m)$ 으로 확장되므로, 이를 이용하여 식(17)을 다시 계산하면

$$[C][Q][a^*]\{d^*\} = \{0\} \quad (18)$$

이 되는데, 여기서 $[a^*]\{d^*\}$ 는 구조물의 절점 변위 벡터에 부재의 해제 조건에 의해 추가된 벡터가 포함된 행렬과 벡터이다. 식(18)에서 $[C][Q][a^*] = [K]$ 로 놓으면 식(18)은

$$[K]\{d^*\} = \{0\} \quad (19)$$

이 되고 $[K]$ 의 크기는 $(3m \times N + 2m)$ 이 되는데, 이 $[K]$ 의 rank가 $3m$ 이면 식(17)을 만족하는 d^* 는 $(N + 2m - 3m)$ 개 존재하고, 이것이 바로 기본 파괴모드의 갯수가 된다. 식(19)를 만족하는 해가 바로 기본 파괴모드가 되는데, 이 해는 식(19)를 Gauss-Jordan 소거법에서 통상의 pivoting 조작 대신에 행 조작(column operation)만을 수행하면 기본 파괴모드는 쉽게 구해진다.

3.2 자동 파괴모드 해석

구조물이 소성 붕괴에 의해 파괴되는 모드를

자동적으로 구한다는 것은 쉽지 않다. 일반적으로 가능한 파괴모드는 구조물의 기본 파괴모드의 선형 결합으로 표시할 수 있어 선형계획법에 의해 파괴 가능한 파괴모드를 구하는 방법도 있으나, 본 논문에서는 선형계획법에 계산상의 비효율성과 기본 파괴모드를 사전에 미리 알아야 하는 문제점을 피하기 위해 선형계획법의 이론을 적용치 않고, 구조물의 평형 방정식에서 부정정 차수를 하나 하나씩 줄여 나가 부정정 구조물을 정정 구조물화 시켜, 궁극에는 파괴모드가 얻어지는 Gorman의 방법을 이용하여 평면 골조 구조물의 파괴모드를 구하는 자동 파괴모드 해석법을 개발하였다[6].

일반 탄성 구조 해석의 경우처럼 구조물의 기하학적 조건과 하중조건을 이용하여 구조물에 작용하는 외력과 내력간의 평형을 만족시키는 평형 조건식을 만든다.

$$\{P\} = [A]\{R\} \quad (20)$$

여기서 절점 하중 $\{P\}$ 는 구조물의 절점수가 n 인 경우 전체 자유도수($3n$)에서 구속된 자유도수(f)를 뺀($3n-f$)개의 자유도를 갖는 하중 벡터이고, 내력 벡터 $\{R\}$ 은 구조물의 부재수가 m 이면 $3m$ 개의 항을 갖는 벡터가 되므로 행렬 $[A]$ 는 $(3n-f) \times (3m)$ 의 크기를 갖는 평형 조건 행렬이 된다. 따라서 이 구조물의 부정정 차수 r 은 $r = (3m) - (3n-f)$ 가 되고, 소성 절점이 굽힘 모멘트에 의해서만 일어난다고 가정하면 부재의 수가 m 이므로 발생 가능한 소성 절점의 갯수는 $(2m)$ 가 되므로 이 중에서 임의로 소성 절점이 r 개 생기면 구조물은 부정정 구조물에서 정정 구조물로 바뀌게 되는데, 여기에 임의의 1개 절점이 소성화 되면 구조물은 더 이상 외력을 지탱하지 못하는 파괴 모드에 도달하게 된다. 소성 강도 해석은 소성 절점이 발생하는 수순에는 무관하게 최종적으로 발생된 소성절점의 갯수로 파괴를 판단할 수 있으므로 파괴 가능한 총 파괴 모드수는 $2mCr+1$ 개 수 만큼 존재할 수 있다.

개개의 파괴모드를 구체적으로 파악하기 위

해 앞서 구한 평형 방정식을 Compact procedure에서 행한 것처럼 Gauss-Jordan소거를 행하여 파괴모드를 구하는데, 이때에는 가능한 소성 절점($2m$)개에서 임의로 선택할 수 있는($r+1$)개의 소성 절점을 기저 변수로 택하고, 나머지는 전부 비기저 변수로 택해 평형 방정식을 Gauss-Jordan방법에 의해 소거하면 최종적인 파괴모드가 얻어진다. 소거된 평형 방정식에서 하중항 $\{P\}$ 가 0벡터인 경우는 얻어진 파괴모드가 주어진 하중과는 관계없는 모드가 되므로, 이 모드는 파괴모드 계산에서 제외하고, 하중 벡터 $\{P\}$ 가 0벡터가 아닌 경우 만을 선택하여 최종적인 파괴 가능한 모드를 구한다.

4. 신뢰성 해석

4.1 신뢰성 모델의 정식화

신뢰성 해석을 하기 위해선 구조물의 안전성을 평가하는 파괴방정식(failure eq.)이 유도되어야 하는데, 통상의 경우에는 대부분 극한 해석에 의해 얻어지는 최종 상태를 정식화하여 신뢰성 모델로 사용하고 있다. 즉 다시 말해 최종 파괴 상태에 이르는 극한상태 방정식을 극한 해석에 사용되는 변수들의 함수로 명확하게 표시하여, 그 함수값에 의해 구조물의 안전성을 판단하고 있다. 그래서 간단한 경우에는 소성 이론에 의해 최대 굽힘 모우먼트가 전소성 모우먼트에 도달하면 단면의 파괴가 일어난다고 가정하여 구조물의 안전성을 평가하고 있으나, 평면 골조 구조물과 같은 경우에도 한 단면만이 소성 절점을 형성하였다고 해서 구조물이 외부 하중을 받아낼 수 없는 극한상태에 도달하였다고 판단하기에는 문제점이 있고, 또한 선체와 같이 과잉 구속되어 있는 부정정 구조물이 갖는 여유 강도를 충분히 고려해야 하는 경우에는 소성강도 해석에 의해 구조물의 최종 소성붕괴를 극한상태로 취급하는 것이 더욱 더 논리적이라 할 수 있다. 대부분 이러한 경우에는 기존의 신뢰성 해석처럼 극한상태 방

정식이 하나만 존재하는 것이 아니라 구조물의 파괴모드가 과잉 구속의 정도에 따라 여러개 존재할 수 있어 파괴 가능한 파괴모드를 전부 신뢰성 모델로서 사용할 필요가 있다[16].

강소성 거동을 가정하는 소성강도 해석에서 최종적으로 얻어지는 파괴방정식은 일반적으로 다음과 같이

$$Z_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} M_j - \sum_{j=1}^l b_{ij} P_j \quad (21)$$

되며, 여기서 Z_i 는 i 번째 파괴모드의 안전여유 (safety margin)를 나타내고, M_j 는 단면의 전 소성 모우먼트이고, P_j 는 작용하중의 크기이고, a_{ij} 와 b_{ij} 는 각각 모우먼트와 하중에 관련된 영향 계수가 된다. 구조물이 i 번째 파괴모드로서 파괴될 확률은

$$(Pr)_i = \text{Prob}[Z_i < 0] \quad (22)$$

로 주어지며, 이 때 각 파괴모드의 파괴확률은 주어진 확률변수(e.g. M, V, H)들의 분산 특성을 이용하여 신뢰성 해석을 하면 구해지는데, 주어진 파괴모드의 형태가 주로 확률변수의 1차 식으로 주어지는 것이 특이하다. 특히 파괴모드가 확률변수의 1차식이고, 확률변수의 분포가 정규분포로 가정되는 경우에는 파괴확률을 구할 때 신뢰성 해석 방법중 어느 방법을 사용해도 무관하므로 본 논문에서는 평균치를 이용하는 MVFOSM방법을 사용하였다[17][18].

구조물의 파괴모드는 portal frame같이 간단한 경우에는 쉽게 파악이 되지만, 구조물이 복잡해 질수록 소성강도 해석에 의해서도 파악이 쉽지 않다. 그 이유는 소성강도 해석에서는 다만 구조물이 주어진 하중하에서 파괴되는 최소의 하중과 그에 대응하는 파괴모드만을 계산하고 있어, 그 이외의 파괴모드에 대해서는 아무런 정보를 제공하고 있지 않기 때문이다. 그래서 신뢰성 해석시 오로지 최종 파괴모드만을 이용해서 구조물의 파괴확률을 계산해야 하는데, 이런 경우 구조물의 확률변수의 분산 특성에 따라 최종 파괴모드보다는 다른 파괴모드가 더 큰 파괴 가능성을 가질 수도 있어, 구조물의 안전성을 최종 파괴모드만으로 평가한다는

것은 상당히 비 논리적이라 할 수 있다. 따라서 보다 합리적으로 구조물의 안전성을 평가하려면 우선 파괴 가능한 파괴모드 전부를 구해야 하나, 계산의 편의상 가능한 파괴모드중 파괴하중 계수가 상당히 커서 다른 파괴모드에 비해 파괴될 확률이 작다고 판단되는 모드를 사전에 제거하여 가장 유력(dominant)한 파괴모드만을 신뢰성 모델로서 선정하여 해석하는 것이 유리하다[15].

4.2 시스템 파괴확률의 상, 하한치

계산의 편의상 신뢰성 모델이 포함되어 있는 확률변수들이 확률적으로 서로 독립이라고 가정한다 할지라도, 파괴모드가 하나 이상이면 이들 개개의 파괴모드들이 공통의 확률변수로 표시되어 있으므로 개개의 파괴모드 사이에는 독립성이 있다고 하기는 어렵다. 그래서 소성 붕괴와 같이 구조물의 파괴모드가 하나 이상 존재하는 경우에는 개개의 파괴모드에 대한 전체 집합을 확률적으로 구해야 하나, 파괴모드들 간의 공통 집합을 정확하게 구분하는 것이 쉽지 않아 대개는 각 파괴모드 사이의 상관 관계를 고려하여 전체 파괴확률이 상한과 하한을 따로 구해 이들 상, 하한의 차이에 의해 구조물의 전체 파괴확률을 추정하고 있다.

파괴확률이 상, 하한을 구하는 방법으로는 개개의 파괴모드 사이의 독립성과 종속성만을 고려하는 unimodal bound와 두개의 파괴모드 사이만의 상관 관계를 고려하는 bimodal bound 또는 세개의 파괴모드 사이의 상관 관계를 고려하는 trimodal bound방법이 있다.

Unimodal bound 또는 simple bound는 개개의 파괴모드간의 일차적인 독립성만을 고려 하는 가장 간단한 bound로서 파괴확률이 다음과 같이 표시된다[19].

$$\max P(F_i) \leq P(F) \leq 1 - \sum_{j=1}^k [1 - P(F_j)] \quad (23)$$

Bimodal bound는 개개 파괴모드간의 이차적인 상관관계를 고려하는 방법으로서 보다 정확한 상, 하한이 다음과 같이 구해진다[20].

$$P(F_i) + \sum_{i=2}^n \max\{P(F_i), -\sum_{j=1}^{i-1} P(F_i \cap F_j), 0\} \leq P(F) \leq \sum_{i=1}^n P(F_i) - \sum_{i=2}^n \max P(F_i \cap F_j) \quad (24)$$

식(24)을 살펴보면 unimodal bound에는 나타나지 않은 결합 확률 $P(F_i \cap F_j)$ 가 나타남을 알 수 있으며, 이 계산 과정에서 개개 모드의 파괴확률값의 크기 배열에 따라 bound범위가 달라질 수 있는데, 개개의 파괴모드에 대한 파괴확률을 구한 후 파괴모드를 파괴확률이 큰 순서로 배열하여 상기의 계산을 수행하는 것이 바람직하다.

Trimodal bound는 파괴확률의 상, 하한을 구하는데 있어서 unimodal bound와 bimodal bound와는 달리 3개 모드의 교집합을 고려하여 더 정확한 bound범위를 구하는 방법인데 [8], 이 경우 상한치는

$$P(F) \leq P(F_1) + (P(F_2) - P(F_2 F_1)) + \sum_{k=3}^n [P(F_k) - \max_{i < j < k} \{P(F_i F_j) + P(F_k F_i) - P(F_i F_j F_k)\}] \quad (25)$$

로 주어지며, 그리고 하한치는

$$P(F) \geq P(F_1) + P(F_2) - P(F_1 F_2) + \sum_{k=3}^n \max[0, P(F_k) - P(F_k F_i) - \sum_{i=2}^{k-1} \{P(F_k F_i) - \max P(F_k F_i F_j)\}] \quad (26)$$

로 표시되며, 여기서

$P(F_k F_i F_j) = P(F_k \cap F_i \cap F_j)$ 이 된다.

5. 계산 예 및 고찰

5.1 Web Frame의 모델화

일반적인 선체 횡강도 해석의 경우와 마찬가지로 3차원적인 선체 구조에서 횡격벽 사이에 있는 Web frame 구조 부분만을 따로 떼어 내어 2차원적인 골조 구조물로 이상화하여 횡강도 해석을 수행하였다. 본 해석에서 사용된 소성강도는 구조물에 작용하는 굽힘 하중만을 고려하는 소성 붕괴 해석 방법에 의해 추정하였

고, 하중조건은 중앙의 탱크에 화물이 적재되어 있는 하중상태를 선택하였다[Fig.1, 2참조]. 이때 작용하는 선형 분포하중 및 균일 분포하중은 등가인 절점 하중으로 치환하여 골조 구조물의 각 절점에 작용토록 하였다. 구조물의 경계조건은 기존의 횡강도 해석시 사용되는 경계조건과 동일하게 선체 횡단면에서 갑판과 선저의 중앙부에서는 선체 단면의 좌우 대칭 조건에 의해 기울기가 0이 되므로 모우먼트와 X-방향의 변위를 구속 하였으나, Y-방향의 변위는 자유롭게 움직일 수 있게 하였다. 그래서 선체단면의 강제 운동을 구속시키는 단순지지 조건을 3곳에 적용하였다. Web frame을 지지하는 중부재의 영향은 고려하지 않았으나, 단지 구조물의 결합부에 붙어 있는 bracket의 영향을 고려하기 위해 부재의 전소성 모우먼트를 Table 1, 2와 같이 입력시켰으며, 재료의 항복응력은 245MN/m²을 사용하였다.

5.2 소성 강도 해석

구조물의 강도 해석으로는 제2장에서 논한 선형계획법과 Compact Procedure를 이용하여 web frame의 최종강도를 구했는데, 선형계획법

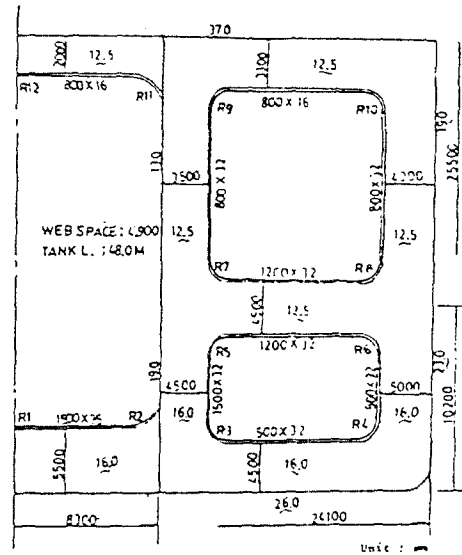


Fig. 1 Transverse Ring of Actual Midship (Model 1)

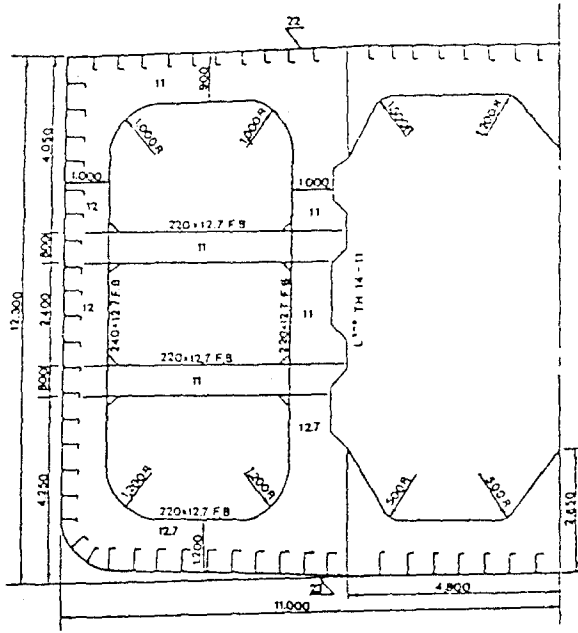


Fig. 2 Transverse Ring of Actual Midship (Model 2)

Table 1 Input data for Model 1

Element	Area(m ²)	I (m ⁴)	M _p (kN-m)
1	0.22	0.14	26000.
2	0.23	0.36	42000.
3	0.22	0.72	81000.
4	0.21	1.60	121000.
5	0.27	1.10	116000.
6	0.27	2.84	260000.
7	0.13	0.73	88000.
8	0.21	0.42	61000.
9	0.17	1.50	135000.

Young's modulus = 2.10E+5 MN/m²

Yield stress = 2.45E+5 kN/m²

의 경우 web frame의 기본 파괴모드를 구해 소성 강도 해석을 하였다. 일반적으로 기본 파괴모드가 갯수는 구조물의 총 자유도수에서 부재의 수를 빼것이 되므로 model 1과 같이 strut가 하나인 선체 횡단면의 경우(Fig.3)에는 기본 파괴모드가 10개 존재하고 이들 개개의 파괴모드와 외력이 한 일의 양은 Fig.5와 같이

Table 2 Input data for Model 2

Element	Area(m ²)	I (m ²)	M _p (kN-m)
1	0.0765	0.0044	1830.
2	0.0765	0.0044	1830.
3	0.0788	0.0062	2340.
4	0.0788	0.0062	2340.
5	0.0788	0.0062	2340.
6	0.0818	0.0097	3200.
7	0.0818	0.0097	3200.
8	0.0144	0.0014	990.
9	0.0144	0.0014	990.
10	0.0776	0.0051	2080.
11	0.0776	0.0051	2080.
12	0.0766	0.0051	2080.

된다. Strut가 2개인 model 2인 경우(Fig.4)에는 기본 파괴모드가 13개 되며, 이들의 파괴모드와 외력이 한 일의 양은 Fig.6과 같이 얻어진다.

이 기본 파괴모드를 이용하는 선형계획법과 Compact procedure에 의해 web frame의 최종

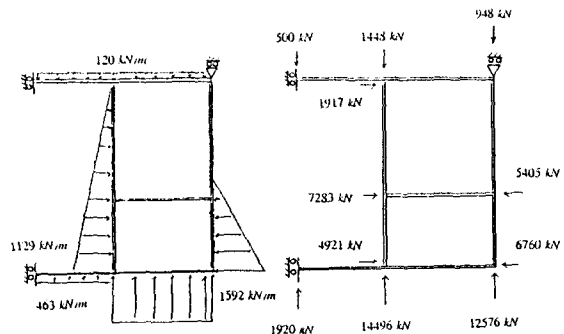


Fig. 3 Idealised Midshipsection for Model 1

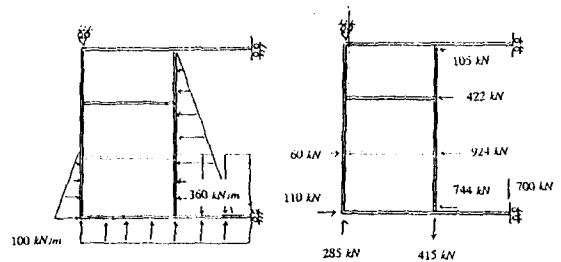


Fig. 4 Idealised Midshipsection for Model 2

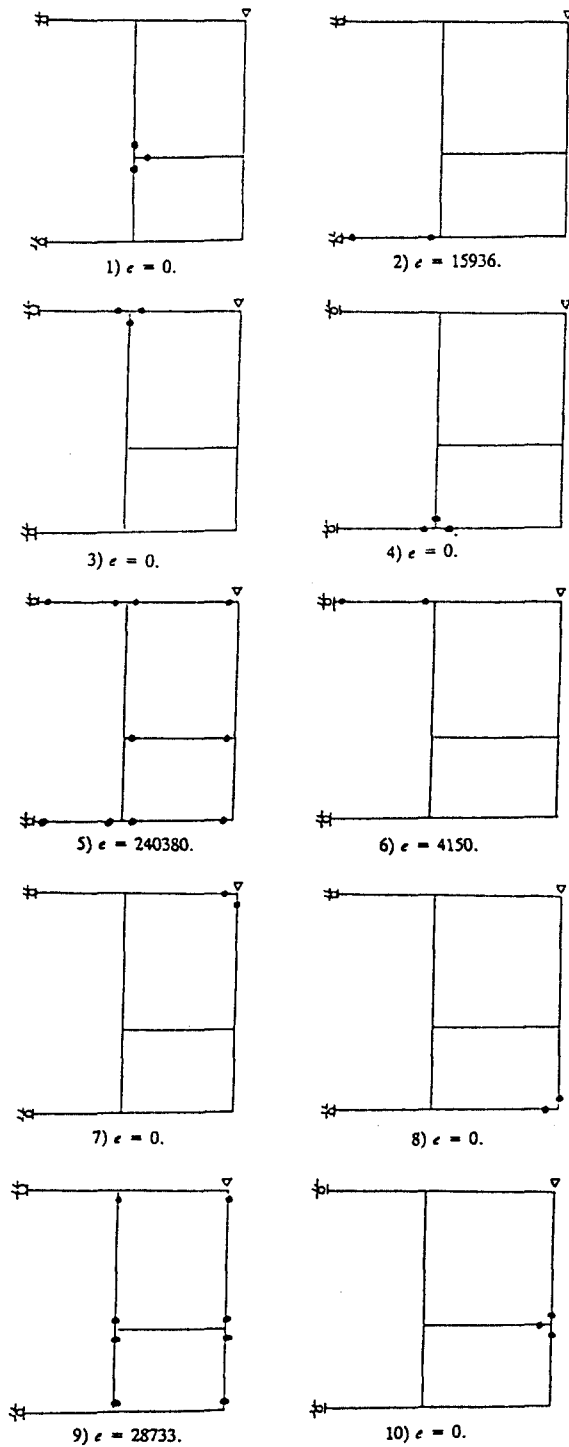


Fig. 5 Basic Collapse Modes for Model 1

소성강도 해석을 수행하면, Fig.3과 같이 이상화 되는 경우에는 양자의 방법에 의해 똑같이 최종 붕괴 하중 계수가 $\lambda=2.152$ 로 주어지고, 이때의 파괴 모드는 Fig.7과 같이 wing탱크 부분이 붕괴되는 sway모드로 일어나고 있으며, strut가 두개인 Fig.4의 경우에도 두 방법 모두가 최종 파괴 하중 계수를 $\lambda=1.514$ 로 주고, 파괴 모드도 Fig.8과 같이 wing탱크 부분이 붕괴되는 sway모드로 일어나고 있다. 참고로 이들 두 경우에 대해 탄소성 해석을 하여 얻은 결과를 Table 3에 실었는데, 보는 바와 같이 모든 방법이 같은 결과를 주고 있음을 확인할 수 있었다. 따라서, 선체 횡강도의 최종강도 해

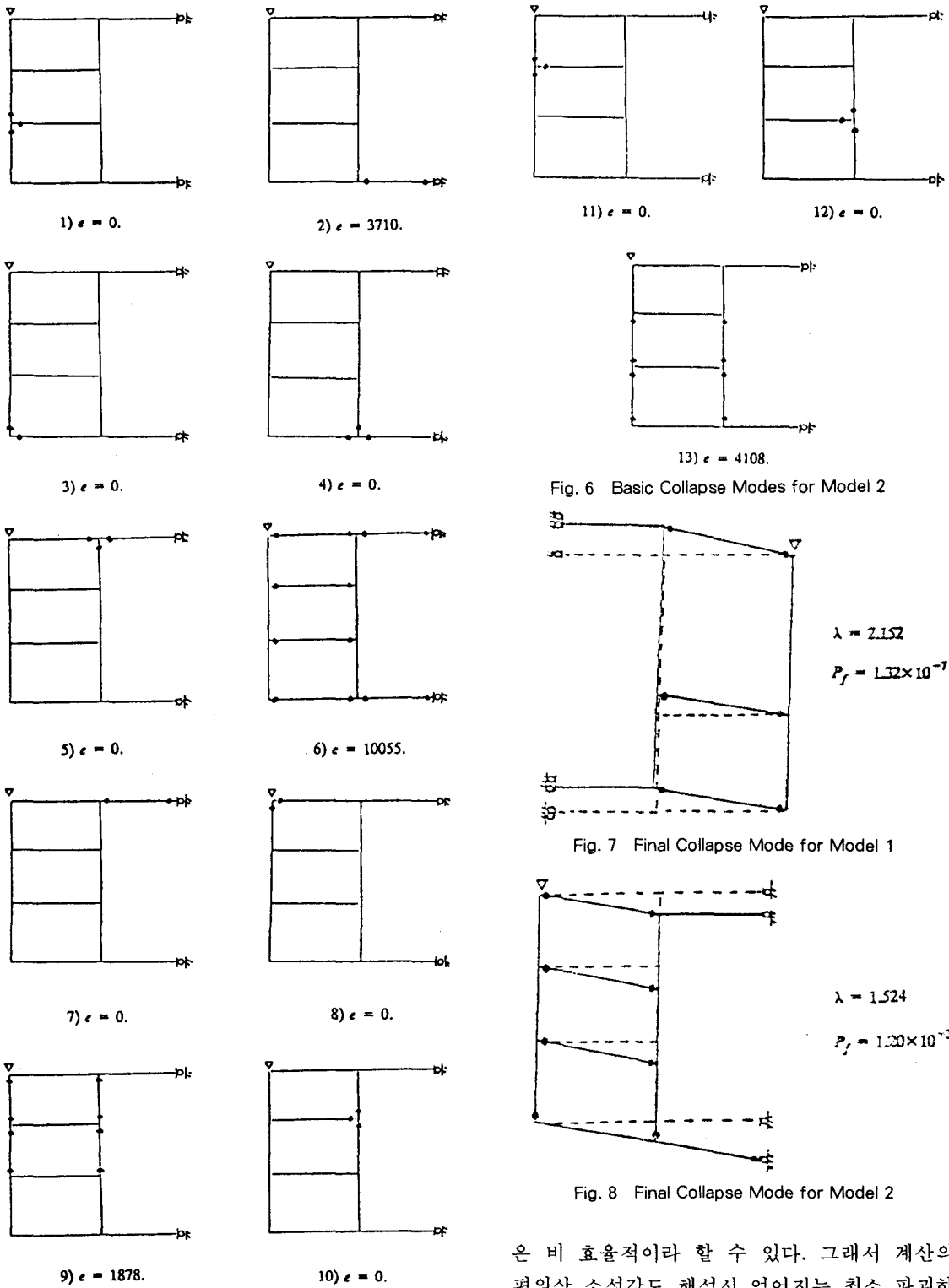
Table 3 Min. Collapse load factor of Various Plastic analysis

Method	Model 1	Model 2
Kinematic Approach	2.152	1.523
Static Approach	2.152	1.523
Compact Procedure	2.152	1.514
E-Plastic Analysis	2.152	1.514

석 방법으로서 소성강도 해석 방법중 구조물의 기본 파괴 모드를 필요치 않는 Compact procedure가 선형계획법을 이용하는 방법에 비해 더 효율적이라 본다.

5.3 소성 파괴모드 해석

구조물의 가능한 파괴모드를 파악하기 위해 model 1인 Fig.3과 같이 이상화된 구조물에 Gorman의 자동 파괴모드 해석 방법을 적용하였다. 이 경우 기하학적 조건과 경계조건으로부터 얻어지는 부정정 차수와 소성 절점이 될 수 있는 단면의 개수는 Table 4와 같으므로, 주어진 하중하에 절점이 소성화 되어 최종적으로 강제 운동을 하는 파괴모드에 이를 수 있는 산술적인 경우의 수는 48620이 되어, Fig.3과 같이 비교적 단순한 구조물이라 하더라도 파괴될 모드수는 상당히 많아, 이 모든 파괴모드를 전부 파악해 구조물의 안전성 해석을 하는 것



은 비 효율적이라 할 수 있다. 그래서 계산의 편의상 소성강도 해석시 얻어지는 최소 파괴하

중 계수의 1.5배 이상되는 파괴 모드는 확률적으로 거의 무시할 수 있다고 가정하여, 주어진 하중하에서 구조물에 일어날 수 있는 가장 유력한 파괴모드의 집합을 계산한 결과, 70개의 파괴모드가 Table 5와 같이 얻어졌다. 이들 모드 중 최소 붕괴하중을 주는 모드를 구해 보면 앞서 소성강도 해석으로 얻어지는 모드와 동일함을 확인할 수 있었으나, 다른 가능한 파괴모드를 구하는데 많은 시간이 걸리는 문제점이

Table 4 Geometrical informations for Model 1

No. of Joints	8
No. of Elements	9
No. of total degree of freedom	19
No. of member forces	27
No. of Redundancy	8
No. of Critical SectionF	18
${}_{18}C_9 = 48620$	

Table 5 Dominant Collapse modes for Model 1

Range of Collapse Load Factor	$\lambda \leq 1.1\lambda_c$	$1.2\lambda_c$	$1.3\lambda_c$	$1.4\lambda_c$	$1.5\lambda_{ce}$
No. of Collapse Modes	5	19	17	23	15

있다. 그래서 시스템 신뢰성 해석시 필요한 소성 파괴모드를 가능한 많이 구해야 하는 관점에서 보면, 현재로서는 구조물의 최소 붕괴하중 계수를 이용하고, 구하고자 하는 붕괴하중의 범위를 입력시켜 가장 유력한 파괴모드만을 사용하는 것 외에는 그다지 선택의 여지가 없다고 본다. 이 방법 외에도 Murotsu의 분기 조작과 한계 조작방법, 또는 Christensen의 β -unzipping방법에 의해 가장 유력한 파괴모드를 찾는 방법이 있기는 하지만 이들 방법[15]은 탄소성 구조 해석을 계속적으로 반복 사용해야 하는 문제점과 이들 방법에 의해 얻어지는 파괴모드가 같은 모드로 중복되어 얻어지는 문제가 있어, 실제로 발견된 파괴모드의 수를 비교하면 상대적으로 최소 붕괴하중 모드와 이에 가까운 몇개의 파괴모드만을 찾아내는 경우가 많아 신뢰성 해석과 연계하여 사용할 경우 그 효율은 많이 떨어지리라 본다. 특히 소성강도

해석에서는 소성 절점이 만들어지는 순서에 관계없이 파괴모드가 만들어질 수 있는 소성 절점의 갯수가 충분히 얻어졌는가 관심이데 반해, 탄소성 해석에서는 소성 절점이 형성되는 수순에도 해석 방법이 관련이 있어 계산시간이 상당히 오래 걸리는 문제점이 있어, 시스템 신뢰성 해석을 하기 위해선 자동 파괴모드 해석법이 더욱 효율적이며 유용성이 많다.

Model 2인 Fig.4의 경우에는 Table 6에서 보는 바와 같이, 절점수와 부재수가 많아 검토해야 할 파괴모드의 산술적 조합의 수는 2704156이 되어, 매 경우마다 Gauss-Jordan 방법으로 행렬을 pivoting하면 컴퓨터의 수치 오차로 말미암아 구조물의 평형조건을 나타내는 행렬이 그 특성을 유지하지 못하고 0에 수렴하는 수치적인 문제점을 나타낸다.

사실 Gauss-Jordan방법에 의한 pivoting은 행렬의 행과 열을 어떠한 방법에 의한 선형 결합을 하더라도, 행렬 고유의 특성은 변하지 않는다는 성질을 이용하여 해석을 하는 수학적 방법의 하나인데, 이 경우와 같이 만 번 이상의 pivoting을 하다 보면 행렬의 요소가 거의 0에 수렴하여 모두 trivial한 해만 얻어지게 된다. 그래서 본 방법에서는 계산의 편의상 Gauss-Jordan방법을 이용하여 얻어진 파괴모드가 주어진 허용 파괴모드 범위내에 있으면 그 행렬의 값을 그대로 이용하고, 그 범위 바깥에 있으면 Gauss-Jordan 소거 이전의 행렬을 다시 사용토록 하는 계산 수순을 만들어 가능한 파괴모드를 하도록 하였다. 이때 얻어진 파괴모드중 최소 붕괴하중을 주는 모드를 비교해 보면 Mode 11의 경우처럼 소성강도 해석에

Table 6 Geometrical informations for Model 2

No. of Joints	10
No. of Elements	12
No. of total degree of freedom	25
No. of member forces	36
No. of Redundancy	11
No. of Critical Section	24
${}_{24}C_{12} = 2704156$	

Table 7 Dominant Collapse modes for Model 2

Range of Collapse Load Factor	$\lambda \leq 1.1\lambda_c$	$1.2\lambda_c$	$1.3\lambda_c$	$1.4\lambda_c$	$1.5\lambda_{ce}$
No. of Collapse Modes	17	32	41	62	48

where min. collapse load factor $\lambda_c = 1.514$
 max. collapse load factor $\lambda = 2.666$
 total no. of collapse mode $N = 200$

서 얻어진 파괴모드와 동일함을 알 수 있다 (Table 7 참조).

5.4 신뢰성 해석

일반 구조물의 신뢰성 해석 경우와는 달리 극한상태의 파괴모드가 다수 존재하므로 우선 구조물의 가능한 파괴모드를 자동 파괴모드 해석 방법에 의해 구한 후, 이들 개개의 모드를 신뢰성 모델로 선택하였다. 본 해석에서는 하중 모델과 강도 모델에 대한 통계적 자료가 충분치 못하고, 단지 신뢰성 이론에 의한 강도 평가 방법 자체에 대한 타당성을 검토하기 위한 방안으로서 계산의 편의상 하중 모델에 대해서는 20%의 COV를, 강도 모델에 대하여는 10%의 COV를 이용하여 확률변수의 분산 정도를 상대적으로 표시하였다. 또한 확률변수의 분포 특성은 편의상 정규 분포로 가정하였다.

Model 1의 경우에는 얻어진 파괴모드 수는 총 70개이고, 이 중 파괴 확률이 큰 파괴모드를 나열하면 Table 8과 같이 얻어지며, 이들의 파괴확률을 이용하여 시스템 파괴확률을 구해보면 Table 9와 같다. 이 경우에는 파괴확률이 작아 세개의 bound method 중 어느 경우나 같은 결과를 주고 있으나 Ditlevsen의 bimodal bound 경우가 좀 더 정확하고, trimodal bound에 비해 더 효율적임을 알 수 있다.

Model 2의 경우에는 가능한 파괴모드 수가 200개로 얻어졌고, 이 중 파괴확률이 큰 파괴모드에 대해 파괴확률을 계산하면 Table 10과 같이 되는데, 이 경우 같은 파괴하중 계수를 주는 모드가 중복되어 나오는 것처럼 보이나 단지 붕괴하중 계수만 같을 뿐이지 그들의 파괴모드는 Fig.9와 같이 다른 파괴 형태를 취하

Table 8 Reliability analysis results for Mode 1

mode	λ	β	P_f
1	2.152	5.148	1.32 E-7
2	2.174	5.234	8.29 E-8
3	2.323	5.857	2.36 E-9
4	2.345	5.941	1.42 E-9
5	2.349	5.998	1.00 E-9

Table 9 System Probability failure (10^{-7}) for Model 1

Bound Method		$1.1\lambda_c$	$1.2\lambda_c$	$1.3\lambda_c$	$1.4\lambda_c$	$1.5\lambda_c$
U_p	Simple Bd	2.19	2.21	2.21	2.21	2.21
P	Bimodal Bd	1.92	1.92	1.92	1.92	1.92
E_r	Trimodal Bd	1.92	1.92	1.92	1.92	1.92
L_o	Simple Bd	1.32	1.32	1.32	1.32	1.32
W	Bimodal Bd	1.74	1.74	1.74	1.74	1.74
E_r	Trimodal Bd	1.74	1.74	1.75	1.75	1.75

Table 10 Pf of 1st Collapse Mode Group ($\lambda \leq 1.1\lambda_c$) for Model 2

model	λ	β	P_f
1	1.514	3.035	1.20 E-3
2	1.532	3.947	3.96 E-5
3	1.532	3.947	3.96 E-5
4	1.546	4.069	2.37 E-5
5	1.546	4.069	2.37 E-5
6	1.569	3.324	4.44 E-4
7	1.599	3.511	2.23 E-4
8	1.641	4.701	1.30 E-6
9	1.641	4.701	1.30 E-6
10	1.644	4.761	9.61 E-7
11	1.650	3.797	7.33 E-5
12	1.655	4.733	1.11 E-6
13	1.655	4.733	1.11 E-6
14	1.655	4.733	1.11 E-6
15	1.655	4.733	1.11 E-6
16	1.655	4.733	1.11 E-6
17	1.655	4.733	1.11 E-6

고 있으며, 일반적으로 붕괴하중 계수가 크면 클수록 파괴확률이 작을 것으로 예상되나, 파괴모드 2번과 파괴모드 7번의 경우처럼 오히려 파괴확률이 더 커지게 되는 경우가 있는데 이는 파괴확률을 계산시, 신뢰성 모델에 포함되어 있는 확률변수의 통계적 특성에 따라 파괴확률이 달라질 수 있기 때문이다. 경우에 따라서는 붕괴하중 계수 또는 안전 계수가 크다고 해서 반드시 파괴확률이 작다고 볼 수 없고 오히려 더 크게 될 가능성이 있을 수 있다. 물론 이때 파괴확률 수치상의 크기는 미소하다고 볼

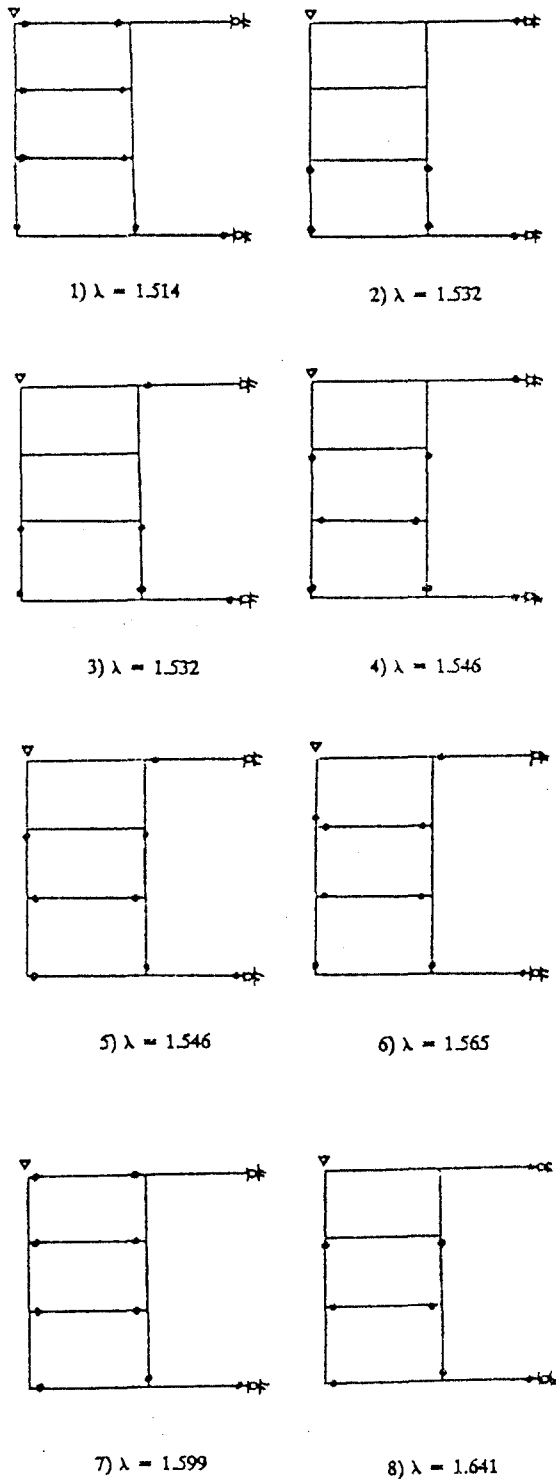


Fig. 9 Collapse Modes of 1st Group in Model 2

수는 있지만 일반적으로 다수의 파괴모드를 갖는 구조물의 신뢰성 해석시 언급되는 안전 계수와 파괴확률간의 역비례 관계를 나타내는 경우도 있을 수 있다는 것을 확인하였다.

자동 파괴모드 해석에 의해 얻어진 총 200개의 파괴모드를 기존의 소성강도 해석에서 얻어지는 하중붕괴 계수를 Table 11과 같이 그룹별로 구분하여 시스템 파괴확률을 계산하면 Table 11과 같게 된다. 이때 Mode 1보다 최소 붕괴하중 계수가 작기 때문에 파괴확률은 그만큼 커져 구조물의 전체 파괴확률은 $(P_f)_s = 2.06 \times 10^{-3}$ 정도가 됨을 알 수 있었다. 이 경우에도 bimodal bound가 구조물의 전체 파괴확률을 구하는데 있어서 unimodal과 trimodal bound에 비해 효율적인 방법임을 확인하였다.

참고로 유력한 파괴모드와 그 때의 파괴확률을 비교하기 위해, 확률론적 탄소성 해석을 수행하여 그 결과를 Table 12에 실었는데, Table 8, 10과 12를 비교하면 서로가 잘 일치함을 알 수 있다. 본 논문에서 사용한 방법은 확률론적 탄소성 해석 방법 보다는 유력한 파괴모드의 갯수를 많이 구해 내고는 있어, 구조물 전체의 파괴확률을 계산하는데 있어서 잇점은 있으나, 구조물이 복잡하면 자동 파괴모드 해석에 의해 파괴모드를 구하는데 상당한 시간이 소요 되므로 서로간의 우위를 구별하기는 쉽지 않다.

Table 11 System Probability failure (10^{-3}) for Model 2

Bound Method		$1.1\lambda_c$	$1.2\lambda_c$	$1.3\lambda_c$	$1.4\lambda_c$	$1.5\lambda_c$
U_p	Simple Bd	2.08	3.07	3.07	3.07	3.07
P	Bimodal Bd	1.31	2.06	2.06	2.06	2.06
E_r	Trimodal Bd	1.28	2.02	2.02	2.02	2.02
L_0	Simple Bd	1.20	1.20	1.20	1.20	1.20
W	Bimodal Bd	1.21	1.77	1.77	1.77	1.77
E_r	Trimodal Bd	1.21	1.77	1.77	1.77	1.77

Table 12 Pf by Probabilistic Elasto-Plastic Analysis

mode	MODEL 1		MODEL 2	
	λ	P_f	λ	P_f
1	2.152	1.32 E-7	1.514	1.20 E-3
2	2.174	8.29 E-8	1.730	9.57 E-4
3	2.349	1.00 E-9	2.290	4.57 E-8

6. 결 론

Web frame 부재의 최종강도와 안전성을 평가하기 위해 선체 횡단면을 평면 골조 구조물로 이상화하여 소성강도 해석을 수행하고, 아울러 선체와 같이 파인 구속이 되어 있는 부정정 구조물의 신뢰성 해석을 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 구조물의 안전성을 높이기 위해 통상적으로 부여되고 있는 부정정성을 허용능력 설계개념에 의해 평가하는 기존의 탄성해석 보다는 구조물의 파괴모드를 설계조건으로 하여 구조물의 강도를 추정하는 소성강도 해석이 구조물이 갖고 있는 여유강도를 보다 합리적으로 평가할 수 있는 방법으로 고려될 수 있다.

2) 소성강도 해석 방법으로 널리 사용되고 있는 선형계획법은 구조물의 기본 파괴모드를 미리 알아야 하는 문제는 있으나, 구조물의 소성강도를 구하는 정식화 과정이 간결하고 그 해법이 효율적이어서 유용성이 많다.

3) 소성강도 해석을 기존의 탄성 구조해석의 수준처럼 기하학적 조건과 하중조건을 입력시켜 최종 파괴하중을 구하는 Compact Procedure는 구조물의 기본 파괴모드를 구하지 않고서도 해석이 가능하므로 구조물의 최종강도를 추정하는데 사용하기가 대단히 용이하다.

4) 상기의 소성강도 해석은 주로 비례하중의 경우를 대상으로 구조물의 최종강도를 평가하고 있으나, 선체 구조물에 작용하는 하중은 반복하중의 특성을 갖고 있어 이에 대한 고려를 할 수 있는 shakedown이론이 포함된 소성강도 해석 방법의 정립이 요망된다.

5) 구조물의 부정정성으로 인해 구조물내에 존재하는 다수의 파괴모드를 효율적으로 구할 수 있는 자동 파괴모드 해석 방법은 가능한 파괴모드를 모두 구하는 관계로 계산의 효율성은 떨어지나 복잡한 구조물의 모든 파괴모드를 일시적으로 구할 수 있는 잇점이 있어 타의 방법들과 비교할 만하다.

6) 본 해석에서 사용한 신뢰성 이론은 소성강도 이론에 의해 얻어진 신뢰성 모델이 선형인 관계로 사용상 어려움은 없으나, 신뢰성 해석의 결과를 안전계수를 이용하는 기존의 방법처럼 활용하기 위해선 해석시 필요한 확률변수의 통계적 특성에 관한 보다 구체적인 입력자료의 분석이 요망된다.

후 기

본 연구는 한국과학재단의 89년도 신진연구 지원으로 수행되었으며, 이기회에 관계자 여러분께 깊은 감사를 드린다.

참 고 문 헌

- [1] 일본조선연구협회, "신 선체구조설계법에 관한 조사연구", 1983. 3
- [2] 임상전 등, "선체 상감판의 신뢰성 해석", 대한 조선 학회지, 제26권 제3호, 1989.
- [3] 일본조선학회, "조선설계에 있어서 구조해석과 신뢰성공학 Symposium", 1990. 1.
- [4] 이재욱, "극한해석의 이론적 배경에 대하여", 대한조선학회지, Vol.18 No.2, 1981
- [5] Kim, K.S. "Strength Analysis as a Basis for Structural Design & Optimization", Ph.D Thesis, Univ. of Newcastle upon Tyne, Dept. of Naval Architecture & Shipbuilding, 1982
- [6] Gorman, M.R. "Automatic Generation for Limit Analysis of Frames", ASCE, ST1, Vol.105, 1979
- [8] Ramachandran, K. "Bound for Trivariate Integrals in System Bound", ASCE, Journal of Structural Engineering, Vol.112 No4, 1986

- [9] Neal, B.G. "The Plastic Methods of Structural Analysis", 3rd Ed., Chapman and Hall, 1981
- [10] Grierson D.E. & Gladwell, G.M.L. "Collapse Load Analysis Using Linear Programming", *ASCE, ST5*, Vol.97, 1971
- [11] Chon, M.Z. Ghosi S.K. & Parami, S.R. "Unified approach to Theory of Plastic Structures", *ASCE, EM5*, Vol.98, 1972
- [12] NAG, "Revised Simplex Algorithm", Numerical Algorithms Group, Oxford, 1981
- [13] Liversly, R.K. "A Compact Fortran Sequence for Limit Analysis", *Int. Journal Num. Method Eng.*, Vol.5 No3, 1973
- [14] Ishigawa et al, "입문 소성 해석과 설계법", 삼북출판 주식회사, 1988
- [15] Thoft-Christensen P. & Murotsu, Y. "Application of Structural Systems Reliability Theory", Springer-Verlag, 1986
- [16] Stevenson J.D. & Moses, Y. "Reliability Analysis of Frame Structures", *J. Struct Div., ASCE*, Vol.96, 1970
- [17] Hasofer A.M. & Lind, N.C. "Exact and Invariant Second Moment Code Format", *ASCE, EM1*, Vol.100, 1974
- [18] Parkinson, D.B. "Computer Solution for the Reliability Index", *Eng. Struct.*, Vol.2, 1980
- [19] Cornell, C.A. "Bounds on the Reliability of Structural Systems", *J. Struct. Div., ASCE*, Vol.93, 1967
- [20] Ditlevsen, O. "Narrow Reliability Bounds for Structural Systems", *J. Struct. Mech.*, Vol.7, 1979