

사면의 3차원 안정해석에 관한 연구

A Study on the Three-Dimensional Stability Analysis of the Slope

김 영 수*¹
Kim, Young-Su
백 영 식*²
Paik, Young-Shik
서 인 식*³
Seo, In-Sik

Abstract

This paper presents the three-dimensional stability analysis of the homogeneous, isotropic soil slopes.

Rotational slides are assumed with a cylindroid central part terminated with log-spiral curved ends. The ratio of three-dimensional minimum factor of safety to two-dimensional case is examined and factor of safety changes are showed for the ratio of cylinder length to slope height.

On such bases the following conclusions may be made:

1. Factors of safety computed for 3-D geometry differ considerably from ordinary 2-D factor of safety. Since F_{s3}/F_{s2} exceeds unity, three-dimensional effects tend to increase the factor of safety.
2. As L_c/H increase, the value of F_{s3}/F_{s2} decreases.
3. The ratio of F_{s3}/F_{s2} appears to be very sensitive to c and ϕ values.

요 지

본 연구는 균질하고 등방인 $c-\phi$ 흙 사면에 대한 3차원 안정해석을 제시한다. 회전 활동면의 중앙부는 cylindroid 이고 양쪽 끝단은 대수나선곡선의 회전으로 생긴 모양을 사용하였다.

2차원 최소안전율에 대한 3차원 최소안전율의 비를 조사하였고, 사면높이에 대한 cylindroid 길이의 비에 따른 안전율의 변화를 검토하였다.

*¹ 정회원, 경북대학교 공과대학 토목공학과 부교수

*² 정회원, 경북대학교 공과대학 토목공학과 교수

*³ 정회원, 경북대학교 대학원 토목공학과 박사과정

이러한 것을 기초로 다음의 결과가 얻어졌다.

1. 3차원에 대해 계산한 안전율은 2차원 안전율과는 상당히 다르다.
 F_{s3}/F_{s2} 가 1.0을 초과하므로 3차원효과는 안전율을 증가시키는 경향이 있다.
2. L_c/H 가 증가함에 따라 F_{s3}/F_{s2} 의 값은 감소하였다.
3. F_{s3}/F_{s2} 의 값은 전단강도정수 c 와 ϕ 의 값에 매우 민감한 것으로 나타났다.

1. 서 론

사면의 파괴형상은 매우 복잡한 형태이나, 주로 원호 파괴면에 대해서 많은 연구가 수행되어 왔다. 이러한 비원호 파괴면에 대한 사면안정 해석은 수학적 해석과 모형개발이 매우 복잡하고 어려워 이에 관한 연구가 별로 없었으나, 최근 컴퓨터의 활용에 의해서 활발하게 진행되고 있다.^{5,6)}

사면파괴형상이 여러가지 형태로 나타난다는 것은 현장조사와 모형실험에 의하여 밝혀지고 있다. 특히 균질이고 등방성인 사면에서 임계 파괴면의 형태는 대수나선 이거나 비원호이고, 여러 층으로 형성된 사면에서도 임계파괴면은 복합대수나선이거나 복합직선이 된다는 것이 이론적인 해석에 의하여 밝혀지고 있다. 또한 사면 안정해석에 있어서 실용적 목적을 위해 보통 2차원적으로 고려되어져왔다. 즉, 파괴면의 폭이 무한히 크다고 가정하고, 그래서 3차원 또는 끝단 효과가 무시되어 왔다. 그러나 모든 사면 활동은 유한한 크기를 갖고 그래서 3차원 효과가 중요하다. 그러나 2차원사면안정에 관한 방대한 문헌에 비하여 3차원 해석을 한것은 얼마되지 않는다.

최근에는 Hutchinson, Anagnosti, Baligh & Azzouz,¹⁾ Hovland⁴⁾ 그리고 Chen & Chameau²⁾가 배수와 비배수 조건에 대해 3차원 사면안정 해석 방법을 제안하여 왔다. 그리고 Baligh & Azzouz에 의하면, 끝단효과를 고려하면 안전율이 4%~40%까지 증가한다고 한다.¹⁾ 또한 Vanmarcke¹²⁾는 확률론적 해석도 하였다. Leschinsky, Baker & Silver 그리고 Ugai¹¹⁾등

은 3차원 파괴면을 결정하기 위해 변분적계산법을 사용했다.

Azzouz & Baligh가 Cone과 Ellipsoid로 이루어진 끝단면을 사용하여 같은 형태의 문제를 해석하고 Gens, Hutchinson & Cavounidis³⁾가 Hyperbola, Straight line, Exponential, Parabola와 Ellipse 형태의 곡선을 가진 끝단면으로 해석하였다. 그러나, 대수나선곡선을 끝단형상으로 사용된 연구는 없었다.

본 연구에서는 사면 파괴체의 형상이 중앙부는 cylindroid 이고 양 끝단은 대수나선곡선을 회전하여 생긴 것을 사용하여 안정해석의 Program을 개발했다. 그리고 개발된 프로그램을 사용하여 각종 매개변수들에 따른 안전율의 변화를 조사하였다.

2. 기본이론

2.1. 대수나선 파괴면

대수나선 곡선은 파괴면을 이루는 모든 점들이 파괴면과의 수직성분과 내부마찰각 ϕ 를 이루면서 곡선을 형성하는 것이다. 일반적인 곡선은 $r=r_0e^{\theta \tan \phi}$ 인데 비하여 이 연구에서는 중심각이 커짐에 따라 곡선 반경이 감소하는 $r=r_0e^{-\theta \tan \phi}$ 를 이용하였다.

그림에서 접선 시점의 반경 r_0 에서 중심각 θ 를 취하면 다음과 같다.

$$\frac{-dr}{rd\theta} = \tan \phi \dots\dots\dots(1)$$

(1)식을 적분하면

$$\int_{r_0}^r \frac{-dr}{r} = \tan \phi \int_0^\theta d\theta \dots\dots\dots(2)$$

$$\ln \frac{r}{r_0} = -\theta \tan \phi \dots\dots\dots(3)$$

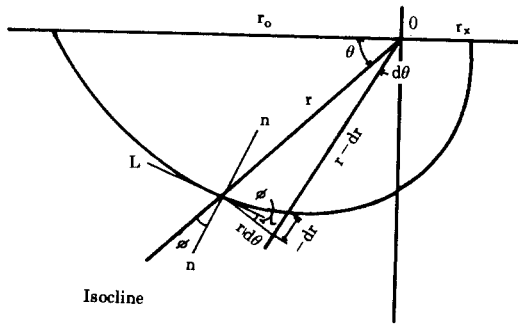


그림 1. 대수나선곡선

$$r = r_o e^{-\theta \tan \phi} \dots\dots\dots(4)$$

가 되고 곡선의 형태는 내부마찰각 ϕ 의 함수이다.

여기서 r : 중심각 θ 일때의 곡선반경

r_o : 곡선시점의 반경

e : 자연대수의 밑

θ : 중심각

ϕ : 흙의 내부 마찰각

2.2 안전율

2.2.1. 2차원 안전율

한 절편의 폭을 dx 라 하면,

그 무게 dW 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$dW = \gamma_t z dx \dots\dots\dots(5)$$

여기서, γ_t 는 흙의 습윤 단위 중량, z 는 파괴면으로부터 지표면까지의 수직거리이다.

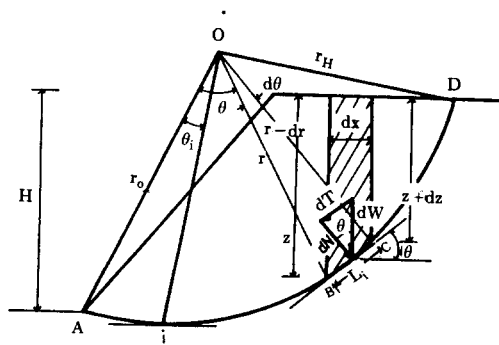


그림 2. 파괴면의 미소요소에 작용하는 힘

i 번째 절편의 무게 dW_i 의 수직과 접선방향의 성분은 다음과 같다.

$$dN_i = dW_i \cos \epsilon_i$$

$$dT_i = dW_i \sin \epsilon_i \dots\dots\dots(6)$$

파괴면의 미분요소 dL_i 에 작용하는 파괴를 일으키려는 힘 dS_i 와 저항하려는 힘 dR_i 는 다음과 같다.

$$dS_i = dT_i$$

$$dR_i = dN_i \tan \phi + c dL_i \dots\dots\dots(7)$$

식(7)을 Capacity와 Demand로 나타내면

$$D_i = dS_i$$

$$C_i = dR_i \dots\dots\dots(8)$$

이 되고, 그러므로 전체 사면에 대한 안전율은 다음과 같다.

$$F_{s2} = \frac{\sum C_i / \sum D_i}{\sum dW_i \cdot \cos \epsilon_i \cdot \tan \phi + c \cdot dL_i} \dots\dots\dots(9)$$

여기서, dW_i : 각 절편의 중량

dL_i : 각 절편에서의 파괴면의 길이

ϵ_i : 각 절편의 저면접선이 수평면과 이루는 각으로서, 다음과 같다.

$$\epsilon = \tan^{-1} \left[\frac{(\sin(\theta - \theta_o) - \tan \phi \cos(\theta - \theta_o))}{(\cos(\theta - \theta_o) + \tan \phi \sin(\theta - \theta_o))} \right] \dots\dots(10)$$

2.2.2. 3차원 안전율

그림 3은 대수나선곡선으로 이루어진 cylindroid 부분과 대수나선곡선의 회전으로 생기는 모양을 끝단으로 하는 3차원 사면파괴체이다.

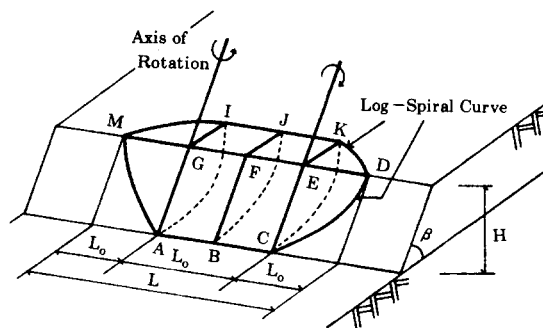


그림 3. 곡선으로 된 끝단을 가진 cylindroid 모양의 3차원 파괴체

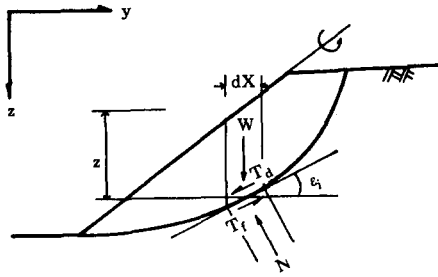


그림 4. 3차원 사면 단면도

3차원 안전율은 끝단의 효과(end effect)를 고려한 안전율로서 다음과 같다.

$$F_{s3} = \frac{T_d}{T_f} = \frac{\sum (dW \cdot \cos \varepsilon_i \cdot \tan \phi + c \cdot dA)}{\sum (dW \cdot \sin \varepsilon_i)} \dots \dots \dots (11)$$

여기서, dA는 하나의 3차원 사면파괴체 절편의 저면 면적을 나타내고, ε 는 연직방향 합력과 파괴면에 수직인 방향이 이루는 각이며 dW는 미소 사면파괴체의 무게이다.

3. 해석방법

3.1. 파괴면의 위치

파괴면의 모양은 대수나선곡선이라 가정하

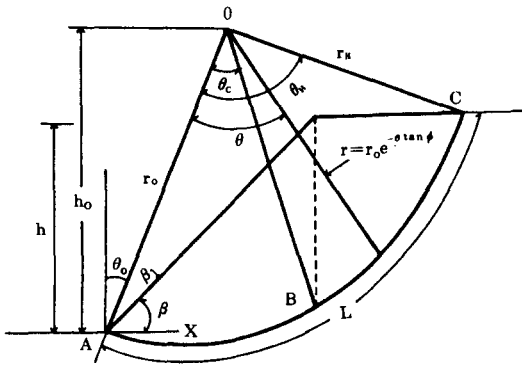


그림 5. 파괴면의 모양

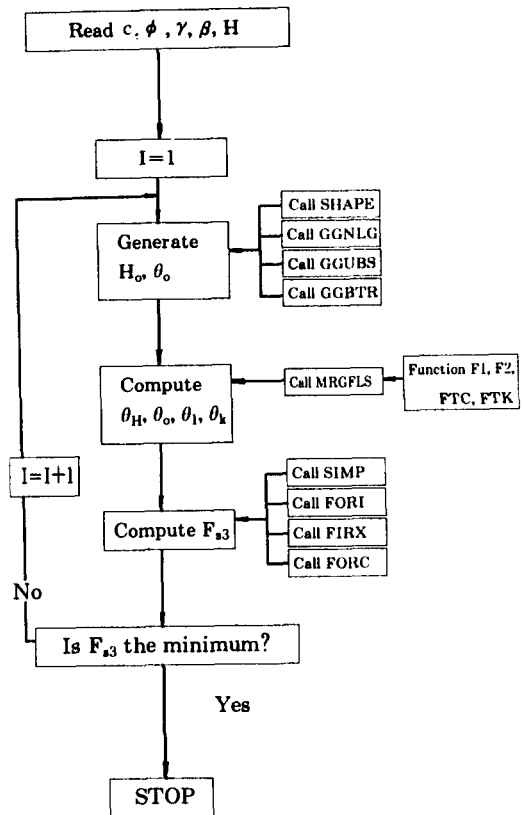
고, 그 위치는 흙의 내부마찰각 ϕ 와 그 극점의 두 극좌표(h_0, θ_0)에 관계한다. h_0, θ_0 는 사면의 높이 h와 경사각 β 의 함수이다.

h_0, θ_0 는 일반적인 베타분포를 하는 무작위 변수로 취급된다.

3.2. 프로그램의 구성

본 연구에서 사용한 프로그램 중 main program과 function 8개는 개발하였고, 대수정규분포와 베타분포의 난수발생 subroutine인 GGNLG와 GGBTR 그리고 다른 subroutine 4개는 기존의 개발된 software를 이용하였다.

그리고 main program의 flow chart는 다음과 같다.



4. 예제적용

4.1. 사면의 종단면도와 계수

사면안정의 해석을 위해 그림에서 보여주는 값을 가지는 균질한 흙 사면에 대해 해석을 하였다.

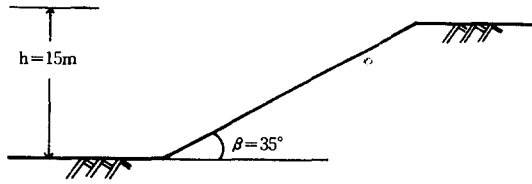


그림 7. 사면의 종단면도

사면의 높이 H는 15m 경사각 β 는 35°로 가정하였다.

그리고 흙의 습윤단위 중량 γ_t 는 18 kN/m³으로 가정하였으며, 파괴면의 두 극좌표의 h_0 는 최대값이 35m, 최소값은 15m, 평균값은 25m, 표준편차는 3.0m로 가정하였고, θ_0 는 최대값이 36°, 최소값은 16°, 평균값은 26°, 표준편차는 3.0°로 가정하여 1,000개의 극점을 택하였다.

4.2. 안정해석의 결과 및 고찰

위에서 가정한 종단면도를 가지고 점착력 (c), 내부마찰각(ϕ), 사면의 경사각(β), cylinder의 길이(L_c)를 변화시키면서 2차원 안전율 및 3차원 안전율과 안전율 비를 알아본 결과 다음과 같았다.

표 1에서는 내부 마찰각이 30°일때 점착력을 0-20kN/m²으로 변화시키면서 안전율을 조사하였고, 점착력을 10kN/m²으로 하고 내부 마찰각을 20-40°로 변화시키면서 안전율을 조사하였다. 그리고 그 결과를 그림 8과 그림 9에 나타내었다.

위의 표와 그림들을 살펴보면 점착력과 마찰각이 커짐에 따라 2차원 및 3차원 안전율 비

표 1. 점착력(c), 내부마찰각(ϕ)의 변화에 따른 안전율

c(KN/m ²)	ϕ (°)	F _{s2}	F _{s3}	F _{s3} /F _{s2}
0	30	0.88	0.93	1.06
5		1.12	1.31	1.17
10		1.31	1.62	1.23
15		1.49	1.89	1.27
20		1.65	2.13	1.29
10	20	0.95	1.13	1.19
	25	1.13	1.38	1.22
	30	1.31	1.62	1.23
	35	1.52	1.86	1.23
	40	1.74	2.12	1.22

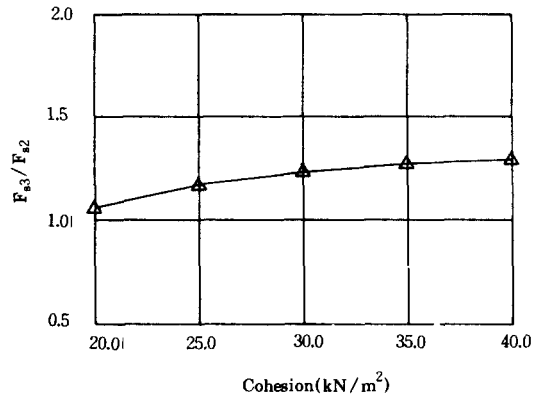


그림 8. 점착력에 따른 안전율비의 변화

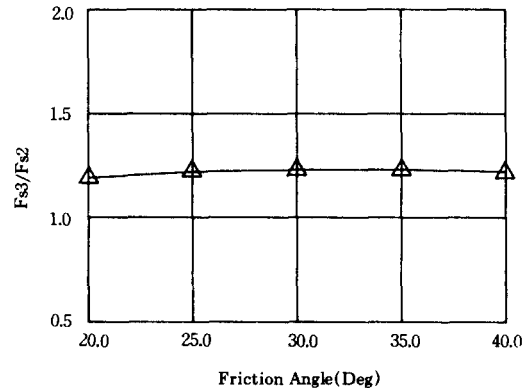


그림 9. 내부 마찰각에 따른 안전율비의 변화

(F_{s3}/F_{s2}) 가 커짐을 알 수 있고, 그 안전율의 비는 c 값이 커짐에 따라 증가하였고 ϕ 값 증가시 F_{s3}/F_{s2} 의 비가 감소하나 그 차이는 극히 미소하였다.

표 2와 그림 10에서는 사면의 경사각의 변화에 따른 3차원 안전율의 변화를 알아보았다. 그 결과 경사각이 커짐에 따라 안전율은 감소하였다.

표 2. 사면의 경사각(β)의 변화에 따른 3차원 최소안전율

$\beta(^{\circ})$	30	35	40	45	50
F_{s3}	1.84	1.62	1.47	1.30	1.26

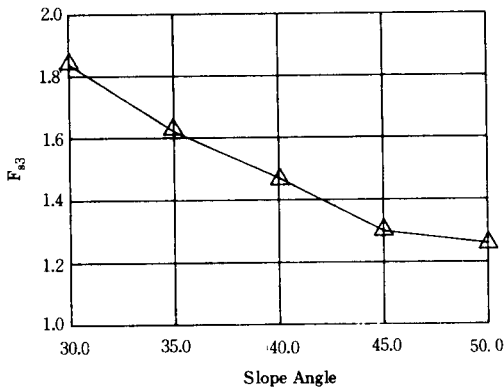


그림 10. 사면의 경사각에 따른 3차원 안전율의 변화

표 3과 그림 11에서는 사면의 각 구간별 절편의 수에 따른 3차원 최소안전율을 조사하여 보았다. 그 결과를 보면 절편의 수가 8개 정도면 안전율은 수렴하였다.

표 4와 그림 12에서는 사면 높이에 대한 cylindroid의 길이의 비에 따라서 내부마찰각을 다르게 하여 3차원 최소안전율을 알아보았다.

표와 그림들을 살펴보면 L_c/H 가 커짐에 따라 안전율은 점점 작아졌다.

이것은 cylindroid의 길이가 길어질수록 3차원 효과가 줄어든다는 것을 나타내며, 만약

표 3. Slice수에 따른 3차원 최소안전율의 변화

Slice 수	2	4	6	8	10	12	14
F_{s3} $\phi = 30^{\circ}$	2.34	2.15	2.10	2.07	2.05	2.04	2.03
F_{s3} $\phi = 35^{\circ}$	2.80	2.61	2.55	2.51	2.49	2.48	2.47

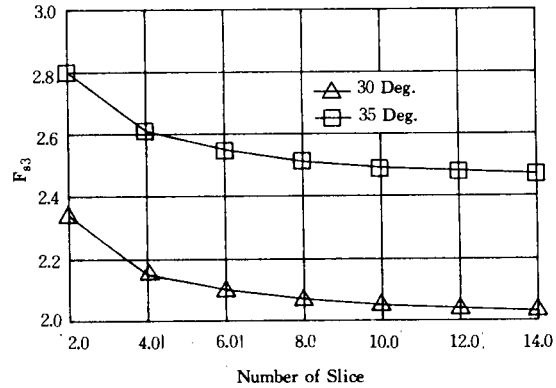


그림 11. 절편수에 따른 3차원 안전율

표 4. L_c/H 의 변화에 따른 3차원 최소안전율의 변화

L_c/H	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
F_{s3} $\phi = 30^{\circ}$	1.63	1.58	1.55	1.52	1.50	1.48	1.47	1.46	1.45	1.44
F_{s3} $\phi = 35^{\circ}$	1.87	1.80	1.76	1.73	1.70	1.69	1.64	1.66	1.66	1.64

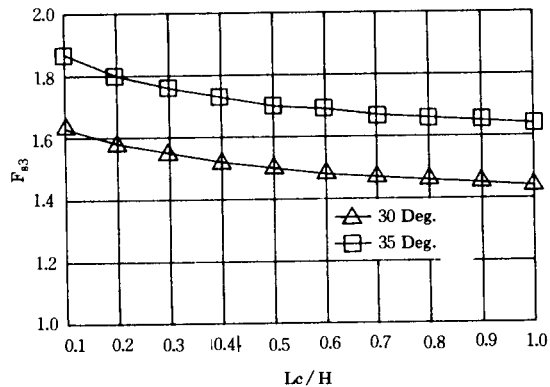


그림 12. cylindroid 길이의 비에 따른 3차원 안전율 변화

cylindroid의 길이가 무한히 커진다면 2차원 안전율과 같아진다는 것을 의미한다.

표 5와 그림 13에서는 사면 높이에 대한 cylindroid의 길이의 비에 따라서 3차원 최소안전율과 안전율 비의 변화를 알아보았다.

표와 그림들을 살펴보면 L_c/H 가 커짐에 따라 안전율 비는 점점 작아졌다.

이것은 마찬가지로 cylindroid의 길이가 길어질수록 3차원 효과가 줄어든다는 것을 나타내며, 만약 cylindroid의 길이가 무한히 커진다면 안전율비는 1.0에 가까워 질 것이다.

표 5. L_c/H 의 변화에 따른 F_{s3}/F_{s2} 의 변화

L_c/H	0.0	0.5	1.0	2.0	4.0
F_{s3}	1.62	1.50	1.44	1.40	1.37
F_{s3}/F_{s2}	1.24	1.15	1.10	1.07	1.05

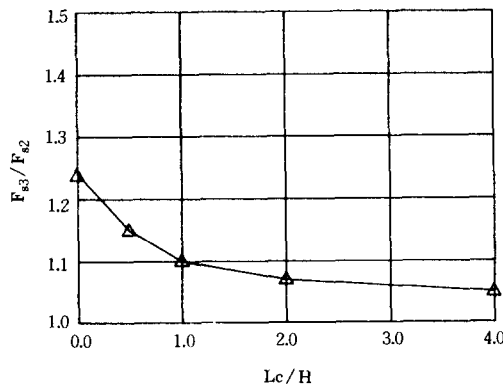


그림 13. cylindroid 길이의 비에 따른 안전율 비의 변화

5. 결 론

본 연구는 균질하고 등방인 단순 흙 사면에 대한 3차원 안정해석을 하였다.

또한 끝단 효과를 고려하기 위하여 사면 파괴의 모양을 cylindroid 중앙부에 대수나선 곡선의 회전에 의해 생기는 모양을 붙여진 것으로 가정하였다. 이를 기초로 얻어진 결과는 다음과 같다.

- (1) 사면의 3차원 안전율은 2차원 안전율과는 다르다. F_{s3}/F_{s2} 는 1.0을 초과하므로, 3차원 효과는 사면의 안전율을 증가시키는 효과가 있다.
- (2) L_c/H 가 증가함에 따라 F_{s3}/F_{s2} 는 감소하였고, L_c/H 가 ∞ 로 되면 3차원 안전율은 2차원 안전율에 가까워 질 것이다.
- (3) F_{s3}/F_{s2} 는 c 와 ϕ 의 값에 대단히 민감하였다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단의 1991년도 박사과정 학위논문 연구비 지원을 받아 이루어졌으며 이에 깊은 감사를 드린다.

참고문헌

1. Baligh, M.M. & Azzouz, A.S., (1975), "End effects on Stability of Cohesive Slope", J. Geotech. Eng. Div. Am. Soc. Civ. Enger 101, GT11, 1105-1117.
2. Chen, R.H. & Chameau, J. L., (1983), "Three-dimensional Limit Equilibrium Analayaia of Slope", Geotechnique 33. NO. 1, 31-40.
3. Gens, A., Hutchinson, J. N. & Cavounidis, S., (1988), "Three-dimensional Analysis of Slides in Cohesive Soils", Geotechnique 38, No.1, 1-23.
4. Hovland, H.T., (1977), "Three-dimensional Slope Stability Analysis Method", J. Geotech. Eng. Div. Am. Soc. Civ. Enger 103, GT9, 971-986.
5. Kim, Y.S., (1988), "Probabilistic Analysis of the Stability of Soil Slopes", Proc. of the Koreans Society of Civil Eng., Vol.8, No.3, Sep., 85-90.
6. Kim, Y.S., (1988), "Probabilistic Analysis of Slope Stability for Progressive Failure", Journal of the Korea Society of

- Geotechnical Eng., Vol.4, No.2, Jun, pp. 5-14.
7. Lefebvre. G., and Duncan, J.M.,(1973), "Three-dimensional Finite Element Analysis of Dams", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 99, No. SM7, Proc. Paper 9857, July, pp.207-212.
 8. Sherard. J. L., et al.,(1963), Earth and Earth-Rock Dams, John Wiley and Sons. inc. New York, N.Y.
 9. Spncer, e.,(1969), "Circular and Logarithmic Spiral Slip Surface", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol.95, NO.SM1, Proc. Paper 6361, Jan., pp.227-234.
 10. Taylor. D.W.,(1948), Fundamentals of Soil Mechanics. John Wiley and Sons, Inc. New York, N.Y.
 11. Ugai, K.,(1985), "Three-dimensional Stability Analysis of Vertical Cohesive Slopes", Soils and Foundations 25, No. 3, 41-48.
 12. Vanmarcke, E.H.,(1977), "On the Reliability of Earth-slopes", J. Geotech. Eng. Div. Am. Sco. Civ. Enger 103, GT11, 1247-1265.
 13. Wright, S., Kulhaway, F., and Duncan J., (1973), "Accuracy of Equilibrium Slope Stability Analysis." Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, Vol.99, No. SM10, Proc. Paper 10097, Oct., pp.783-791.

(접수일자 1991. 10. 15)