

계측자료에 근거한 터널문제의 역해석

김 문 겸*

1. 지반문제의 응력해석

터널을 포함한 지반 문제에 있어서의 응력해석은 다음과 같은 일련의 주 단계로 구성된다.

- (1) 주어진 일반적 자료와 현장 또는 실험실 시험자료에 근거하여, 해석하고자 하는 실제의 물리적 계의 기본적 특성을 정의한다.
- (2) 적절한 모형 기법에 의하여 실제 계의 수치모형을 구성한다. 이 모형은 몇 개의 방정식(예를 들면, 탄성론에 의한 간편한 해)으로 이루어 질 수도 있고, 유한요소 이산화의 경우와 같이 선형 또는 비선형인 대규모의 방정식계로 이루어 질 수도 있다.
- (3) 수치모형에 필요한 매개변수의 값을 산정한다. 이를 위하여 제1단계에서 수행한 것에 추가하여 계측을 실시할 수 있다.
- (4) 제2단계에서 구성한 방정식에 의해 지배되는 문제를 해석하여 변위, 응력, 변형률 등의 분포를 구하고, 이를 기준으로 설계를 완성한다.

이러한 과정을 수행하는데 있어서 설계자는 두 가지 종류의 결정을 하여야 한다. 그 하나는 모형화기법에 대한 선택이다. 즉,

- ① 유한차분, 경제적분식, 유한요소 등 이산화의 방법
- ② 단일 위상(single phase: 고체) 또는 복합

위상(double phase: 고체골격과 공극유체) 등 재료의 형태

- ③ 탄성, 탄소성, 점탄성 등 재료의 모형
- ④ 미소변형률, 대변형률 등 변형률의 범위를 선택하여야 한다. 두번째의 선택은 적절한 입력자료의 수치값에 대한 것이다. 즉,
 - ① 지반의 층, 하중재하위치, 경계위치 등 지반 문제의 형태를 정의하는 기하학적 자료
 - ② 구성법칙에 사용되는 매개변수의 값
 - ③ 재하하중, 물체력, 초기응력 등의 크기가 그것이다. 모형화기법에 대한 선택은 주로 실험이나 경험에 기준하게 되는데 반하여, 입력자료에 대한 선택은 실제계에서 얻을 수 있는 정량적인 자료와 깊이 관련된다.

실제문제를 수치적으로 모형화하고 구조거동을 이해하기 위해서는 지반 내의 초기응력 상태와 지반재료의 재료특성(material properties)를 정확히 반영하여야 한다. 이들 초기응력과 재료특성은 여러 현장시험방법에 의하여 구할 수 있다. 초기응력을 측정하는데는 응력해방법(stress relief method) 이 가장 일반적이다. 암반체의 변형과 강도특성을 결정하기 위해서는 평판재하시험(plate bearing test)와 직접전단시험(direct shear test)이 많이 사용된다. 그러나, 지반의 이방성 특성으로 인하여 비록 이들 시험이 동일한 지층대에 대해서 수행된다고 하여도 어느 정도의 분산을 갖는 것이 일반적이다. 또한, 지반의 물리적 성질은 구조 형태와 크기에 관련하여 결정되어야 한

* 정회원, 연세대학교 토목공학과 부교수

다. 즉, 현장시험으로부터 얻은 값들이 직접적으로 해석의 입력자료로 이용될 수는 없으며, 시험결과를 판단할 때는 주의가 필요하다.

2. 역해석

상술된 문제점을 극복하기 위하여는 추가적인 현장시험을 실시할 수도 있고, 굴착 또는 시공의 초기단계에 일련의 계측(예를 들면 변위계측)을 실시할 수도 있다. 이 추가의 자료를 입력 매개변수의 수치를 수정하는데 사용하여, 좀더 정확한 응력해석을 실시할 수 있게 된다. 이와 같이 미지의(또는 정확하지 않게 정의된) 매개변수의 값을 정확하게 수정하는 과정을 일반적으로 역해석기법(Calibration or Back Analysis Technique)이라고 한다. 즉, 역해석문제는 다음과 같이 일반적으로 정의된다. 수치모형의 미지량(기하형태, 재료 매개변수, 하중 등)의 값을 결정하여, 이를 실제 계의 응력 해석에 사용하였을 때, 해석되는 거동결과(변위, 응력 등)가 현장계측의 결과와 가능한 한 동일하게 되도록 한다.

만일 역해석이 성공적으로 실제 계의 기본적인 거동을 동일하게 산출해 낼 수 있다면, 이 검정된 모형(calibrated model)은 검정과정에 사용된 것과는 다른 실제 계의 거동을 예측하기 위한 응력해석에 사용될 수 있다.

역해석문제는 “역순법(inverse method)”과 “직접법(direct method)”이라고 불리는 두 가지 방법에 의하여 풀 수 있다.

역삼법에서는 응력해석에서와 반대되는 문제형성을 사용한다. 응력해석문제의 지배방정식을 역으로 하여, 응력해석에서는 기지로 되는 량, 즉 계측으로부터 구해진 자료가 주어지고, 응력해석에서는 기지로 되는 량(예를 들면, 탄성계수)이 미지로 된다. 대부분의 실제 문제에 있어서 현장 계측자료의 수는 미지 매개변수의 수보다 많게 된다. 따라서 미지수보다 많은 계방정식을 얻게 되고, 이는 적절한 최소화 방법에 의하여 해석되어야 한다.

직접법에서 사용하는 문제형식은 응력해석에서와 동일하다. 이 경우 미지 매개변수의 추정값을

응력해석에 사용하고, 계측의 결과와 그에 대응되는 수치해석결과의 차이가 최소화되도록 최소화기법에 의하여 미지 매개변수의 추정값을 수정해 가는 방식에 의하여 역해석문제를 해석한다.

또한 결정론적 방법(deterministic approach)과 확률론적 방법(probabilistic approach)으로 역해석 기법을 구분할 수 있다. 결정론적 방법은 실제 문제에서 일반적으로 높은 정확도로 계측이 이루어지고, 입력자료의 오차에 대하여 수치모형기법이 안정된 경우에 사용될 수 있다. 이에 반하여 계측결과의 불확실성(uncertainty)이 해석결과에 큰 영향을 미치게 되는 경우에는 확률론적 방법이 필수적이게 된다.

3. 터널 문제의 역해석

터널 문제에 대한 역해석 방법에 있어서는 다음과 같은 사항이 고려되어야 한다.

- (1) 터널 막장의 지반지지 효과가 매우 크고, 굴착과 시공 단계가 터널의 구조거동에 미치는 영향이 크다. 따라서 3차원 해석이 필수적이라고 할 수 있다.
- (2) 터널 막장 앞의 지반 응력 상태는 기 시공된 지보재의 응력에 의하여 영향을 받으므로, 지반 응력을 구하기 위해서는 이 영향이 고려되어야 한다.
- (3) 역해석 방법에 의하여 해석되는 결과는 현장계측의 오차에 크게 지배되면 안 된다.
- (4) 지표면의 변위보다는 터널포면 또는 라이닝 표면의 변위를 이용하는 것이 효율적이다.
- (5) 시간 및 경제적인 이유 때문에 역해석이 많은 변위자료에 의존하면 안 된다.

실제 터널 시공에 있어서는 터널 막장을 굴착한 후 쇼트크리트, 강재 지보, rockbolt 등을 새로 드러난 터널내부에 설치하고 이러한 시공단계를 반복하게 된다. 이 시공단계는 터널변위에 큰영향을 미치므로 지반 매개변수를 산정하기 위해서는 이를 고려하는 것이 중요하다. 여기서는 시공단계를 고려하여 탄성계수 E , 포아손 비 ν , 정지토압계수 K 를 최적화기법에 의하여 탄성 역해석하도록

한다. 수직 및 수평초기응력은, 지반의 단위중량을 γ , 지표로부터의 깊이를 h 라고 할 때, 각각 $\sigma_v = \gamma h$, $\sigma_h = K\sigma_v$ 에 의하여 구해지고, 유한요소해석에 있어서 터널장막의 굴착에 의하여 발생되는 절점 하중은 σ_v 와 σ_h 에 의하여 계산된다고 가정한다. 만일 지표가 수평이거나, 측정된 터널 내 변위가 터널축을 통하는 수직평면에 대하여 대칭이라고 하면 이 가정을 받아들일 수 있다.

최적화기법을 사용하는 기본적인 개념은, 만일 해석된 변위 u_i 가 실측변위 u_i^* 와 같아진다면 실제적인 입력자료를 해석에 사용할 수 있게 된다는 것이다. 즉, 다음과 같은 목적함수를 최소화하는 최적화기법에 의하여 실제적인 입력자료를 근사적으로 얻을 수 있다는 것이다.

$$J = \sum_{i=1}^n (u_i - u_i^*)^2 \rightarrow \text{minimum} \quad (1)$$

제한조건:

$$E > 0, 0 < \nu < 0.5, K > 0$$

물론 최적화 방법에 의하여 모든 미지수들을 동시에 찾을 수 있으나, 이 경우 특히 3차원인 경우에는 계산시간이 너무 길어지게 된다. 만일 미지수를 줄일 수 있다면 이에 따라 계산시간을 크게 줄일 수 있으므로 다음과 같은 방법을 사용하도록 한다.

일반적으로 K 의 근사적인 범위를 예측할 수 있으므로 어느 주어진 K 값에 대응되는 최소의 J_{min} 을 구하고, K 값의 변화에 따른 J_{min} 을 그림 1에서와 같이 구한다. 따라서 그림 1로부터 J_{min} 중 최소의 값을 주는 K 의 최적 값을 구할 수 있고, 최적 K 를 식(1)에 대입함에 의하여 최적 E 와 ν 를 계산할 수 있다.

상기 방법을 다음과 같은 예에 의하여 검증하도록 한다. 먼저 터널 막장의 굴착에 의하여 발생되는 복공(lining)의 변위와 응력을 계산하기 위하여 3차원 유한요소 해석을 실시한다. 그림 2는 사용된 유한요소 망, 표 1은 해석조건을 보여 준다. 이 해석은 SA(Sequence Analysis: 단계별 해석)이라고 부르도록 한다.

두번 째로, 터널 막장의 굴착에 의하여 발생된 복공의 배부경계에서의 변위를 기준으로 역해석을

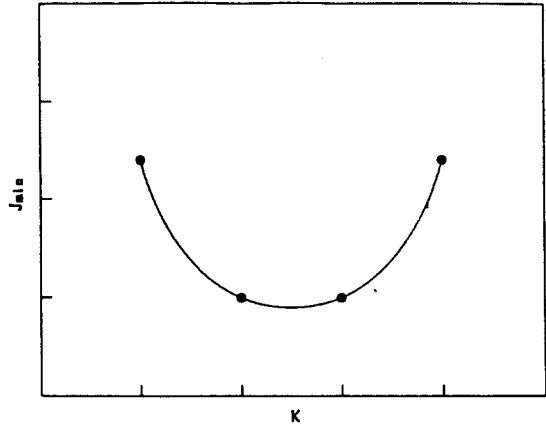


그림 1. J_{min} 과 K 의 관계

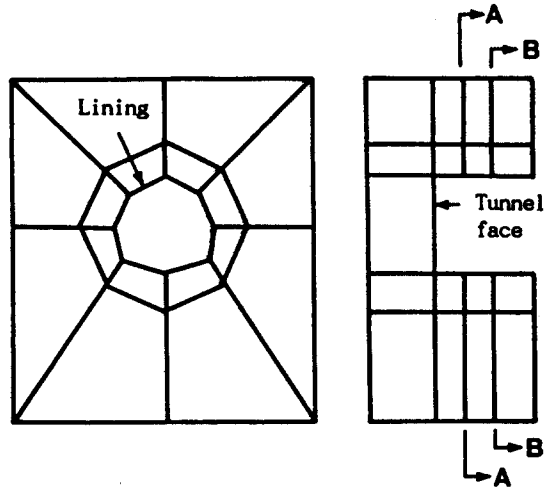


그림 2. 유한요소망

표 1. 해석 조건

최대굴착 폭	10m
터널 축 방향으로의 굴착 길이	2.5m
복공 두께	0.2m
지반의 E	5000tf/m ²
지반의 포아손 비	0.3
정지토압계수	0.5
지반의 단위중량	2tf/m ³
지표로부터의 깊이	100m
복공의 E	2,000,000tf/m ²
복공의 포아손 비	0.15

실시한다. 이 역해석에 있어서 임의로 4개의 K 값을 지정하여 식 (1)에 의하여 4개의 J_{min} 을 계산

하고, K 와 J_{min} 의 관계 및 수렴특성을 그림 3과 같이 구한다. 그림 3으로부터 최소의 J_{min} 값에 대응되는 최적 K 값은 0.5임을 쉽게 구할 수 있다. 따라서 최적 E 와 ν 는 $K=0.5$ 를 식 (1)에 대입하여 구한다. 그림 4는 $K=0.5$ 인 경우에 E 와 ν 의

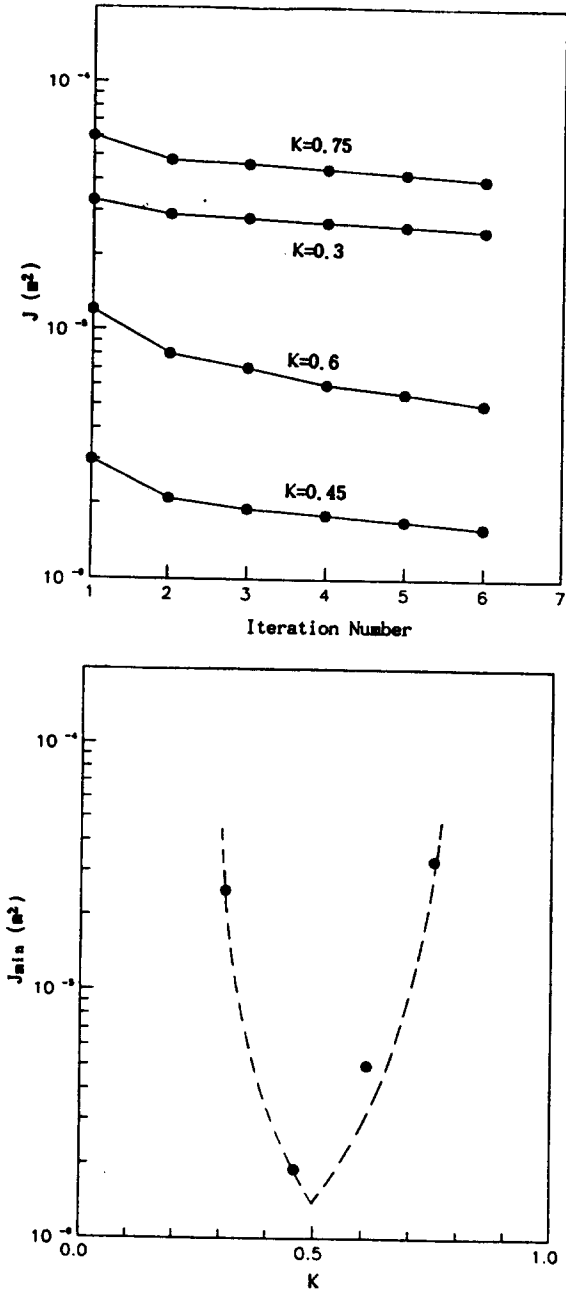


그림 3. J 의 수렴특성과 J_{min} 과 K 의 관계

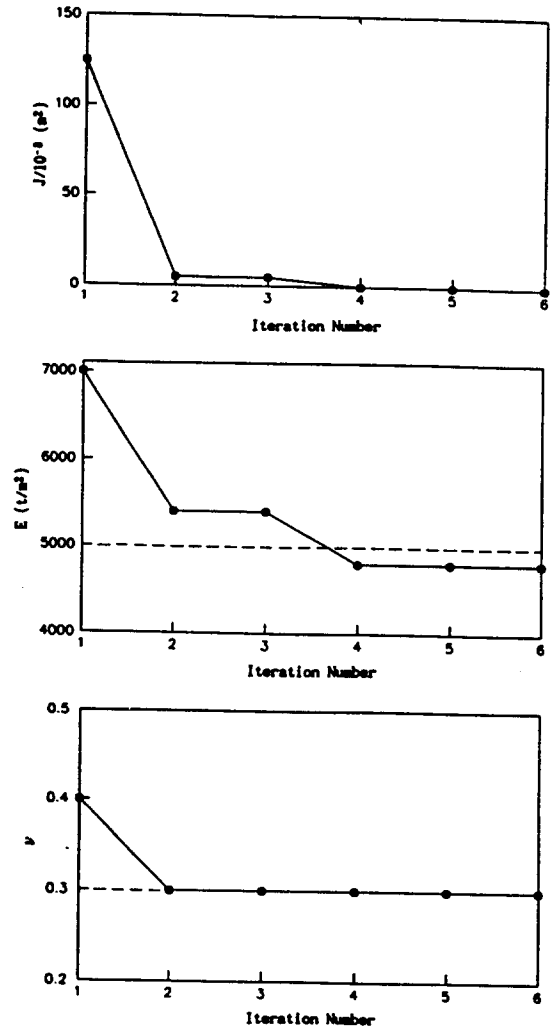


그림 4. $K=0.5$ 인 경우의 J , E , ν 의 수렴특성

수렴특성을 보여 준다. 그림 3과 4의 결과는 본 방법의 정당성을 증명해 준다.

실제의 문제에 이 방법을 적용할 때는 최적 K 값을 구하는데 오차를 피하기 어렵다. 따라서 본 방법의 안정성을 다음과 같이 검토한다. 그림 3으로부터 K 값을 0.45로 추정하여 10%의 오차를 가진 경우를 생각한다. 이에 따라 최적 E 와 ν 는 $K=0.45$ 에 대하여 구하게 된다. 그림 5는 그림 2의 단면 A와 B의 원주방향 법선응력 σ_θ 에 대하여, 실제의 입력자료로 된 SA의 해석결과와 K 값에 10% 오차를 가진 역해석에 의하여 얻어진 입력자료로 된 SA(back)의 결과를 비교하고 있

○ : K=0.5 (SA)
 ● : K=0.45 (SA(back))

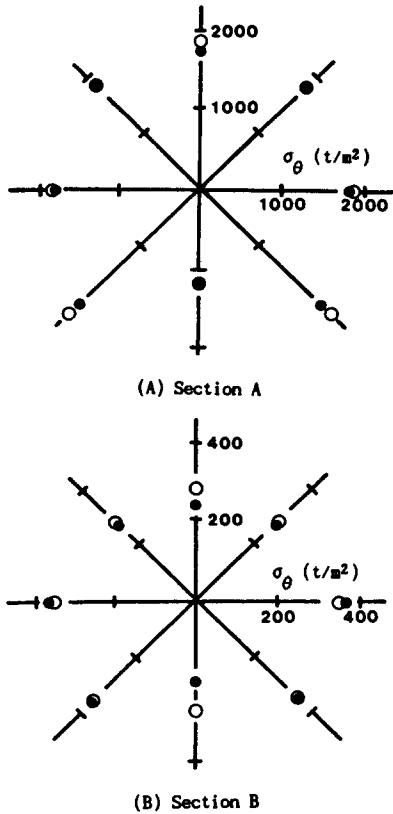


그림 5. 복공에서의 원주방향 법선응력의 비교

1. 그림 5로부터, 비록 최적 K 을 구하는데 오차 1 있더라도 SA(back)으로 구하는 복공응력 σ_θ 가 1정적으로 구해진다는 것을 알 수 있다.

4. 연구동향

역해석에 대한 연구는 Gioda, Cividini, Hisatake, Sakurai^{1, 2, 7, 8)} 등에 의해 주도되어 현재 지하 암반의 안정성 해석에 관한 문제를 포함한 암반공학의 여러문제에 관하여 연구되고 있다. 현재까지 역해석 방법으로는 해석적 방법과 수치해석적 방법을 이용한 직접법과 역삼법이 많이 연구되고 있다.

직접법에 대한 연구는 1980년 Gioda와 Maier⁹⁾에 의해 복잡한 수학적 바탕없이도 비선형 역해

석문제를 다룬 직접법이 연구된 이후에, Cividini, Jurina와 Gioda²⁾에 의하여 실측치와 계산치와의 오차를 목적함수(object function)로 정의하여 이를 최소화함으로써 최적의 미지변수를 구하려는 연구가 있었다. 그러나 목적함수는 일반적으로 비선형이기 때문에 최적의 미지변수를 구하는 방법으로 직접탐색법이 이용되고 있으며, 직접탐색하는 방법으로 Simplex법과 Powell의 방법 및 Rosenbroch의 방법이 연구되기도 하였다^{3, 4, 5)}. 1983년 Yang, Liu와 Wang⁶⁾은 Simplex방법을 이용하여 암반의 탄성계수와 초기지압을 추정하였으며, 1985년 Hisatake⁷⁾은 시간에 의존한 지반의 초기응력과 역학적 상수들을 예측하기 위하여 최적화 기법에 바탕을 둔 역해석 기법을 제안하였으며, 이 방법에는 유한요소법과 Simplex방법이 도입되었다.

역삼법에 대한 연구현황을 살펴 보면, 1981년에 Sakurai⁸⁾는 터널의 안정성 분석을 위하여 계측변위의 정량해석을 도입한 직접 변형률 해석기법을 제안하였는데, 이기법은 응력보다는 변형률의 개념에 기초하고 있으며, 지반에서의 변형률상태는 응력해석을 실시하지 않고 계측된 변위로부터 직접 구한다. 또한 1983년 Sakurai와 Takeuchi⁹⁾은 역삼법을 이용하여 지하 공동구조체의 굴착시 실측한 변위를 가지고 암반의 탄성계수와 초기지압을 추정하였으며, 1986년도에는 터널의 3차원 역해석 개념이 Hisatake¹⁰⁾에 의하여 연구되었고, 역해석의 주요방법인 직접법과 역삼법을 조합하여 해석하는 새로운 방법을 제안하였다. 또한 Sakurai, Deeswasmongkol와 Shing¹¹⁾ 등은 경사면에서의 물성을 계측변위의 역해석을 통하여 추정하였으며, 대상 구조체의 모든 변위거동을 분석하였다.

1988년 이후로는 암반의 이방성과 불균질성을 고려하여 역해석을 실시한 연구들이 진행되어지고 있는데, Lu, Wang과 Huai¹²⁾은 유한요소법에 의한 실제 현장에서의 응력을 검토하기 위하여 역해석 기법을 적용하였으며, Sakurai, Ine와 Shinji¹³⁾는 불연속 암반의 역학적 거동을 해석하려고 유한요소기법에 대한 새로운 구성방정식을 제안하기도 하였다. 그러나 역해석의 주요방법인

직접법과 역삼법은 측정오차를 고려하지 못하기 때문에 이를 보충하기 위하여 확률론적인 이론을 이용한 Bayesian법도 보고되고 있다^{14, 15)}. 또한 최근에와서는 동력학적인 문제에 주로 적용되어 왔던 통계학적 방법인 Kalman filter법을 이용하여 지하 암반구조체의 물성을 추정해내는 연구가 진행되고 있다¹⁶⁾.

참 고 문 헌

1. Gioda, G. and Marier, G., Direct Search Solution of an Inverse Problem in Elastoplasticity : Identification of Cohesion, Friction Angle and In-situ Stress by Pressure Tunnel Tests, *Int. J. Num. Meth. Engng.* Vol.15, 1980. pp.1823-1848.
2. Cividini, A., Jurina, L. and Gioda, G., Some Aspects of Characterization Problems in Geomechanics, *Int. J. Rock Mech. and Mining Sciences & Geomechanics Abstr.*, Vol.18., 1981. pp.487-503.
3. Siddall, J.N., *Opimal engineering design*, Marcel dekker inc., NewYork, 1982.
4. Garret, N.V., *Numerical Optimizaton techniques for engineering design*, Mcgraw Hill, NewYork, 1984.
5. Jay, S.D., and Nassim, R.A., Application of Powell's Conjugate Direction Method to Slope Stability Analysis, *Numerical Methods in Geomech.*, 1988, pp.2115-2120.
6. Yang, Z., Liu, Z. and Wang, S., A Practical Back Analysis Method from Displacements to Estimate Some parameters of a Rock Mass for Design of Underground Openings, *Int. Symp. on Field Measurements in Geomechanics*, Kobe, 1983, pp.1267-1276.
7. Hisatake, M. and Ito, T., Back Analysis for Tunnels by Optimization method, *5th Int. Conference of Numerical Methods in Geomech.*, Nagoya, 1985, pp.1301-1307.
8. Sakurai, S., Direct Strain Evaluation Technique in Construction on Underground Opening, *Proc. 22nd U.S. Rock Mech. Symp.*, MIT, 1981, pp. 278-282.
9. Sakurai, S. and Takeuchi, K., Back Analysis of Measured Displacements of Tunnels, *Rock Mechanics and Rock Engineering*, Vol.16/3, 1983, pp.173-180.
10. Hisatake, M., Three Dimensional Back Analysis for Tunnels, *Proc. of Int. Symp. on Eng. in Complex rock Formation*, beijing, 1986, pp.791-797.
11. Sakurai, S., Deeswasmongkol, N. and Shinji, M., Back Analysis for Determining Material Characteristic in Cut Slopes, *Proc. of Int. Symp. on Eng. in Complex rock Formation*, beijing, 1986, pp.770-776.
12. Lu, J., Wang, C. and Huai, J., FEM Analysis for Rockburst and Its Back Analysis for Determining In-Situ Stress, *Numerical Methods in Geomech.*, Innsbruck, 1988, pp.2065-2074.
13. Sakurai, S., Ine, T. and Shinji, M., Finite Element Analysis of Dicontinuous Geological Materials in Association with Field Observations, *Numerical Methods in Geomech.*, Innsbruck, 1988, pp.2029-2034.
14. Gens, A., Ledesma, A. and Alonso, E.E., Back Analysis Using Prior Information-Application to the Staged Excavation of a Cavern in Rock, *Numerical Methods in Geomech.*, Innsbrck, 1988, pp.2009-2016.
15. Cividini, A. and Nappi, A., Parameter Estimation of a Static Geotechnical Model Using a Bayes' approach, *Int. J. Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol.18, 1983, pp.487-503.
16. Akira, M. andk Takashi, H., Back Analysis Using Kalman Filter-Finite Elements and Opimal Location of Observed Points, *Numerical Methods in Geomech.*, Innsbruck, 1988, pp. 2051-2058.