

## 静的解析 모델링기법

金 巨 煥\*

### 1. 序言

요즘 구조물의 해석에 FEM 프로그램을 사용하지 않는 설계자는 거의 없을 것이다. 불과 10년전만 해도 특수한 경우를 제외하고는 실무에 거의 사용되지 않던 FEM 프로그램이 이렇게 대중화된 것은 실로 놀라운 일이다. 그러나 FEM 프로그램이 대중화된 반면 FEM의 기본개념을 이해하지 못한채 FEM 프로그램을 “black box”로 생각하고 오용하는 경우도 많아져서 미국의 경우 상업적으로 사용되고 있는 FEM의 50%는 틀린 결과라는 보고도 있다. 즉, FEM 프로그램 사용자중 많은 사람들이 본인도 모르는 사이에 프로그램을 부정확하게 사용하고 있다는 말이다. 국내의 경우에는 조사된 바는 없지만 필자의 경험에 비추어 보더라도 예전에 FEM 프로그램을 사용한 구조해석 중 많은 부분이 틀렸었다는 것을 뒤늦게 알게 되었다.

FEM 프로그램 사용에는 “cook book”은 없다고 한다. 즉, 책에 썩여진데로 따라 하던 정확한 해석결과를 얻을 수 있는 그런 책은 없다는 뜻이다. 여기에는 단지 이런식으로 해라 또는 저런것은 안된다는 식의 지침서와 사용자의 경험만이 유용한 수단이다.

본고에서는 FEM 프로그램 사용시 주의하여야 할 사항과 흔히 범하기 쉬운 오류에 대하여 기술

하고자 한다. 본고에서는 静的線彈性解析에 대한 것만을 다루었으며 본고의 내용은 참고문헌중 C. Meyer가 편집한 “Finite Element Idealization”에서 인용한 것이다.

### 2. 일반적인 고려사항

FEM 프로그램을 사용하여 구조물을 해석할 경우 일반적으로 고려하여야 할 사항들은 다음과 같다.

1) 해석대상 구조물을 이해하고 개략적인 계획을 세운다. 대표적인 사항들로는 재료의 특성, 하중의 종류, 구조물의 거동상의 특성, 대칭성, 구조물중 특히 중요한 부분 등에 관한 것들로서 이러한 사항을 고려하여 해석모델을 구축한다.

2) 해석프로그램을 선정한다. 실제로 실무에서 선택할 수 있는 다양한 프로그램 종류가 확보되어 있지 않은 경우에는 上記 1)의 과정중 해석모델의 구축은 사용가능한 프로그램의 제원에 맞출 수 밖에 없으나, 선택가능한 프로그램이 많은 경우에는 사용가능한 요소의 종류, 프로그램의 용량, 효율성, 이용할 수 있는 옵션 등 편의성등을 고려하여 프로그램을 선정한다.

3) 매뉴얼을 숙지한다. FEM 해석시 발생하는 오류의 많은 부분이 사용자 매뉴얼을 숙지하지 못한데서 연유한다고 한다. FEM 프로그램은

\* 정회원 ; 한국건설기술연구원 구조연구실장

동일 형태의 요소라 할지라도 프로그램에 따라 그 성질이 다를 수 있으므로 유의하여야 한다. 예를 들어 4-node quadrilateral element만도 38가지 이상의 종류가 있다고 한다. 또한 사용자 매뉴얼을 숙지하지 않으면 이용에 편리한 여러가지 옵션을 사용하지 못하는 경우도 있다.

4) Test Run을 수행하라. 이 과정은 프로그램을 이해하고 정확도 및 신뢰도를 높이기 위하여 꼭 필요한 과정이다. 매뉴얼에 나타난 사항이 의심스러울 경우에도 결과를 알고 있는 예제를 test run 함으로써 정확히 이해할 수 있다. 또한 대형 해석을 수행할 경우 작은 규모의 예제해석을 실시하여 해석비용의 예측, 사용할 입력 옵션의 이해, 출력결과의 적합성등을 검토할 수 있다.

5) 적합한 요소를 선택하고 합리적인 요소분할(mesh)작업을 하여야 한다. FEM 요소들은 각각의 고유한 특성을 갖고 있어 구조물의 거동과 해석목적에 적합한 요소를 선택하여야 한다. 예를 들어 beam 요소로는 deep beam 해석을 할 수 없으며 특별한 경우를 제외하고 슬래브를 solid 요소로 모델하는 것은 낭비이다. 요소분할 작업은 해석결과의 정확도와 해석시간에 직접적인 영향을 미치며 이에 대해서는 뒤에 자세히 설명하고자 한다.

### 3. 해석모델구축 및 입력시 유의사항

이장에서는 FEM 해석모델을 구축하고 입력자료를 만들때 특히 유의하여야 할 일반적인 사항을 설명하고 각요소별 모델구축에 관해서는 4장에서 언급하고자 한다.

#### 3.1 자유도(Degree of Freedom, DOF)

일반적으로 2차원 모델의 경우 3개, 3차원 모델의 경우 6개의 자유도가 존재하나 FEM 요소들은 각 요소의 특성에 따라 정의되는 자유도가 다르다. 예를 들어 beam요소는 6개의 자유도를 갖고 있으나 solid 요소는 회전변위가 없이 직선변위 3개만을 갖는다. 표1은 일반적인 FEM요소의 자유도를 나타낸다.

그러나 표1은 일반적인 경우에 해당되며 프로그

표1. FEM요소별 자유도(예)

Element	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$	$\theta_x$	$\theta_y$	$\theta_z$
Truss	○	○	○	×	×	×
Beam	○	○	○	○	○	○
Plane Stres - Strain	○	○	×	×	×	×
Plate - Shell	○	○	○	○	○	×
Solid	○	○	○	×	×	×

램에 따라 다른 자유도를 사용하는 경우가 있으므로 유의하여야 한다. 예를 들어 plate-shell 요소는 5개의 자유도가 원칙이나 프로그램에 따라서는 제6의 자유도  $\theta_z$ 를 갖는 plate-shell 요소도 있다.

각 요소를 정의하여 주는 절점들을 입력할 때는 요소가 필요한 자유도만을 풀어주고 필요없는 자유도는 모두 구속시켜야 한다. 이것은 불필요한 자유도를 모두 구속시킴으로써 해석시간을 절약하는 의미도 있으나 더욱 중요한 것은 불필요한 자유도를 구속시키지 않았을 경우에는 다음에 설명하는 numerical error가 발생하거나 해석이 아주 불가능할 경우가 있으니 유의하여야 한다. 또한 한 절점에서 자유도가 서로 다른 2개의 요소가 만났을 경우에는 대부분의 경우 자유도가 큰 요소에 따라 절점자료를 입력하여야 한다.

#### 3.2 계산오차(Numerical Error)

FEM은 물론 컴퓨터에 의한 모든 계산에는 오차가 발생한다. 이는 컴퓨터에서 사용하는 word length의 제한때문에 발생한다. 이러한 계산오차가 FEM 프로그램과 같은 해석프로그램 사용시 더욱 문제가 되는 것은 해석과정에서 매트릭스 방정식을 풀때 수많은 반복계산이 이루어지기 때문이다. 예를 들어 Gauss 소거법을 사용할 경우 자유도가  $n$ 이며 bandwidth가  $m$ 인 경우 계산횟수는  $1/2nm^2 + 2nm$ 에 달한다. 1.0은 자신에 무한히 곱해도 결과는 1.0이지만 1.0에 가까운 0.99999를 자신에 계속 곱하면 결국 0에 수렴하는 이치와 같이 제한된 자리수의 숫자는 계산횟수가 많아질 수록 오차가 더욱 커진다. 이 계산오차의 크기는 해석모델에 의해서도 좌우되며 이를 판단하는 기준을 conditioning이라 한다.

한 모델의 conditioning  $\kappa = \frac{\lambda_n}{\lambda_1}$  으로 정의된다.

$\lambda_1$ 은 가장 작은 eigenvalue,  $\lambda_n$ 은 가장 큰 eigenvalue이며  $\kappa$ 가 클수록 ill-conditioning이라 하여 나쁜 결과를 초래한다. 극단적으로  $\lambda_1$ 이 0, 즉  $\kappa$ 가  $\infty$ 이면 singular condition으로 해석이 불가능하다.

큰 계산오차를 유발하므로 해석모델 구축시 유의하여야 할 경우는 다음과 같다.

- 1) 변형도가 작은 강체가 큰 처짐을 갖을 때 (그림 1.a)
- 2) 강성의 차이가 큰 요소가 인접할 때(그림 1.b)
- 3) 요소의 형상비(aspect ratio)가 클 때(그림 1.c)
- 4) 매우 큰 모델

FEM 프로그램 사용시 발생한 이러한 계산오차를 발견하는 방법은 대개 2가지이다. 첫째는 warning message를 검토하는 방법으로 좋은 프로그램은 계산오차가 발생할 경우 발생된 절점 또는 자유도와 함께 오차의 정도를 warning message로 출력해 준다. 두번째 방법은 residual load를 검토하는 방법이다. 거의 모든 상업용 프로그램은 generated nodal loads 또는 applied loads and reaction이라고 하는 절점하중 자료를 출력하는데 여기에서 하중점과 지점이외의 절점에 정체불명의

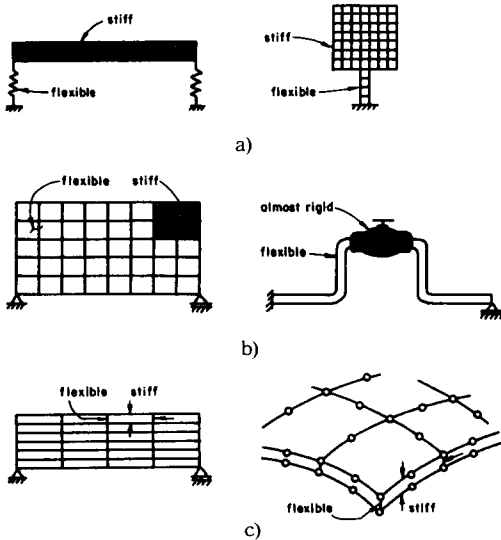


그림 1. ill-Condition을 야기하는 구조물

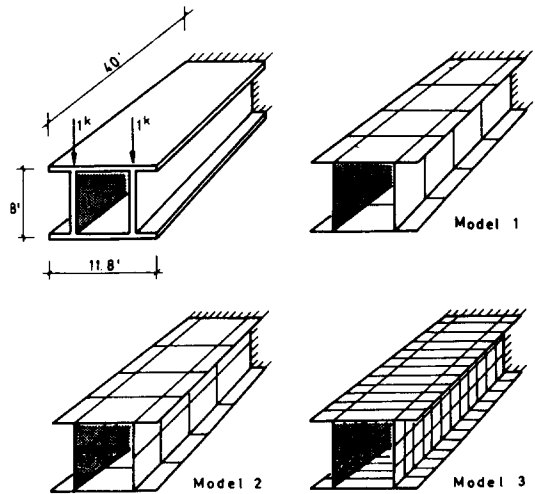
하중이 출력되면 이 계산오차가 발생한 것이다. 이 residual load의 상대적인 크기로 오차의 크기를 짐작할 수 있다.

근래에 FEM 프로그램을 PC에서도 사용할 수 있게 되었는데 16bit PC에서 유효숫자는 15밖에 되지 않아 이 계산오차가 많이 발생하므로 PC에 의한 FEM 해석시 특히 유의하여야 한다.

### 3.3 수렴문제(Convergency)

수렴문제는 전절의 계산오차와 함께 FEM 해석 결과의 정밀도에 지대한 영향을 미치는 문제이다. FEM요소중 truss나 beam 요소같은 1차원 요소는 conforming element이나 plate 또는 solid 요소와 같은 2, 3차원 요소들은 대개의 경우 nonconforming 요소로서 요소분할(mesh refinement)에 따라 해석결과가 달라진다.

예를 들어 그림 2와 같이 상자형부재를 모델링 하였을 경우 요소분할 정도에 따라 해석결과의 정확도가 달라진다. 어떤 프로그램에서는 사용되는 요소의 conformity에 대한 정보를 매뉴얼에 수록하고 있으나 그렇지 않은 경우에는 반드시



Model	Tip Deflection (ft × 10 <sup>3</sup> )	Moment, 15ft. From Tip (ft-Kip)
1	.156	22.2
2	.160	22.8
3	.202	28.8
Beam Theory	.219	30.0

그림 2. Box Girder의 모델

어느정도의 요소분할이 적합한가를 그림 2나 그림 3과 같은 convergency test를 수행한 후 해석모델을 만들어야 한다. 특히 절점에 집중하중이 입력되는 경우에는 해석결과의 오차가 크고 수렴정도가 매우 느리므로 요소분할에 신경을 써야 한다.

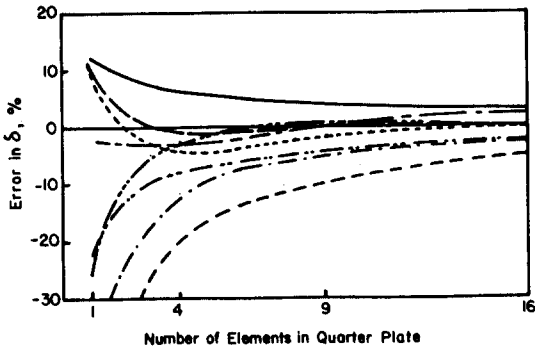
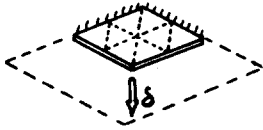


그림 3. 수렴 test

#### 4. FEM요소 사용상 유의사항

이장에서는 일반적으로 많이 사용되는 FEM 요소별로 그 특성 및 사용상의 유의사항에 대하여 설명한다.

##### 4.1 Beam요소

- 1) 보이론에 의한 정확한 해석결과를 얻을 수 있다.
- 2) 비틀림계수( $J$ )는 원형단면의 경우를 제외하고는 극단면이차모멘트( $I_p$ )와는 다르다. 규형단면의 경우

$$J = \frac{(1 - 0.63(t/b)bt^3)}{3} \text{이다.}$$

- 3) End Rigid Zone : Beam요소는 단면방향으로 크기가 없는 것으로 가정하므로 실제로 유한한 크기의 효과를 나타내기 위하여, 예를 들면, 보-기둥 접합부에서는 옵션이 있는 경우 constraints 나 rigid element(zone)를 사용하여야 한다. 이러한

옵션이 없을 경우에는 보강성의  $10^3 \sim 10^4$ 배를 넣으면 되며 너무 큰 강성(예를 들어  $10^{10}$ )을 넣으면 계산오차가 발생하므로 유의하여야 한다.

- 4) 요소의 중심선이 일치하지 않을 경우에는 member eccentricity나 member offset 옵션을 사용하여야 한다.

- 5) 국부좌표(local coordinates) : 보요소에서 가장 중요한 사항중의 하나이며 잘못 입력하면 error 나 warning message도 없이 틀린 결과를 초래한다. 입력방법은 각각 프로그램마다 다르므로 매뉴얼을 숙지한 후 사용하여야 한다.

- 6) 전단면적 : 전단면적을 고려하면 해석결과의 정확도를 높힐 수 있다. 대부분의 FEM 프로그램에서는 0으로 입력하면 전단효과는 무시된다.

- 7) End Release : 보의 양단의 자유도를 해소할 때 사용한다. 이때 유의할 사항은 한 절점에서 만나는 부재의 자유도를 해소할 때 그림 4와 같이 한부재에 대해서는 자유도를 해소시키지 말아야 한다. 그렇지 않으면 singular 상태가 되어 error 가 발생한다.

- 8) Thin Walled Beam : 채널, Z형강과 같은 thin walled open section들은 warping현상이 발생하여 보통의 beam 요소로는 해석할 수 없다. 이 경우 warping을 고려할 수 있는 7개의 자유도를 갖는 beam 요소를 사용하거나 plate-shell 요소를 사용하여야 한다.

- 9) Deep Beam : Plane stress 또는 plate 요소를 사용하여 모델링하여야 한다.

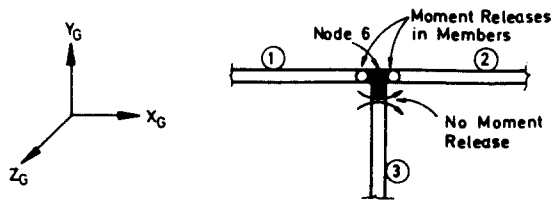


그림 4. 평면 프레임에서의 모멘트 해제

##### 4.2 Plane Stress/Strain 요소

- 1) 사각형요소가 삼각형요소보다 정확함.
- 2) 형상비 및 왜곡(aspect ratio, distortion) : 사용가능한 형상비는 요소의 종류, 하중, 구조물의 기하학적 형태에 따라 다르며 특정한 규칙은 없으나 응력의 변화가 심한 곳에서는 형상비를 1에

가깝게 유지하여야 하며 일반적인 지침은 다음과 같다(그림 5).

- 가능한 형상비를 1에 가깝게 유지(3이하가 바람직함)
- 사각형 요소의 내부각이 90°에 가깝게 유지
- 변의 중간절점은 변의 중심에 가깝게 배치
- 요소의 변은 가능한 직선으로 모델

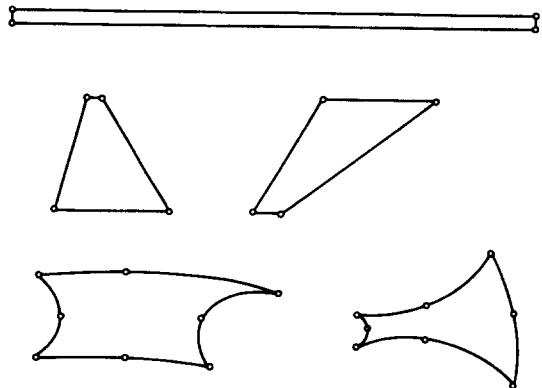
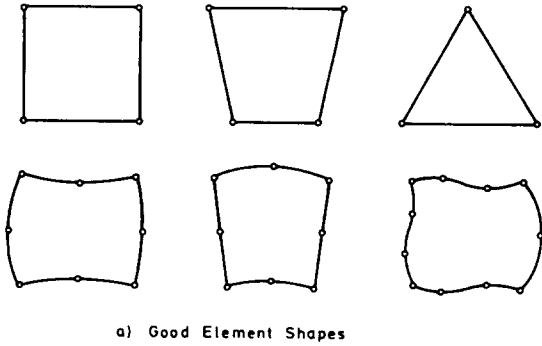


그림 5. 요소형태와 Aspect Ratio

### 4.3 Plate-Shell 요소

- 1) 4-절점 요소가 가장 많이 사용됨.
- 2) 인접된 요소와의 각이 2° ~ 10° 안에 있어야 해석이 정확함(그림 6)

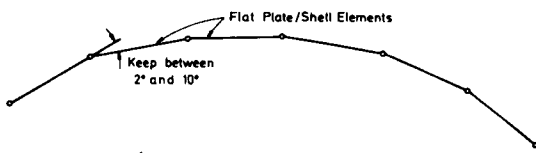


그림 6. Flat Plate / Shell 요소로 모델된 Curved Shell Surface

3) Span-depth 比 : Shell은 그 두께에 따라 초박판, 박판 및 후판으로 나누어지며 각각의 경우 사용되는 요소가 다르다.

- 초박판 :  $R/t > 500$ 인 경우로 막작용에 의해 거동하며 plane stress/strain 요소를 사용한 다.
- 박판 :  $50 < R/t < 500$ 인 경우로 막작용과 휨작용이 동시에 발생하며 plate-shell 요소를 사용한다.
- 후판 :  $R/t < 50$ 인 경우로 횡방향 전단효과가 두드러져 solid 요소를 사용하거나 전단효과를 고려할 수 있는 plate-shell 요소를 사용한 다.

### 4) 자유도

- 5 DOF이 원칙임
- 요소평면에 수직방향의 회전자유도( $\theta_z$ )를 구속하여야 한다.
- 요소평면이 global 좌표와 일치하지 않을 경우에는 그림 7과 같이 local 좌표를 구속하는 옵션을 이용하거나 각 절점에 아주 약한 강성의 회전스프링을 단다.
- 요소들이 2이상의 방향에서 만날 경우에는 교차선상의 절점은 그림 8과 같이 구속하지 않는다. 단, 만나는 각도가 그림 9와 같은 4° 이하일 경우에는 약한 회전스프링을 단다.

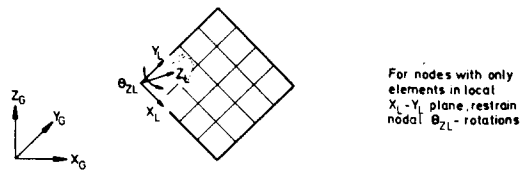


그림 7. 국부 좌표계 내에서 6번째 자유도에 관련된 Zero 강성項

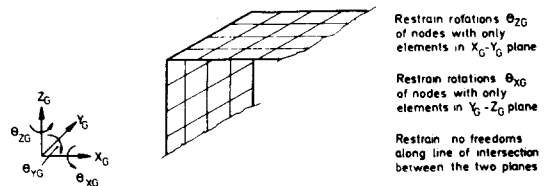


그림 8. Zero 강성項과 교차평면

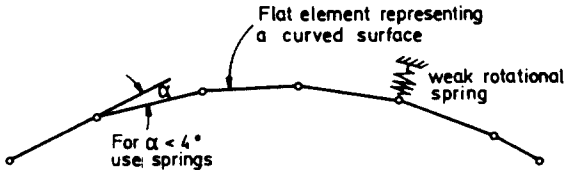


그림 9. 얇은 Shell 모델에서의 Zero 감성項

5) 하중 : Plate-shell 요소에서 등분포하중의 입력은 가능한 한 pressure 하중으로 처리하고 집중하중으로 환산하여 입력하는 것은 부정확하다. 단, 막작용이 주인 아치나 shell 구조에서는 집중하중으로 입력하는 것이 바람직하다.

6) 응력출력자료 : 각 점의 응력은 Gauss점에서 외삽법으로 계산되기 때문에 부정확하다. 따라서 1절점에서의 응력은 그 절점을 공유하는 모든 요소들의 응력을 평균하여 사용하는 것이 정확하다.

#### 4.4 Solid 요소

1) Beam 요소와의 연결 : Solid 요소가 회전 DOF를 갖는 plate나 beam 요소와 연결될 경우에는 모멘트만 전달될 수 있도록 조치를 취하여야 한다. Linear 또는 multipoint constraints를 사용하는 것이 가장 좋으나 프로그램에 이 옵션이 없을 경우 그림 10과 같이 beam 요소를 solid 요소안으로 연장시켜야 한다.

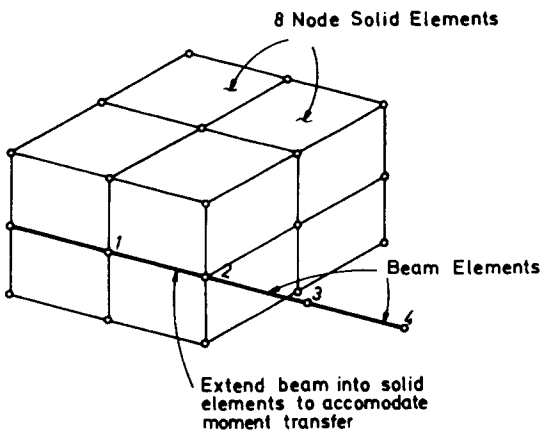


그림 10. Beam 요소와 Solid 요소와의 연결

2) 하중 : 가능한 집중하중이 아닌 body force 또는 surface load로 입력하여 프로그램내에서 자동으로 처리하는 것이 좋다.

3) 응력출력자료 : Plate-shell 요소와 마찬가지로 한절점에서 만나는 요소들의 평균응력값을 사용한다.

4) Mid-side 절점 : 모서리 중앙부분의 절점이 모서리길이 1/4위치에 놓이면 강성매트릭스가 singular가 될 확률이 높으므로 유의하여야 한다.

5) 자유면의 응력 : 자유면에 수직방향의 응력은 오차가 매우 부정확할 수 있다.

#### 4.5 Spring 요소

1) 구조물의 지반을 모델링 할때 주로 사용하며 영향면적에 지반의 subgrade modulus를 곱하여 스프링계수로 입력한다.

2) Global 방향이 아닌 매우 강한 스프링은 numerical error를 유발하므로 주의하여야 한다.

3) 대부분의 선형해석프로그램에서 스프링요소는 인장 및 압축 모두에 유효하므로 지반을 모델링할 때 인장이 발생하는 스프링은 제거하여 반복 해석하여야 한다.

4) 스프링 요소를 이용하여 여러형태의 경계조건을 모델링할 수 있다. 예를 들어 skew 형태의 구조물의 경계면에 스프링의 방향을 조절하여 입력함으로써 대칭구조물로 모델링할 수 있다.

#### 4.6 축대칭(Axisymmetry)요소

1) 일반적으로 다른 요소와 결합되어 사용할 수 없다.

2) 입력가능한 하중은 圓周하중(circumferential load)이나 角하중(load/radian)이다.

3) 어떤 프로그램에서는 대칭축, 즉 radial 좌표값이 0인 곳에는 절점을 정의할 수 없도록 되어 있으므로 유의하여야 한다.

#### 4.7 하중입력

1) Plate나 solid 같은 高次要素들은 앞에서 설명한 바와 같이 집중하중을 피하고 body force나 pressure로 입력하여야 한다.

2) 변위하중 : 변위를 하중으로 입력할 경우에는

입력할 변위값은 정밀하게 계산되어야 한다. 작은 변위도 큰 응력을 유발시킬 수 있기 때문이다.

3) 절점하중 : DOF이 구속된 방향의 하중은 허용되지 않는다. Solid요소에서 절점모멘트는 허용되지 않으므로 짝힘으로 입력하여야 한다.

4) 집중하중을 입력할 경우에는 하중점 부근의 요소를 세밀히 분할하여야 정확한 결과를 얻을 수 있다.

## 5. 참고문헌

- 1) Meyer, C, "Finite Element Idealization", ASCE, 1987.
- 2) Wilson, E.L, and Habibullah, A, "SAP90 Finite Element Analysis Users Manual," Computers and Structures, Inc, 1989.