

# P.C 박스거더 교량의 최적설계

## Optimum Design of Prestressed Concrete Box Girder Bridges

방 명 석\*  
 Zang, Myung-Suk  
 김 일 곤\*\*  
 Kim, Il-Kon  
 조 현 준\*\*  
 Cho, Hyun-Joon

### 요 약

캔틸레버공법으로 가설되는 P.C 박스거더 교량에 적용할 수 있는 최적설계 기법을 개발하였다. 최적설계 문제는 제약조건이 없는 비선형문제이며 해석방법은 Nelder-Mead 방법을 사용하였다. 해석결과는 국내에 가설되어 있는 교량들의 설계값과 비교하였으며 만족할 만한 결과를 주었다. 개발된 프로그램은 등단면교량에만 적용이 가능하고 변단면 교량에서는 사용할 수 없다.

### Abstract

This study focus on the development of optimization techniques to prestressed concrete box girder bridges erected in cantilever construction method. Optimization techniques are used to find optimal cross sections, i.e., those having minimum cost for such bridges. The problem is treated as an unconstrained nonlinear programming problem and the program has been developed to compute the objective function and optimal value. Numerical results are verified by the data of existing bridges.

### 1. 서론

P.C 박스거더교량은 다른 교량형식과 비교하여 미관이 우수하고 구조적인 효율성이 뛰어난 뿐만 아니라 시공조건에 맞는 다양한 가설공법이 개발되어 있어서 최근에 국내외에서 가장 많이 시공되고 있는 교량이다. 특히 장대교량이나 곡선교량에서는 다른 교량에 비하여 경제적으로 우수하고 가

설환경이 열악한 경우에도 동바리와 같은 가설재가 불필요한 공법이 개발되어 있어서 시공성이 매우 뛰어나다. 국내에서는 1980년에 한강상의 원효대교가 캔틸레버 공법에 의하여 가설된 이래로 수많은 교량이 사용중이거나 가설중에 있다. 또한 이 교량에 대한 설계기술도 과거 10여년간의 시행착오를 통하여 상당한 수준에 도달하였고 독자적인 기술개발 및 적용의 단계에 도달하였다. 그러

\* 정회원, 한국건설기술연구원 구조연구실, 공박  
 \*\* 한국건설기술연구원 구조연구실

이논문에 대한 토론을 1992년 3월 31일까지 본학회에 보내 주시면 1992년 9월호에 그결과를 게재하겠습니다.

나 아직도 부분적으로는 여러분야에 문제점이 남아 있고 연구사례도 미흡한 실정이다.

본 연구에서는 이러한 문제점 중에서 박스거더 교량의 횡방향해석에 대한 설계방법을 제시하고자 한다. 단순한 연속보 설계인 중방향 설계와는 달리 횡방향설계는 초기치수, 구조적인 형상, 프리스트레스 긴장재의 양등을 결정하는데 많은 어려움이 있다. 이를 위해 Lacey 등은 최적설계법을 도입하였으나<sup>1)</sup> 국내의 경우에는 아직 이에 대한 연구결과가 없는 실정이다. 본 연구에서는 국내의 설계기준 및 캔틸레버공법(Cantilever Method)에 맞는 박스거더교량의 횡단면 최적설계 프로그램을 개발하였으며, 이를 이용하여 구한 결과물을 외국자료 및 국내설계사례들과 비교하였다.

### 2. 설계변수와 목적함수

박스단면을 최적화 하기 위하여는 <그림 1>에 보이는 단면치수들 뿐만 아니라 긴장재의 양, 중방향 지간길이의 모든 값이 설계변수가 될 수 있다. 그러나 본 연구에서는 최적화 대상이 될 수 있는 모든 설계변수들 중에서 한정된 변수만을 독립변수(Independent Variables)로 선정하고, 제반 조건이나 기준에 의해서 결정되는 값들은 상수(Constants)로, 설계변수가 결정되면 자동으로 결정되는 값들을 종속변수(Dependent Variables)로 구분하였다. <표 1>은 이러한 변수들의 분류를 보여주고 있다.

목적함수(Object Function)는 <표 1>의 설계변수들로 구성되는 재료비로 식(1)과 같이 독립변수의 함수로 나타낼 수 있다.

$$C = F(b_1, b_2, b_3, d) \quad (1)$$

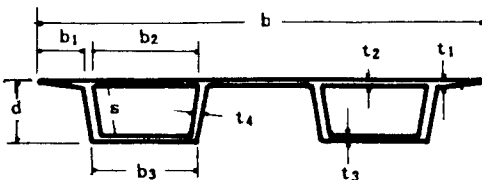


그림 1. 박스거더의 횡단면

표 1. 설계변수의 분류

종 류	변 수	내 용
상 수	b	교폭
	t <sub>4</sub>	복부(Web)두께
	t <sub>f, min</sub>	상하부 플랜지(Flange)의 최소두께(20cm) <sup>2)</sup>
독립변수	b <sub>1</sub>	캔틸레버부 길이
	b <sub>2</sub>	상부 플랜지의 복부간 거리
	b <sub>3</sub>	하부 플랜지의 폭
	d	단면높이
종속변수	s	복부의 경사길이
	t <sub>1</sub>	캔틸레버부의 웨브접속부 두께
	t <sub>2</sub>	상부 플랜지의 복부연결부 두께
	t <sub>3</sub>	하부 플랜지의 두께
	A <sub>s</sub>	긴장재 면적

식(1)은 최적설계문제 중에서 무제약비선형문제(Unconstrained Nonlinear Programming Problem)로, 독립변수들에 대한 제약조건식은 없다. 본 연구에서는 목적함수의 최적값을 구하기 위하여 다음과 같이 설계단순화(Design Simplifications)를 하였다. 1) 횡단면에서의 필렛(Fillets)은 무시한다. 2) 긴장재 이외의 철근은 별도로 계산하지 않고 전체 콘크리트 물량에 대한 일정비율로 고려한다. 3) 긴장재의 중심은 최적치를 구하는 동안 긴장재 면적의 증감에 영향을 받지 않는 것으로 가정한다. 이러한 단순화는 설계와 공사비 산정에 크게 영향을 미칠 수도 있다. 그러나 본 연구의 목적은 최종 설계값을 찾는 데 있는 것이 아니라 재료비를 최소화할 수 있는 초기치수를 결정하는데 있다. 즉, 단순화가 독립변수에는 크게 영향을 미치지 않는다.

### 3. 목적함수(Object Function)의 유도

본 연구에서는 캔틸레버 공법으로 가설되는 3경간(L+2L+L)박스거더 교량의 목적함수를 유도하고자 한다. 사하중과 활하중(충격하중 포함)에 의한 정모멘트(M<sub>i</sub>)와 슬래브두께(t<sub>1</sub>, t<sub>2</sub>)는 식(2), (3)과 같다.

$$M_i = 0.85 \phi \sigma_{ck} b t_i^2 = R b t_i^2 \quad (i=1,2) \quad (2)$$

$$t_i = t_s + t_i = t_s + \sqrt{M_i/R} \quad (3)$$

여기에서  $\phi$ 는 휨강도 감소계수,  $\sigma_{ck}$ 는 콘크리트의 압축강도,  $b$ 는 종방향의 단위길이(1m),  $d$ 는 상부슬래브로부터 긴장재까지의 팔길이,  $R(=0.85\phi\sigma_{ck})$ 은 모멘트계수이며,  $t_s$ 는 슬래브의 피복두께이다. 지점부근에서 바닥슬래브 두께는 공사중에 발생하는 최대 부모멘트( $M_2$ )에 대하여 설계한다.

$$M_2 = 1.2 M_D + 1.8 M_L \quad (4)$$

$$t_s = M_2 / (0.85 \phi \sigma_{ck} b d) \quad (5)$$

한 분절씩 타설되는 동안 발생하는 최대 사하중모멘트( $M_3$ )와 극한모멘트( $M_2$ )에 의한 긴장재량  $A_{11}$ ,  $A_{12}$ 를 비교하여 큰 값을 선택함으로써 상부에 배치되는 긴장재의 면적을 결정한다. 이때에 걸리는 사하중은 전 사하중의 60%만 재하된 것으로 가정한다.  $A_{11}$ ,  $A_{12}$ 는 식(6), (7)과 같이 구할 수 있다.

$$A_{11} = M_3 / (d_s \cdot \sigma_{pe}) \quad (6)$$

$$A_{12} = M_2 / (\phi \cdot d \cdot \sigma_{pu}) \quad (7)$$

여기에서  $d_s$ 는 긴장재의 편심량이고,  $\sigma_{pe}$ 는 긴장재의 유효응력(Effective Stress),  $\sigma_{pu}$ 는 극한응력이다. 위의 값들은 <그림 2>에 보여지고 있다. 바닥슬래브의 긴장재량( $A_2$ )은 지간 중앙에서의 극한모멘트에 대해서 설계하며 이때 상·하부 긴장재에 의한 2차 모멘트(Secondary Moment)의 영향을 고려한다. 상부구조의 단위길이당 공사비를 추정하기 위하여 위에서 구한  $A_1$ ( $A_{11}$  혹은  $A_{12}$ )과  $A_2$ 를 단위길이 (1m)당 긴장재량으로 환산한다.

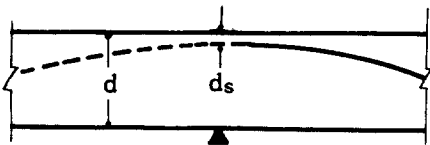


그림 2. 지점의 Tendon 배치

$$A_s = \alpha A_1 + \beta A_2 \quad (8)$$

여기에서  $\alpha$ ,  $\beta$ 는 환산계수로서 반복계산 결과 지간 전체의 긴장재량은 위에서 계산된 긴장재량의 약 45~50%를 분포시킨 값과 일치하였다.

목적함수를 유도하기 위해서는 긴장재량과 함

계 철근량, 콘크리트 물량, 추가공사비 등이 고려되어야 한다. 철근량은 별도로 계산하지 않고 전체 콘크리트 단면적의 일정비율만 고려하였으며 기타 재료단가와 공사비는 시중가를 조사하여 사용하였다.<sup>9)</sup>

최종적으로 유도된 목적함수는 다음과 같다.

$$C = F(b_1, b_2, b_3, d) = 5.656 A_c + 576 A_s + \alpha \quad (9)$$

여기에서  $A_c$ 는 독립변수로 표현되는 콘크리트 단면적이고,  $A_s$ 는 긴장재량이며,  $\alpha$ 는 철근 (Rebar) 비용을 포함한 추가비용을 나타낸다.

#### 4. 최적화방법(Optimal Solution Method)

최종적으로 유도된 목적함수가 제약조건(Constrained Conditions)이 없는 비선형문제이고, 연속인 일차도함수가 존재하지 않거나 산출하기 어려운 경우에는 “Derivative-Free Method” 혹은 “Search Method”로 알려져 있는 방법들을 사용해야 한다.<sup>4)</sup> 본 연구에서는 위의 방법으로 알려져 있는 “Nelder-Mead Method”를 사용하였다. 이 방법은 n차원 공간에서 n+1 개의 점의 집합으로 만들어지는 도형 Simplex를 이용하여 최소화하려는 함수  $f(x)$ 를 극소점으로 이동시키면서 각점에 대한 함수  $f(x_i)$ 의 편차로 수렴여부를 판정하는 방법으로서 목적함수의 등고선(Contours)이 단순(Regular)할 경우에는 해의 수렴속도가 빠르고 정확도도 높았으나 복잡할(Irregular) 경우에는 최소값(Global Minimum Value) 대신에 극소값(Local Minimum Value)을 도출하였다.

#### 5. 수치해석 및 결과분석

본 연구에서 개발된 프로그램은 독립변수에 대한 초기치를 입력하면 반복작업에 의하여 최적치를 찾을 수 있다. 최적치는 입력되는 초기치에 따라서 해의 정확도가 결정되며 해를 찾기 위한 계산시간도 큰 영향을 받는다. 또한 프로그램을 실행시켰을 때 얻은 결과가 국부적인 해가 아닌지 항상 검토해야 한다. <표 2>는 초기치를 변화시키

표 2. 초기치의 변화에 따른 수렴도 비교( $C=5.656A_c+576A_s$ )

No.	Initial Value(cm)				Optimal Sol. (cm)				Tendon 량 (kg/m <sup>2</sup> )	Object Function (× 1,000원)
	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	d	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	d		
1	200	300	240	200	195	280	265	174	14.09	350.059
2	210	310	250	210	195	281	265	174	14.09	350.059
3	190	320	240	150	195	281	265	174	14.09	350.059
4	180	330	230	250	194	281	266	174	14.09	350.059
5	220	280	240	220	194	281	265	174	14.09	350.059
6	240	250	240	200	201	276	269	171	14.09	350.059
7	260	250	240	170	195	280	264	175	14.09	350.059
8	150	350	240	170	194	281	264	174	14.09	350.059
9	150	300	206	150	184	290	298	179	13.45	350.059

설계조건

$$\sigma_k = 350\text{kg/cm}^2 \quad \text{Span} = 55.00\text{m}$$

$$\sigma_{pu} = 18,000\text{kg/cm}^2 \quad b = 14.00\text{m}$$

면서 입력하여 실행한 결과이다. No.9에서 b<sub>3</sub>가 b<sub>2</sub>보다 크게 나온 것을 제외하면 대부분의 선택치가 일정한 값을 향해서 수렴하고 있음을 알 수 있다. 즉 초기치를 바꾸어 가면서 해를 비교함으로써 해의 정확성을 확인하는 방법이다. 또 하나의 방법은 <그림 3>에 보여지는 것처럼 등경비선(Cost Contour Lines)을 작성하는 방법이 있지만, 이는 매 문제마다 이를 작성해야 하는 번거로움이 있으므로 이용하기가 곤란하다.

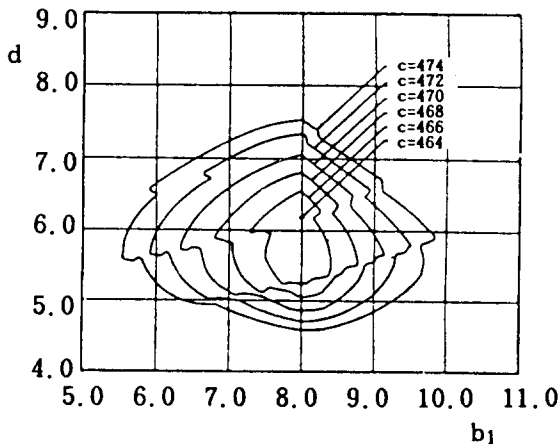


그림 3. 등경비선

<표 3>은 <표 2>와 같은 목적함수( $C=5.656A_c+576A_s+\alpha$ )를 기준으로 하여 긴장재의 가격을 10% 증가시켰을 때 ( $C=5.656A_c+634A_s+\alpha$ )의

표 3. 긴장재 가격이 10% 증가한 경우

No.	Optimal Sol. (cm)				Tendon 량 (kg/m <sup>2</sup> )	Object Function (× 1,000원)
	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	d		
1	195	280	259	180	13.66	361.105
2	196	280	257	180	13.66	361.108
3	192	283	261	180	13.66	361.110
4	195	289	298	185	13.04	360.208
5	193	282	257	181	13.66	361.112
6	193	283	259	179	13.71	361.167

표 4. Tendon 가격상승에 따른 횡단면 치수의 변수

C=5.656A <sub>c</sub> +576A <sub>s</sub>	10% 증가			20% 증가			30% 증가		
	d	b <sub>3</sub>	(%)	d	b <sub>3</sub>	(%)	d	b <sub>3</sub>	(%)
174cm (No.1)	180	259	(3.4%)	189	249	(8.6%)	194	246	(11.5%)
265cm (No.1)	259	259	(2.2%)	249	249	(6.0%)	246	246	(7.2%)

결과를 보여 주고 있다. 긴장재의 가격만을 상승시켰기 때문에 긴장재의 사용량이 감소한 반면에, 동일한 모멘트에 저항하기 위한 단면의 높이(d) 즉, 모멘트 팔길이가 증가되었다. 또한 모멘트팔길이가 증가하였기 때문에 동일한 모멘트에 저항하기 위하여 바닥슬래브의 두께(t<sub>3</sub>)가 감소되었다. 긴장재 가격상승에 따른 단면의 높이(d)와 바닥슬래브폭(b<sub>3</sub>)의 증감을 <표 4>가 보여주고 있다.

<표 5>는 <표 2>의 목적함수( $C=5.656A_c+576A_s+\alpha$ )를 기준으로 하여 콘크리트 가격을 10% 증가시켰을 때 ( $C=6.22A_c+576A_s+\alpha$ )의

표 5. 콘크리트 가격이 10% 증가한 경우

No.	Optimal Sol. (cm)				Tendon량 (kg / m <sup>2</sup> )	Object Function (×1,000원)
	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	d		
1	198	280	264	165	14.54	398.562
2	193	284	278	165	14.49	397.220
3	201	275	273	168	14.33	397.329
4	196	280	277	166	14.49	397.234
5	187	288	278	165	14.49	397.234
6	193	283	259	165	14.54	398.539

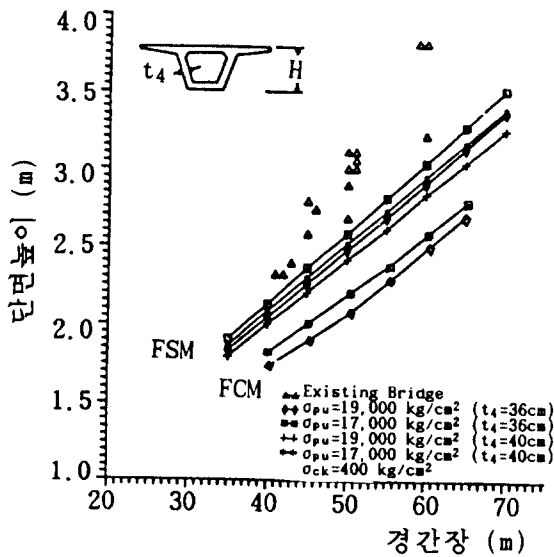


그림 4. 경간장과 단면높이의 관계

횡단면치수의 변화를 나타낸 것으로 <표 3>과 반대되는 현상을 보임을 알 수 있다. <표 3>과 <표 5>의 해석결과를 분석해 보면 재료의 가격상승에 따른 단면치수 및 최적치의 변화 경향을 알 수 있다. 또한 이 결과를 바탕으로 재료의 수급상황에 따른 공사비의 증감을 예측할 수 있다.

<그림 4>는 일실(One Cell) 박스거더교량에 대해서 경간장의 변화에 따른 단면높이의 변화를, 국내에 기 가설되어 있는 교량의 설계결과와 함께 본 연구결과를 표시한 것이다. 여기에서 FSM(Full Staging Method)은 동바리를 설치하고 타설한 경우이며 FCM(Free Cantilever Method)은 본 연구에서 수행한 캔틸레버공법의 설계 결과이다. 북부두께(35~45cm)와 긴장재의 극한강도( $\sigma_{pu}$

=17,000~19,000kg/cm<sup>2</sup>)를 변화시키면서 본 프로그램을 사용하여 설계한 결과는 기 가설되어 있는 교량들의 형고비(H/L)보다 약간 작은 값을 보여주고 있다. 또한 동바리공법(FSM)보다 캔틸레버공법(FCM)의 결과가 낮은 형고비의 값을 보여주고 있다. 참고로 미국의 PCI(Prestressed Concrete Institute)와 PTI(Post Tensioning Institute)에서 제시하는 형고비를 보면 PCI에서는 박스의 실(Cell)에 관계없이 18~25의 값이며, PTI에서는 일실(One Cell)과 이실(Two Cells)일 경우에는 22~25, 그 이상일 경우에는 25~29이다.<sup>5,6)</sup> 본 프로그램의 설계결과와 비교해 보면 FCM인 경우에 PCI나 PTI의 추천값과 매우 일치함을 보여주고 있다. 그러나 기 설계된 교량들이나 FSM의 결과는 위의 추천치보다 크게 안전치임을 알 수 있다.

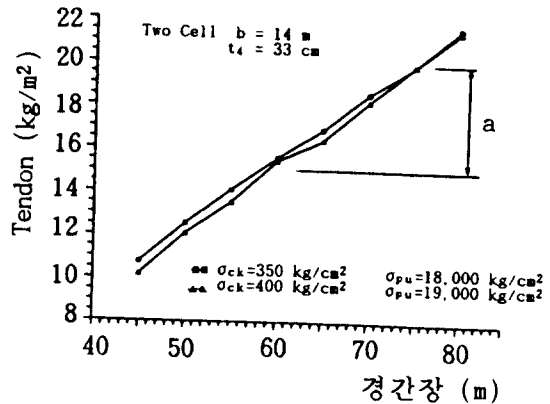


그림 5. 경간장과 Tendon량의 관계

<그림 5>는 경간장(Span Length)의 변화에 따른 긴장재 사용량의 상관관계를 본 연구에서 개발된 프로그램으로 설계한 결과를 보여주고 있다. 기 가설되어 있는 P.C 박스거더 교량들의 긴장재 사용량이 15~20kg/m<sup>2</sup>인 점과 비교해 보면(그림에서 a구간) 비교적 잘 일치함을 알 수 있다.

## 6. 결론

무제약비선형문제(Unconstrained Nonlinear Programming Problem)로서 교량단면의 최적설계문제가 성공적으로 다루어 졌다. 구해진 해들은

모든 하중상태에서 바람직한 결과를 보여 주고 있다. 사용된 수치해석방법(Nelder-Mead Method)은 효과적이고 모든 경우에 수렴성을 보여 주었다. 교폭이 14.0mm인 일실(One Cell) 박스거더 교량의 경우에 상부슬래브 내민부분(Cantilever Part)의 최적설계값은 1.95 m로서 이는 표준트럭하중(축간거리 1.8 m)의 한쪽 차륜만이 재하될 수 있는 최소값을 보여 주고 있다. 하부슬래브의 값은 복부가 경사짐(Sloped)을 보여준다. 캔틸레버 공법으로 설계된 3경간 연속보의 경우에 본 연구에서 얻어진 형고비(L/H)는 25이다. 이 값은 국내에 기 가설되고 있는 값들 보다 약간 크다.

본 연구에서 개발된 프로그램은 단면의 높이가 일정한 교량에서 동바리공법이나 캔틸레버 공법으로 가설한 경우에 좋은 결과를 주고 있으나 변 단면 교량이나 압출공법 등으로 가설되는 경우에는 적용 가능한 최적설계 프로그램의 개발이 필요

할 것으로 사료된다.

## 참 고 문 헌

1. G.C. Lacey, J.E. Breen, "The Design and Optimization of Segmentally Precast Prestressed Box Girder Bridges", Univ. of Texas Austin, 1975.
2. "도로교 표준시방서", 건설부, 1983.
3. 방명석, 김일근, 조현준, "교량의 계획설계에 관한 연구", 한국건설기술연구원, 1990.
4. J.C. Arora, "Introduction to Optimum Design", McGraw-Hill Book Company, 1989.
5. "Post-Tensioned Box Girder Manual", Post-Tensioning Institute, 1978.
6. "Precast Segmental Box Girder Bridge Manual", Post-Tensioning Institute & Prestressed Concrete Institute, 1978.

(접수일자 : 1991. 8. 2)