

論文91-28B-12-1

# 이진 결정도를 이용한 시스템 신뢰도 산정

(System Reliability Evaluation Using a Binary Decision Diagram)

趙炳錫\*, 黃熙隆\*\*

(Byung Ho Jo and Hee Yeung Hwang)

## 要 約

망구조에서 2개 정점간의 최소 경로 집합이 주어졌을 때, 시스템 신뢰도는 이진 결정도를 이용해서 구할 수 있다는 것을 보인다. 부울 합수를 이진 결정도로 변환하여 그로부터 곧바로 신뢰도를 구할 수 있기 때문이다. 이렇게 얻은 신뢰도 식은 간결하고 또한 계산시에 상대적으로 적은 산술 연산을 필요로 한다. 몇개의 예를 통해서 이진 결정도를 이용한 이 방법이 개념적으로 쉽고 간결하며 효율적이라는 것을 보인다.

## Abstract

Given the set of minimal paths between two vertices in a network, this paper shows that the system reliability can be obtained by using a Binary Decision Diagram. It can be done by transforming a Boolean sum of products into a Binary Decision Diagram and the reliability can be directly derived from it. The resulting reliability expression is compact and requires relatively fewer arithmetic operations in its evaluation. Several examples are given to show that the method using Binary Decision Diagram is conceptually easy, simple and efficient.

## I. 서 론

시스템 신뢰도 분석에 있어서 시스템을 그래프  $G = (V, E)$ 로 표현하는 것이 일반적이다. 정점 집합 (vertex set)은  $V = \{V_1, V_2, \dots, V_m\}$ 이며 간선 집합 (edge set)은  $E = \{E_1, E_2, \dots, E_n\}$ 이다. 신뢰도 분석에서 기본적인 문제는 어느 일정 시간에 정점들 중 2개의 특정 쌍간에 최소한 하나의 경로가 존재할 확률을 구하는 것이다. 이러한 신뢰도 분석은 화학 공정 시스템, 수송 및 통신망 등 다양한 시스템에 응용되고 있다.<sup>[1]</sup> 본 논문에서는 컴퓨터 통신망을 위주로

기술하고자 하며, 정점은 컴퓨터 센터에 해당하고 간선은 통신 선로에 해당한다. 컴퓨터 통신망을 설계할 때 컴퓨터 센터들의 모든 쌍간의 통신 경로의 신뢰도와 가용도 (availability)가 기본적인 고려 대상이 되며 이는 개별 컴퓨터 시스템과 통신 설비의 신뢰도와 가용도와 통신망의 위상에 따라 결정된다. 신뢰도를 산정하는 방법에는 몇 가지가 있으며, 이를 기법들을 Willkov가 요약했다.<sup>[2]</sup>

본 논문에서는 2개의 특정 정점간에 통신이 가능한 확률을 구하는 문제로 제한하며, 통신망 그래프를 부울 합수로 표현하는 방법을 사용한다.<sup>[3]</sup> 여기에도 여러 가지 방법이 있으며 경로 집합 (path sets)이나 컷 집합 (cut sets)을 사용하는 것이 실질적인 방법으로 알려져 있다.<sup>[4]</sup> 경로 집합이  $\{S_1, S_2, \dots, S_m\}$ 과 같이  $m$  개가 존재할 때 시스템의 성공적인 동작 (success)과 신뢰도 (reliability)는 다음과 같다.<sup>[4]</sup>

\*正會員, 서울産業大學 電子計算學科

(Dept. of Comp. Sci., Seoul Nat'l Poly Univ.)

\*\*正會員, 서울大學校 컴퓨터 工學科

(Dept. of Comp. Eng., Seoul Nat'l Univ.)

接受日字：1991年 7月 5日

$$S = S_1 \cup S_2 \cup \cdots \cup S_m \quad (1)$$

$$R \equiv \Pr\{S\} = \Pr\{S_1 \cup S_2 \cup \cdots \cup S_m\} \quad (2)$$

여기서 경로 집합  $S$ 가 상호 배타적인 배반 사상이 아니기 때문에 이들을 상호 배타적인 항들의 합으로 표현할 수 있는 효율적인 방법을 찾는 것이 과제이다. 그러한 방법으로 널리 알려진 것이 SDP (sum of disjoint Boolean products) 방법과 I-E (inclusion-exclusion) 방법이다. 이들을 개념적으로 간단히 설명하면,

I-E 방법은

$$\Pr\{S\} = \Pr\{S_1 \cup S_2 \cup \cdots \cup S_m\}$$

$$= [\Pr\{S_1\} + \Pr\{S_2\} + \cdots + \Pr\{S_m\}] \leftarrow \begin{bmatrix} m \\ 1 \end{bmatrix} = m \text{ terms}$$

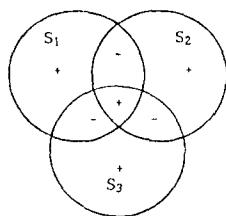
$$- [\Pr\{S_1 S_2\} + \cdots + \Pr\{S_i S_j\}] \leftarrow \begin{bmatrix} m \\ 2 \end{bmatrix} \text{ terms}$$

$$+ [\Pr\{S_1 S_2 S_3\} + \cdots + \Pr\{S_{i_1} S_{j_1} S_{k_1}\}] \leftarrow \begin{bmatrix} m \\ 3 \end{bmatrix} \text{ terms}$$

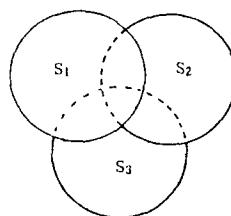
...

$$+ (-1)^{m-1} \Pr\{S_1 S_2 \cdots S_m\} \leftarrow \begin{bmatrix} m \\ m \end{bmatrix} = 1 \text{ term}$$

과 같이 표현하며,<sup>[1]</sup>  $S_1, S_2, S_3$ 의 3개 경로가 존재할 때 개념적으로 그림 1(a)와 같이 Venn diagram으로 표현할 수 있다.



(a) I-E 방법



(b) SDP 방법

그림 1. I-E 방법과 SDP 방법의 개념도

Fig. 1. Conceptual diagram of I-E and SDP methods.

SDP 방법은  $S_i$ 를  $i$ 번째 최소 경로를 의미한다고 하고,  $p$ 개의 최소 경로가 존재한다고 할 때,

$$\Pr(f) = \Pr(S_1) + \Pr(S_1' S_2) + \cdots + \Pr(S_1' S_2' \cdots S_{p-1}' S_p)$$

를 이용하는 방법이며,<sup>[5]</sup>  $S_1, S_2, S_3$ 의 3개 경로가 존재할 때 개념적으로는 그림 1(b)와 같다. 이때 SDP 방법이 I-E 방법보다 상호 배타적인 항의 갯수나 계산

량 등에서 우수하다는 것이 알려져 있다.<sup>[6]</sup>

SDP 방법으로는 Abraham 방법<sup>[9]</sup>이 널리 알려져 있고 이를 개선하려는 연구가 많이 이루어 졌으며, 특히 부울 변수곱의 배타적인 항들 (disjoint Boolean products)의 갯수를 줄이려 노력했다.<sup>[10]</sup>

본 논문에서는 개념적으로 쉽고 단순하며 효율적인 이진 결정도(BDD; binary decision diagram)<sup>[8,11]</sup>를 이용하여 부울함수를 배타적인 항들의 합으로 쉽게 변환할 수 있다는 것을 보이고 이것이 다른 방법에 비해 효율적이라는 것을 보이고자 한다.

본 논문의 구성은 II절에서 가정 및 문제를 정의하고, III절에서 본 논문에서 필요한 이진 결정도에 관해 기술하고, IV절에서는 시스템 신뢰도를 산정하는 방법을 제안하며, V절에서 제안한 방법으로 예제를 제시한 후 검토하며, VI절에서 결론을 맺는다.

## II. 문제의 범위

시스템을 그래프 모델  $G = (V, E)$ 로 표현했을 때 정점 집합은  $V = \{V_1, V_2, \dots, V_m\}$ 이며 컴퓨터 센터에 해당하고, 간선 집합은  $E = \{E_1, E_2, \dots, E_n\}$ 이며 통신선로(communication link)에 해당한다. 시스템  $G$ , 정점  $V_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) 및 간선  $E_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ )는 정상적인 동작(success) 상태와 고장(failure) 상태만을 가지며, 이러한 구성 요소들의 상태는 확률적으로 상호 배타적인 독립 사상이라고 가정한다.

본 논문에서는 2개의 특정 정점간에 통신이 가능할 확률을 구하는 문제를 다루게 되며, 시스템을 부울 함수로 표현하는 방법에는 정상 동작 상태를 나타내는 최소 경로 집합(minimal path sets)과 고장 상태를 나타내는 최소 컵 집합(minimal cut sets)이 있다. 최소 경로 집합과 최소 컵 집합은 서로 상대 관계에 있기 때문에,<sup>[12]</sup> 최소 경로 집합을 사용하기로 한다. 또한 각 간선이 2가지 상태(success 및 failure)인 것만을 고려하기로 한다. 그 이유는 간선만 취급한 결과를 정점의 상태를 고려한 것으로 수정할 수 있기 때문이다.<sup>[13]</sup> 즉 정점들의 상태는 정상적으로 동작하는 무결점 상태인 것으로 가정한다. 이 때 최소 경로 집합은 시작점과 종점을 연결하는 간선들의 집합이며, 이들 중 어느 한개라도 고장이면 이 외의 다른 간선의 고장과는 관계없이 시작점과 종점간의 통신은 연결되지 않는다는 것을 의미한다.

그림2의 부리지 망을 예로 들면, 최소 경로 집합은  $\{X_1 X_2, X_3 X_4, X_1 X_5 X_4, X_3 X_5 X_2\}$ 이다. 이를 부울 함수로 표현하면

$$f = X_1 X_2 + X_3 X_4 + X_1 X_5 X_4 + X_3 X_5 X_2 \quad (3)$$

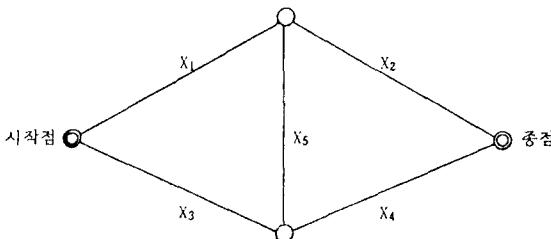


그림 2. 브리지 망  
Fig. 2. A bridge network.

가 된다.

이제 주된 문제는 시스템을 표현한 부울함수의 각 곱항들을 상호 배타적인 항들의 합으로 변환하여 그로부터 신뢰도 식을 유도해 내는 것이며, 이때 곱항의 갯수 및 곱셈의 갯수를 줄이는 방법을 연구한다.

### III. 이진 결정도

이진 결정도(BDD: binary decision diagram)<sup>[11]</sup>는 Akers가 제안한 이후 여러 분야에 응용 및 연구 결과가 발표되고 있다. 이진 결정도는 진리표나 상태도처럼 실제 구현 방법과 무관하게 디지털 함수를 완전하게 표현할 수 있는 간단한 수단이며, 비순환 방향 그래프로 표현된다. 특히 부울 함수를 이진 결정도로 표현할 경우는 Shannon의 전개 공식: $f(X_1, X_2, X_3, \dots) = X_1 f(1, X_2, X_3, \dots) + X_1' f(0, X_2, X_3, \dots)$ 을 반복적으로 적용함으로써 쉽게 나타낼 수 있다. 이 때 변수는 노드에 표현하고 함수값은 이진 결정도에서 루트(root)에 있는 함수로부터 아래로 출구점까지 이진 결정도를 추적해 감으로써 결정할 수 있다. (식3)을 이진 결정도로 표현하면 그림3과 같다.

편의상 이진 결정도에서 원은 변수를 나타내는 비단말 노드(non-terminal node), 사각형과 삼각형은 함수값을 나타내는 단말 노드(terminal node)를 나타내기로 하며, 사각형은 함수값이 1이 되는 동일한 1-단말 노드, 삼각형은 함수값이 0이 되는 동일한 0-단말 노드를 의미한다. 이러한 이진 결정도의 형태는 노드 변수의 순서에 따라 영향을 받게 되며, 다음과 같은 축소 방법에 따라 줄일 수 있다.<sup>[14]</sup> 1) 노드 A의 2개 자노드(child node)가 동등(equivalent)하면, 노드 A를 제거하고 그 노드로 들어오는 모든 arc를 A의 왼쪽 자노드에 연결한다. 2). 노드A와 노드B가 동등하면 노드B를 제거하고 그 노드로 들어오는 모든 arc를 노드A에 연결한다.

또한 노드의 갯수를 줄이기 위해서는 부울함수를

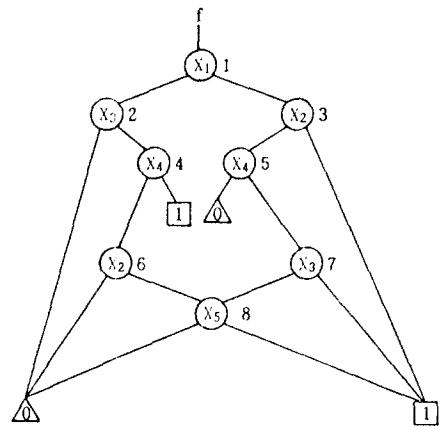


그림 3.  $f = X_1 X_2 + X_3 X_4 + X_1 X_4 X_5 + X_2 X_3 X_5$ 를 표현한 BDD

Fig. 3. BDD representing  $f = X_1 X_2 + X_3 X_4 + X_1 X_4 X_5 + X_2 X_3 X_5$ .

전개하는 매단계에서 부울 함수의 흡수 법칙  $A + AB = A$ 를 적용하며, 다음과 같은 규칙으로 이진 결정도를 구성한다.<sup>[15]</sup>

[규칙 1] 모든 곱항에 공통으로 포함되어 있는 변수가 존재하면,

1) 단일 형태(complemented 혹은 uncomplemented)로 된 변수를 먼저 선택한다.

2) 단일 형태로 된 변수가 없으면 첨자 순서대로 선택한다.

[규칙 2] 모든 곱항에 공통으로 포함되어 있는 변수가 없으면, 가장 적은 수로 구성된 곱항 중에서 다른 곱항에 가장 많이 사용된 순서 및 첨자순으로 선택한다.

또한 이러한 이진 결정도에서 experiment<sup>[8,16]</sup>는 루트에서부터 출구점인 단말 노드까지의 경로로 정의되고, 0-experiment는 부울함수가 0 출력을 갖는 experiment로 정의되며, 1-experiment는 부울함수가 1 출력을 갖는 experiment로 정의된다. 이진 결정도에서 한 experiment의 확률은 그 experiment에 나타난 변수들 확률의 곱이며, 루트에 있는 부울함수값이 1이 될 확률은 1-experiment 확률의 합  $\Pr(f) = \sum_{all} \Pr(1\text{-experiment})$ 이다.<sup>[8,16]</sup>

### IV. 시스템 신뢰도 산정

먼저 대표적인 SDP 방법인 Abraham 방법<sup>[9]</sup>으로 그림2의 브리지망의 신뢰도를 산정하는 방법을 간단히 설명한 후 본 논문에서 제안하는 방법을 이용하

여 비교해 볼 수 있도록 하자 한다.

Abraham 방법<sup>[6]</sup>은 2개의 곱항  $S_i$ 가 uncomplemented 변수들로 구성되고  $P_j$ 가 임의의 곱항일 때,

1)  $S_i$ 에서는 uncomplement이고  $P_j$ 에서는 complement인 변수가 한개라도 존재하면  $S_i$ 와  $P_j$ 가 상호 배타적(disjoint)이다.

2)  $S_i$ 와  $P_j$ 가 상호 배타적이 아닐 때,  $S_i$ 에는 uncomplement로 존재하고  $P_j$ 에는 존재하지 않는 변수들의 집합을  $X \equiv \{X_a, X_b, \dots, X_c\}$ 라 하면,

- a)  $X = \emptyset$ 이면  $S_i \cup P_j = S_i$ 로서  $P_j$ 는  $S_i$ 에 포함되고
- b)  $X \neq \emptyset$ 이면,

$$S_i \cup P_j = S_i X_a' \cup P_j \cup X_a X_b' P_j \cup \dots \cup X_a X_b \dots X_c' P_j \quad (4)$$

로 만들며, 우변의 모든 항들은 상호 배타적이다.

예를 들어 상기의 Abraham 방법을 이용하여 그림2의 핵수인 (식3)을 상호 배타적인 항들로 변환하면 다음과 같다. 먼저 (식3)의 첫번째 항  $X_1 X_2$ 에서 시작한다. (식3)의 2번째 항  $X_3 X_4$ 를 2부분으로 나눈다. 즉  $X_1 X_2$ 에 포함되어 있는 부분인  $X_1 X_2 X_3 X_4$ 는 버리고, (식4)를 이용해서 포함되지 않는 부분인  $X_1' X_3 X_4$ 과  $X_1 X_2' X_3 X_4$ 는  $X_1 X_2$ 와는 배타적인 항으로 남게 된다. 그러면 (식3)은 (식5)와 같다.

$$f = X_1 X_2 + X_1' X_3 X_4 + X_1 X_2' X_3 X_4 + X_1 X_2 X_3 X_4 + X_2 X_3 X_5 \quad (5)$$

(식3)의 3번째 항인  $X_1 X_4 X_5$ 를 앞서 배타적인 항으로 변환한 항들인  $X_1 X_2$ 와 겹치지 않게 만들고, (식5)의  $X_1' X_3 X_4$  및  $X_1 X_2' X_3 X_4$ 도 겹치지 않게끔 변환하면 (식6)이 된다.

$$f = X_1 X_2 + X_1' X_3 X_4 + X_1 X_2' X_3 X_4 + X_1 X_2 X_3' X_4 X_5 + X_2 X_3 X_5 \quad (6)$$

(식3)의 마지막 4번째 항인  $X_2 X_3 X_5$ 를  $X_1 X_2$ 와 겹치지 않게 만들고 (식6)의  $X_1' X_3 X_4$ ,  $X_1 X_2' X_3 X_4$ , 및  $X_1 X_2 X_3' X_4 X_5$ 와도 겹치지 않도록 변환하면 (식7)은 (식7)과 같이 상호 배타적인 곱항들의 합으로 변환할 수 있으며 각 변수들의 확률을 대입하면 신뢰도를 계산할 수 있다.

$$f = X_1 X_2 + X_1' X_3 X_4 + X_1 X_2' X_3 X_4 + X_1 X_2 X_3' X_4 X_5 + X_1' X_2 X_3 X_4 X_5 \quad (7)$$

이와 같이 Abraham 방법은 부울 핵수의 모든 곱항을 비교 조사하여야 하며 비교되는 곱항내에서도 모든 변수들을 비교해야 한다.

이제 이진 결정도를 시스템 신뢰도 분석에 응용하-

기 위해서 이진 결정도의 비단말 노드에는 경로 합에 있는 변수를 사용하기로 하고, 오른쪽 arc에는 변수가 1이 될 확률  $x_i$  (통신 회선의 신뢰도(reliability))를 할당하며, 왼쪽 arc에는 변수가 0이 될 확률  $x_i' = 1 - x_i$  (통신 회선의 비신뢰도(unreliability))를 할당한다.

이러한 방법으로 그림2의 브리지 망을 부울 핵수로 표현한 (식3)을 제Ⅲ절의 규칙1과 2에 따라 이진 결정도를 구성하면 그림3과 같다.

그림3에서 한 experiment에 대한 예를 들면 experiment  $X_1 X_2' X_3 X_4$ 에 해당하는 확률은  $\Pr(X_1 X_2' X_3 X_4) = x_1 x_2' x_3 x_4$ 와 같이 되며, 모든 experiment의 합집합, 즉 상호 배타적인 곱항들의 합집합은  $\{X_1 X_2, X_1' X_3 X_4, X_1 X_2' X_3 X_5, X_1 X_2 X_3' X_4 X_5, X_1' X_3 X_4' X_2 X_5\}$ 이다.

따라서 신뢰도 식은  $\Pr(f) = \sum_{\text{all}} \Pr(\text{1-experiment})$ 에 의해

$$\begin{aligned} \Pr(f) &= \sum_{\text{all}} \Pr(\text{1-experiment}) = x_1 x_2 + x_1' x_3 x_4 \\ &\quad + x_1 x_2' x_4 x_3 \\ &\quad + x_1 x_2' x_4 x_3' x_5 + x_1' x_3 x_4' x_2 x_5 \end{aligned} \quad (8)$$

와 같이 구할 수 있다. 이 경우 곱셈의 갯수는 14개이고 덧셈의 갯수는 4개이다.

이러한 개념을 좀더 확장하고 이진 결정도의 성질을 이용하여 산술 연산의 갯수를 줄이기 위해 노드 확률을 해당 노드를 거쳐갈 확률로 정의하면 다음과 같은 정리1이 성립한다.<sup>[7,8]</sup>

[정리 1] 이진 결정도에서 노드 확률은 그 노드로 들어오는 arc에 할당된 모든 확률의 합이다. 단, 루트의 노드 확률은 1로 할당된다.

[참고문헌7,8 참조].

상기의 [정리1]에 의해 시스템과 신뢰도는 1-단말 노드의 노드 확률이 되며 다음과 같이 유도할 수 있다. 이진 결정도의 루트 노드에서 시작해서 노드 변수  $X_i$ 에 대해 1-arc에는 확률  $x_i$ 를 할당하고 0-arc에는 확률  $x_i' = 1 - x_i$ 를 할당한다. 양쪽으로 나가는 arc를 따라가면서 각 노드를 모두 추적해서 그 노드로 들어오는 모든 arc를 찾아낸다. [정리1]에 의해 들어오는 arc에 할당된 모든 확률을 합한 결과를 그 노드의 확률로 할당한다. 그리고 이 노드 확률에 해당 노드 변수가 1이 될 확률  $x_i$ 를 곱해서 그 노드의 1-arc에 할당한다. 마찬가지로 0-arc에는 노드 확률에 해당 노드 변수가 0이 될 확률  $1 - x_i$ 를 곱해서 그 노드의 0-arc에 할당한다. 이러한 과정을 1-단말 노드를 만날 때까지 계속 반복한다. 1-단말 노드에 이르면 해당 논리 함수가 1이 될 출력 확률(식)을 얻

을 수 있다. 즉, [정리1]에 의해 1-단말 노드의 노드 확률이 그 논리 함수의 신뢰도(식)이 된다.

예를들면 그림3의 이진 결정도에서 곧바로 신뢰도 식을 계산하기 위해서는

노드 1의 확률은 1,

노드 2의 확률은  $x_1'$ ,

노드 3의 확률은  $x_1$ ,

노드 4의 확률은  $x_1'x_3$ ,

노드 5의 확률은  $x_1x_2'$ ,

노드 6의 확률은  $x_1'x_3x_4'$ ,

노드 7의 확률은  $x_1x_2'x_4$ ,

노드 8의 확률은  $x_1'x_3x_4'x_2 + x_1x_2'x_4x_3'$  이므로

1-단말 노드의 노드 확률 즉 신뢰도는 (식8)이 된다. 이처럼 이진 결정도에서 곧 바로 신뢰도 식을 유도할 때는 루트로부터 1-단말 노드를 향해 하향식으로 노드 확률을 구해 내려가면 되므로, 한번 곱셈한 결과를 계속 사용할 수 있는 장점이 있기 때문에 산술 연산의 갯수가 줄어든다.

여기서 곱셈의 갯수는 1-단말 노드에 이르는 arc의 갯수와 같으므로 12개이며 덧셈의 갯수는 0-단말 노드를 제외한 모든 노드에 대해  $\sum$ (노드에 들어오는 arc의 갯수-1)이므로 4( $=0+0+0+0+0+0+1+3$ )개이다.

지금까지 예를들어 제시한 시스템의 신뢰도(식)을 유도하는 과정을 정리하면 다음의 Procedure1과 같다.

#### Procedure 1.

[단계 1] 시스템을 표현한 부울 함수를 규칙1과 규칙2에 따라 이진 결정도를 구성한다.

[단계 2] 루트로부터 시작해서 양쪽으로 나가는 arc를 따라가면서 0-단말노드를 제외한 모든 노드의 노드 확률을 계산한다.

그러면 신뢰도(식)은 1-단말 노드의 노드 확률이 된다.

[단계 3] 신뢰도(식)을 대수적으로 간략히 한다.

## V. 예제 및 검토

Fong과 Buzacott의 논문[17]에 있는 예제를 보기로 한다. 부울함수는

$$g = X_1X_2X_3 + X_2X_4X_8 + X_4X_5X_6X_7 + X_3X_4X_7X_{10} + X_3X_4X_5X_9 \quad (9)$$

이다. (식9)를 규칙1과 규칙2에 따라 이진 결정도로 구성하면 그림4와 같다. IV절의 Procedure1에 의해 신뢰도 식을 구하면 (식10)과 같다.

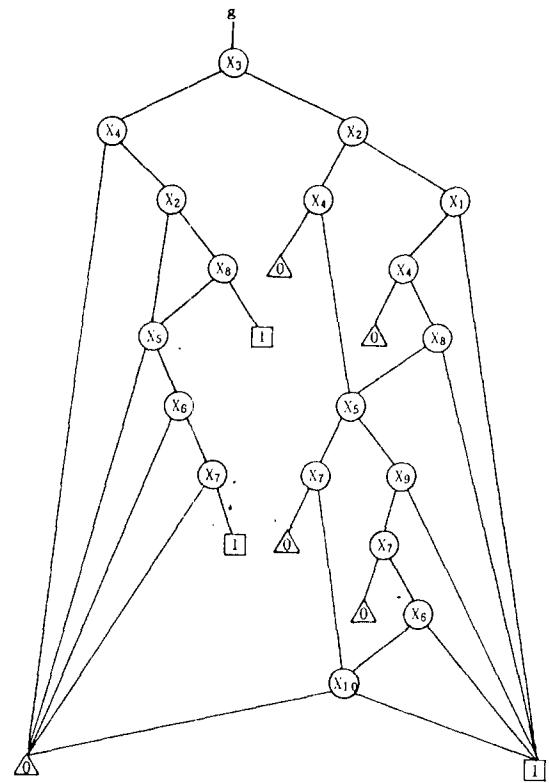


그림 4.  $g = X_1X_2X_3 + X_2X_4X_8 + X_4X_5X_6X_7 + X_3X_4X_7X_{10} + X_3X_4X_5X_9$  를 나타낸 이진 결정도

Fig. 4. BDD representing  $g = X_1X_2X_3 + X_2X_4X_8 + X_4X_5X_6X_7 + X_3X_4X_7X_{10} + X_3X_4X_5X_9$ .

$$\begin{aligned} Pr(g) = & x_3x_2x_1 + x_3x_2x_1'x_4x_8 + x_3x_2x_1'x_4x_8'x_5x_9 \\ & + x_3x_2x_1'x_4x_8'x_5x_9'x_7x_6 + x_3x_2x_1'x_4x_8'x_5x_9'x_7x_6'x_{10} \\ & + x_3x_2x_1'x_4x_8'x_5x_9'x_7x_6 + x_3x_2x_1'x_4x_8'x_5x_9'x_7x_6'x_{10} + x_3x_2x_1'x_4x_8' \\ & x_5x_9 \\ & + x_3'x_2x_1x_8 + x_3'x_2x_1'x_4x_8x_7 + x_3'x_2x_1'x_4x_8'x_5x_9. \end{aligned} \quad (10)$$

그림4의 이진 결정도에서 (식10)을 얻기 위해서는 실제 곱셈의 갯수는 27개이며 덧셈의 갯수는 9개이다. 반면 [17]에서는 곱셈의 갯수가 35개이고 덧셈의 갯수는 8개이다.

여러 논문에서 비교의 대상이 되는 그림5의 단순화한 ARPA net<sup>[10]</sup>의 경우, 이에 대한 경로 집합은 표1과 같고, 본 논문의 방법으로 신뢰도 식을 유도할 경우 표2와 같이 59개의 항으로 구성되며 이진 결정도에서 곱셈의 갯수는 128개이고 덧셈의 갯수는 46개이다. Abraham 방법을 개선한 연구 결과인<sup>[10]</sup>에

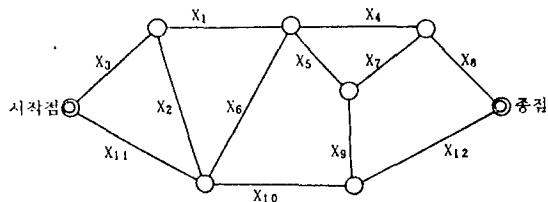


그림 5. 단순화한 ARPA net[8]  
Fig. 5. Simplified ARPA net [8].

표 2. 그림5에 대한 배타적인 항들의 집합  
**Table 2.** Complete set of disjoint products for network of fig. 5.

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>	X <sub>8</sub>	X <sub>9</sub>	X <sub>10</sub>	X <sub>11</sub>	X <sub>12</sub>
1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	1
2	1	-	1	1	-	-	-	1	-	-	-	-
3	-	-	-	1	-	1	-	1	-	-	1	-
4	-	1	1	-	-	-	-	-	-	1	-	1
5	1	-	1	-	1	-	1	1	-	-	-	-
6	-	1	1	1	-	1	-	1	-	-	-	-
7	1	-	1	-	1	-	-	-	1	-	-	1
8	-	-	-	-	-	-	1	1	1	1	1	-
9	-	-	-	-	1	1	-	-	1	-	1	1
10	1	-	1	-	-	1	-	-	-	-	1	-
11	1	1	-	1	-	-	-	1	-	-	1	-
12	-	-	-	-	1	1	1	1	-	-	1	-
13	1	1	-	-	1	-	1	1	-	-	1	-
14	-	1	1	-	1	1	1	1	-	-	-	-
15	1	-	1	1	-	-	1	-	1	-	-	1
16	-	-	-	1	1	-	-	1	1	1	1	-
17	1	1	-	-	1	-	-	-	1	-	1	1
18	-	-	-	1	-	1	1	-	1	-	1	1
19	-	1	1	-	-	-	1	1	1	1	-	-
20	-	1	1	-	1	1	-	-	1	-	-	1
21	1	1	-	1	-	-	1	-	1	-	1	1
22	-	1	1	1	1	-	-	1	1	1	-	-
23	-	1	1	1	-	1	1	-	1	-	-	1
24	1	-	1	-	-	1	1	1	1	1	-	-

표 1. 그림5에 대한 경로 집합  
Table 1. Path sets in network of fig. 5.

X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>	X <sub>8</sub>	X <sub>9</sub>	X <sub>10</sub>	X <sub>11</sub>	X <sub>12</sub>
-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	1	1
-	-	-	-	1	1	-	-	1	0	1	1
-	-	-	1	1	1	-	1	0	0	1	1
-	-	-	0	1	1	1	1	0	0	1	1
1	1	-	-	1	0	-	-	1	0	1	1
1	1	-	1	1	0	-	1	0	0	1	1
1	1	-	0	1	0	1	1	0	0	1	1

X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>	X <sub>8</sub>	X <sub>9</sub>	X <sub>10</sub>	X <sub>11</sub>	X <sub>12</sub>
1	0	1	-	1	0	-	-	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	-	1	0	0	1	1
1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1
-	-	-	1	0	1	-	1	-	0	1	1
1	1	-	1	0	0	-	1	-	0	1	1
1	0	1	1	0	0	-	1	-	0	1	1
-	-	-	1	0	1	1	0	1	0	1	1
1	1	-	1	0	0	1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1
-	-	-	1	-	1	-	1	-	-	1	0
1	1	-	1	-	0	-	1	-	-	1	0
1	0	1	1	-	0	-	1	-	-	1	0
1	0	0	1	1	0	-	1	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0
0	0	-	1	1	0	-	1	1	1	1	0
0	-	-	1	0	0	1	1	1	1	1	0
-	-	-	0	1	1	1	1	-	-	1	0
1	1	-	0	1	0	1	1	-	-	1	0
1	0	1	0	1	0	1	1	-	-	1	0
1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0
0	-	-	0	1	0	1	1	1	1	1	0
-	-	-	0	0	-	1	1	1	1	1	0
-	1	1	-	-	-	-	-	-	1	0	1
1	1	1	1	-	-	-	1	-	0	0	1
1	1	1	1	1	-	-	0	1	0	0	1
1	1	1	1	0	-	1	0	1	0	0	1
1	1	1	0	1	-	-	-	1	0	0	1
1	1	1	0	1	-	1	1	0	0	0	1
0	1	1	1	1	-	1	-	1	-	0	1
0	1	1	1	1	1	-	0	1	0	0	1
0	1	1	1	0	1	1	-	-	1	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1
1	1	1	0	1	-	-	-	1	-	-	0
0	1	1	1	1	-	1	-	1	-	-	0
0	1	1	1	1	0	-	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0
1	1	1	0	1	-	1	1	-	-	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1	-	-	0	0
0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0
-	1	1	0	0	-	1	1	1	1	1	0
1	0	1	1	-	-	-	1	-	-	0	-
1	0	1	0	1	-	1	1	-	-	0	-
1	0	1	0	1	-	0	1	1	-	0	1
1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1	-	1	-	1	0	1
1	0	1	-	1	-	-	0	1	-	0	1
1	0	1	1	0	-	1	0	1	-	0	1
1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1
1	0	1	0	0	1	-	0	1	1	0	1
1	0	1	-	1	-	-	0	1	-	0	1

서는 60개의 항으로 구성되며 곱셈의 갯수는 502 개이고 덧셈의 갯수는 59개인데, 이와 비교해 보면 본 논문의 이진 결정도를 이용한 방법이 개념적으로 쉽고 단순하며 효율적이라는 것을 알 수 있다. 또한 이진 결정도를 구성할 때 병행 처리할 수 있다는 장점이 있다. 이렇게 곱셈의 갯수가 줄어든 이유는 이진 결정도 자체에서 한번 곱셈한 결과를 계속 반복 사용할 수 있기 때문이다.

## VI. 결 론

시스템의 신뢰도 분석에서 2개 특정 정점간에 통신이 가능할 신뢰도를 얻고자 할 때, 시스템을 경로 집합으로 구성한 부울함수로 표현하고 이를 이진 결정도로 변환한 후, 그 이진 결정도에서 곧바로 시스템 신뢰도를 산정할 수 있는 방법을 제안하였다. 이 방법은 개념적으로 쉽고 간단하며, 상호 배타적인 곱항의 갯수가 상대적으로 적을 뿐만 아니라 계산량에서도 효율적이다. 특히 시스템 신뢰도를 계산할 때 산술적인 연산의 갯수를 줄이므로써 계산 시간을 단축할 수 있다. 이는 이진 결정도에서 한번 곱셈한 결과를 계속 반복 사용할 수 있기 때문이다. 또한 이진 결정도를 구성할 때에도 매단계에서 병렬 처리가 가능하다는 장점이 있다.

## 參 考 文 獻

- [2] P.M. Lin, B.J. Leon, and T.C. Huang, "A new algorithm for symbolic system reliability analysis," *IEEE Tr. on Reliability*, vol. R-25, no. 1, pp. 2-15, April 1976.
- [2] R.S. Wilkov, "Analysis and design of reliable computer networks," *IEEE Tr. on Communications*, vol. COM-20, no. 3, pp. 660-678, June 1972.
- [3] L. Fratta and U.G. Montanari, "A Boolean algebra method for computing the terminal reliability in a communication network," *IEEE Tr. on Circuit Theory* vol. CT-20, no. 3, pp. 203-211, May 1973.
- [4] K.K. Aggarwal, K.B. Misra, and J.S. Gupta, "A fast algorithm for reliability evaluation," *IEEE Trans. on Reliability*, vol. R-24, no. 1, pp. 83-85, April 1975.
- [5] A. Agrawal and R.E. Barlow, "A survey of network reliability and domination theory," *Operations Research*, vol. 32, no. 3, pp. 478-492, May-June 1984.
- [6] M.O. Locks, "Recursive disjoint products: A review of three algorithms," *IEEE Tr. on Reliability*, vol. R-31, no. 1, pp. 33-35, April 1982.
- [7] B.H. Jo and H.Y. Hwang, "Output signal probability from a combinational circuit," *KITE, IEICE and IEEE Proceedings JTC-CSCC'90*, pp. 117-122, Dec. 1990.
- [8] B.H. Jo and H.Y. Hwang, "Output probability from a general combinational network," *Microelectronics and Reliability Journal, Great Britain*, vol. 32, no. 1, 1992. to be published.
- [9] J.A. Abraham, "An improved algorithm for network reliability," *IEEE Tr. on Reliability*, vol. R-28, no. 1, pp. 58-61, April 1979.
- [10] M.O. Locks, "A minimizing algorithm for sum of disjoint products," *IEEE Tr. on Reliability*, vol. R-36, no. 4, pp. 445-453, Oct. 1987.
- [11] S.B. Akers, "Binary Decision Diagrams," *IEEE Tr. on Comp.*, vol. C-27, pp. 509-516, June 1978.
- [12] M.O. Locks, "Inverting and minimalizing path sets and cut sets," *IEEE Tr. on Reliability*, vol. R-27, no. 2, pp. 107-109, June 1978.
- [13] K.K. Aggarwal, J.S. Gupta, and K.B. Misra, "A simple method for reliability evaluation of a communication systems," *IEEE Tr. on Communications*, vol. COM-23, pp. 563-566, May 1975.
- [14] S.J. Friedman and K.J. Supowit, "Finding the Optimal Variable Ordering for Binary Decision Diagrams," *IEEE Tr. on Comp.*, vol. C-39, no. 5, pp. 710-713, May 1990.
- [15] M. Silvia and R. David, "Binary decision graphs for implementation of Boolean functions," *IEE Proc.* vol. 132, Pt. E. No. 3, pp. 175-185, May 1985.
- [16] 조병호, 황희용, "일반적인 조합 회로망의 출력 확률 계산," 전기학회논문지, 제40권 제5호, pp 540-545, May 1991.
- [17] C.C. Fong and J.A. Buzacott, "An algorithm for symbolic reliability computation with path-sets or cut-sets," *IEEE Tr. on Reliability*, vol. R-36, no. 1, pp. 34-37, April 1987.

---

著 者 紹 介

---



趙炳鎬(正會員)

1953年 1月 7日生. 1978年 고려대학교 공대 전자전산공학과 공학사. 1983年 서울대학교 대학원 컴퓨터공학과 공학석사. 1987年 서울대학교 대학원 컴퓨터공학과 박사과정수료. 1977年~1987年: 금성통신(주) 연구소 소프트웨어연구실 연구원. 1981年~1984年 경원공업전문대학 전산과 전임강사. 1983年~1984年 경원공업전문대학 전산실 실장. 1984年~현재 서울 산업대학 전자계산학과 조교수. 주관심분야는 Operating System, System Reliability, Test Generation 등임.



黃熙隆(正會員)

1934年 3月 3日生. 1960年 서울대학교 공대 전기공학과 공학사. 1964年 서울대학교 대학원 전기공학과 공학석사. 1980年 서울대학교 대학원 전기공학과 공학박사. 1980年~1983年 서울대학교 전자계산소 소장. 1983年~1984年 Florida Institute of Technology 객원교수. 1986年~1989年 서울대학교 공대 컴퓨터공학과 학과장. 1968年~현재 서울대학교 공대 컴퓨터공학과 교수. 1989年~현재 서울대 컴퓨터 신기술 공동연구소 소장. 주관심분야는 AI, Image Processing, Pattern and Speech Recognition Neural Networks, System Reliability 등임.