

大韓造船學會論文集  
 第28卷 第2號 1991年 10月  
 Transactions of the Society of  
 Naval Architects of Korea  
 Vol.28, No.2, October 1991

## Markov Chain Model을 이용한 구조물의 피로 신뢰성 해석에 관한 연구

양 영 순\*, 윤 장 호\*\*

### A Study on the Fatigue Reliability of Structures by Markov Chain Model

by

Y.S. Yang\* and J.H. Yoon\*\*

#### 요 약

균열진전에 관한 많은 실험결과는 피로 균열진전 과정이 확률과정(stochastic process)임을 보여주고 있다. 따라서, 피로 균열진전에 관한 연구는 확률론적 기반에서 다루어져야 한다. 본 연구에서는 균열의 진전과정을 discrete Markov process로 가정하여, Bogdanoff가 제안한 Markov chain model (MCM)을 이용하여 구조물의 신뢰도를 평가할 수 있는 방법을 제시한다. 본 연구에서는 구조부재의 파괴형태로 누출, 소성붕괴 그리고 취성파괴를 취하였으며, 초기 균열크기의 변동성, 검사의 효과 등이 고려되었다. 또한, 불규칙 하중은 등가응력의 개념을 도입하여 처리하였다. 그리고, 구조물예의 계산례를 통하여 본 연구의 유용성을 보였다.

#### Abstract

Many experimental data of fatigue crack propagation show that the fatigue crack propagation process is stochastic. Therefore, the study on the crack propagation must be based on the probabilistic approach. In the present paper, fatigue crack propagation process is assumed to be a discrete Markov process and the method is developed, which can evaluate the reliability of the structural component by using Markov chain model(Unit step B-model) suggested by Bogdanoff. In this method, leak failure, plastic collapse and brittle fracture of the critical component are taken as failure modes, and the effects of initial crack distribution, periodic and non-periodic inspection on the probability of failure are considered. In this method, an equivalent load value for random loading such as wave load is used to facilitate the analysis. Finally some calculations are carried out in order to show the usefulness and the applicability of this method. And then some remarks on this method are mentioned.

발표: 1991년도 대한조선학회 춘계연구발표회('91. 4. 13)

접수일자: 1991년 5월 13일, 재접수일자: 1991년 7월 8일

\* 정희원, 서울대학교 조선공학과

\*\* 정희원, 삼성중공업(주)

### 1. 서론

구조물은 사용시간이 경과됨에 따라 피로, 부식 그리고 creep등에 의하여 손상이 발생하고, 그에 따라 부재저항이 감소한다. 이와 같은 현상은 누출, 소성붕괴 또는 취성파괴 등 대규모의 구조손상을 일으킬 가능성을 높여주므로, 손상 가능성이 있는 부재는 설계시 충분한 검토와 대책이 있어야 한다. 이와 같은 이유에서 손상의 많은 부분을 차지하는 균열에 있어서 그 진전특성을 파악하는 것이 점점 더 중요해지고 있으나, 균열의 진전은 여러가지 불확정요인을 내포하고 있어서, 일정진폭 하중하에서도 Fig.1과 같이 균열이 임의시간 동안 성장했을 때, 그 크기는 변동성을 갖게되고 그에 따라 구조물의 잔존수명도 확정된 값이 아닌 변동성을 갖게되므로 확률론적 기반에 입각한 연구가 필요하다.

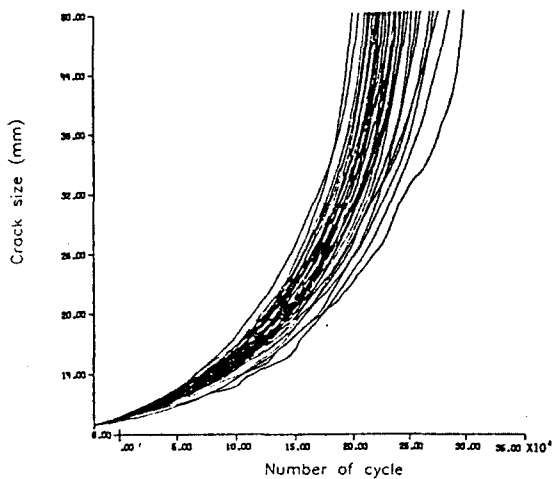


Fig. 1 Virkler's experimental results under constant amplitude loading[13]

불확정 요인을 갖고 있는 손상된 구조물, 특히 균열이 존재하는 구조물의 신뢰성을 평가하는 방법은 여러가지가 제안되어 있으며, 다음의 3가지로 대별할 수 있다. 첫째, 균열의 진전 과정을 continuous Markov process로 취급하여, 균열진전 거동의 확률밀도함수의 지배방정식을

로 Fokker-Planck 방정식을 유도하고 그 해를 구하여 균열의 진전현상을 확률론적으로 규명하려는 방법이다 [9][10][11][12]. 둘째, 균열의 진전과정을 discrete Markov process로 가정하여 Markov chain model (MCM)을 이용하는 방법으로 시간과 손상상태 모두를 이산화시켜 균열의 진전과정을 확률론적으로 해석하려는 방법이다. [1][2][3][4][5] 마지막은 위의 2가지 방법 이외의 것으로, 가장 일반적인 방법은 확률론적 균열진전 법칙의 각 계수를 확률변수로 취급하여 그 분포를 가정하고 기존의 신뢰성 해석기법 (FOSM등) 또는 Monte Carlo method를 이용하여 신뢰성을 평가하는 방법이다.

본 연구에서는 앞에서 언급한 MCM 중 Bgdanoff[1]가 제안한 Unit Step B-model을 이용하여, 파랑하중과 같은 변동하중을 받는 경우에 대하여, 초기균열크기의 변동성, 검사의 효과 그리고 파괴형태로서 누출(leak), 소성붕괴(plastic collapse)와 파단(brittle fracture)을 동시에 고려하여 구조물의 신뢰성을 정량적으로 평가할 수 있는 방법을 제시한다. MCM은 손상상태와 시간을 모두 이산화시켜 추이확률행렬(transition probability matrix)을 구성하여 주어진 확률과정을 해석하는 방법으로 추이확률행렬만 구성되면 그 계산과정이 간단하고 실제 문제에의 적용이 쉽다.

### 2. Markov Chain Model (MCM)

MCM은, 단위시간(duty cycle) 경과 후의 상태의 추이를 추이확률행렬 P로 나타내고, 임의의 초기 상태확률 vector A(0)와 P를 바탕으로 임의의 시간이 경과한 후 (n step 추이 후)의 상태확률 vector A(n)을 계산하게 된다. 이산화된 확률과정이 i상태에서 k상태로 추이할 확률을  $p_{ik}$ 로 놓으면, 추이확률행렬 P는 다음과 같이 된다.

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & \cdots & p_{1b} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & \cdots & p_{2b} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & \cdots & p_{3b} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ p_{bi} & \cdot & \cdot & \cdots & p_{bb} \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

$$\sum_{k=1}^b p_{ik} = 1.0, \quad i = 1, 2, \dots, b \quad (1.2)$$

여기서,  $b$ 는 이산화된 상태의 수 초기상태 확률 vector  $A(0)$ 을 다음과 같이 놓고,

$$A(0) = \{a_1(0), a_2(0), \dots, a_b(0)\} \quad (2.1)$$

$$\sum_{j=1}^b a_j(0) = 1.0 \quad (2.2)$$

확률과정을 정상과정(stationary process)으로 가정하면,  $n$  step 추이 후의 상태확률 vector  $A(n)$ 은 다음과 같이 된다.

$$A(n) = A(0)P^n \quad (3.1)$$

$$\sum_{j=1}^b a_j(n) = 1.0 \quad (3.2)$$

여기에서는 균열진전의 기본이 되는 추이확률행렬  $P$ 로 Unit Step B-model을 이용한다.

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & q_1 & & & & \\ & p_2 & q_2 & & & \\ & & \cdot & \cdot & & \\ & & & \cdot & \cdot & \\ & & & & p_{b-1} & q_{b-1} \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

윗 식에서  $p_i$ 는 임의 시각에서 상태  $i$ 에 있던 것이 단위시간 경과후에도 상태  $i$ 에 남아 있을 확률이며,  $q_i$ 는 상태  $i$ 에 있던 것이 상태  $i+1$ 로 추이할 확률로  $p_i + q_i = 1$ 이 된다. 이때, 상태 1부터 상태  $b$ 까지 도달할 수명  $N$ 의 평균과 분산은 다음식과 같이 된다 [1].

$$\bar{N} = E[N] = \sum_{i=1}^{b-1} (1 + r_i) \quad (5.1)$$

$$\sigma_N^2 = Var[N] = \sum_{i=1}^{b-1} r_i (1 + r_i) \quad (5.2)$$

여기서,  $r_i = p_i / q_i$ .

따라서, 균열진전 과정은 크기가  $b \times b$ 인 하나의 추이확률행렬로 되어 식(3.1)로부터 시

간의 경과에 따른 균열길이의 분포를 계산할 수 있다. 여기서,  $r_i$ 는 주어진 균열진전과정의 정보량에 의존하여 일정하게 취급하거나, 계산마다 변화하는 것으로 취급할 수도 있다.

즉,  $\bar{N}, \sigma_N^2$  이 구해지면 그 값을 이용하여 식 (5.1), (5.2)로 부터 추이확률행렬의 크기  $b$ 와  $r_i$ 를 결정하고 추이확률행렬의 각 요소  $p_i, q_i$ 를 결정할 수 있다.

피로 균열진전 실험에 의하면, 다음과 같은 관계식이 성립함이 알려져 있으므로 [2].

$$r_i = p_i / q_i = \sigma_N^2 / \bar{N} = r \quad (6)$$

여기서,  $i$ ; 상태번호 (1, 2, ..., b)

$\bar{N}$ ; 상태  $i$ 에 달할 때 까지의 수명의 평균치

$\sigma_N^2$ ; 상태  $i$ 에 달할 때 까지의 수명의 분산

본 연구에서는  $r_i$ 가 일정한 것으로 취급하였다.

### 3. 균열진전수명

MCM을 이용하여 균열의 진전을 해석하기 위해서는 추이확률행렬의 크기  $b$ 와 추이확률  $p, q$ 를 알아야 한다. 이를 위해서는 균열진전수명  $N$ 의 평균치  $\bar{N}$ 와 분산  $\sigma_N^2$ 을 구해야한다. 이것은 실험으로 부터 얻어질 수 있으나, 실제로 그런 실험결과를 얻는다는 것은 매우 어려우므로, 본 연구에서는  $\bar{N}$ 를 다음의 Paris-Erdogan의 방정식을 이용하여 구하고,

$$\frac{da}{dt} = C(Y \Delta S \sqrt{\pi a})^m \quad (7)$$

여기서,  $C, m$ ; 재료상수

$Y$ ; 응력집중계수

$\Delta S$ ; 작용 응력진폭

구조물에 가해지는 모든 응력치에 대하여 균열의 진전수명분포가 일정하다는 가정하에서 균열진전수명  $N$ 의 분포를 2-parameter Weibull 분포로 다음과 같이 가정하여  $\sigma_N^2$ 를 구하였다.

$$f_N(n) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\alpha-1} \exp\{-(n/\beta)^\alpha\} \quad (8)$$

여기서,  $\alpha$ ; 형상매개변수 ( $\alpha = 5.0$ )

$$\beta = \bar{N}/\Gamma(1+1/a)$$

$\Gamma$  ; Gamma 함수

#### 4. 초기 균열분포의 효과

구조물은 용접결함 등에 의하여 필연적으로 초기균열을 갖게되며, 실제 초기균열의 크기는 변동성을 갖고 있다. 따라서 초기균열의 크기도 확률변수로 취급해야 한다. 초기균열의 크기를 나타내는 확률분포로는 2-parameter Weibull 분포 또는 지수분포로 가정하여 취급한다. [4][9] 여기에서는 다음과 같은 지수분포로 초기균열의 분포를 가정한다.

$$f_x(x) = \frac{1}{\lambda} \exp\{-(x-a_0)/\lambda\} \quad (9)$$

여기서,  $\lambda$  ; 상수  
 $a_0$  ; 초기 균열분포의 최소치

#### 5. 검사의 효과

손상된 구조물이 주어진 안전도를 유지하도록 하는 가장 유용한 방법이 검사와 보수이다. 따라서, 검사의 효과를 균열진전 과정에 도입해야하는 것은 필수적이다. 본 연구에서는 정기 및 부정기 검사가 있는 경우, 그리고 완전 보수 (repair)와 부품교환 (replacement)의 2가지로 보수방법을 택하여 그에 따른 효과를 고려하는 방법을 제시한다.

손상상태  $i$ 에서의 균열발견 확률을  $D_i$ 로 놓고,  $n$ -step 추이한 후에 검사를 행하고 그에 따른 조치를 취하는 것으로 하면, 검사 조치 후의 상태확률 vector의 요소  $a'_i(n)$ 은 다음과 같이 된다.

$$a'_i(n) = H \left\{ \sum_{j=1}^L D_j a_j(n) \right\} a_i(0) + (1-D_i) a_i(n) \quad (10)$$

식(10)에서 완전보수인 경우에는  $H=0$ , 부품교환인 경우에는  $H=1$ ,  $L=b-1$ 로 된다. 한편, 상태  $i$ 에서의 검사능력  $D_i$ 는 균열길이  $a_i$ 에 따라 변하게 되므로,  $D_i$ 는 다음과 같이 지수형

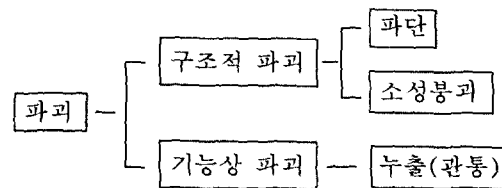
태의  $a_i$ 함수로 가정한다.

$$D_i = 1 - \exp\{-d(a_i - a_0)\} \quad (11)$$

여기서,  $a_i$  ; 상태  $i$ 에서의 균열길이  
 $a_0$  ; 균열의 발견이 가능한 균열의 최소크기  
 $d$  ; 상수

#### 6. 파괴현상의 도입

균열이 진전하는 과정중에 소성붕괴(plastic collapse)나 파단(fracture)같은 파괴가 발생할 가능성이 있으므로, 본 연구에서는 다음과 같은 파괴현상을 고려하였다.



실제로 기계적인 파괴는 기능의 상실을 동반하지만, 여기에서의 기능상 파괴는 기계적 파괴가 발생하기 전의 기능상실만을 의미한다.

상태  $i$ 에서 위의 기계적 파괴상태로 추이할 확률을  $S_i$ 라 할때, 1로 부터 뺀 나머지  $1-S_i$ 가  $r$ 의 비율로 추이한다고 생각하여, 초기에 구한  $r$ 로부터  $p_i, q_i$ 는 다음과 같이 된다.

$$p_i = r(1-S_i)/(1+r) \quad (12.1)$$

$$q_i = (1-S_i)/(1+r) \quad (12.2)$$

본 연구에서는 기능상 파괴로 누출과 기계적 파괴로 파단, 소성붕괴 모두를 파괴현상으로 고려하였으며, 그때의 추이확률행렬 (4)는 다음식과 같이 된다.

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & q_1 & & & S_1 \\ & p_2 & q_2 & & S_2 \\ & & \ddots & & \vdots \\ & & & p_{b-1} & q_{b-1} + S_{b-1} \\ & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

이때  $S_i$ 는 상태  $i$ 에서 파단 또는 소성붕괴로

추이할 확률은 파손평가도법 (failure assessment diagram)인 R-6 방법과 신뢰성해석 기법인 AFOSM을 이용하여 계산하였다[6].

### 7. Markov Chain Model을 이용한 변동 하중하에서의 균열진전

실제 구조물이 불규칙 하중을 받는 경우, 응력의 상호작용 (stress interaction)에 의해서 균열성장의 지연 또는 가속화를 가져온다. 응력의 상호작용은 상당히 복잡한 형태를 띠고 있으며 이분야의 많은 연구가 이루어져 있으나, 실험결과와 비교할 때, 응력의 상호작용을 이상적으로 보여주는 이론은 없으며, 불규칙성 (irregularity)이 큰 하중하에서는 응력의 상호작용이 많은 영향을 미치지 않는다는 것이 알려져 있으므로, 여기에서는 이와 같은 응력의 상호작용을 무시하고, 다음과 같은 가정하에서 균열진전 해석을 수행한다.

- 1) 모든 응력은 균열진전의 임계치 이상이다.
- 2) 피로수명은 균열 진전수명만으로 되어 있으며, 균열의 발생과정은 무시한다.
- 3) 하중의 작용순서에서 오는 영향은 무시한다.

#### 7.1 Model.1

하중이 시간에 따라 변할 경우, 각 시각  $i$ 에서의 추이확률행렬  $P_i$ 는 서로 다르게 되어, 비정상(non-stationary) MCM으로 이상화 된다. Fig.2는 이 경우 하중의 이상화를 보여주고 있다. 비정상 MCM에 의한 균열길이 분포는 다음식과 같이 된다.

$$A(n) = A(0) \prod_{i=1}^n P_i \quad (14)$$

$$P_i = \begin{bmatrix} p_i & q_i & & & \\ & p_i & q_i & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & p_i & q_i \\ & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

시각  $i$ 에서의 하중을 균일진폭으로 이상화

시키면, 한계 균열길이에 도달할 반복수  $N_i$ 의 평균  $\bar{N}_i$ 는 다음식과 같이 주어진다.

$$\bar{N}_i = (b - 1)(r_i + 1) \quad (16)$$

여기서,  $b$ 는 미리 정해진 추이확률행렬의 크기이다. 식(16)으로 부터  $i$ 에서의 하중에 따른  $r_i$ 를 계산하고, 그 값을 이용하여,  $p_i, q_i$ 를 계산하고 식(14)로 부터 균열길이의 누적 분포함수를 계산할 수 있다.

#### 7.2 Model.2

Model.1은 시간에 따른 하중이력에 관한 정보를 필요로 하는데, 파랑하중과 같은 변동 하중의 경우에는 하중이력에 관한 정보는 얻기가 어려우며, 단지 하중과정의 통계적 특성치만을 얻게 된다. Fig.2는 이러한 하중의 이상화를 보여주고 있다. 이 경우 균열의 진전과정을 정상

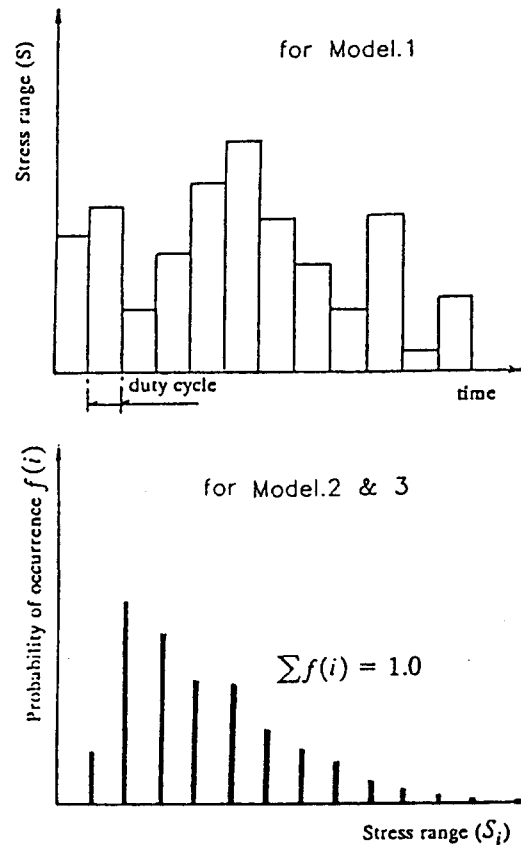


Fig. 2 Idealization of random loading

MCM으로 이상화 할 수 있다. 즉 각각의 균일 하중에 대하여 균열진전수명의 평균과 분산을 구하여 식(17),(18)로 부터 각 균일하중에 대한  $b$ 와  $r$ 을 계산한다.

$$\bar{N} = (b-1)(r+1) \quad (17)$$

$$\sigma_N^2 = (b-1)r(r+1) \quad (18)$$

각각의  $b$ 와  $r$ 에 대하여 추이확률행렬을 만들고 그 하중의 발현확률  $f(i)$ 를 곱하여, 전체 하중과정에 대한 하나의 추이확률행렬  $P$ 로 조합한다. 추이확률행렬  $P$ 를 이용하여 식(19)로 부터 균열길이의 분포를 계산한다.

$$A(n) = A(0)P^n \quad (19)$$

이 경우 각각의 하중에 대한  $b$ 가 서로 다를 경우는 특별한 고려가 필요한데, 각각의 균열진폭 하중에서 계산된  $b$ 중에서 가장 큰 값을  $b_m$ 이라 하면, 전체 추이확률행렬은  $b_m \times b_m$ 의 크기를 갖도록 해야하며 그때, 각 하중상태  $i$ 에서의 평균과 분산은 식(20),(21)로 부터 얻어진다.

$$\bar{N}_i = \frac{b_m - 1}{k_i - 1} (r_i + 1) \quad (20)$$

$$\sigma_N^2 = \frac{b_m - 1}{k_i - 1} r_i (r_i + 1) \quad (21)$$

여기서,  $k_i$ 는 첫 열(row)에  $q_i$ 가 위치하는 최초의 행(column)번호를 나타낸다. 이렇게 각각의 하중에 대하여 계산된 추이확률행렬에 각 하중의 발현확률  $f(i)$ 를 곱하여 얻어진 각각의 추이확률행렬을 더함으로써 전체하중에 대한 추이확률 행렬을 얻어 식(19)로 부터 균열길이의 분포를 계산할 수 있다.

예를 들면,  $i = 2, b_m = b_1 = 5$  그리고,  $k_2 = 3$ 인 경우이면

$$P_1 = \begin{bmatrix} p_1 & q_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_1 & q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_1 & q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_1 & q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (22.1)$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} p_2 & 0 & q_2 & 0 & 0 \\ 0 & p_2 & 0 & q_2 & 0 \\ 0 & 0 & p_2 & 0 & q_2 \\ 0 & 0 & 0 & p_2 & q_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (22.2)$$

따라서 전체 하중에 대한 추이확률행렬은 다음과 같이 얻어진다.

$$P = \begin{bmatrix} f(1)p_1 + f(2)q_1 & f(1)q_2 & f(2)q_2 \\ 0 & f(1)p_1 + f(2)p_2 & f(1)q_1 \\ 0 & 0 & f(1)p_1 + f(2)p_2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ f(2)q_2 & 0 & \\ f(1)q_1 & f(2)q_2 & \\ f(1)p_1 + f(2)p_2 & f(1)q_2 + f(2)q_2 & \\ 0 & 1 & \end{bmatrix} \quad (23)$$

### 7.3 Model.3

Model.2와 같이 하중을 이상화시킨 경우에는 Paris-Erdogan 방정식으로 부터 변동 하중하에서의 균열진전 수명의 평균치를 계산할 수 있다. 이와 같이 하여 변동하중 하에서의 균열의 진전과정을 하나의 정상 MCM으로 이상화 할 수 있다. 즉, 식(5.1),(5.2)로 부터 변동하중 하에서의 전체 추이확률행렬의 크기  $b$ 와 추이확률  $p, q$ 를 계산할 수 있다.

이때, 변동하중 하에서의 균열진전수명의 평균치를 구하는 과정은 다음과 같다.

- 1) 재료의 특성에 관한 정보를 얻는다.(계수  $C, m$ )
- 2) 변동하중을 Fig.2와 같은 형태로 이상화 한다. (작용응력진폭 발현확률을 계산한다.)
- 3) Duty cycle (1 step에 대한 반복수)  $T_d$ 를 결정한다.
- 4)  $i$ 번째 하중에 대한 반복수  $n_i$ 를 다음과 같이 계산한다. 이때,  $f(i)$ 는  $i$ 번째 하중의 발현확률이 된다.

$$n_i = f(i) \times T_d \quad (24)$$

5) 식(7)의 Paris-Erdogan 방정식에 의해 다음 식으로 균열의 성장을 계산한다.

$$a_{new} = \left[ a_{old}^{(2-m)/2} + \frac{2-m}{2} * C(YS_i)^m n_i^{m/2} \right]^{2/(2-m)} \quad (25)$$

6)  $a_{old} = a_{new}$ 로 놓고 각 하중에 따라 4)~6)을 반복한다.

이때, 변동하중을  $k$ 개의 상태로 이산화하여 등가응력폭의 개념을 이용할 경우, 전체 추이 확률행렬은 다음과 같이 된다.

$$P = \sum_{j=1}^k f(j) P(. | j) \quad (26)$$

이 경우, 균열진전에 의한 파괴만을 고려하면  $P(. | j) = P$ 가 되나 다른 파괴 형태가 동시에 고려되면  $P(. | j) \neq P$ 이다.

### 8. 계산례 및 고찰

본 연구에서 이용한 MCM이 피로 균열진전에 적절한가를 먼저 검토하였다. Fig.4는 본 연구에서 제시한 MCM을 이용하여 Virkler 등 [13]의 실험을 모사한 것을 보여주고 있다. Fig.1과 비교해 볼 때 균열진전의 특성을 잘 나타내고 있음을 알 수 있다.

본 연구에서는 제시된 이론을 기초로 전산 Program을 구성하고, Fig.3과 같은 구조물에

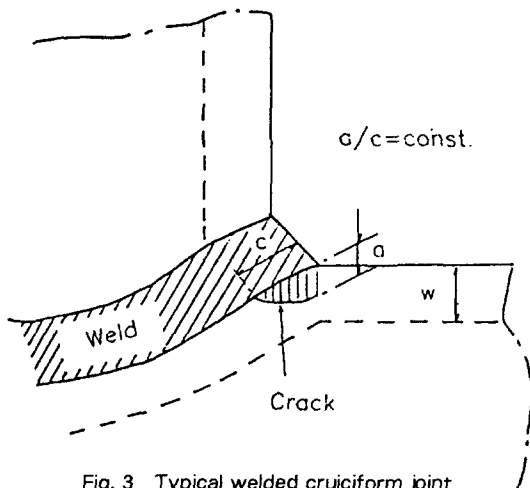


Fig. 3 Typical welded cruciform joint

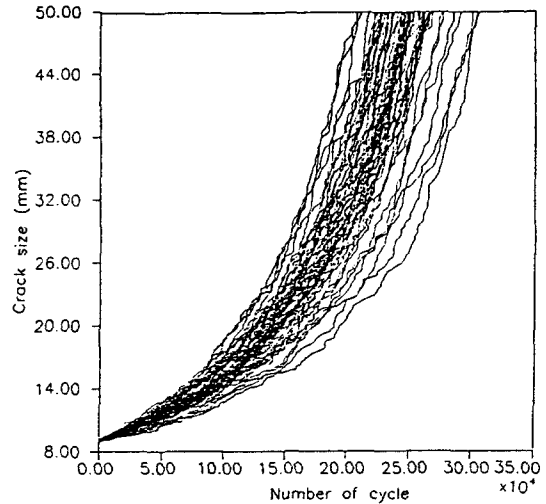


Fig. 4 Simulation of Virkler's experiment by MCM

많이 채용되는 전형적인 십자형 용접부위의 용접단에 초기균열이 존재한다고 가정하고 그 구조물이 변동하중을 받는 경우에 대하여 계산을 수행하였다. 이때, 사용된 데이터는 Table.1, Table.2와 같으며 Table.3은 계산에 적용된 변동하중을 일련의 균일 진폭하중으로 이상화한 데이터를 보여주고 있다.

Fig.5는 이 경우에 대하여 Paris-Erdogan의 법칙에 의한 균열의 진전과정을 보여주고 있다.

Table.4는 각각의 균일 진폭하중에서 계산된 Model.2의 균열진전수명의 평균과 분산을 보여주고 있다. 균열진전수명의 평균은 Paris-Erdogan의 방정식으로 부터 계산하였으며, 분

Table 1 Input data list

Item	Description	Remark
Crack geometry	$\frac{c}{a} = \text{const.}$	
Initial crack size	$a_i = 2.0$ $\lambda = 0.5, 1.0, 2.0, 3.0$	
Detectability	$a_{ic} = 1.0$ $d = 0.2, 0.4, 0.6$	
Material property	$c = 1.8318 \times 10^{-12} Nmm^{-3/2}$	
	$m = 3.0$	
	$K_{II} = 300 MP\sqrt{m}$	Normal $cor = 0.2, 0.3$
	$\sigma = 375 MPa$	Normal $cor = 0.1, 0.2, 0.3$
Thickness	$W = 40.0mm$	
Duty cycle	$T_c = 10000$	
Stress concentration factor	1	refer to Table.2
Wave load		refer to Table.3

Table 2 Stress concentration factor (Y)

a/W	Y	a/W	Y
0.001	5.6017	0.100	1.4838
0.002	4.4524	0.120	1.4513
0.004	3.5523	0.140	1.4464
0.008	2.8437	0.160	1.4513
0.010	2.6550	0.180	1.4639
0.020	2.1491	0.200	1.4786
0.040	1.7723	0.300	1.6565
0.060	1.6098	0.400	1.9738
0.080	1.5289	0.500	2.4211

Table 3 Load data  
(unit, N/mm<sup>2</sup>)

Load case	Stress range	Probability of occurrence
1	8.56	0.1959214
2	21.80	0.4906306
3	39.20	0.2073626
4	57.60	0.0585031
5	75.20	0.0254527
6	96.20	0.0127992
7	119.40	0.0068439
8	142.20	0.0020329
9	166.60	0.0003370
10	195.00	0.0000839
11	224.00	0.0000327

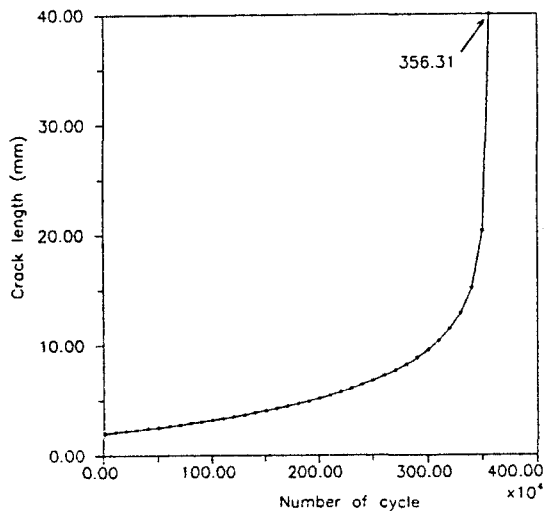


Fig. 5 Crack growth curve by Paris-Erdogan Eq.

산은 식(8)로 부터 계산하였다. Table.5는 Model.3의 변동하중에 의한 균열의 진전과정을 하나의 정상과정으로 취급하여 계산된 균열진전수명의 평균과 분산을 보여주고 있다. Fig.6-

Table 4 Mean and variance of fatigue life for Model.2

Load case	Mean( $\bar{N}_i$ )	Variance( $\sigma_{N_i}^2$ )
1	40396.75	85605804.91
2	2446.91	314084.39
3	420.64	9281.78
4	132.60	922.35
5	59.59	186.28
6	28.47	42.52
7	14.90	11.65
8	8.82	4.08
9	5.56	1.62
10	3.43	0.62
11	2.27	0.27

Table 5 Mean and variance of fatigue life for Model.3

Load case	Mean( $\bar{N}_i$ )	Variance( $\sigma_{N_i}^2$ )
1	356.31	6659.88

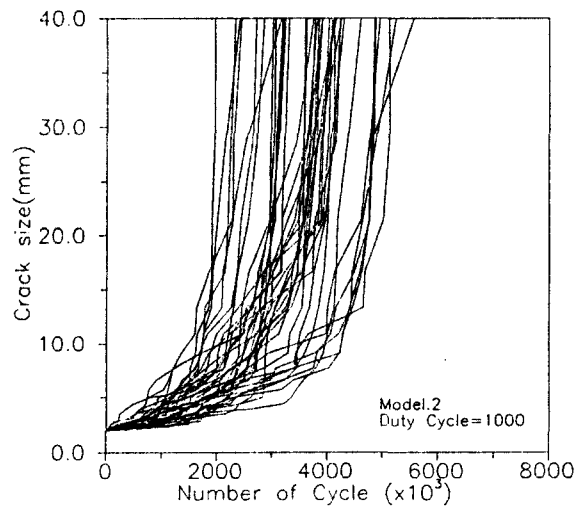


Fig. 6 Simulation of Crack Growth by MCM



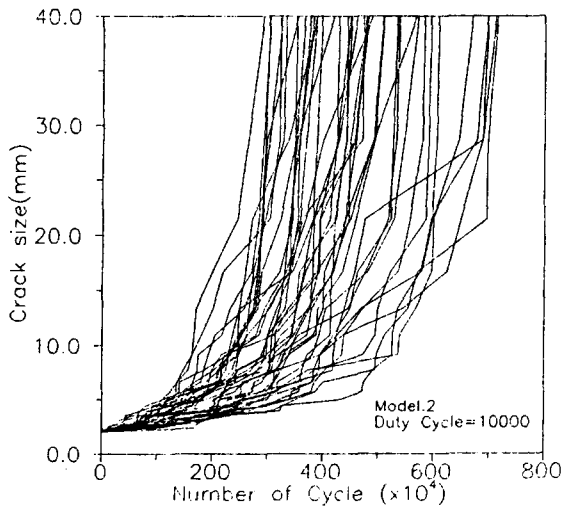


Fig. 7 Simulation of Crack Growth by MCM

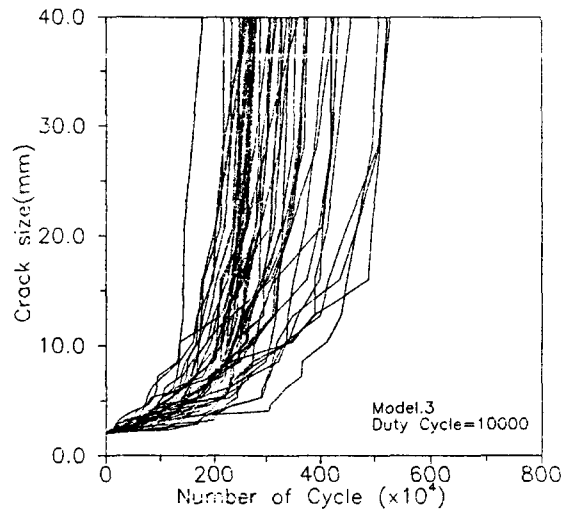


Fig. 9 Simulation of Crack Growth by MCM

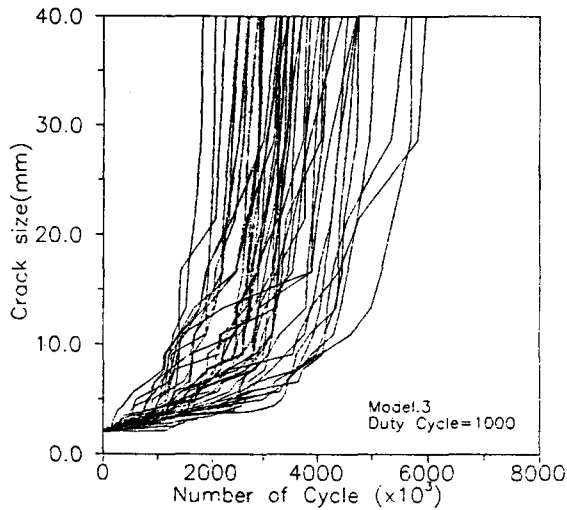


Fig. 8 Simulation of Crack Growth by MCM

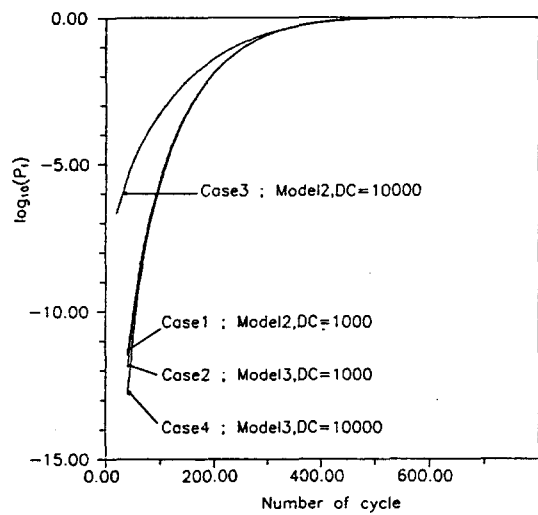


Fig. 10  $P_1$ -N Curve by Model.2 & 3

Fig.9는 Model.2와 3의 하중에 대하여 MCM을 이용하여 균열의 진전을 모사한 결과를 보여주고 있으며, Fig.10은 Model.2와 3에 의한 계산 결과로, 하중의 반복수와 그에 따른 한계 균열 길이를 넘을 확률(파괴확률)  $P_1$ 의 값을 보여주고 있다. 여기에서 duty cycle이 작을수록 Model.2와 3의 차이가 줄어들어 볼 수 있으며, duty cycle을 1000으로 하였을 경우는 Model.2와 3의 결과가 거의 일치함을 알 수 있다. 따라서, duty cycle의 영향을 받지 않는

Model.3의 방법이 실용성 면에서 더 유용함을 알 수 있다. 이하의 계산례는 Model.3의 방법을 적용하였다.

Fig.11-Fig.13은 파괴형태에 따른 파괴확률을 보여주고 있으며, 누출만을 고려했을 때보다 파단과 소성붕괴를 동시에 고려했을 때 파괴확률이 더 커짐을 보여주고 있으며, 파단과 소성붕괴에 영향을 주는 파괴인성치( $K_{Ic}$ )와 항복응력( $\sigma_y$ )의 변동성이 커질수록 파괴확률에 많은 영향을 줄을 보여주고 있다. Fig.14-Fig.16은 잔

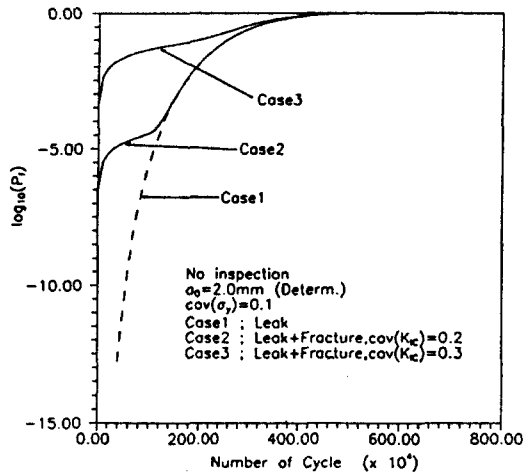


Fig. 11  $P_r$ -N Curve (Effect of Fracture Mode)

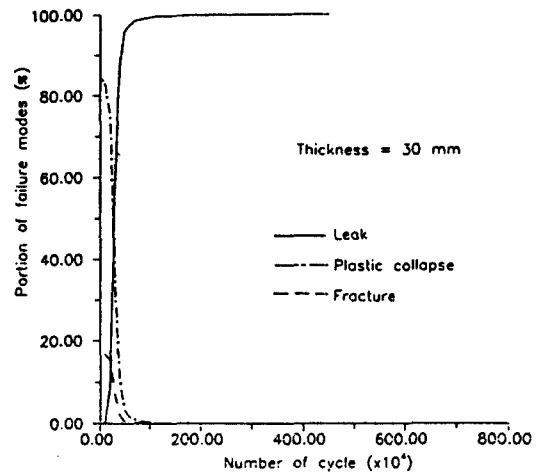


Fig. 14 Portion of Failure modes

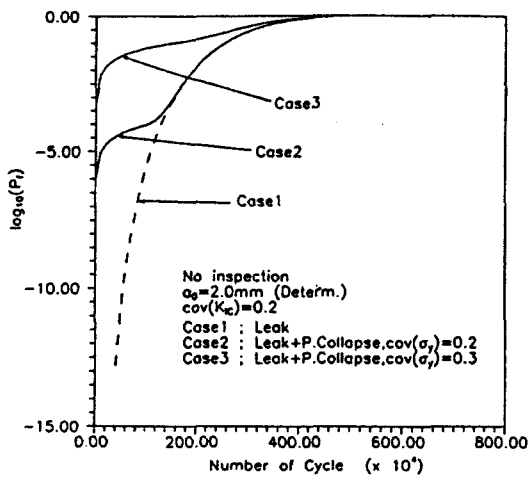


Fig. 12  $P_r$ -N Curve (Effect of P.Collapse Mode)

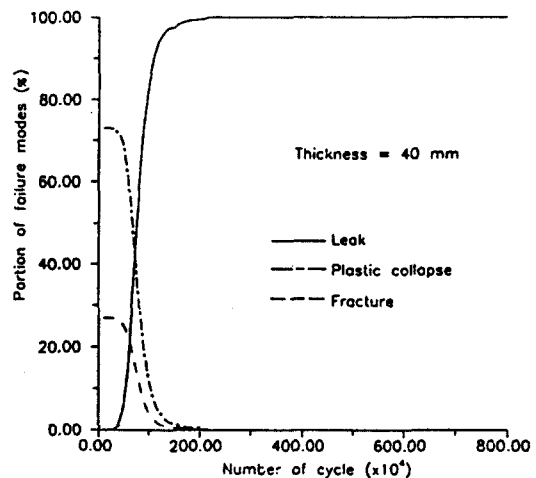


Fig. 15 Portion of Failure modes

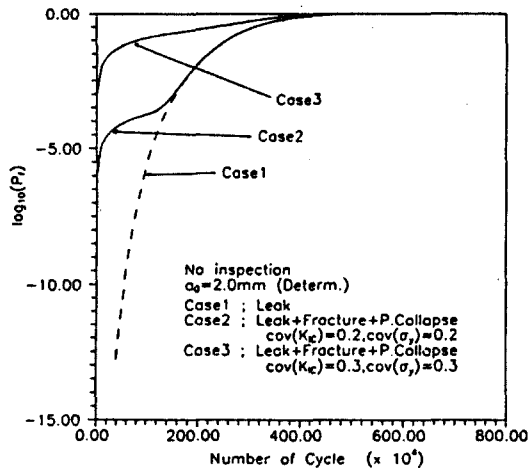


Fig. 13  $P_r$ -N Curve (Effect of Fracture+P.Collapse Mode)

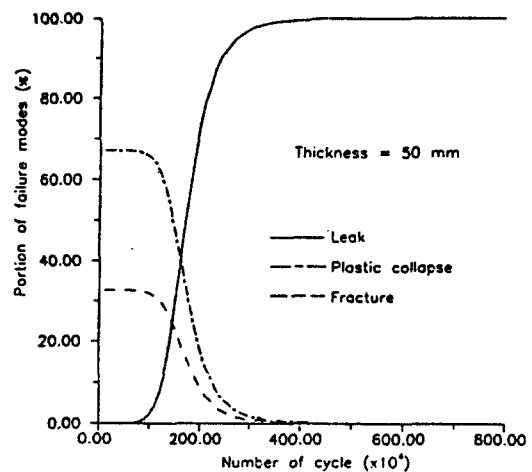


Fig. 16 Portion of failure modes

은 하중상태에서 구조물의 두께를 변화시키면서 각 파괴형태의 영향을 나타낸 것으로, 균열의 크기가 구조물의 두께에 비하여 상대적으로 작을 때는 파단 또는 소성붕괴에 의한 파괴확률이 지배적이나, 하중의 반복수가 많아질수록 다시말해 균열의 크기가 상대적으로 커질수록 균열의 진전에 의한 누출의 파괴확률이 지배적임을 알 수 있다.

Fig.17-Fig.20은 하중의 반복수와 파괴확률과

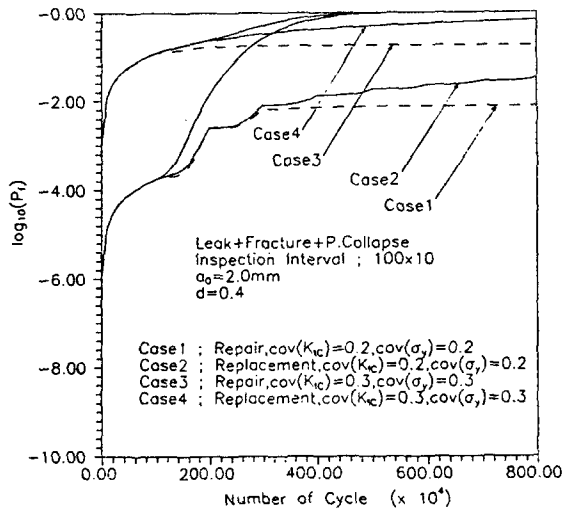


Fig. 17 P<sub>r</sub>-N Curve (Effect of Inspection)

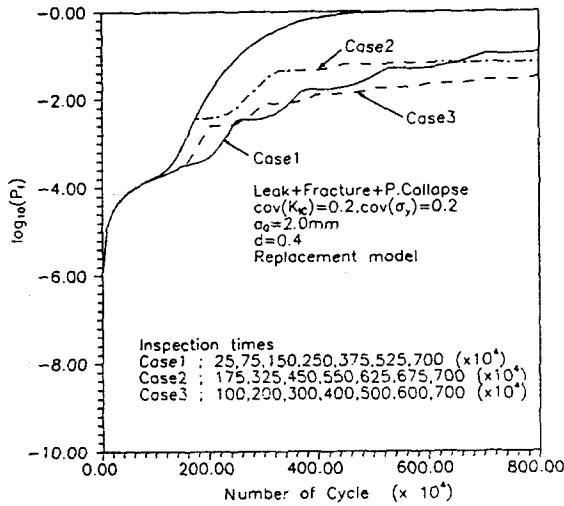


Fig. 18 P<sub>r</sub>-N Curve (Effect of Inspection Interval)

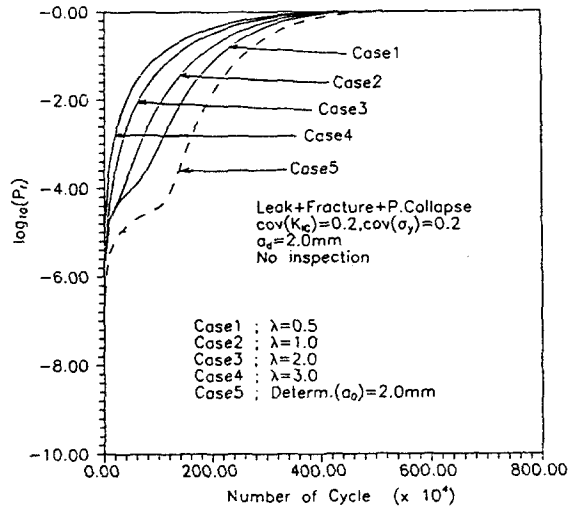


Fig. 19 P<sub>r</sub>-N Curve (Effect of Initial crack dist)

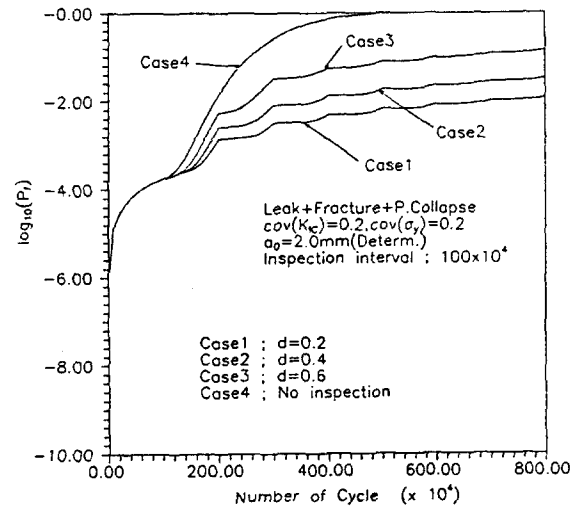


Fig. 20 P<sub>r</sub>-N Curve (Effect of Detectability)

의 관계를 보여주고 있다. Fig.17은 검사의 효과를 고려한 결과를 보여주고 있으며, 검사효과는 균열의 크기가 커질수록 뚜렷한 효과를 보여주고 있음을 알 수 있다. 따라서 구조물을 주어진 파괴확률 이하로 다시말해 주어진 신뢰도 이상으로 설계 또는 유지하는데에 검사가 매우 유용한 방법임을 알 수 있으며 특히 완전보수의 경우가 부품교환의 경우보다 효과가 있음을 알 수 있다. Fig.18은 검사간격에 대한 효과로 부품교환의 경우에 대하여 검사간격을 점

점 넓혀가는 경우(Case1), 검사간격을 점점 좁혀가는 경우(Case2) 그리고 검사간격을 균일하게 하는 경우(Case3)에 대한 파괴확률의 변화를 보여주고 있다. 결과는 검사간격이 파괴확률에 많은 영향을 미치고 있음을 보여주고 있다. 그러나, 검사간격을 어떻게 가져가는 것이 최적인가 하는 것은 경우마다 다르기 때문에 검사 계획을 수립할 때 최적의 검사간격을 결정하는 것이, 구조물의 신뢰도 확보에 대단히 중요한 요인이 됨을 알 수 있다.

Fig.19는 초기균열 분포의 영향을 보여주고 있는데, 초기균열의 변동성이 클수록 파괴확률이 커지는 것은 당연한 결과이나, 초기 균열크기 분포의 평균치의 영향이 하중의 반복수각적을 때 상당히 큰 것을 알 수 있다.

Fig.20은 검사능력의 영향을 보여주고 있으며, 검사능력에 따라서도 파괴확률의 변화가 많아진다. 검사능력이 좋아질수록 구조물의 신뢰도가 향상되는 것은 당연한 결과이므로, 검사계획 수립시 검사능력을 정확히 파악해야만 합리적인 계획을 수립할 수 있을 것이다.

9. 결 론

본 연구를 통해, MCM을 이용하여 변동하중을 받는 구조물이 누출, 소성붕괴 및 파단에 의해서 파괴될 때의 구조물의 신뢰도를 쉽게 평가할 수 있으며, 초기균열 및 검사의 효과도 정량적으로 파악할 수 있는 방법을 제시하였으며, 계산례를 통하여 다음과 같은 내용의 결과를 얻었다.

- 1) MCM이 피로 균열진전에 있어서 재료의 불균일성에 기인하는 확률론적 특성을 잘 나타내고 있다.
- 2) Model.2와 3의 결과를 비교할 때, 변동하중을 하나의 정상과정으로 다루는 것이 실용성면에서 유용하다.
- 3) 누출, 파단과 소성붕괴를 동시에 고려할 경우 균열길이가 커질수록 누출에 의한 파괴확률이 지배적이다.

- 4) 최적의 검사간격은 초기균열크기의 분포, 재료특성의 변동성 등에 따라 다르기 때문에 일반적으로 규정할 수 없으며 각각의 경우마다 최적의 검사간격을 결정해야한다.
- 5) 초기균열 크기 및 검사능력의 정확한 파악이 있어야만 합리적인 검사계획을 수립할 수 있다.

본 주제와 관련하여 앞으로 더 연구되어야 할 내용으로는 다음과 같은 것이 있다.

- 1) 구조물의 부식 등을 고려하면 추이확률행렬이 비정상(non-stationary)이 된다. 따라서 비정상 추이과정에 대한 연구가 필요하다.
- 2) 본 연구에서는 균열의 진전수명만을 고려하였으나 실제의 피로수명은 균열의 발생시간도 고려되어야 하므로 균열발생의 MCM에 대한 연구가 필요하다.
- 3) 균열의 진전수명분포가 모든 응력치에 대하여 일정한 2-parameter Weibull 분포를 갖는다고 가정하였으나, 실제 응력의 크기에 따라 수명분포가 달라질 수 있으므로 이 부분에 관한 연구가 필요하다.

후 기

본 연구는 한국 학술 진흥재단의 90년도 자유평가 과제의 지원으로 수행되었으며 이 기회에 관계자 여러분께 깊은 감사를 드린다.

참 고 문 헌

[ 1 ] Bogdanoff J.L. & Kozin F., "Probabilistic models of cumulative damage", John Wiley & Sons, 1985.

[ 2 ] Shimada Y., Nakagawa T. & Tokuno H., "Reliability Analysis of Fatigue Crack Propagation Life by Markov Chain", 재료 33권 367호, 1983 (in Japanese)

[ 3 ] Shimada Y., Nakagawa T. & Tokuno H., "Application of Markov Chain to the Reli-

- ability Analysis of Fatigue Crack Propagation Process with Non-destructive Inspection”, 재료 34권 378호, 1984 (in Japanese)
- [ 4 ] Yuasa M., Nakagawa T. & Tokuno H., “Analysis of Fatigue Crack Propagation under Random Loading by Markov Chain”, ICOSAR’89, 1989
- [ 5 ] Fujimoto Y., Ideguchi A. & Iwata M., “Reliability Assessment for Deteriorating Structure by Markov Chain Model”, 일본 조선학회논문집 166호, 1988 (in Japanese)
- [ 6 ] Zhao W., “Reliability Analysis of Fatigue and Fracture under Random Loading”, Ph.D Thesis, University of London, 1989
- [ 7 ] Almar-Naess A., “Fatigue Handbook”, Tapir, 1985
- [ 8 ] 양영순 등, “선체구조의 피로파괴에 대한 신뢰성 해석(Ⅱ)”, 서울대학교, 1990
- [ 9 ] Tsurui A. & Ishikawa H., “Application of the Fokker-Planck Equation to a Stochastic Fatigue Crack Growth Model”, Journal of Structural Safety 4, 1986
- [10] Ishikawa H. & Tsurui A., “Stochastic Fatigue Crack Growth Model and Its Wide Applicability in Reliability-based Design”, Current Japanese Materials Research Vol. 2, Elsevier, 1987
- [11] Lin Y.K. & Yang J.N., “A Stochastic Theory of Fatigue Crack Propagation”, AIAA Vol.23 No.1, 1985
- [12] Sobczyk K., “Modelling of Random Fatigue Crack Growth”, Journal of Engineering Fracture Mechanics Vol.24 No.4, 1986
- [13] Virkler D.A., Hillberry B.M. & Goel P. pK., “The Statistical Nature of Fatigue Crack Propagation”, ASME Trans. J.Eng. Mat.Technol., 1979