

理想化構造要素法에 의한 骨造構造物의 最終強度解析에 관한 研究

Ultimate Strength Analysis of Framed Structures Using Idealized Structural Unit Method

白 点 基*
Paik, Jeom Kee
林 華 奎**
Lim, Hwa Kyu

요 약

본 연구에서는 이상화구조요소법을 적용하여 골조구조물의 비선형해석을 높은정도로서 짧은 계산시간에 수행할 수 있는 해석이론과 컴퓨터프로그램을 개발하였다. 이를 위해 골조구조물을 구성하는 보-기둥(Beam-Column)부재에 대한 이상화구조요소를 부재에 존재하는 초기결합의 영향도 고려하여 정식화한다. 요소의 접선탄성강성행렬은 에너지원리를 적용하여 명시적인 형태로 도출하며, 최종강도조건은 요소에 소성붕괴메카니즘이 형성될때를 기준으로 정식화한다. 또한, 요소의 최종강도후 강성행렬도 근사적인 방법을 이용하여 명시적인 형태로 도출한다. 본해석법의 정도와 유용성은 단위부재 및 골조구조모형에 대한 기존의 실험 및 수치해석결과등과 비교하여 확인한다.

ABSTRACT

This paper presents an efficient and accurate method for nonlinear analysis of frame structures by idealized structural unit method. The main idea behind the present method is to minimize the computational effort by reducing the number of unknowns. An explicit form of the tangential elastic stiffness matrix of the element is derived by the principle of virtual work. The ultimate limit state of the element is judged on the basis of the formation of a plastic hinge mechanism. The elasto-plasto-plastic stiffness matrix of the element is derived by plastic node method and the post-ultimate stiffness equation is formulated under a simple analytic consideration. A comparison between the present solution and the existing experimental and other numerical result for unit column member and simple frame structure is made. It is clear from the result of this study that the present method is very useful because the computing time required is very small while giving the accurate solution.

* 正會員, 釜山大學校 工科大學 造船工學科 助教授
** 學生會員, 釜山大學校 工科大學 造船工學科 碩士課程
修了(現在 大宇造船)

이 논문에 대한 토론은 1991년 6월 30일까지 본 학회에
보내주시면 1991년 12월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

1. 序言

육상 및 해상골조구조물의 안전성평가 및 합리적인 구조설계를 위하여는 구조물이 전체적으로 최종강도에 도달하기까지의 재료적 및 기하학적 비선형거동을 상세히 파악할 필요가 있다. 이같은 비선형거동을 정확하게 파악하기 위한 방법으로서 有限要素法이 강력한 수법이긴 하나 海洋構造物과 같은 대형구조물의 最終強度 解析問題에 직접 적용한다는 것은 컴퓨터 계산시간 및 기억용량의 측면에서 어려움이 따른다.

이 문제에 대한 대책으로서 Ueda 등[1,2]은 理想化構造要素法을 제안하여 해양구조물[3, 4]과 선박[1, 5-7]과 같은 대형복잡구조물의 最終強度解析問題에 적용하여 유용성을 보인 바 있다. 이 방법에서는 대상구조물을 有限要素法의 유한요소보다 극히 큰 이상화구조요소로 모델링하기 때문에 요소수나 미지수가 크게 감소되어 컴퓨터의 계산시간 및 기억용량을 대폭적으로 절감할 수 있다.

지금까지 海洋構造物의 非線形舉動解析을 목적으로 한 理想化構造要素의 개발 및 응용에 관한 연구는 다수 수행되어져 왔다[3, 4, 8-11]. 이들 논문에서는 구조물을 구성하는 單位圓筒部材를 하나의 구조요소로 채용하여 理想化構造要素를 개발하고 있으나, 이들 방법에서는 接線彈性剛性行列이 明示的인 形態로 표시되지 않는 결점이 있다. 이상화구조요소법에서는 안정적인 수치해의 계산과 계산시간의 절감이라는 측면에서 요소의 접선탄성강성행렬을 명시적인 형태로 표시하는 것이 바람직하다.

이상의 관점에서 본 논문에서는 Updated Lagrangian 技法을 사용하여 接線彈性剛性方程式을 明示的인 形態로 導出한다. 이 때, 요소를 지배하는 變位函數를 軸 壓縮力을 받을 때와 軸 引張力을 받을 때를 구분하여 다룬다. 또한, 요소의 最終強度는 挫屈條件 또는 全斷面塑性條件을 적용하여 塑性崩壞機構(Plastic Failure Mechanism)를 형성할때를 기준으로 평가하며, 이때 국부손상이나 굽힘손상이 요소의 파손조건에 미치는 영향

도 근사적으로 고려한다. 요소의 接線彈性剛性行列은 塑性節點法[12]을 적용하여 도출하고, 요소가 最終強度에 도달한 후의 最終強度後 剛性行列은 부재가 최종강도에 도달한 후의 거동을 이상화하여 근사적으로 정식화한다.

이상의 해석이론을 바탕으로 컴퓨터 프로그램을 작성하였으며, 單位部材[9, 13-17], 平面骨造試驗體[4, 18] 및 立體骨造試驗體[4, 18]에 대한 기존의 實驗 및 解析結果를 本 解析法으로 재해석하여 骨造構造物의 最終強度解析에 있어서 본 해석법의 유용성을 확인한다.

2. 理想化보-기둥要素의 開發

2.1 보 요소의 節點力과 節點變位

본 논문에서는 Fig. 1에 나타내는 바와 같이 골조구조물의 구성부재를 하나의 이상화보-기둥 요소로 모델링하고, 요소의 절점은 국부손상의 유무에 관계없이 국부손상발생전의 양단 원통중심부에 설정한다. 따라서, 절점력벡터 증분 $\{\Delta R\}$ 과 절점변위벡터 증분 $\{\Delta U\}$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

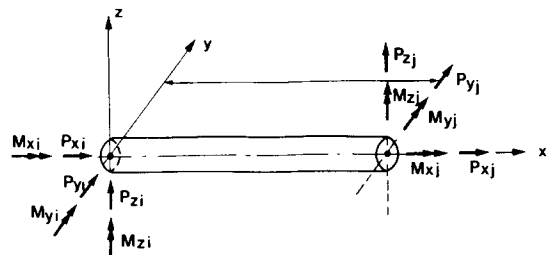


Fig. 1 The idealized beam-column element

$$\{\Delta R\} = \{\Delta R_{xi}, \Delta R_{yi}, \Delta R_{zi}, \Delta M_{xi}, \Delta M_{yi}, \Delta M_{zi}, \Delta R_{xj}, \Delta R_{yj}, \Delta R_{zj}, \Delta M_{xj}, \Delta M_{yj}, \Delta M_{zj}\} \quad (1.a)$$

$$\{\Delta U\} = \{\Delta u_i, \Delta v_i, \Delta w_i, \Delta \theta_{xi}, \Delta \theta_{yi}, \Delta \theta_{zi}, \Delta u_j, \Delta v_j, \Delta w_j, \Delta \theta_{xj}, \Delta \theta_{yj}, \Delta \theta_{zj}\} \quad (1.b)$$

여기서, Δ 는 미소증분량을 나타낸다.

2.2 軸變位-變形率 關係

大變形效果를 고려한 축방향변형률 ϵ_x 는 비틀림 변형의 영향을 무시하면, 다음 식과 같이 나타내어진다.

$$\epsilon_x = u_{,x} - y \cdot v_{,xx} - z \cdot w_{,xx} + 1/2 \cdot v_{,x}^2 + 1/2 \cdot w_{,x}^2 \quad (2)$$

식(2)의 우변의 첫째 항은 미소 축변위항, 둘째 및 셋째 항은 미소 굽힘변위항이며, 네째 및 다섯째 항은 대변형효과를 나타내고 있다.

식(2)를 증분형으로 표시하면,

$$\Delta\epsilon_x = \Delta u_{,x} - y \cdot \Delta v_{,xx} - z \cdot \Delta w_{,xx} + v_{,x} \cdot \Delta v_{,x} + w_{,x} \cdot \Delta w_{,x} + 1/2 \cdot \Delta v_{,x}^2 + 1/2 \cdot \Delta w_{,x}^2 \quad (3)$$

식(3)을 행렬식으로 표시하면,

$$\Delta\epsilon_x = ([B_p] - y[G_{vv}] - z[G_{ww}] + [C_v][G_v] + [C_w][G_w] + 1/2 \cdot [\Delta C_v][G_v] + 1/2 \cdot [\Delta C_w][G_w])\{\Delta U\} \quad (4)$$

여기서, $\Delta u_{,x} = [B_p]\{\Delta U\}$
 $\Delta v_{,x} = [G_v]\{\Delta U\}$
 $\Delta w_{,x} = [G_w]\{\Delta U\}$
 $\Delta v_{,xx} = [G_{vv}]\{\Delta U\}$
 $\Delta w_{,xx} = [G_{ww}]\{\Delta U\}$
 $v_{,x} = [C_v]$
 $w_{,x} = [C_w]$

2.3 應力-變形率 關係

x축 방향의 축응력성분의 증분 $\Delta\sigma_x$ 는 식(4)의 변형률 증분 $\Delta\epsilon_x$ 를 이용하면 다음과 같이 된다.

$$\Delta\sigma_x = E \cdot \Delta\epsilon_x \quad (5)$$

여기서, E는 탄성계수

식(5)의 응력계산에서 절점에서의 미소 축변위 성분만을 고려하는 경우에는 다음 식과 같이 나타내어진다.

$$\Delta\sigma_x = E[B_p]\{\Delta U\} \quad (6)$$

2.4 假相일의 原理에 의한 接線彈性剛性行列의 導出

요소의 接線彈性剛性行列을 導出하기 위하여 가상일의 원리를 적용하면 다음 식이 성립한다.

$$\int_v \delta\Delta\epsilon_x^T(\sigma_x + \Delta\sigma_x)dv = \delta\{\Delta U\}^T\{R + \Delta R\} \quad (7)$$

식(7)의 좌변은 가상변형률증분 $\delta\Delta\epsilon_x$ 에 의하여 내부에 축적된 변형에너지이고, 우변은 가상변위 증분 $\delta\{\Delta U\}$ 에 의한 외부일을 나타낸다. 또한 $\int_v (\cdot)dv$ 는 요소전체에 대한 체적적분을 의미한다.

식(7)을 구체적으로 계산하기 위하여 식(4)의 변형률증분 $\Delta\epsilon_x$ 를 변위 $\{\Delta U\}$ 에 대해 변분하여 $\delta\Delta\epsilon_x$ 를 계산한 뒤, 이것을 식(7)에 대입하고 증분 량에 대한 3차 이상의 항을 미소항으로 무시하면 최종적으로 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\{\Delta R\} + \{L\} = [K]^e\{\Delta U\} \quad (8.a)$$

- 여기서, $\{L\} = \{R\} - \{r\}$: 不平衡力 벡터
- $\{R\}$: 總 外力 벡터
- $\{r\}$: 總 內力 벡터
- $[K]^e = [K_s] + [K_o] + [K_G]$: 接線彈性 剛性行列
- $[K_s]$: 微小變形 剛性行列
- $[K_o]$: 初期應力 剛性行列
- $[K_G]$: 初期變形 剛性行列

$$\begin{aligned} \{r\} = & \int_v [B_p]^T \sigma_x dv \\ & - \int_v [G_{vv}]^T \sigma_x y dv \\ & - \int_v [G_{ww}]^T \sigma_x z dv \\ & + \int_v [G_v]^T [C_v]^T \sigma_x dv \\ & + \int_v [G_w]^T [C_w]^T \sigma_x dv \end{aligned} \quad (8.b)$$

$$\begin{aligned} [K_s] = & \int_v [B_p]^T E [B_p] dv \\ & - \int_v [B_p]^T E [G_{vv}] y dv \\ & - \int_v [B_p]^T E [G_{ww}] z dv \\ & + \int_v [B_p]^T E [C_v][G_v] dv \\ & + \int_v [B_p]^T E [C_w][G_w] dv \\ & - \int_v [G_{vv}]^T E [B_p] y dv \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \int_v [G_{ww}]^T E [B_p] z dv \\
 & + \int_v [G_v]^T [C_v]^T E [B_p] dv \\
 & + \int_v [G_w]^T [C_w]^T E [B_p] dv \\
 & + \int_v [G_{vv}]^T E [G_{vv}]^T y^2 dv \\
 & + \int_v [G_{vv}]^T E [G_{ww}] y z dv \\
 & - \int_v [G_{vv}]^T E [C_v] [G_v] y dv \\
 & - \int_v [G_{vv}]^T E [C_w] [G_w] y dv \\
 & + \int_v [G_{ww}]^T E [G_{vv}] y z dv \\
 & + \int_v [G_{ww}]^T E [G_{ww}] z^2 dv \\
 & - \int_v [G_{ww}]^T E [C_v] [G_v] z dv \\
 & - \int_v [G_{ww}]^T E [C_w] [G_w] z dv \\
 & - \int_v [G_v]^T [C_v]^T E [G_{vv}] y dv \\
 & - \int_v [G_v]^T [C_v]^T E [G_{ww}] z dv \\
 & - \int_v [G_w]^T [C_w]^T E [G_{vv}] y dy \\
 & - \int_v [G_w]^T [C_w]^T E [G_{ww}] z dv
 \end{aligned} \tag{8.c}$$

$$\begin{aligned}
 [K_\sigma] &= \int_v [G_v]^T \sigma_x [G_v] dv \\
 &+ \int_v [G_w]^T \sigma_x [G_w] dv
 \end{aligned} \tag{8.d}$$

$$\begin{aligned}
 [K_G] &= \int_v [G_v]^T [C_v]^T E [C_v] [G_v] dv \\
 &+ \int_v [G_v]^T [C_v]^T E [C_w] [G_w] dv \\
 &+ \int_v [G_w]^T [C_w]^T E [C_v] [G_v] dv \\
 &+ \int_v [G_w]^T [C_w]^T E [C_w] [G_w] dv
 \end{aligned} \tag{8.e}$$

식(8)의 接線彈性剛性行列의 계산에서 Updated Lagrangian 技法[19]을 적용하는 경우에는 初期變形項이 없으므로 剛性行列은 다음과 같이 된다.

$$[K] = [K_s] + [K_\sigma] \tag{9}$$

한편, 요소의 비틀림강성은 Saint-Venant 선형 이론을 가정하여 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} M_{x1} \\ M_{x2} \end{Bmatrix} = \frac{G K}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_{x1} \\ \theta_{x2} \end{Bmatrix} \tag{10}$$

여기서, G : 전단탄성계수

K : 비틀림강성(= $I_y + I_z$)

I_y, I_z : 각각 축 주위의 단면 2차 모우멘트

트

2.5 變位函數

요소의 변위함수는 하중상태 즉, 축압축력을 받을 경우와 축인장력을 받을 경우를 구분하여 다룬다.

2.5.1 軸壓縮力を 받는 境遇

축압축력을 받는 요소의 변위함수를 다음과 같이 가정하여 要素의 接線彈性剛性行列을 명시적인 형태로 도출한다.

$$u = a_1 + a_2 x \tag{11.a}$$

$$v = A_1 \cos k_z x + A_2 \sin k_z x + A_3 x + A_4 \tag{11.b}$$

$$w = B_1 \cos k_y x + B_2 \sin k_y x + B_3 x + B_4 \tag{11.c}$$

여기서, $k_z = \sqrt{P/EI_z}$, $k_y = \sqrt{P/EI_y}$

윗 식을 식(8)에 대입하여 정리하면, 軸壓縮력을 받는 요소의 接線彈性剛性方程式은 다음과 같이 나타내어진다.

$$\{\Delta R\} + \{L\} = [K_c]^e \{\Delta U\} \tag{12}$$

여기서, $[K_c]^e$ 는 軸壓縮力 작용하의 接線彈性剛性行列이며, $\{L\}$ 은 불평형력 벡터이다.

2.5.2 軸引張力を 받는 境遇

다음으로, 축인장력을 받는 요소의 변위함수를 다음과 같이 가정하여 要素의 接線彈性剛性行列을 명시적인 형태로 도출한다.

$$u = a_1 + a_2 x \tag{13.a}$$

$$v = A_1 \cos hk_z x + A_2 \sin hk_z x + A_3 x + A_4 \tag{13.b}$$

$$w = B_1 \cos hk_y x + B_2 \sin hk_y x + B_3 x + B_4 \tag{13.c}$$

여기서, $k_z = \sqrt{P/EI_z}$, $k_y = \sqrt{P/EI_y}$

윗 식을 식(8)에 대입하여 정리하면, 軸引張력을 받는 要素의 接線彈性剛性方程式은 다음과 같이 나타내어진다.

$$\{\Delta R\} + \{L\} = [K_T]^e \{\Delta U\} \tag{14}$$

여기서, $[K_T]^e$ 는 軸引張力 작용하의 接線彈性剛性行列이며, $\{L\}$ 은 불평형력 벡터이다.

2.6 最終強度條件

본 논문에서는 요소의 最終強度를 挫屈強度條件 또는 全斷面塑性強度條件을 적용하여 요소가 塑性崩壞機構를 형성할 때를 기준으로 판정한다.

2.6.1 挫屈強度條件

부재에 축압축력이 작용하면 좌굴이 발생하게 된다. 이때 좌굴이 발생하면 즉시 소성붕괴기구가 형성되므로 최종강도로 간주한다.

우선, 軸壓縮應力이 Euler 挫屈應力보다 큰 경우에 좌굴이 일어난다. 즉,

$$\Gamma_B = \sigma_a - \sigma_E \geq 0 \tag{15.a}$$

여기서, σ_a : 軸壓縮應力
 σ_E : Euler 挫屈應力

또한, 본 논문에서는 吉識 등[20]이 초기처짐의 영향을 고려하여 제시한 바 있는 圓筒部材의 挫屈強度 評價式을 기준으로 요소의 挫屈強度를 평가한다. 따라서, 요소의 挫屈強度條件은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Gamma_B = \frac{\sigma_a}{\sigma_0} \left(1 + \frac{Aa_0}{Z(1-\sigma_a/\sigma_E)} \right) - 1 \geq 0 \tag{15.b}$$

여기서, σ_0 : 降伏應力
 Z : 斷面係數
 a_0 : 초기처짐량
 A : 단면적

축압축력의 증가와 함께 식(15)중의 어느 하나가 만족되면 좌굴이 발생하게 된다. 요소에 좌굴이 발생하면 처짐이 급격히 증가하여 Fig. 2에 나타내는 바와 같이 굽힘 모우멘트성분은 전단면 소성곡선까지 급격히 증가하게 되며, 그 결과 최대굽힘모우멘트가 발생하는 요소내부의 임의위치에 塑性節点이 생겨 요소는 전체적으로 소성붕괴기구를 형성한다.

2.6.2 全斷面 塑性強度條件

굽힘모우멘트가 지배적으로 작용하거나 초기처짐이 상대적으로 큰 요소의 경우에는 엄밀한 의미의 좌굴은 일어나지 않고 하중중분의 초기단계부터 처짐이 서서히 증가하여 최대 굽힘모우멘트가

발생하는 요소 내부에서 塑性節点이 생기게 된다. 이때 최대굽힘모우멘트는 荷重의 種類 또는 部材值數등에 따라서 요소내부 또는 절점에서 발생하게 된다. 따라서 본 논문에서는 全斷面 塑性強度를 兩節点뿐만 아니라 部材의 中央点에서도 평가한다. 이 경우에는 양절점 뿐만아니라 부재의 중앙점도 모두 소성화되었을 때에 소성붕괴기구상태로 되며, 이중 일부만 全斷面 塑性強度에 도달하였을때는 부재는 彈塑性舉動을 하게 되어 외력의 증가에 대해 더욱 견디게 된다.

축력과 굽힘모우멘트의 조합하중을 받는 圓筒部材의 全斷面 塑性強度條件은 국부손상부(Local denting damaged zone)의 유무에 따라 다음과 같이 나타내어진다[21].

(1) 局部損傷이 없는 경우

$$\Gamma_p = \frac{M}{M_p} - \cos \frac{\pi}{2} \frac{P}{P_p} \geq 0 \tag{16.a}$$

(2) 局部損傷이 있는 경우

$$\Gamma_p = \frac{M}{M_p} - \cos \left[\frac{\pi}{2} \left\{ \frac{P}{P_p} - \frac{F_{dp}}{P_p} \right\} + \frac{\alpha}{2} \right] + \frac{1}{2} \sin \alpha - \frac{\pi}{2} \frac{F_{dp}}{P_p} \left[\cos \alpha + \frac{\eta}{R} \right] \geq 0 \tag{16.b}$$

여기서, $P_p = 2\pi R t \sigma_y$: 全斷面 塑性軸力
 $M_p = 4R^2 t \sigma_y$: 全斷面 塑性모우멘트
 $\alpha = \cos^{-1}(1 - 2D_d/D)$
 $F_{dp} = 80 \cdot \sigma_y \cdot \alpha \cdot t(\sqrt{4\eta^2 + t^2} - 2\eta)$
 $\eta = (\sin \alpha / \alpha - \cos \alpha) \cdot D/2$

요소의 양 절점 및 요소내부의 최대굽힘모우멘트가 발생하는 점의 내력성분을 식(16) 대입하여 이 식이 만족되면 그 점에 塑性節点이 생기게 된다.

2.6.3 最終強度狀態

이상으로부터 部材의 最終強度狀態는 다음 2가지의 조건으로부터 판정할 수 있다.

- (1) 부재에 挫屈이 발생하였을때
- (2) 부재의 중앙점과 양절점이 모두 塑性化되었을때

2.7 接線 彈塑性剛性行列 및 最終強度後의 剛性 行列 導出

전술한 바와 같이 요소의 양 절점 및 요소내부의 임의점의 일부만이 소성화되어 요소 전체적으로 아직 소성붕괴기구를 형성하지 아니한 때는 외력의 증가에 대하여 더욱 견디게 되며, 요소는 彈塑性舉動을 하게 된다. 그러나, 외력의 증가와 함께 塑性崩壞機構가 형성되면 더 이상의 외력증가에 견디지 못하고 最終強度에 도달하게 된다. 본 논문에서는 요소의 양절점 및 요소중양점이 모두 소성화되었을 때를 최종강도로 생각한다. 그 이후의 내력성분은 Fig. 2의 全斷面 塑性強度 曲線을 따라 재분배하게 된다.

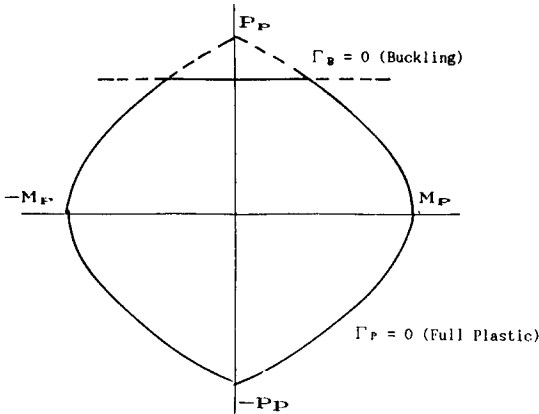


Fig. 2 Ultimate strength interaction relationship

본 논문에서는 요소의 接線彈塑性剛性行列은 Ueda 등에 의해 제안된 塑性節點法[12]의 개념을 적용하여 도출하고, 最終強度後 剛性行列은 부재가 최종강도에 도달한 후의 거동을 理想化하여 근사적으로 다룬다.

2.7.1 接線彈塑性剛性行列

요소의 양 절점 및 중앙점의 일부만이 소성화되어 있는 경우는 接線 彈塑性剛性行列은 다음과 같이 계산된다.

먼저, 식(12)와 식(14)의 하중분포형력 {L}에 대한 수렴계산 후의 接線 彈塑性剛性行列은 다음과 같이 된다.

$$\{\Delta R\} = [K]^e \{\Delta U\}^e \quad (17)$$

여기서, [K]^e는 Updated Lagrangian 기법을 사용하고 있으므로 식(8)을 채용하면 되고, {ΔU}^e는 彈性節點 變位增分으로서 탄성상태에서는 전체 변위증분 {ΔU}와 동일한 값을 갖는다.

만약, 요소의 임의 절점에서의 응력성분이 식(16)의 소성조건을 만족하게 되면 소성절점이 발생하여 요소는 소성변형을 하게 된다. 따라서, 소성발생 후의 요소의 전체절점변위벡터 증분 {ΔU}는 彈性成分 {ΔU}^e와 塑性成分 {ΔU}^p의 합으로 표시된다. 즉,

$$\{\Delta U\} = \{\Delta U\}^e + \{\Delta U\}^p \quad (18)$$

식(18)의 소성변위증분 {ΔU}^p는 塑性增分理論을 적용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \{\Delta U\}^p &= \sum \Delta \lambda_i \{\partial \Gamma_{pi} / \partial R_i\}^T \\ &= \sum \Delta \lambda_i \Phi_i^T, \quad i=1, 2 \end{aligned} \quad (19)$$

여기서, Δλ_i는 양의 값을 갖는 미지의 스칼라량으로서, 절점이 탄성상태에 있는 경우에는 0의 값을 갖는다. {Φ}는 식(16)의 항복조건을 塑性포텐셜로 생각하여 절점력 성분 {R}로서 편미분한 것으로서 降伏曲面에서의 법선벡터를 나타낸다. 또한, 첨자i는 절점i를 나타낸다.

식(17)의 {ΔU}^e에 식(18)의 {ΔU}를 대입하면,

$$\{\Delta R\} = [K]^e (\{\Delta U\} - \{\Delta U\}^p) \quad (20)$$

식(20)을 식(19)에 대입하면

$$\{\Delta R\} = [K]^e (\{\Delta U\} - \sum \Delta \lambda_i \Phi_i^T) \quad (21)$$

한편, 塑性節點에서의 變形率 硬化效果를 무시하면 負荷(Load)가 계속되는 한 다음 식을 만족하여야 한다.

$$\Delta \Gamma_{pi} = \Phi_i^T \{\Delta R\} = 0 \quad (22)$$

식(21)을 식(22)에 대입하면,

$$\{\Phi_i\}^T [K]^e (\{\Delta U\} - \sum \Delta \lambda_j \Phi_j^T) = 0 \quad (23)$$

식(23)으로 부터 未知 스칼라량 $\Delta\lambda_i$ 를 계산하면,

$$\Delta\lambda_i = \frac{\Phi_i^T [K]^e \{\Delta U\}}{\Phi_i^T [K]^e \Phi_i} \quad (24)$$

식(24)를 식(21)에 대입하면 다음과 같은 接線 彈塑性剛性行列이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \{\Delta R\} &= ([K]^e - \frac{\sum [K]^e \{\Phi_i\} \{\Phi_i\}^T [K]^e}{\{\Phi_i\}^T [K]^e \{\Phi_i\}}) \{\Delta U\} \\ &= [K]_p \{\Delta U\} \end{aligned} \quad (25)$$

여기서, $[K]_p$ 는 要素의 接線 彈塑性剛性行列이다.

식(25)로 부터 알 수 있는 바와 같이 본 논문에서의 接線 彈塑性剛性行列은 接線 彈性剛性行列 $[K]^e$ 가 얻어지면 간단한 행렬연산만으로 계산된다. 한편, $\Delta\lambda_i$ 가 음(-)의 값을 갖게 되면 除荷(Unloading)상태가 발생하게 되며, 이 경우의 塑性 節點은 탄성상태로 다루어야 한다.

2.7.2 最終強度後 剛性行列

軸壓縮力을 지배적으로 받는 부재가 最終強度狀態에 도달한 후의 舉動은 일반적으로 Fig. 3의 實線으로 나타내는 바와 같이 變位는 계속 증가하지만 軸方向 內力成分은 저하하는 除荷 舉動이 일어난다. 이같은 除荷現象은 部材의 剛性이나 荷重條件 및 塑性化의 進展狀態등에 따라 달라지며, 일반적으로 構造全體의인 舉動에 큰 영향을 미친다.

한편, 軸引張力을 지배적으로 받는 경우에는 Fig. 3의 點線과 같이 最終強度狀態에 도달한 후에는 內力成分의 크기는 거의 변화하지 않고 일정하게 유지된다.

본 연구에서는 解析過程의 簡潔化를 위하여 部材가 最終強度에 도달한 후의 거동을 明示의인 형태로 數式化하여 근사적으로 다루기로 한다. 이때 부재의 兩端에는 이미 塑性節點이 형성되어 있으므로 回轉에 대한 마찰력은 없고 部材는 軸方向의 內力成分만을 전달하게 된다.

以上的 가정하에서 明示의인 형태의 荷重-變位關係式을 도출하기 위하여 Fig. 3에 나타내는 荷重(P)-變位(u) 座標系上的 曲線을 생각하기로

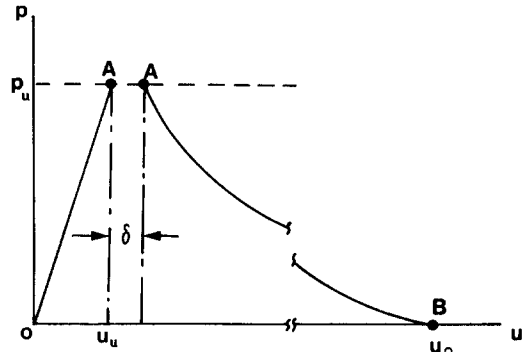


Fig. 3 A schematic relation between the load and displacement in the post-ultimate strength range

한다.

먼저 축하중의 증가와 함께 部材가 最終強度에 도달하였을 때를 點 A(P_u, u_u)라 하고, 축변위가 δ 만큼 증가하는 동안에 內力成分은 일정한 크기를 유지하다가 點 A'($P_u, u_u + \delta$)를 지나 변위가 더욱 증가하면 內力成分이 저하하기 시작하여 軸變位가 임의의 크기에 도달하였을 때 內力成分은 0으로 되는데 이 點을 點 B($0, u_0$)라 정의한다.

따라서, 部材가 最終強度狀態에 도달한 후의 荷重-變位關係式은 A-A'-B點間을 拋物線으로 근사하여 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$P = P_u \quad \text{for } u_u < u < u_u + \delta \quad (26.a)$$

$$P = \frac{(u_u + \delta)P_u}{u_0 - u_u - \delta} \left(\frac{u_0}{u} - 1 \right) \quad \text{for } u > u_u + \delta \quad (26.b)$$

여기서, P: 軸方向 內力成分

u: 軸變位量

P_u : 部材의 最終強度值

u_u : $P = P_u$ 에서의 軸變位量

u_0 : $P = 0$ 에서의 軸變位量

δ : $P = P_u$ 에서 內力成分이 일정하게 유지되는 동안의 變位增量

식(26)의 P_u 는 最終強度 解析結果로부터 얻어지며, u_0 및 δ 는 부재에 대한 實驗結果등을 바탕으로 설정할 수 있다. 본 연구에서는 實驗結果를 검토한 결과, u_0 를 부재길이의 10% 정도로 설정하였으며, δ 는 일반적으로 매우 미소한 것이 보통이

므로 0로 설정하였다.

따라서, 식(26)에 $\delta=0$ 를 대입하고 増分形으로 표시하면 요소의 最終強度後 剛性行列은 다음과 같이 도출된다.

$$\{\Delta R\} = [K]^u \{\Delta U\} \quad (27)$$

여기서, $[K]^u$ 는 要素의 最終強度後 剛性行列이고, 또한 要素는 膜應力만을 감당하므로 軸方向成分만이 남는다. 즉,

$$\begin{Bmatrix} \Delta R_{xi} \\ \Delta R_{yj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta & -\eta \\ -\eta & \eta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u_i \\ \Delta u_j \end{Bmatrix} \quad (28)$$

$$\text{여기서, } \eta = -\frac{u_u u_0 P_u}{u^2(u_0 - u_u)}$$

$$u = 0.1L$$

u : 軸方向 증분단계까지의 累積 軸變位量

3. 數値解析 例 및 考察

이 절에서는 본 연구에서 정식화한 解析理論을 바탕으로 프로그램을 작성하여, 損傷을 가진 單位圓筒部材[9, 13-17]와 白 등[18] 및 S ϕ reide[4]가 수행했던 平面骨造試驗體와 立體骨造試驗體에 대한 實驗結果 및 解析結果를 再解析하여 본 해석법의 유용성을 검토한다.

3.1 單位圓筒部材

단순지지된 單位 損傷圓筒部材가 軸 壓縮力을 받을 경우의 最終強度實驗은 지금까지 다수 수행되어 왔다[9, 13-17].

Fig. 4는 單位 損傷圓筒部材의 最終強度值에 대한 實驗 및 解析結果를 비교하고 있다. 본 해석결과 COV는 13%로서 본 해석법은 실험결과등과 비교하여 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

또한, Fig. 5는 Rashed[9]가 수행한 굽힘 및 局部損傷을 가진 대표적인 시험체에 대한 荷重-軸變位の 관계를 나타내고 있다. 이 그림에서 점선은 Rashed의 실험결과를, 일점쇄선은 Rashed가 정식화한 理想化構造要素를 사용한 해석결과

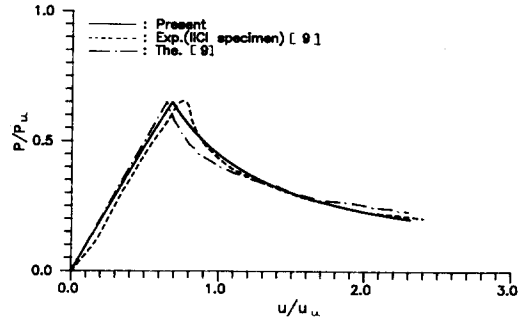


Fig. 4 The load-shortening curve for damaged tubular member subjected to axial compression

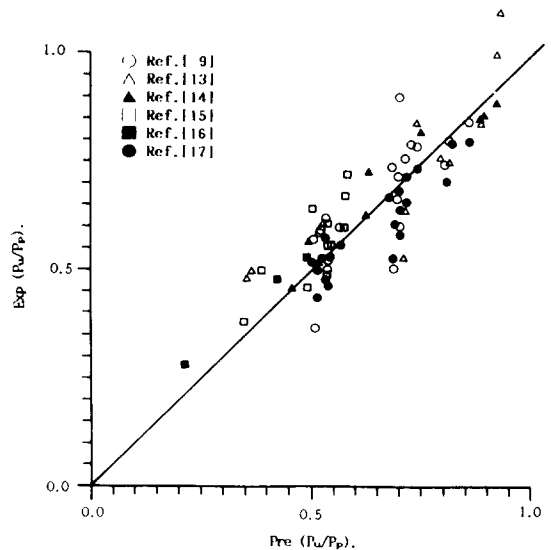


Fig. 5 Comparison of the ultimate strength between present solutions and experimental results

를, 실선은 본 해석법에 의한 해석결과를 나타내고 있다. 이 그림에 의하면 Rashed의 해석방법이나 본 해석법 모두 요소가 좌굴 또는 최종강도에 도달하기 전의 彈性限界內에서의 요소강성은 실험 결과보다 다소 크게 나타나고 있는데, 이것은 彈性剛性行列의 도출시에 局部損傷의 影響을 무시한데 대한 결과로 생각된다.

3.2 平面骨造試驗體

먼저, 白 등[18]이 수행했던 平面骨造試驗體에

대한 實驗結果를 재해석하여 본 해석법의 유용성을 검토한다. Fig. 6은 白 등이 실험했던 평면골조 시험체를 나타내고 있다. 이 시험체의 모델링시 부재간의 접합부에 절점을 설정하고 그 구성부재를 하나의 理想化構造要素로 모델링하였다. 이때 사용된 전체 모델의 요소수는 18개, 절점수는 12개였다. Fig. 7에는 평면골조시험체에 대한 실험 및 본 해석법에 의한 荷重-變位關係를 나타내고 있다. 이 그림에서 점선은 白 등이 행한 실험결과를, 실선은 본해석법에 의한 해석결과를 나타내고 있다. 여기서 IC 모델은 손상이 전혀없는 시험체를 나타내고, DC 모델은 우측 위 Diagonal Brace에 손상을 가진 시험체를 나타내며, 마지막으로 RC 모델은 DC 모형에서의 손상부재를 제거한 시험체를 나타낸다. 이 그림에서 알 수 있듯이 본 해석법은 실험결과와 잘 일치함을 알 수 있다.

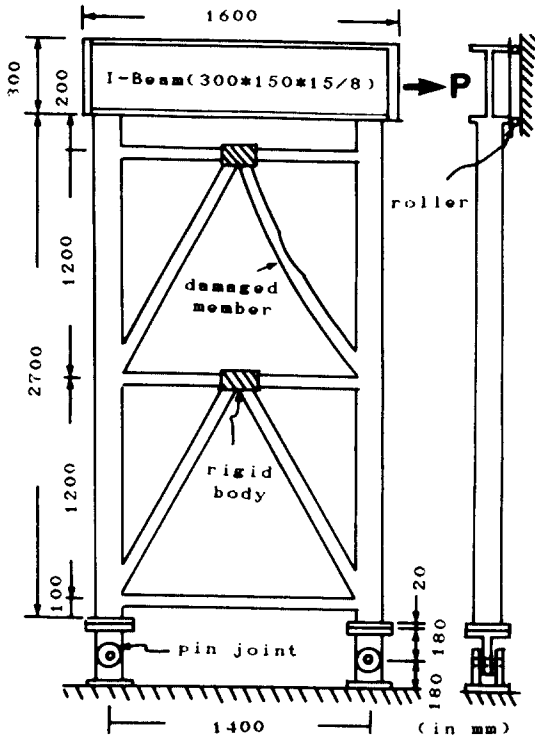


Fig. 6 Configuration of Paik's frame structure model performed by Paik and Shin [18]

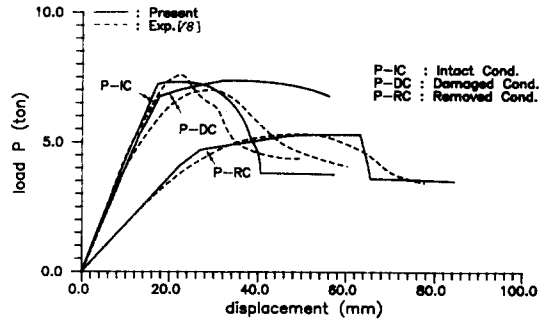


Fig. 7 The load-displacement curve for 2-D frame structure model

본 해석결과에 의하면 DC 모형과 RC 모형은 IC 모형에 비하여 最終強度値가 각각 약 8% 및 29% 정도 저하하고 있음을 알 수 있다. 한편, 본 해석에 사용된 계산시간은 MIPS-M/120 컴퓨터로 약 40초였다.

다음으로, Søreide[4]가 실험 및 해석했던 K型 平面骨造試驗體에 대하여 본 해석법을 적용하여 再解析하였다. Fig. 8에는 Søreide가 실험 및 해석했던 K型 平面骨造試驗體를 나타내고 있다. 이 시험체의 모델링에 사용된 전체 절점수는 5개, 요소수는 4개이다. Fig. 9에는 荷重-變位關係를 나타내고 있다. 이 그림에서 점선은 Søreide가 행했던 실험결과를, 일점쇄선은 Søreide가 행한 해석결과를 그리고 실선은 본 해석법에 의한 해석결과를 나타내고 있다. 한편 본 해석에 소요된 계산시간은 MIPS-M/120 컴퓨터로 약 30초였다. 이 그림에서 알 수 있듯이 본 해석법은 실험결과와 비교하여 最終強度는 약간 높게 평가하고 있고, 最終強度後 舉動은 다소 낮게 평가하고 있다. 그러나, 전반적으로 본 해석법은 충분한 정도의 해석결과를 주고 있다고 생각된다.

3.3 立體骨造試驗體

먼저, 白 등[18]이 수행했던 立體骨造試驗體에 대한 실험결과와 본 해석결과를 비교한다. Fig. 10에는 본 해석에 사용된 입체골조시험체를 나타내고 있다. 立體骨造試驗體에서도 平面骨造試驗體에서와 마찬가지로 圓筒部材 한개를 하나의 理想

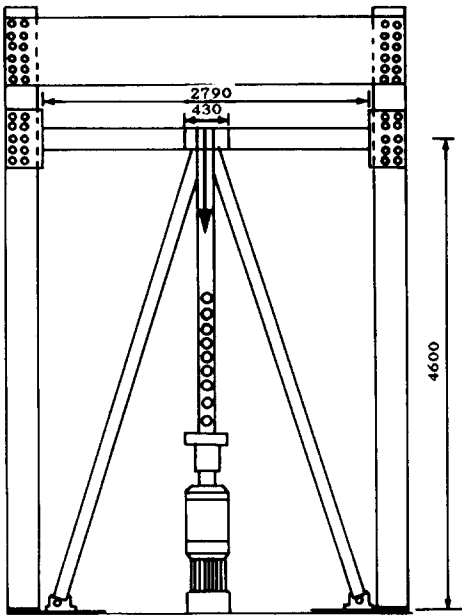


Fig. 8 Configuration of Sørreide's 2-D frame structure model[4]

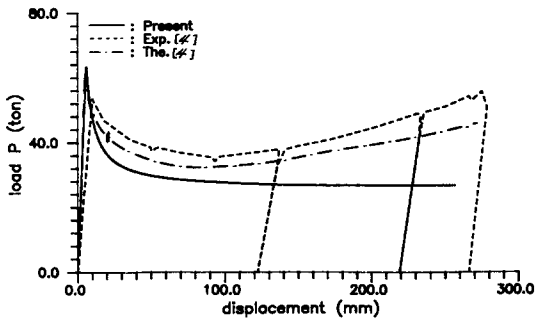


Fig. 9 The load-displacement curve for Sørreide's K-shaped frame structure model

化構造要素로 모델링하였으며, 이 모델링에 사용된 전체 요소수는 56개, 절점수는 28개였다.

본 해석에서는 실험을 수행한 損傷部材를 가진 模型(DC 모형) 뿐만아니라 손상부재가 전혀없는 模型(IC 모형)과 DC 模型에서의 손상부재를 제거한 模型(RC 모형)에 대하여도 해석을 수행하였다.

Fig. 11에는 荷重-變位關係를 나타내고 있다. 이 그림에서 점선은 白 등이 행했던 DC 모형에

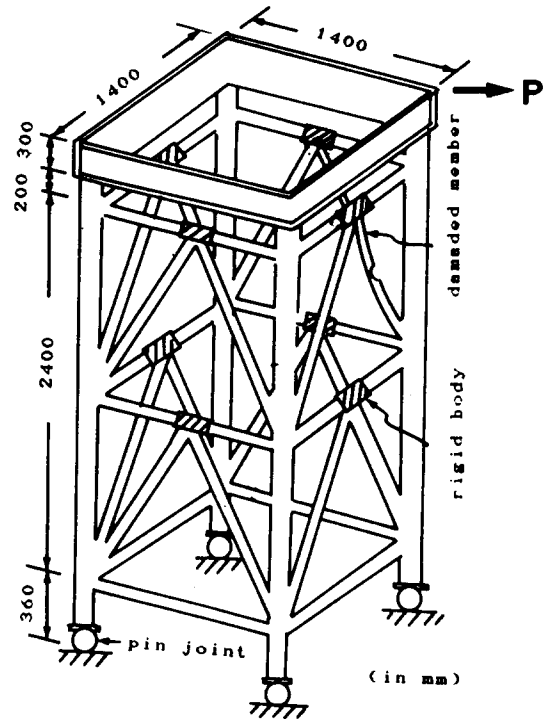


Fig. 10 Configuration of Paik's 3-D frame structure model [18]

대한 실험결과를, 실선은 본 해석법에 의한 해석 결과를 나타낸다. 한편, 구조전체적인 最終強度値는 IC 모형을 기준으로 생각할 때 DC 및 RC 모형이 각각 약 1.2% 및 5.3% 정도 저하하였다. 또한, 본 해석결과와 실험결과를 비교한 결과

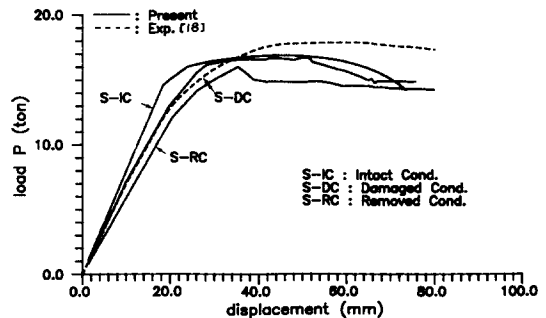


Fig. 11 The load-displacement curve for Paik's 3-D frame structure model

最終強度에 도달하기 전의 거동은 잘 일치하고 있으나, 최종강도치는 해석결과가 약 7.2% 정도 과소평가하고 있다. 그러나, 실용적으로 충분한 정도의 해석결과라고 생각된다. 한편, 본 해석에 소요된 계산시간은 MIPS-M/120 컴퓨터로 약 15분 정도였다.

다음으로, Sørense[4]가 행했던 3-D 骨造構造에 대한 해석결과를 본 해석법으로 再解析하였다. Fig. 12에는 Sørense가 해석했던 3-D 골조구조체를 나타내고 있다. 이때 모델링에 사용된 전체 절점수는 13개, 요소수는 28개 이다. Fig.

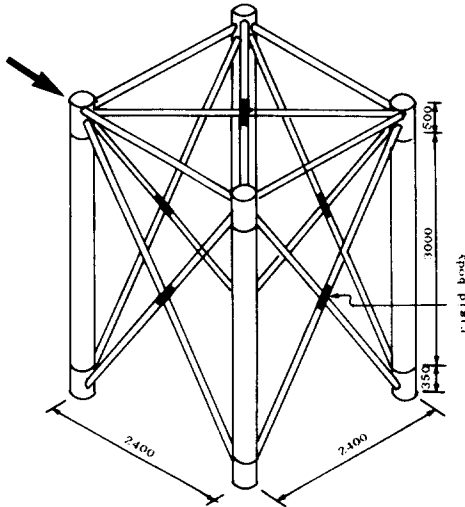


Fig. 12 Configuration of Sørense's 3-D frame structure model[4]

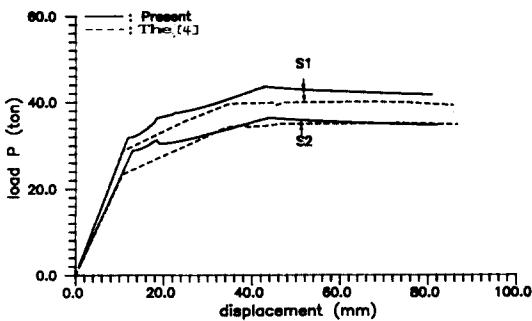


Fig. 13 The load-displacement curve for Sørense's 3-D frame structure model

13에는 荷重-變位關係를 나타내고 있다. 한편, 본 해석에 소요된 계산시간은 MIPS-M/120 컴퓨터로 약 20분 정도였다. 이 그림에서 점선은 Sørense가 행했던 해석결과를, 실선은 본 해석법에 의한 해석결과를 나타내고 있다. 이 그림으로부터 알 수 있듯이 본 해석법과 Sørense의 해석결과는 서로 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

4. 結言

본 연구에서는 理想化보-기둥要素를 개발하여, 이것을 바탕으로 컴퓨터 프로그램을 작성하였으며, 본 해석법의 정도와 유용성을 확인하기 위하여 單位部材, 平面 및 立體骨造試驗體에 대한 기존의 最終強度 實驗結果 및 數值解析結果를 본 해석결과와 비교하였다.

이상의 연구결과들을 요약하면 다음과 같다.

(1) 본 연구에서 정식화한 理想化보-기둥要素의 接線 彈性剛性行列은 Updated Lagrangian 기법을 이용하여 軸壓縮力을 받을 경우와 軸引張力을 받을 경우를 구분하여 명시적인 형태로 도출하였다.

(2) 要素의 彈塑性剛性行列은 塑性節点法을 적용하여 도출하였다.

(3) 要素의 最終強度後 剛性行列은 부재가 최종강도에 도달한 후의 거동을 명시적인 형태로 수식화하여 근사적으로 도출하였다.

(4) 損傷을 받은 單位圓筒部材에 대한 기존의 實驗結果를 재해석하여 본 해석법을 검증하였다.

(5) 平面 및 立體骨造試驗體에 대한 기존의 實驗結果 및 解析結果를 재해석하여 본 해석법의 유용성을 확인하였다.

(6) 本 解析法은 실용적으로 충분한 정도의 解析結果를 주면서 계산시간은 매우 짧기 때문에 실제 문제에 매우 유용하게 활용될 수 있으리라 사료된다.

參 考 文 獻

[1] Ueda, Y. and Rashed, S.M.H., The Idealized

- Structural Unit Method and It's Application to Deep Girder Structures, Computers & Structures, Vol.18, No.2, 1984.
- [2] Ueda, Y. and Rashed, S.M.H., Advances in the Application of Idealized Structural Unit Method, Int. Conf. of Advances in Marine Structures, ARE, Dunfermline, Scotland, 1991 (to be appeared).
- [3] Ueda, Y. and Rashed, S.M.H., Behaviour of Damaged Tubular Members in Offshore Structures, OMAE, pp.528-536, 1985.
- [4] Søreide, T.H. and Amdahl, J., Collapse Analysis of Framed Offshore Structures, OTC530 2, 1986.
- [5] Ueda, Y. et. al., Ultimate Strength Analysis of Double Bottom Structures in Stranding Conditions, PRADS'87, Trondheim, Norway, 1987.
- [6] Paik, J.K., Ultimate Strength Analysis of Ship Structures by Idealized Structural Unit Method, Dr. Dissertation, Osaka University, 1987.
- [7] Paik, J.K. and Lee, D.H., Ultimate Longitudinal Strength-Based Safety and Reliability Assessment of Ship's Hull Girder, J. of SNAJ, Vol. 168, 1990.
- [8] 上田, 他, 海洋構造物の最終強度解析法-理想化構造要素法の應用, 關西造船協會論文集, Vol.19 0, pp.131-142, 1983.
- [9] Rashed, S.M.H., Ultimate Strength and Post-Ultimate Strength Behaviour of Damaged Tubular Members, Report SK/R52, Division of Marine Structures, Norwegian Institute of Technology, 1980.
- [10] Aanhold, J.E., Analysis of Structures with Damaged Structural Members, SINTEF Report STF88 A83002, Trondheim, 1983.
- [11] Kavale, D. and Søreide, T., Progressive Collapse of Mobile Offshore Platforms, PRADS' 83, pp.19-29, 1983.
- [12] Ueda, Y. and Yao, T., The Plastic Node Method : A New Method of Plastic Analysis, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.34, Nos.1-3, pp.1089-1104, 1982.
- [13] Smith, C.S., Kirkwood, W., and Swan, J.W., Buckling Strength and Post-Collapse Behaviour of Tubular Members Including Damage Effects, Proc. 2nd Int. Conf. on Behaviour of Offshore Structures(BOSS 79), London, pp. 303-326, 1979.
- [14] Smith, C.S., Somerville, W.L. and Swan, J.W., Residual Strength and Stiffness of Damaged Steel Bracing Members, OTC 3981, pp.273-282, 1981.
- [15] Smith, C.S., Assessment of Damage in Offshore Steel Platforms, Proc. of Int. Conf. on Marine Safety, pp.279-307, 1983.
- [16] Smith, C.S., Residual Strength of Tubulars Containing Combined Bending and Dent Damage, Proc. Offshore Operations Symposium., 9th Energy Resources Technology Conf., 1986.
- [17] Taby, J., Moan, T. and Rashed, S.M.H., Theoretical and Experimental Study of the Behaviour of Damaged Tubular Members in Offshore Structures, Norwegian Maritime Research, Vol.9, No.2, pp.26-33, 1981.
- [18] Paik, J.K. and Shin, B.C., Theoretical and Experimental Study for the Progressive Collapse Analysis of Tubular Offshore Structures, PACOMS '90 Vol.3, pp.367-374, 1990.
- [19] Bathe K.J. and Cimento, A.P. Some Practical Procedures for the Solution of Nonlinear Finite Element Equations, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.22, 1980.
- [20] 吉識, 山本, 彈性安全論, 共立出版社, 1965.
- [21] Yao, T., Taby, J. and Moan, T., Ultimate Strength and Post-Ultimate Strength Behaviour of Damaged Tubular Members in Offshore Structures, OMAE'86, pp.301-308, 1986.

(접수일자 : 1990. 12. 5)