

# 중심축하중을 받는 구속철근콘크리트 장주의 극한강도해석

## Ultimate Strength Analysis of Restrained Reinforced Concrete Slender Columns under Concentric Load

박 재 윤\*

Park, Jai Oun

김 진 성\*\*

Kim, Jin Sung

### 요 지

본 연구는 철근콘크리트 뼈대구조물의 실제적인 단부경계조건을 고려한 철근콘크리트 기둥에 대한 인접부재의 강성을 비선형기둥과 부합시켜 해석하고, 인접부재의 단부구속효과를 고려한 중심축하중을 받는 장주의 극한강도를 해석하고자 해석모델을 정립하여 보-기둥의 2차강성매트릭스 해석법에 의하여 이론적으로 해석하는데 있다.

### ABSTRACT

The purpose of this study is to analyze concentrically loaded reinforced concrete columns with the restrained effect having rectangular cross-section and general boundary conditions. Accordingly, this investigation is to construct a typical analytical model of the reinforced concrete columns with general boundary conditions. The mechanical components of the analytical model are to be rationally defined so as to model the actual behavior as closely as possible, and the ultimate strength of the reinforced concrete columns are investigated by end restrained effect.

#### 1. 서론

대부분의 철근콘크리트 뼈대구조물의 기둥 단부는 실제 이상활절도 완전고정도 아니다. 기둥

단부는 인접부재에 강하게 접합되어 제한된 회전 변위와 횡방향 변위를 하는 탄성구속집합이다.<sup>1, 2, 3, 4)</sup>

외력이 작용하는 기둥은 단부의 인접부재에

\* 정회원, 관동대학교 토목공학과 교수  
\* 정회원, 인덕공업전문대학 토목과 조교수

이 논문에 대한 토론은 1991년 6월 30일까지 본 학회에 보내주시면 1991년 12월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

의하여 회전변위와 횡방향 변위가 구속을 받는다.

기둥은 축하중과 휨모멘트의 합성력을 받는 부재이다. 그러나 본 연구에서는 중심축하중을 받는 기둥만을 취급했다.

작은 세장비를 가지는 단주는 힘의 평형조건과 변형의 집합조건을 고려하여 해석할 수 있다. 반면에 큰 세장비인 장주는 횡방향 처짐과 축하중에 의한 복합효과로 기둥의 극한강도가 저하된다.<sup>1, 2, 3, 4)</sup>

이 경우의 정확한 해석은 위의 두 조건외에 기둥의 세장효과를 포함시켜야 한다.

비균질, 비탄성 재료인 세장한 철근콘크리트기둥은 횡단면의 응력이 다르고 균열에 의하여 휨강성이 변한다.<sup>3, 4)</sup> 대개의 연구<sup>5)</sup>는 위의 어려움을 극복하기 위하여 수치해석법에 의존하였다. 대부분 철근콘크리트기둥의 연구는 불구속기둥의 경우이고 상단부부의 조건이 다른 기둥과 단부구속조건을 고려한 기둥에 대한 연구는 비교적 적다. 본 연구에서는 실제적인 단부경계조건을 고려한 철근콘크리트기둥의 해석모델을 정립하고, 해석모델에 대한 인접부재의 강성을 합리적으로 해석하였으며 재료의 비선형거동을 포함한 단부회전과 단부이동을 구속하는 인접부재의 구속효과를 고려한 중심축하중을 받는 장주의 극한강도 해석을 보-기둥의 2차강성 매트릭스해법에 의하여 이론적으로 수행하였다.<sup>1, 2, 5)</sup>

## 2. 해석모델

### 2.1 모델의 구성

그림 1은 인접부재의 윤곽을 파선으로 표시했고, 그림 2는 전형적인 내부 철근콘크리트 기둥을 이상화한 해석모델이다.

뼈대 부재의 조건으로 회전에 대한 구속저항을 기둥의 상단부와 하단부에 회전 스프링으로 대치하고, 층의 수평변위에 대한 상단부의 횡방향 구속저항을 횡방향 스프링으로 표시했다.

하중은 강체부재(rigid member)의 단부도심에 작용한다. 기둥은 직사각형 단면이며 기둥의 A-

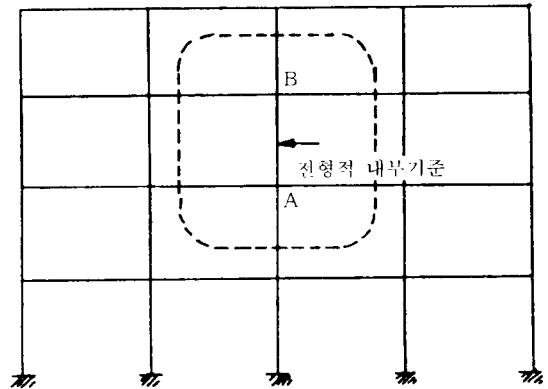


그림 1. 뼈대구조물과 기둥

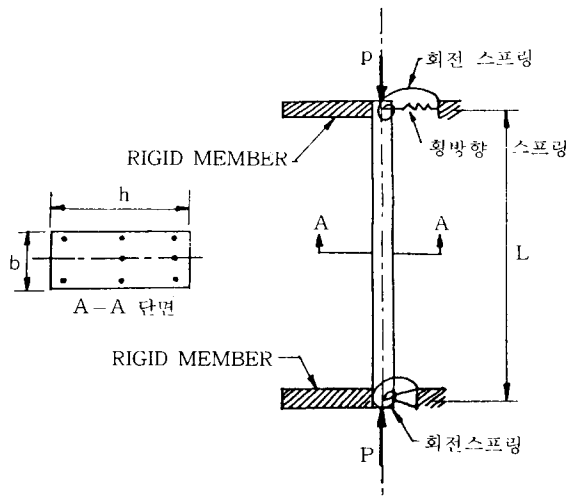


그림 2. 해석모델

A단면에서의 철근배근은 그림에서 나타난 바와 같다. 강축에 대한 철근의 위치, 면적, 갯수는 임의량으로 취하고, 약축에 대하여 대칭으로 가정하였다.

### 2.2 기본가정

본 연구에서 모델의 해석을 위한 기본 가정은 다음과 같다.

1) 콘크리트의 응력-변형도곡선은 그림 3에 보인 것과 같이 Hognestad<sup>6)</sup>가 제안한 곡선을 사용한다.

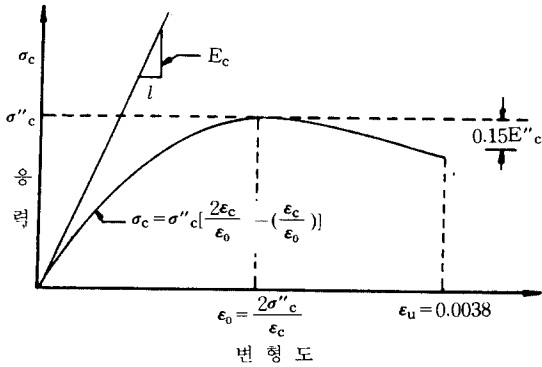


그림 3. 콘크리트에 대한 Hognestad의 응력-변형도 곡선

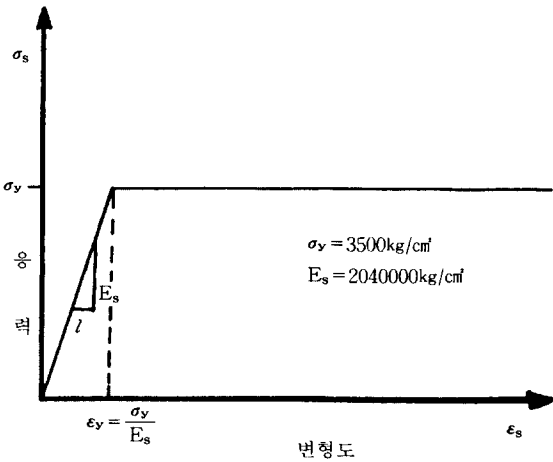


그림 4. 철근의 이상화한 응력-변형도 곡선

2) 철근콘크리트 기둥의 최대 휨압축응력  $\sigma_c''$  은 실험실에서 얻은 원통공시체의 강도  $\sigma_c'$  보다 다짐방법의 차이, 양생조건, 단면의 모양과 크기의 영향 등을 고려하여 일반적으로 작게 취한다. 따라서 철근콘크리트 기둥에 대한  $\sigma_c'' = 0.85\sigma_c'$  로 한다.<sup>3, 4)</sup>

3) 철근의 이상적인 응력-변형도 곡선은 그림 4에 보였다. 본 연구에 이용한 철근의 항복강도는  $\sigma_y = 3500 \text{ kg/cm}^2$  인 SBD35이형철근이다.

4) 콘크리트의 인장강도는 실용성이 적고 신뢰성이 낮아서 무시한다.

5) 철근과 콘크리트의 부착강도는 콘크리트

표준시방서에 의한 정착길이를 조건으로 하고, 철근과 콘크리트 사이는 완전부착으로 가정했다.<sup>3, 4, 7)</sup>

6) 휨에 의한 변형도는 Bernoulli가정<sup>2, 3, 4, 6)</sup>에 따라 선형분포로 한다.

7) 구조해석에서 크리이프와 건조수축의 영향을 무시한다.

8) 단위는 본 연구를 통하여 kg과 cm를 사용한다.

### 2.3 회전스프링의 거동과 모멘트-회전각 관계

철근콘크리트 뼈대구조물의 내부 접합부에 외력 모멘트가 작용하면 이 모멘트는 구속부재와 기둥이 저항한다. 구속부재의 저항은 부재의 치수, 철근의 항복점응력, 철근단면적, 콘크리트 강도, 균열의 크기, 세장의 영향, 하중조건 등 많은 변수를 가지고 있다.

수학적 목적을 위하여 기둥단부의 구속부재 회전강성을 등가 회전스프링으로 대신한다. 전형적인 과소철근보의 모멘트-곡률관계는 철근이 항복점 응력에 도달하면 작은모멘트 증가에도 곡률의 증가는 크다.<sup>5, 8)</sup>

전형적인 회전스프링의 거동은 철근콘크리트 뼈대구조가 checkerboard load를 받아 편심하중을 받는 기둥이 생길때, 구속부재들은 동시에 항복곡률  $\phi_y$ 에 도달하지 못한다.

모든 구속부재가 항복점에 도달한후 회전스프링은 소성이 되고, 추가되는 외력 절점모멘트는 기둥단독으로 저항한다.

단부에 일단 소성스프링이 형성되고, 만약 기둥이 증가하는 하중하에서 파괴되지 아니하고 기둥의 부분에 소성힌지가 형성되면 그 구조는 파괴메카니즘에 도달되어 단부회전은 빠르게 증가한다.

반면에, 스프링모멘트의 증가가 적어도 스프링은 콘크리트 파괴에 의하여 결국 파괴된다.<sup>9)</sup>

본 연구에서는 주변구속부재의 콘크리트가 파괴될때 회전각인 극한회전각은 다음과 같이 선택한다.<sup>2, 9)</sup>

$$\theta_u = 1.5\theta_p \quad (1)$$

여기서,  $\theta_u$  = 극한회전각  
 $\theta_p$  = 소성회전각

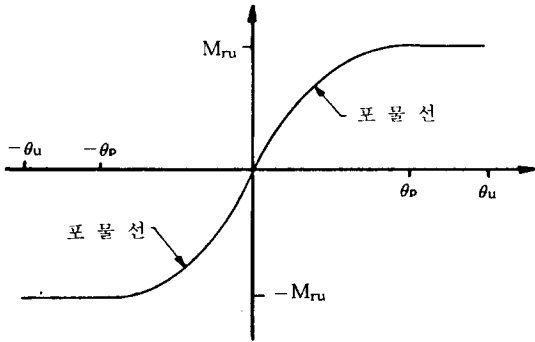


그림 5. 회전스프링의 이상화한 모멘트-회전각 곡선

인접부재의 구속모멘트  $M_r$ 와 회전각  $\theta$ 의 관계는 그림 5에 보인것과 같이 부(-)의 단부회전각과 정(+)의 단부회전각이 필요하다.

먼저 정의 회전각을 생각하면, parabolic segment 의 식은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$M_r = a\theta^2 + b\theta \quad (2)$$

여기서,  $a > 0, b > 0$

식 (2)를  $\theta$ 에 대하여 양변을 두번 미분하면 포물선 곡률의 근사치이다. 포물선 곡률은 부의 부호를 갖는다.

$\theta = \theta_p$ 에서  $M_r$ 와  $\theta$ 의 연속성을 고려하여 정리하면 다음과 같다.

$$M_r = \left( \frac{2\theta}{\theta_p} - \frac{\theta^2}{\theta_p^2} \right) M_{ru}, \quad 0 \leq \theta \leq \theta_p \quad (3)$$

그림 5에서  $\theta > \theta_p$ 에 대한  $M_r$ 와  $\theta$ 의 관계식은 아래와 같다.

$$M_r = M_{ru}, \quad \theta_p \leq \theta \leq \theta_u \quad (4)$$

$\theta \leq 0$ 에 대한  $M_{ru}$  관계식은 위와 같은 과정을 거쳐

$$M_r = \left( \frac{2\theta}{\theta_p} + \frac{\theta^2}{\theta_p^2} \right) M_{ru}, \quad 0 \geq \theta \geq -\theta_p \quad (5)$$

$$M_r = -M_{ru}, \quad -\theta_p \geq \theta \geq -\theta_u \quad (6)$$

상기식의  $M_{ru}, \theta_p, \theta_u$ 는 항상 정(+)이다.

#### 2. 4 회전스프링의 소성회전각과 극한강도

위에서 논한 회전스프링의 강성은 여러 변수의 함수이고 불확실성을 포함하고 있다. 연구목적을 수행하기 위하여 강성의 하한치의 평가는 구속기둥 해석에 필수적이다. 그림 6(a)는 전형적인 내부기둥과 구속부재를 도식적으로 보였다. 그림 6(b)는 구속부재  $i$ 에 의한 상단부 구속을 보인 것이다. 단부회전의 최대치를 얻기 위하여  $B$ 와  $B_1$ 단부는 소성힌지를 형성할 때까지 회전하는 것으로 한다.  $M_{ui}$ 는 극한 모멘트 강도이며, 대응하는 소성곡률은  $\Phi_p$ 이다. 단부  $B$ 에 가까운  $i$ 부재단면에서 그림 6(c)와 같이 콘크리트 표준시방서 7. 10. 11)의 구형응력 분포로 가정한다.

최대인장철근비  $P_{max} = 0.75P_b$ 와 힘의 평형방정식  $C = T$ 에 의하여 다음과 같다.

$$K_1 \sigma_c'' bc = P_{max} \sigma_y bd \quad (7)$$

여기서,  $K_1 = 0.85, \sigma_c'' = 238 \text{ kg/cm}^2, \sigma_y = 3500 \text{ kg/cm}^2, d = 0.9h, P_{max} = 0.75P_b$ 로 가정하고 위 식으로부터 상연에서 중립축까지 거리를 구하면

$$C = 0.42h \quad (8)$$

따라서 극한모멘트강도

$$M_{ui} = 0.262 \sigma_c'' bh^2 \quad (9)$$

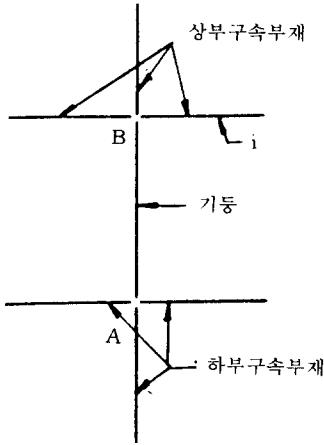
또한 소성곡률

$$\Phi_p = \frac{0.003}{0.42h} = \frac{0.007}{h} \quad (10)$$

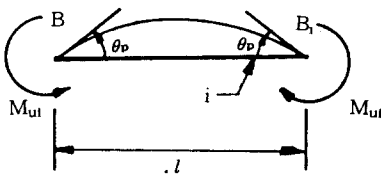
그림 6(b)로 부터 소성회전각은 모멘트면적법과 곡률식을 고려하면  $\theta_p = \frac{\Phi_p l}{2}$  이다. 식 (10)

을 상기식에 대입하고,  $l/h = 13$ 으로 가정하면

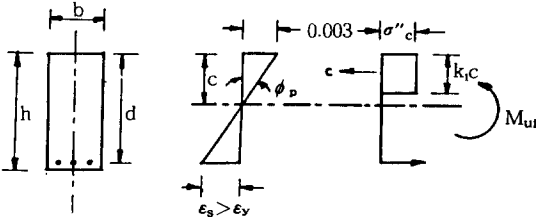
$$\theta_p = 0.045 \quad (11)$$



(a) 기둥과 구속부재



(b) 구속 부재 i



(c) 단부A에 가까운 횡단면

그림 6. 구속부재인 보의 극한 회전강도

두개의 보와 하나의 기둥으로 표시되는 전형적인 회전스프링을 가지는 기둥은 스프링이 극한강도에 도달될때 오직 하나의 보와 하나의 기둥으로부터 구속모멘트를 받는다. 구속 부재인 기둥에 대한 극한강도는 일반적으로 구속부재인 보에 대한 극한강도 보다 작다.

따라서 본 연구에서는

$$M_{ru}(기둥) = \frac{1}{3} M_{ru}(보) \text{로 가정하면}^{3,5)}$$

회전스프링의 극한강도는

$$M_{ru} = 0.35 \sigma_c'' b h^2 \tag{12}$$

식 (12)은 철근콘크리트 뼈대구조의 전형적인 회전스프링의 극한 모멘트강도에 대한 하한치이다. 위 값을 얻기 위하여 사용된 매개변수  $h$ 는 구속부재중 보의 전높이이다. 여기서 기둥은  $h$ 보다 보의  $h$ 가 일반적으로 크지만 모든 구속부재에 대하여 보의  $h$ 로 가정했다.

제안된 회전스프링은 콘크리트를 비선형으로 취급했고, 스프링의 극한파괴와 항복점을 고려했다.

### 2.5 횡방향스프링의 거동과 휨-변위관계

철근콘크리트 뼈대구조물의 기둥이 지진과 풍하중에 의한 횡방향 하중을 받을때 횡방향 변위에 대하여 브레이싱을 사용하여야 한다. 횡방향 하중이 작거나 구속이유가 있을 때는 횡방향 브레이싱을 생략해도 좋다.

그림 7은 구조물의 횡방향 변위에 대한 구속부재의 저항을 모델화 했다. 강체부재는 기둥상단부에 있는 뼈대보를 표시한 것이다. 횡방향 변위가 일어날 경우 수평층 B에는 다른기둥 B에서 기둥단부에 전단력이 전달된다. 그외 기둥들은 휨강성에 의해 단부에 작용하는 전단력에 저항이 가능한 유연부재로 표시했다. 유연부재의 원단부는 회전스프링과 횡방향스프링에 의하여 회전과 이동이 가능한 것으로 했다. 그외 기둥들은 위 조건과 같다.

이와같은 스프링의 강성은 앞에서 논한 회전스프링과 같은 영향 인자를 갖는다. 만약, 양단부 모멘트가 다를 때는 기둥단부에 수평반력이 일어난다. 따라서 해석모델의 횡방향스프링은 변형할 것이다. 횡방향 변위가 일어나면 구속부재의 휨강성은 비선형 변형을 한다. 회전스프링의 경우와 같이 횡방향스프링의 하중-변위관계도 비선형이다. 횡방향스프링이 극한강도에 도달하면, 구속부재의 단부는 소성활절이 형성되고, 그림 7의 유연부재는 강성이 0이된다. 구속을 받는 기둥단부의 회전스프링이 만약 활절 혹은 소성활절이

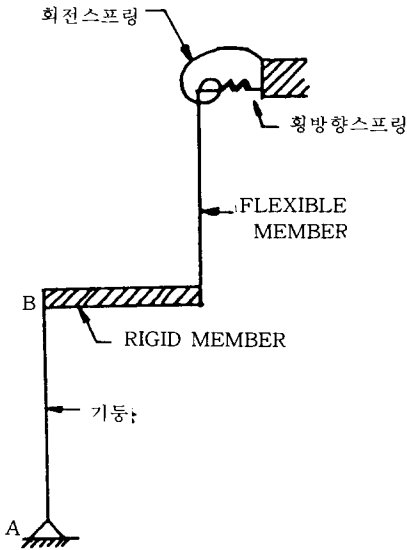


그림 7. 횡방향스프링과 구속부재

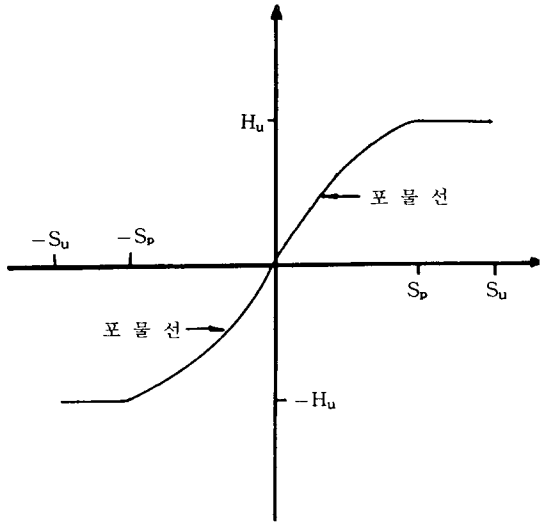


그림 8. 횡방향스프링의 힘-변위곡선

되면 그림 7 구조는 계속 변형을하는 파괴매카니즘에 도달한다.

반면에, 만약 회전스프링이 강성을 가지고 있다면 횡방향 스프링은 힘의 증가없이도 변형할 것이다. 그리고, 횡방향변위에 대한 저항은 회전 스프링이 한다. 횡방향 변위가 증가함에도, 만약 기둥이 파괴되지 않고, 회전스프링이 소성활절이 되지 않는다면, 결국 구속부재의 콘크리트가 파괴된다. 따라서 횡방향스프링도 파괴된다.

위에서 논한 결과에 의하여 횡방향스프링의 힘-변위관계는 그림 8과 같이 가정할 수 있다.

이 연구에서는 극한 횡방향 변위를 다음과 같이 선택한다.<sup>2, 9)</sup>

$$\delta_u = 1.5\delta_p \quad (13)$$

여기서,  $\delta_u$  = 극한횡방향변위,  $\delta_p$  = 소성횡방향변위

그림 8의 횡방향 스프링의 힘-변위곡선과 2.3절의 모멘트-회전각관계식 유도절차에 따라 아래와 같이 표시할 수 있다.

$$H = \left( \frac{2\delta}{\delta_p} - \frac{\delta^2}{\delta_p^2} \right) H_u, \quad 0 \leq \delta \leq \delta_p \quad (14)$$

$$H = H_u, \quad \delta_p \leq \delta \leq \delta_u \quad (15)$$

그리고,

$$H = \left( \frac{2\delta}{\delta_p} + \frac{\delta^2}{\delta_p^2} \right) H_u, \quad 0 \geq \delta \geq -\delta_p \quad (16)$$

$$H = H_u, \quad -\delta_p \geq \delta \geq -\delta_u \quad (17)$$

매개변수,  $H_u$ ,  $\delta_p$ ,  $\delta_u$ 는 항상 정(+ )이다.

## 2.6 횡방향 스프링의 극한강도

여기서 시도한 것은 전형적인 횡방향변위를 하는 뼈대구조물에 대한 철근콘크리트기둥의 횡방향 스프링에 대한 극한강도를 근사적으로 구하고자 한다. 사용하중하에서 최대허용 횡방향 변위는 설계자나 설계고려 사항에 따라 변한다.

실제적인 사용범위는 대략  $0.0016L - 0.0035L$ 이다.<sup>12)</sup>

여기서  $L$ 은 기둥길이이다. ASCE위원회는 wnd bracing에 대하여 최대  $0.002L$ 의 값을 추천했다.<sup>12)</sup>

본 연구에서는 위의 여러가지 사항을 고려하여 사용하중하에서 허용횡방향 변위와 소성스프링의 허용치를 다음과 같이 선택한다.

$$\delta_s = 0.002L \quad (18)$$

$$\delta_p = 0.0035L \quad (19)$$

식 (14)를 사용하중으로 표시하면

$$H_s = \left( \frac{2\delta}{\delta_p} - \frac{\delta_s^2}{\delta_p^2} \right) H_u$$

여기서  $H_s$ 와  $\delta_s$ 는 사용하중하에서 횡방향 스프링의 힘과 변위이다.

식 (18)과 식 (19)를 위 식에 대입하면

$$H_u = 1.23H_s \quad (20)$$

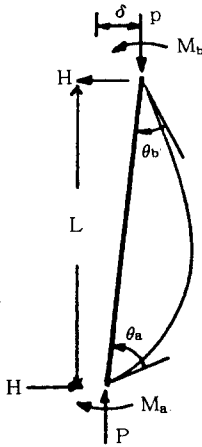


그림 9. 변형기둥의 자유물체도

그림 9는 횡방향 변위를 가지는 기둥의 자유물체이고, 그림 2의 변형된 위치를 보인 것이다. 횡방향 변위를 주기위하여 단부에 모멘트가 작용하는 것으로 생각했다.

$$H = \frac{M_a - M_b + P\delta}{L} \quad (21)$$

여기서  $M_a - M_b = (P \cdot e_a - M_{ar}) - (P \cdot e_b - M_{br})$

$M_{ar}, M_{br}$ 는 단부A와 단부B에 대한 회전스프링의 저항 모멘트이다.

단일 만곡을 하는 기둥의 최대 횡방향 변위는  $e_b = 0$ 일때 일어난다. 이 경우에  $M_{br}$ 는 대단히 작으므로 0으로 취급한다. 사용하중하에서 전형적으로 구축된 철근콘크리트 기둥의 단부에 작용하는 모멘트  $P_s \cdot e_a$ 는 기둥과 구축부재 사이에 근사적

으로 등분포한다고 가정하면 식 (21)은 다음과 같다.

$$H_s \approx \frac{P_s(e_a/2 + \delta_s)}{L} \quad (22)$$

식 (18)를 식 (22)에 대입하여 정리하고, 식 (20)에 대입하면

$$H_u \approx 1.23P_s \left( \frac{e_a}{2L} + 0.002 \right) \quad (23)$$

사용하중비  $\bar{P}_s = \frac{P_s}{\sigma_c''bh} = 0.5^{13)}$ 와  $\frac{e_a}{h} = 0.5$ 를 (23)에 대입하여 정리하면, 전형적 철근콘크리트기둥에 대한 횡방향 스프링의 극한강도는 다음과 같다.

$$H_u \approx 0.5\sigma_c''bh \left( \frac{0.25}{L/h} + 0.002 \right) \quad (24)$$

$e_a/h = 0.5$  경우에 대한 식 (24)은 장주의 큰 편심거리를 가지는 특별한 경우이다.  $e_a/h \leq 0.5$  경우 위 식은 횡방향 스프링의 극한강도를 비교적 정확하게 계산을 할 수 있다.

### 2.7 기둥횡단면의 소성중심

그림 2는 강축에 대해서는 철근단면적이 비대칭분포를 하였으므로 횡단면의 소성중심과 도심은 다르다.

소성중심의 위치는 그림 10에서 도심에 대한 내력모멘트와 합력모멘트를 같게 놓으면 도심과 소성중심 사이 거리는 다음과 같다.

$$e_p = \frac{\sum_{i=1}^{NS} (\sigma_y - \sigma_c''NS) A_{si} \left( \frac{h}{2} - d_i \right)}{\sigma_c' (bh - \sum_{i=1}^{NS} A_{si}) + \sum_{i=1}^{NS} \sigma_y A_{si}} \quad (25)$$

여기서  $NS$  = 철근의 row수

$A_{si}$  = ith row의 철근단면적

$b$  = 기둥횡단면의 폭

$h$  = 기둥횡단면의 높이

$d_i$  = 단면의 하면에서 ith steel row 까지 의 거리

소성중심은 도심에 대하여 그림 10에 보인

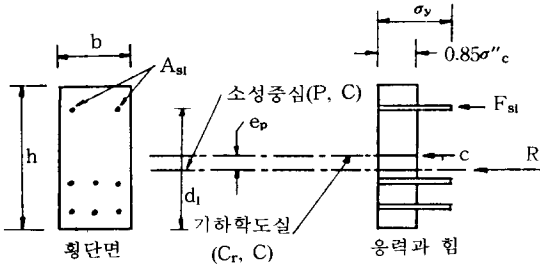


그림 10. 횡단면에 대한 소성중심의 위치

위치에서  $e_p$ 는 항상 정(+)이다.

### 3. 기둥의 이론해석

중심축하중을 받는 기둥은 재료, 시공, 구조물의 결함등으로 실제 구조물에는 존재할 수 없다. 이와같은 이유로 ACI code와 우리나라 콘크리트 표준시방서는 공히 중심축하중을 받는 기둥은 최소편심거리에 대하여 설계하도록 요구한다.<sup>7,13)</sup>

본 연구에서는 중심축하중을 받는 기둥 해석은 이론적 관점에서 해석의 완벽과 논리적 비교를 위하여 필요하다. 해석은 2단계로써 해석 모델의 파괴조건과 임계하중을 구하는 순서로 논한다.

#### 3.1 파괴조건

중심축하중을 받는 기둥은 세장비, 철근비, 스프링의 강성에 의하여 좌굴파괴 또는 재료파괴가 일어난다. 좌굴파괴는 하중이 충분히 커서 기둥이 작은 횡방향변위가 일어나고, 기둥모멘트의 증가로 기둥의 변위가 계속되어 결국 재료가 파괴에 이르게 된다. 재료파괴는 콘크리트 변형도  $\epsilon_c$ 가 최대변형도  $\epsilon_0$ 에 도달하면 좌굴이 일어나기 전에 기둥은 추가되는 하중에 저항할 수 없고 콘크리트가 떨어져 파괴된다. 위의 정의에 대한 판단으로부터

1) 파괴가 일어날때  $\epsilon_c < \epsilon_0$ 이면 좌굴파괴이며 기둥의 극한강도는

$$P_u = P_{cr} \quad (26)$$

2) 파괴가 일어날때  $\epsilon_c \geq \epsilon_0$ 이면 재료파괴이며 기둥의 극한강도는

$$P_u = \sigma_c''bh + \sum_{i=1}^{NS} (\epsilon_s E_s - \sigma_c'') A_{si} \quad \epsilon_s < \epsilon_y \quad (27)$$

혹은,

$$P_u = \sigma_c''bh + \sum_{i=1}^{NS} (\sigma_y - \sigma_c'') A_{si} \quad \epsilon_s \geq \epsilon_y \quad (28)$$

#### 3.2 임계하중

그림 11(a)는 작도의 편의를 위하여 위치를 수평으로 그린 것이다. 기둥은 증가하는 하중  $P$ 에 대하여 직선이다. 휨강성  $E_t I_t$ 는 기둥의 모든 단면에 대하여 같다. 여기서  $E_t$ =콘크리트 접선 탄성계수,  $I_t$ =기둥횡단면의 환산 단면2차 모멘트, 만약 기둥에 미소한 횡방향 변위가 일어난다면, 회전 스프링과 횡방향 스프링에 작용하는 모멘트와 힘에 의하여 일어나는 변위는 선형으로 가정할 수 있다.

그림 11(a)에 보인 인접부재의 스프링상수는  $\alpha = \frac{dM_{ar}}{d\theta_a} \Big|_{\theta_a=0}$ ,  $\beta = \frac{dM_{br}}{d\theta_b} \Big|_{\theta_b=0}$ ,  $\lambda = \frac{dH_u}{d\delta} \Big|_{\delta=0}$ 에 의하여 다음과 같이 표시되며,  $\alpha$ ,  $\beta$ 식에 식 (11), 식 (12),  $\lambda$ 식에 식 (19), 식 (24)를 대입하면 다음과 같다.

$$\alpha = \frac{2M_{aru}}{\theta_{ap}} = 15.55 \sigma_c''bh^2 \quad (29)$$

$$\beta = \frac{2M_{bru}}{\theta_{bp}} = 15.65 \sigma_c''bh^2 \quad (30)$$

$$\lambda = \frac{2H_u}{\delta_p} = \left( \frac{285.5}{L} - \frac{81633\delta}{L^2} \right) \sigma_c''bh \left( \frac{0.25}{L/h} + 0.002 \right) \quad (31)$$

여기서  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\lambda$ =선형스프링상수,  $M_{ar}$ ,  $M_{br}$ =단부A와 단부B의 회전스프링 모멘트,  $M_{aru}$ ,  $M_{bru}$ =단부A와 단부B의 회전스프링 극한모멘트,  $\theta_{ap}$ ,  $\theta_{bp}$ =단부A와 단부B의 항복회전각.

기둥의 임계하중 계산은 2차강성 매트릭스해석법에 의하여 이루어진다. 그림 11(a)에서 미지변위가  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$ 이므로 자유도가 3이다. 해석모델



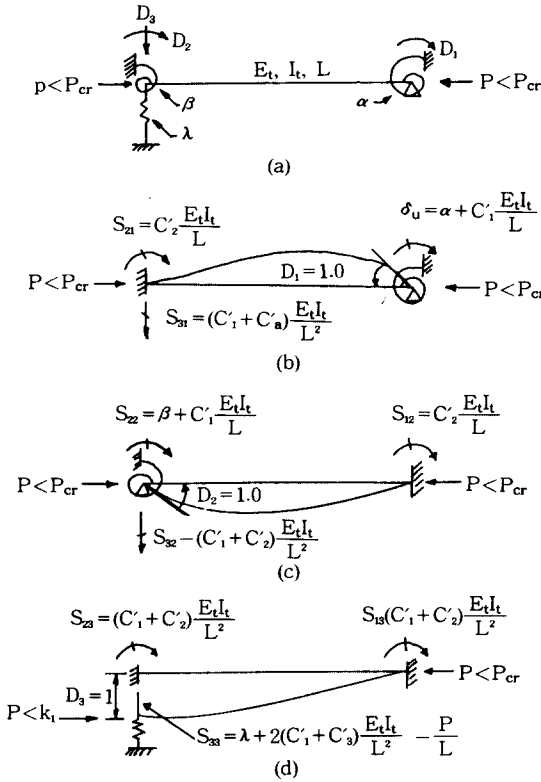


그림 11. 보-기둥에 대한 2차 강성해석

에 대한 강성행렬의 요소는 그림 11(b), 그림 11(c), 그림 11(d)에 의하여 구한다. 구조의 행렬방정식은

$$[S] \{D\} = \{F\} \quad (32)$$

이고, 여기서  $[S]$  = 강성행렬,  $\{D\}$  = 미지변위,  $\{F\}$  = 작용하중.

$$[S] = \begin{bmatrix} \alpha + C_1' \frac{E_1 I_1}{L} & C_2' \frac{E_1 I_1}{L} & (C_1' + C_2') \frac{E_1 I_1}{L^2} \\ C_2' \frac{E_1 I_1}{L} & \beta + C_1' \frac{E_1 I_1}{L} & (C_1' + C_2') \frac{E_1 I_1}{L^2} \\ (C_1' + C_2') \frac{E_1 I_1}{L^2} & (C_1' + C_2') \frac{E_1 I_1}{L^2} & \lambda + (C_1' + C_2') \frac{E_1 I_1}{L^2} - \frac{P}{L} \end{bmatrix}$$

$$\{D\} = \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix}$$

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

식 (32)의 강성행렬에 대한 행렬식이 0일 때 기둥은 좌굴에 도달한다. 따라서 좌굴조건은

$$[S] = 0 \quad (33)$$

강성행렬의 요소에 포함되어 있는 강성계수  $C_1'$ ,  $C_2'$ 는 그림 12에 보인 인접부재의 영향을 고려한 보-기둥을 해석하므로 구할 수 있다. 부호규약은 모든 매개변수에 대하여 정(+)으로 선택하였다.

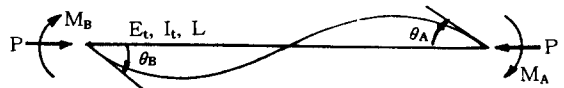


그림 12. 일정한 휨강성을 갖는 단순지지된 보-기둥

참고문헌<sup>14, 15</sup>에 표시되어 있는 절차에 의하여 수식을 유도하면  $M_a$ 와  $M_b$ 식은 다음과 같다.

$$M_a = \theta_a \frac{E_1 I_1}{L} C_1' + \theta_b \frac{E_1 I_1}{L} C_2' \quad (34)$$

$$M_b = \theta_a \frac{E_1 I_1}{L} C_2' + \theta_b \frac{E_1 I_1}{L} C_1' \quad (35)$$

$$\text{여기서 } C_1' = \frac{\phi \sin \phi - \phi^2 \cos \phi}{2 - 2 \cos \phi - \sin \phi} \quad (36)$$

$$C_2' = \frac{\phi^2 - \phi \sin \phi}{2 - 2 \cos \phi - \phi \sin \phi} \quad (37)$$

$$\phi^2 = \frac{PL^2}{E_1 I_1} \quad (38)$$

위 식들은 보-기둥에 대한 참고문헌에 잘 표시되어 있다.<sup>16, 17</sup> 이 식들은  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\lambda$ 의 함수로서 해석모델에 대하여 유도한 것이다. 식 (33)에 포함된 매개변수들은 다음과 같이 그림 3과 그림 13을 참고하여 콘크리트의 변형도항으로 표시할 수 있다.

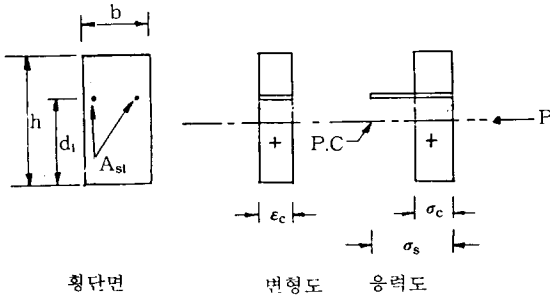


그림 13. 중심축하중을 받는 기둥의 횡단면에 대한 변형도와 응력분포

$$\phi^2 = \frac{P_{cr} L^2}{E_t I_t} \quad (39)$$

$$P_{cr} = \sigma_c b h + \sum_{i=1}^{NS} A_{st} (\epsilon_s E_s - \sigma_c), \quad \epsilon_s < \epsilon_y \quad (40)$$

$$P_{cr} = \sigma_c b h + \sum_{i=1}^{NS} A_{st} (\sigma_y - \sigma_c), \quad \epsilon_s \geq \epsilon_y \quad (41)$$

$$E_t = \frac{d\sigma_c}{d\epsilon_c} = \sigma_c'' \frac{2}{\epsilon_0} (1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0}) \quad (42)$$

$$I_t = \frac{bh^3}{12} + \sum_{i=1}^{NS} (\frac{E_s}{E_t} - 1) A_{st} (d_i - \frac{h}{2})^2, \quad \epsilon_s < \epsilon_y \quad (43)$$

$$I_t = \frac{bh^3}{12} + \sum_{i=1}^{NS} A_{st} (d_i - \frac{h}{2})^2, \quad \epsilon_s \geq \epsilon_y \quad (44)$$

$$\text{여기에서 } \epsilon_s = \epsilon_{si} \quad i=1 \sim NS \quad (45)$$

$$\sigma_c = \sigma_c'' \left[ \left( \frac{2\epsilon_c}{\epsilon_0} \right) - \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^2 \right] \quad (46)$$

식 (33)에 식 (39)부터 식 (46)을 대입하면  $\epsilon_c$ 에 대한 비선형방정식을 얻는다.  $\epsilon_c$ 에 대하여 일변식으로 표시하면 다음과 같다.

$$f_1(\epsilon_c) = 0 \quad (47)$$

식 (47)식은 Bisection Method<sup>18, 19)</sup>를 이용하여  $\epsilon_c$ 에 대한 수치해를 구할 수 있다. 임계하중은 식 (46)과 식 (40), 식 (41)에 대입하여 구할 수 있다.

### 3-3. 기존해석 자료와 본해석 자료의 비교

전절에서 취급한 철근콘크리트 기둥의 이론해석 자료와 Pfrang와 Siess<sup>20)</sup>의 기존 해석자료와 비교

했다. 매개변수의 값을 비교하기 위하여 회전구속을 제외하고, 각각 저자들에 의하여 선택한 값을 사용했다.

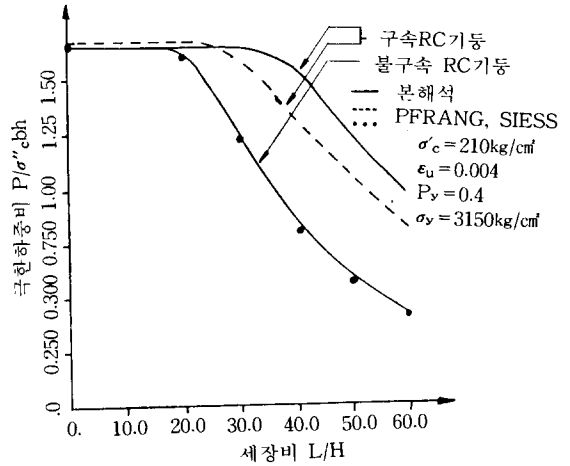


그림 14. PFRANG과 SIESS자료와 본 해석자료의 비교

모든 기둥은 완전히 횡방향 변위가 방지되어 있고, 양단조건이 같은 기둥이다. 그림 14의 불구속 철근콘크리트기둥에 대한 본해석 자료와 기존해석 자료는 만족할 만큼 일치했다. 그러나 구속 철근콘크리트 기둥에 대한 그림 14는 삽입한 그래프가 상당한 오차를 나타냈다. 또한 본해석의 극한하중은  $L/h$ 비에 대하여 12%~15%정도 기준 해석그래프를 초과했다. 그 이유는 선택한 회전스프링의 특성이 다르기 때문이다.

Pflange와 Siess는 Broms와 Viest<sup>21)</sup>가 제안한 탄성이론에 의한 선형회전스프링을 채택했다. 단부회전이 없는 세장비  $L/h > 30$  경우는 식 (29)와 식 (30)의  $\alpha, \beta$ 특성 때문에 선형곡선이 상당히 위쪽에 있다. 이것은 매우 큰 극한강도를 나타낸다.

그림 15에서 보인것과 같이 불구속기둥( $\bar{K} = 0, \bar{H} = 0.5$ )과 전형적인 구속기둥( $\bar{K} = 0.35, \bar{H} = 0.5$ ) 사이는 기둥의 극한강도가 크게 증가함을 보인다.

$$\text{여기서 } \bar{K} = \frac{M_{ru}}{\sigma_c'' b h^2} \quad (\text{회전구속})$$

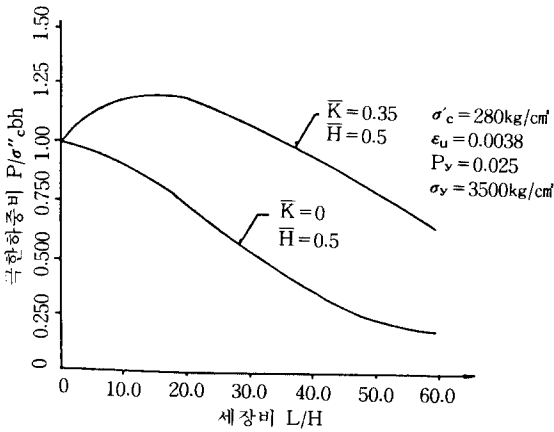


그림 15. 기둥의 극한강도에 대한 구속기둥의 영향

$$\bar{H} = \frac{H_u}{\sigma_c''bh \left( \frac{0.25}{L/h} + 0.002 \right)} \quad (\text{횡방향구속})$$

4. Computer Program

제3장에서 논한 해석방법의 수치해의 응용은 Computer Program 개발로 이루어졌다. Program은 FORTRAN Language를 사용하였고, Personal Computer(16bit) 기기를 사용개발 하였다. 흐름도는 다음과 같다. 그리고 Source Program List는 지면관계로 생략했다.

5. 결론

철근콘크리트 뼈대구조물에 대한 중심축하중을 받는 기둥의 단부구속 조건을 고려한 극한강도 해석을 위한 본 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다.

본론을 통하여 언급한 기둥은 제한된 조건을 사용하였지만 전형적인 구속기둥이며, 횡방향변위에 충분히 저항하는 기둥으로 본다.

1) 단부구속기둥은 불구속기둥에 비하여 평가할 만큼 기둥의 극한강도가 증가하고, 전형적인 내부구속기둥의 극한강도의 하한값은  $M_c = 0.35\sigma_c'' bh^2$  이고, 소성회전에 대응하는 값은  $\theta_p = 0.045$ 이다.

2) 수직하중을 받는 전형적인 구속기둥이 비교

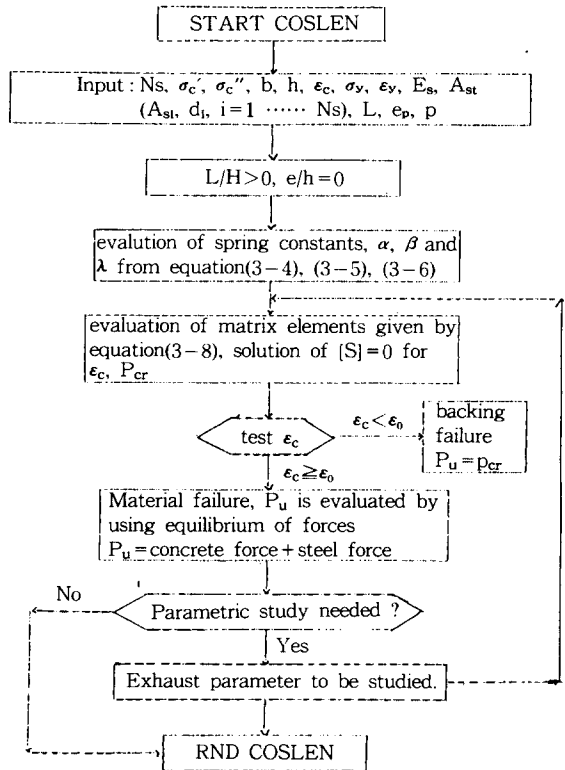


그림 16. Flow Diagram for "COSLEN"

적 가벼운 브레이싱구조를 가지면 횡방향변위에 충분히 저항하는 것으로 본다. 전형적인 횡방향변위를 하는 구속기둥에 대한 극한강도  $H_u = 0.5\sigma_c'' \left( \frac{0.25}{L/H} + 0.002 \right)$ 이고, 소성변위는  $\delta_p = 0.0035L$ 이다.

참 고 문 헌

- 1) Alexander Chajes, "Principles of structural stability theory", pp.14-16, pp.174-182.
- 2) Gere and Timoshenko, 장동일의 4인 공저, "재료역학", pp.496-531, pp.466-483.
- 3) 신현목, "철근콘크리트", pp.238-240.
- 4) 김생빈, "철근콘크리트공학", pp.279-295.
- 5) Adel Mohamed Elwefati, "Ultimate strength analysis of concrete columns with unequal end conditions", North Carolina State University

- at Raleigh Pd.D, 1981.
- 6) Hognestad E. "A study of combined bending and axial load in reinforced concrete members", University of Illinois Engineering Experimental station, Bulletin Series No.399, November 19 51.
  - 7) "콘크리트 표준시방서", 건설부, 1989, pp.108 - 114.
  - 8) 岡田清著, "鐵筋コンクリート工學", 1972, pp. 307-309.
  - 9) Hughes, B.P., "Limit state theory for reinforced concrete", Van Nostrand Reinhold Co., Second Edition, 1976.
  - 10) "콘크리트 표준시방서", 건설부, 1978, pp.22 5-236.
  - 11) "콘크리트 표준시방서", 건설부, 1982, pp.98 - 102.
  - 12) Scheuller, W. "High-rise building structures", John Wiley and Sons, New York, 1977.
  - 13) "Building code requirements for Reinforced concrete (ACI 318-83)", American Concrete Institute Detroit, 1983.
  - 14) W. F. Chen, EM, Lui, "STRUCTURAL STABILITY" theory and implementation Elsevier Science. Publishing Co Inc, 1987.
  - 15) Timoshenko, S.P. and Gere, J.E., "Theory of elastic stability", McGraw-Hill Company, Second Edition, 1961.
  - 16) ACI, "Building code requirements for reinforced concrete with design applications", Edited by Gevald B. Neville, PCA.
  - 17) Chen, W.F.; and Atsutata, T., "Theory of beam-columns" Vol.1, McGraw Hill Comp- any, 1976.
  - 18) Conte, S.D. "Elementary numerical analysis", McGraw-Hill Company, 1965.
  - 19) 임해철 편저, "수치해석론", 정익사, 1985.
  - 20) Pfrang, E.O. and Siess, C.P. "Behavior of restrained reinforced concrete columns", Journal of the structural Division, ASCE, Vol.90, ST 5, Oct. 1964, pp.113-135.
  - 21) Broms, B. and Viest, I.M. "Ultimate analysis of long restrained reinforced concrete columns", Journal of structural division, ASCE, Vol.84, No.ST3, Proc Paper 1635, May 1958, pp.1-2 9.
  - 22) Pfrang, E.O. and Siess C.P., "Predicting structural behavior analytically", Journal of the structural division, ASCE, Vol.90, No.ST5, Oct 1964, pp.99-111.
  - 23) Pfrang, E.O., "Behavior of reinforced concrete columns with side sway", Journal of the structural division, ASCE, Vol.92, No.ST3, June 1966, pp.225-250.
  - 24) Broms, B. and Viest, I.M. "Ultimate strength analysis of long hinged reinforced concrete columns", Jr. of structural division, ASCE, Vol. 84, No.ST1, Proc, Paper 1510, January 195 8, pp.1-38.
  - 25) Chang, W.F. and Ferguson, P.M. "Long hinged reinforced concrete columns", ACI Journal, Proc. Vol.60, No.1, Jan. 1963, pp.1-25.
  - 26) Zia, P. and Moreadith, F.L., "Ultimate load capacity of prestressed concrete columns", ACI Journal July 1966, pp.767-788.

(접수일자 : 1990. 5. 14)