

초음파 진동 절삭공구 혼(tool horn)의 설계에 관한 연구

姜 鍾 杓*

A Study on the Design of Ultrasonic Vibration Cutting Tool Horn

J. P. Kang*

Abstract

Transforming small ultrasonic energy into large mechanical energy is the essential feature of ultrasonic vibration in various application fields. This energy amplification can be obtained by achieving resonance condition between booster or tool horn and transducer. When it has uniform section with small sectional area, one dimensional analysis provides good estimation of the natural frequency of the horn. But, for arbitrary shape of horn, one dimensional analysis can no longer be applied. At present, designing tool horn whose natural frequency is identical to that of transducer requires several stages of trial and error in actual manufacturing process. In this paper, frequency analysis program is developed to easily predict the natural frequency of ultrasonic vibration cutting tool with axisymmetry and 3-dimensional shape using finite element method.

1. 序 論

최근 진동 절삭가공 및 용착 등에 초음파 진동을 응용하려는 시도가 급증하고 있다. 이 분야에서는 진동자에서 발생하는 미소한 진폭의 초음파 에너지를 큰 에너지로 변환시키는 방법으로서 진동자의 끝단에 진동자와 같은 고유진동수를 가진 부스터(booster)와 공구 혼(tool horn)을 부착하여 공진에 의한 증폭으로 큰 에너지를 얻고 있다. 그러나 부스터와 공구 혼의 고유 진동수가 진동자의 진동수와 일치하지 않을 경우에는 공구 혼의 끝단에 진동이 전달되지 않는 결과를 초래하게 되므로 이러한 공구 혼의 고유 진동

에 관한 종래의 연구는 단면의 치수가 파장에 비하여 아주 작다는 가정 하에서 공구 혼 양단의 직경비 또는 단면적 비를 파라메타로 하여 축 방향에 대한 1차원적인 해석을 시도하여 왔다. ¹⁾ 이와 같은 경우 공구 혼의 단면적이 커지면 해석 결과와 실제 현상과는 많은 차이가 있게 마련이고 실제로는 장시간에 걸친 시행착오 과정을 거쳐서 고유 진동수를 맞추는 실정이었다. 최근에 이르러 유한 요소법을 공구 혼의 설계에 이용하고자 하는 연구가 행해지고 있으나 이러한 연구의 대부분은 축대칭의 경우만을 취급하고 있어 임의 형상의 공구 혼 설계에는 이용할 수 없는 제약이

* 부산대 대학원

있다.^{2,3)} 또한 범용 진동해석 프로그램은 거의 외국의 것으로 대형 컴퓨터 만을 이용할 수 밖에 없으므로 일반 업체나 개인의 이용에는 많은 어려움이 있다. 따라서 본 연구에서는 유한 요소법을 이용하여 축대칭 및 3차원 형상의 공구 혼에 대한 고유 진동수 계산을 퍼스널 컴퓨터에 의해서 해석하고 설계할 수 있도록 하여 실용 공구 혼의 형상 설계에 용이 하게 활용할 수 있도록 하였다.

2. 유한요소법에 의한 고유 진동수 해석

2.1. 축 대칭요소에 대한 유한요소이론⁴⁾

Fig. 1은 축대칭 삼각형 링요소를 나타낸 것이다. 이것은 2차원적 탄성문제 해석을 하기 위한 평면응력 및 평면변형 해석과 유사하지만 z축에 대하여 대칭이므로 θ 에 관한 항은 모두 0이다.⁵⁾

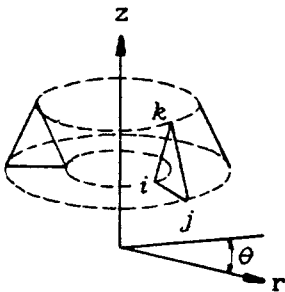


Fig. 1 Typical axisymmetric element ijR

Fig. 1에 있어서 요소내의 변위장을 좌표계 r, z의 1차식이라 가정하면 r 및 z방향으로의 일반적 변위 함수는 다음과 같다.

$$\{\psi\} = \begin{Bmatrix} u(r, z) \\ w(r, z) \end{Bmatrix} \text{ or } \{\psi\} = [N] \{\delta\} \quad (1)$$

여기서 [N] 및 $\{\delta\}$ 은 각각 형상함수와 변위 벡터이며 축대칭 요소의 변형-변위의 관계는

$$\epsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}, \quad \epsilon_\theta = \frac{u}{r}, \quad \epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \gamma_{rz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \quad (2)$$

인 관계가 성립되고 이를 행렬로 표시하면

$$\{\epsilon\} = [B] \{\delta\} \quad (3)$$

가 된다.

여기서 [B]는 r과 z의 좌표 함수이다.

한편, 요소의 강성 행렬(stiffness matrix)은

$$[K]^{(e)} = \iiint_V [B]^T [D] [B] dV \quad (4)$$

$$[K]^{(e)} = 2\pi r \Delta [B]^T [D] [B]$$

으로 나타낼 수 있으며 여기서 [D]행렬은 탄성 응력-변위 행렬이고, Δ 는 삼각형 요소의 면적을 표시한 것이다.

또한, 질량 행렬(mass matrix) [M]은 집중질량 법에 의하여 계산하였으며 요소의 질량 행렬은

$$[M]^{(e)} = \iiint_V \rho [N]^T [N] dV \quad (5)$$

으로 표시되며, 여기서 [N]은 형상함수이고 ρ 는 밀도이다.

2.2 3차원 요소의 유한요소이론

3차원 문제를 해석하는 경우 몇 가지의 입체 요소가 제안되어 있지만 기본적으로는 4면체 요소(tetrahedron)가 이용되고 있다. Fig. 2에 x, y, z의 직교 좌표로 정의된 4면체 요소를 나타내었다. 여기서 $ijmp$ 는 절점을 표시하고 절점의 순서는 최종 절점에서 보아 처음의 절점을 반시계 방향으로 회전하면서 부여 하여야 한다.

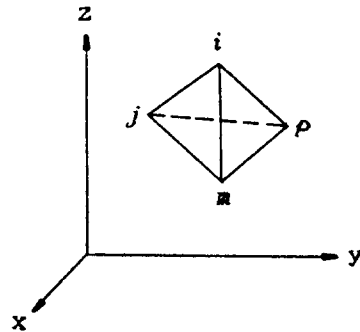


Fig. 2 Tetrahedral solid element

3차원 해석에서도 식(1)과 같이 요소내의 변위장을 1차식이라 가정하면 일반적 변위 함수는 다음과 같다.

$$\{\psi\} = \begin{Bmatrix} u(x, y, z) \\ v(x, y, z) \\ w(x, y, z) \end{Bmatrix} \quad \text{or} \quad \{\psi\} = [N] \{\delta\} \quad (6)$$

3차원 요소의 변형-변위관계는 다음과 같이 주어진다.

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}, \quad (7)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}$$

따라서

$$\{\epsilon\} = [B] \{\delta\} \\ = [B_i, B_j, B_m, B_p] \{\delta\} \quad (8)$$

으로 표시된다.

여기서 [B]는 x, y, z의 좌표 함수이다.

요소의 강성 행렬은 다음과 같이 간단히 표시된다.

$$[K]^{(e)} = \iiint_V [B]^T [D] [B] dV \\ = [B]^T [D] [B] V \quad (9)$$

여기서 V는 4면체 요소의 체적을 나타내고 행렬 [D]는 탄성 응력-변형 행렬이다. 4면체 요소의 질량 행렬 역시 집중질량 행렬 (lumped mass matrix)에 의하여 구하였다.

2.3 고유치 문제

2.3.1 진동의 운동방정식⁶⁾

다 자유도 진동에 대한 운동 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[M] \{\ddot{x}\} + [C] \{\dot{x}\} + [K] \{x\} = \{f\} \quad (10)$$

여기서 [M], [C], [K]는 각각 질량 행렬, 감쇠 행렬, 강성 행렬을 나타내고 {x}는 변위 벡터 (vector)를 나타낸다. 진동의 일반해를 구하고자 할 때는 외력이 주어지지 않는 자유진동 (free vibration)을 고려하여 해석하고 있다. 자유 진동에 대한 일반적인 운동 방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$[M] \{\ddot{x}\} + [K] \{x\} = 0 \quad (11)$$

식(11)에서 {x}가 조화 함수해로 표시된다면 다음과 같이 표현된다.

$$\{x\} = \{X\} e^{i\omega t} \quad (12)$$

여기서 {X}는 진폭 벡터 (amplitude vector)이고, ω 는 원 진동수 (circular frequency)이다. 식(12)를 식(11)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$([K] - \omega^2 [M]) \{X\} = 0 \quad (13)$$

식(13)의 진폭 벡터 {X}가 0이 아닌 해를 가지기 위해서는 다음 식이 성립해야 한다.

$$|[K] - \omega^2 [M]| = 0 \quad (14)$$

식(14)를 진동수 방정식 (frequency equation)이라 하고 이 식을 전개하면 ω^2 에 대한 고차 방정식으로 되고 이 식의 근이 진동계의 고유 진동수 (natural frequency)이다. 또 각 고유 진동수에 대해서 진폭 벡터가 결정되고 이것이 고유 진동파형 (normal mode)이다.

2.3.2 고유치의 계산⁷⁾

고유치 문제는 다음과 같은 형태로 정식화 할 수 있다.

[A], [B]가 $n \times n$ 의 정방 행렬이라고 하면 다음과 같다.

$$[A] \{x\} = \lambda \{x\} \quad : \text{표준고유치 문제} \quad (15-a)$$

$$[A] \{x\} = \lambda [B] \{x\} \quad : \text{일반고유치 문제} \quad (15-b)$$

위 식을 만족하는 스칼라 (scalar) 량 λ 를 고유치 (eigenvalue)라 하고 {x}를 고유 벡터 (eigen vector)라 한다. 이를 계산하기 위한 여러가지 방법이 제안되어 있지만 본 연구에서는 누승법 (Power method)을 이용하였으며 구체적인 수치연산 과정은 참고 문헌 [7]에 의하였다.

2.4 고유 진동수 해석 program의 흐름

본 program은 크게 두 부분으로 나누어져 있다. 하나는 유한 요소법에 의한 강성 및 질량 행렬을 계산하여 dynamic matrix를 구하는 것이고 둘째는 고유치와 고유 벡터를 구하는 것으로 Fig. 3에 흐름도를 나타내었다.

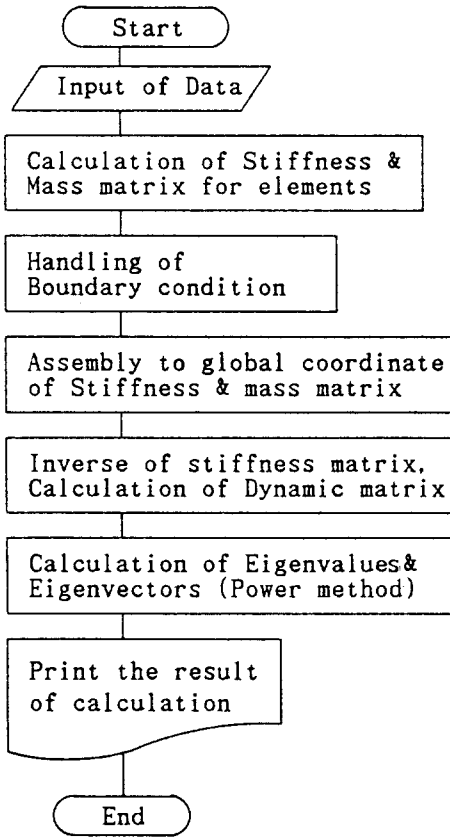


Fig. 3 Flowchart of natural frequency calculation

3. 해석결과 및 검토

3.1 혼의 형상과 고유 진동수 측정

초음파 진동 에너지 이용 분야에서 사용되는 혼의 재질은 주로 두랄루민(duralumin)과 스테인레스강(stainless steel)이고 절삭 가공용이나 초음파 가공에서는 강(steel)도 사용된다. 따라서 본 연구에서는 강과 두랄루민을 이용하였으며 그 물성치는 table 1과 같다. 또 혼의 형상은 초음파 에너지의 응용 분야에서 많이 사용되는 것으로서 Photo 1에 그 형상을 나타 내었다. Photo 1의 (a)는 step형이고 (b)는 축대칭 혼의 끝단에 절삭공구를 부착한 step형 3차원 형상이다. (c) 및 (d)는 각각 exponential형과 사각

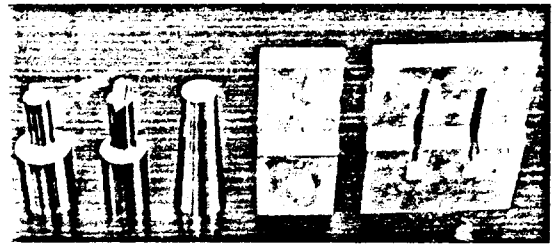
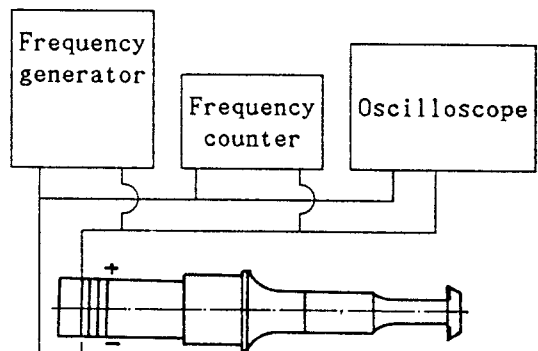


Photo 1 Shape of horn

- (a) Step type(axisymmetry, without tool)
- (b) Step type(3-dimension, with tool)
- (c) Exponential type(axisymmetry, without tool)
- (d) Square type(3-dimension, without slot)
- (e) Square type(3-dimension, with slot)

Table 1 Mechanical properties of materials

Material	Density (kg/mm ³) *10 ⁻⁶	modulus of Elasticity (kgf/cm ²) *10 ⁶	Tensile Strength (kgf/mm ²)
Duralumin	2.768	0.720	55
Steel	7.833	2.070	38



Transducer Booster Tool horn

Fig. 4 Schematic diagram of measurement apparatus

형의 3차원 형상이며 (e)는 사각형의 형상에서 측면 진동을 줄이기 위하여 홈(slot)을 파준 형상이다. 위

와 같은 형상에 대한 프로그램 해석 결과를 확인하기 위하여 각 형상을 실제 제작 하여 고유 진동수를 측정 하였으며 Fig. 4에 측정장치의 개략도를 나타내었다.

3.2 고유 진동수와 진동 모드

Fig. 5는 혼의 끝면에 공구를 부착하지 않은 축대칭 step형에 대한 고유 진동수의 실측치와 프로그램 해석에 의해 얻어진 값 및 혼의 크기와 유한 요소 mesh, 진동모드를 나타낸 것으로 진동모드에서 직경이 큰 쪽보다 작은 쪽이 축방향으로의 변위가 더 크다. 따라서 진폭이 증폭된다는 것을 알 수 있으며 고유 진동수가 실측치와 해석치가 거의 일치하고 있다.

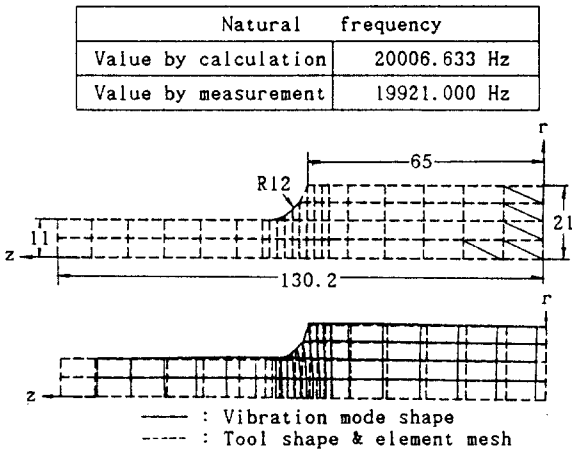


Fig. 5 Vibration mode shape & element mesh for step type horn (axisymmetry, without tool)
No. of element : 130 [EA]

Fig. 6은 끝면에 공구를 부착하지 않은 축대칭 exponential형에 대하여 고유 진동수를 실제 측정치, 프로그램 해석치 및 혼의 크기와 유한 요소 mesh, 진동 모드를 나타내었다. 이 결과, 실측치와 program 해석치가 거의 일치하고 있으며 step형의 진동 모드와 비교 하면 진폭의 증폭이 step형에 비하여 적다는 것을 알 수 있다.

Natural frequency	
Value by calculation	19957.539 Hz
Value by measurement	20051.000 Hz

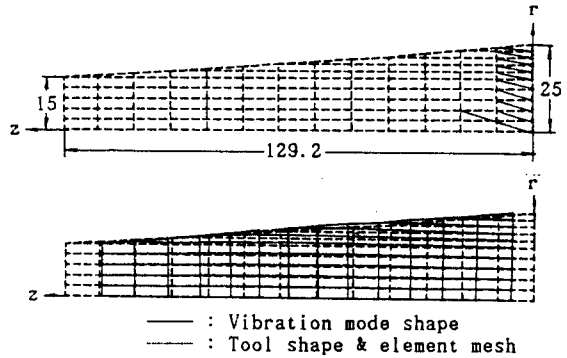


Fig. 6 Vibration mode shape & element mesh for exponential type horn (axisymmetry, without tool)
No. of element : 197 [EA]

Natural frequency	
Value by calculation	19875.071 Hz
Value by measurement	19921.000 Hz

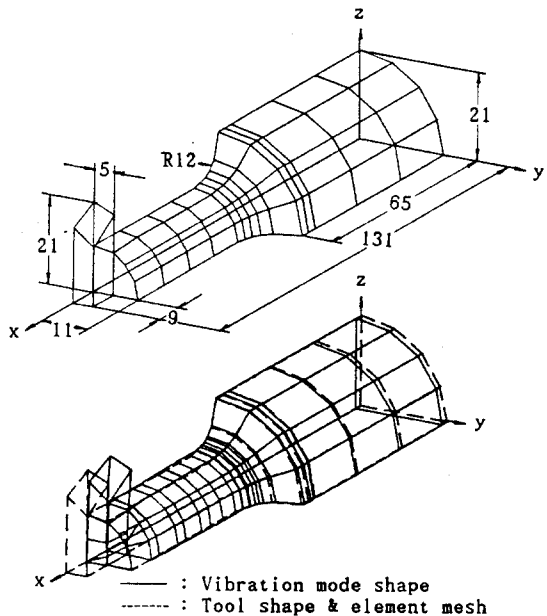


Fig. 7 Vibration mode shape & element mesh for step type tool horn (3-dimension, with tool)
No. of element : 708 [EA]

Fig. 7은 축대칭 step형의 끝면에 절삭 가공용 바이트 형상의 공구를 부착한 것으로서 그 형상과 유한 요소 mesh와 진동 모드를 나타내었다. 이와 같은 공구의 부착으로 인하여 혼의 진동 현상은 더이상 축대칭으로 해석할 수 없으므로 3차원으로 해석해야 한다. 이 형상은 y축과 z축에 대하여 각각 대칭이므로 실제 형상의 1/4만으로 해석할 수 있다. 따라서 경계 조건으로는 xy면에 위치하는 모든 절점(nodal point)들은 z방향을 고정시키고 xz면에 위치하는 모든 절점들은 y방향을 고정시켜 해석할 수 있다. 그림에서 보는 바와 같이 고유 진동수의 실측치와 program 해석치가 잘 일치하고 있으며 진동 모드의 관찰 결과 운용 주파수 범위 내에서는 종진동만이 양호하게 나타나고 있음을 알 수 있다.

Fig. 8 및 Fig. 9는 사각형 혼에 대하여 유한 요소 mesh 및 진동 모드를 나타낸 것이다. Fig. 8은 측면에 홈이 없는 경우이고 Fig. 9는 측면에 홈이 있는 경우이다. 사각형의 혼도 역시 y축 및 z축에 대하여 각각 대칭이므로 실제 혼의 형상의 1/4의 크기이다. 따라서 경계 조건으로 xy면에 위치하는 모든 절점들은 z방향이 고정되고 xz면에 위치하는 절점들은 모두 y방향을 고정시켜 해석 하였다. 홈이 있는 경우의 진동 모드와 없는 경우를 비교하면 홈이 없을 때에는 측면으로의 진동이 가용 주파수 근처에서 존재하고 있다는 것을 알 수 있다. 이와 같이 길이에 대한 단면적의 비가 클 때는 두께 방향으로의 진동이 발생할 가능성이 있다. 따라서, 이러한 것을 방지하기 위하여 그 방향으로의 공진 가능성을 감소시켜 주어야 할 것이므로 측면에 홈을 파준 것이다. 이때 고유진동수는 실측치와 비교적 잘 일치하고 있고 홈이 없는 경우에 비하여 진동형태에 있어서 많이 개선됨을 볼 수 있지만 혼의 끝단에서는 측면으로의 진동이 다소 포함되고 있다. 그래서 홈을 보다 더 넓게 파고서 진동 모드를 나타낸 것이 Fig. 10이다. 홈이 좁은 경우에 비하여 진동 형태가 보다 더 개선됨을 알 수 있다.

3차원 해석에서 경계조건으로 xy면과 xz면을 고정시키지 않고 중심축에 위치하는 절점에 대하여 y축 방향과 z축 방향을 고정시켜서 해석하였을 경우의 고

Natural frequency	
Value by calculation	14957.332 Hz

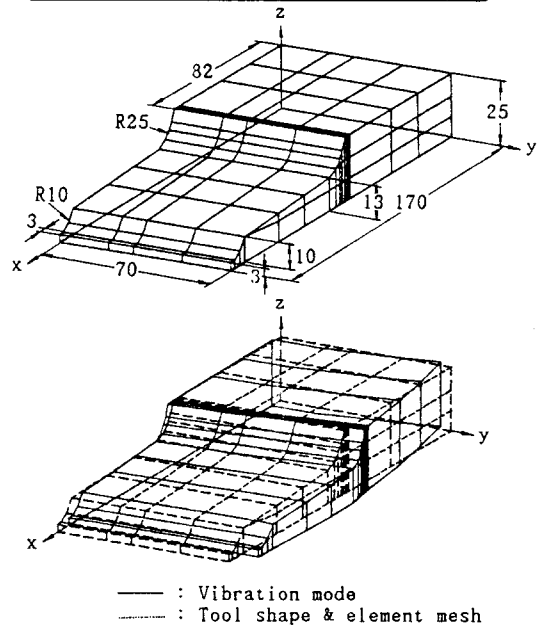


Fig. 8 Vibration mode shape & element mesh for step type tool horn(3-dimension square type, without slot), No. of element : 816 [EA]

Natural frequency	
Value by calculation	14953.918 Hz
Value by measurement	15002.245 Hz

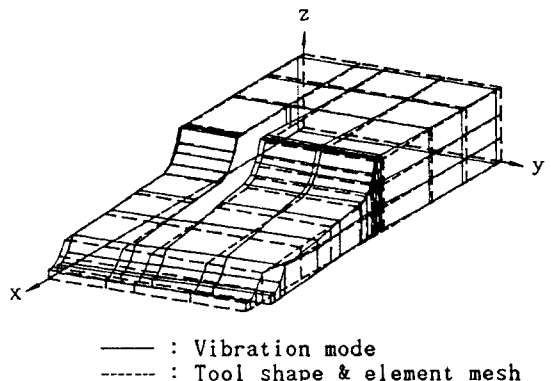


Fig. 9 Vibration mode shape & element mesh for step type tool horn(3-dimension square type, with slot, narrow), No. of element : 657 [EA]

Natural frequency	
Value by calculation	14680.048 Hz

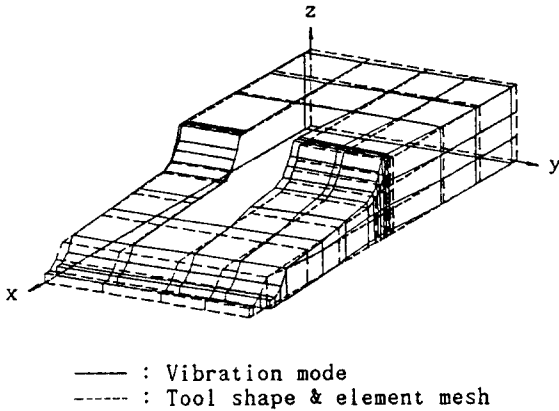


Fig. 10 Vibration mode shape & element mesh for step type tool horn(3-dimension square type, With slot, wide), No. of element : 657 [EA]

유 진동수와 진동모드를 점검할 필요가 있다. 이것은 해석시 xy면과 xz면을 고정시켜서 해석하기 때문에

Natural frequency	
xy & xz plane fixed	19875.0711 Hz
y & z direction fixed in center axis	18432.4235 Hz

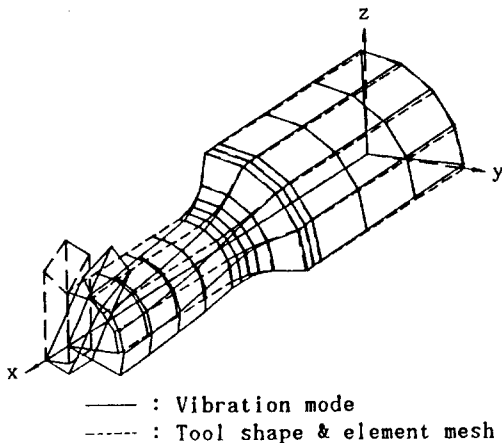


Fig. 11 Vibration mode shape & element mesh for step type tool horn(3-dimension, with tool) No. of element : 708 [EA]

비틀림 진동의 존재 여부를 파악할 수 없다. 따라서 이 면을 모두 자유롭게 하고 해석 하였을 경우의 고유 진동수가 두 면을 고정시켰을 때의 고유 진동수와 일치하지 않으면 종진동만이 요구되는 혼에 비틀림 진동이 부가되지 않는다는 것을 확인할 수 있다. Fig. 11은 중심축에 위치하는 점만을 y 및 z축 방향으로 고정하였을 경우의 고유 진동수와 진동모드를 나타내고 있다. 이것은 면을 고정시켜 해석하였을 경우와 고유진동수가 많은 차이를 나타내고 있으며 그 진동 모드로 비틀림 진동임을 알 수 있다. 따라서 20 [KHz]의 가용 주파수 범위내에서는 비틀림 진동이 부가되지 않고 종진동만이 존재하는 양호한 진동 상태를 알 수 있다.

4. 고 찰

4.1 혼의 직경 변화에 따른 길이

1차원적 해석에서는 단면적이 일정한 경우에 한정되어 있고 단지 길이만을 변수로 하고 있어 직경이 변화할 경우에는 그 고유 진동수를 알 수 없다. 따라서 축대칭 step형 혼에 대하여 고유 진동수를 20 [kHz]로 하고자 할 때 직경이 작은쪽을 일정하게 하

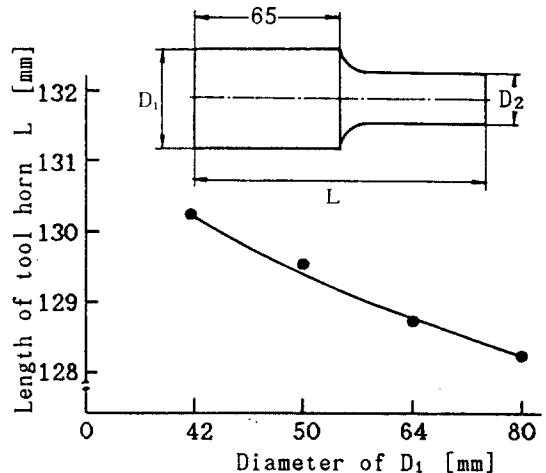


Fig. 12 Variation of length according to diameter variation ($D_2=22$), Natural frequency : 20 [kHz]

고 큰 쪽을 변화시켰을 경우 혼 전체 길이의 변화를 나타낸 것이 Fig. 12이다. 직경에 따라 길이의 변화가 상당히 많이 생긴다는 것을 알 수 있다.

4.2 탄성계수 변화에 따른 고유 진동수

공구 혼의 끝면에 공구를 부착하지 않은 축 대칭

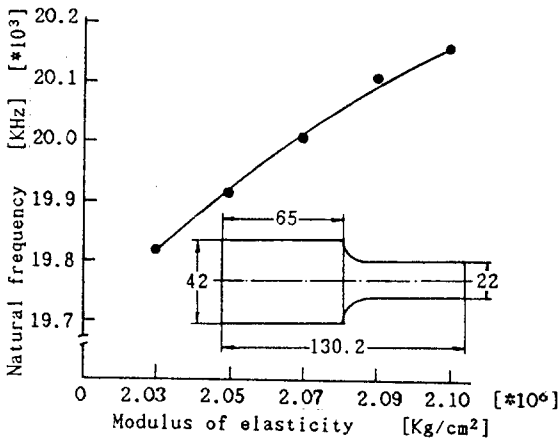


Fig.13 Variation of natural frequency according to Modulus of elasticity

step형에 대하여 탄성계수 (modulus of elasticity)의 값을 일반적인 탄소강에 적용되는 범위의 값으로 해석하였을 때 고유 진동수의 변화를 나타 낸 것이 Fig. 13이다. 여기서 알 수 있는 것은 약간의 탄성계수값의 변화에도 고유 진동수의 값이 민감하게 변화하고 있으므로 공구 혼의 설계시 정확한 물성치를 알아 둘 필요가 있다.

4.3 요소 절단 방법에 따른 고유 진동수

혼의 끝단에 공구를 부착한 3차원의 step형인 경우에 대하여 단이 진 부분에서 요소를 더욱 세분화하여 절단한 경우 (a)와 그렇지 않은 경우 (b)의 고유 진동수를 비교한 것이 Fig. 14이다. 여기서 알 수 있는 것처럼 고유 진동수가 서로 많은 차이를 나타내고 있으므로 요소 절단시 가능한 단이 진 부분을 세분화시켜 해석 하는 것이 보다 더 정확한 값을 얻을 수 있을 것이다.

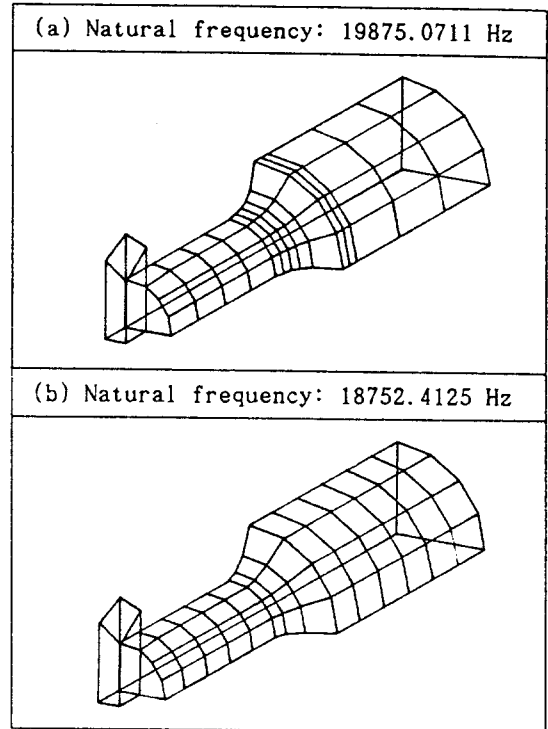


Fig. 14 Variation of natural frequency according to mesh methods (3-dimension, step type)
No. of element : 708 [EA]

Table 2 Variation of natural frequency according to element numbers

type	No. of element	Natural frequency [Hz]
Axisymmetry	76	20244.64770
	130	20006.63353
	192	19824.99030
3-dimension	354	14937.89136
	528	18645.67533
	708	19875.07110

4.4 요소의 수에 따른 고유 진동수

혼의 끝단에 공구를 부착하지 않은 Fig. 5의 축대칭 step형 혼과 공구를 부착한 Fig. 7의 3차원 혼의 경우에 대하여 요소수에 따른 고유 진동수의 변화를 나타낸 것이 Table 2이다. 여기서 알 수 있는 것은 축대칭형의 경우에는 요소수에 많은 영향을 받지 않지만 3차원 형상인 경우는 많은 차이를 나타내고 있으므로 요소수를 가능한 많이 할 필요가 있다.

참고문헌

1. 島川正憲, “超音波工學(理論と實際)”, 工業調査會, pp. 77-136, 1975
2. 清水弘幸, 加藤健一, “超音波用エキスポ-ネンシャル形固體ネ-ンの有限要素法による解析”, 日本音響學會誌, Vol 34, NO. 4, pp. 248-256, 1978
3. 清水弘幸, 佐田 登志夫, “強力超音波用振動系の振動解析法おとびその檢討”, 精密工學會誌, Vol 54, No. 1, pp 177-182, 1988
4. 鷺津久一郎, 宮本 博, “有限要素法ハンドブック”, pp. 94-137, 1981
5. 吉村信敏, 三本木 茂夫, “有限要素法による構造解析プログラム”, 培風館, pp. 195-239, 1970
6. 戸川集人, “有限要素法による振動解析”, サイエンス社, pp. 59-102, 1976
7. 金昌孝, “數値解法과 電算 프로그래밍”, 敎學社, pp. 376-434, 1986

5. 결 론

초음파 진동 에너지 이용에 필수적인 공구 혼의 설계에 관한 연구 결과는 다음과 같다.

1. 축대칭 및 3차원 형상에 대한 공구 혼의 고유 진동수가 해석치와 실제 측정치가 양호하게 잘 일치하고 있으므로 본 program을 이용하여 임의 형상의 공구 혼을 설계 할 수 있다.
2. 진동모드를 이용하여 가용 주파수 범위에서 순수한 종진동만이 발생할 수 있는 공구 혼의 형상을 예측할 수 있다.
3. 종래 대형의 컴퓨터에서만 가능하던 진동해석을 퍼스널 컴퓨터에 의해서도 해석이 가능함을 입증 하였다.



● 등가최대응력(Equivalent Maximum Stress)

구조물이 반복응력을 받는 경우 일반적으로 3축성분의 응력을 받으며 이 응력들의 합(중첩)을 등가응력(equivalent stress)이라 하고 반복등가응력의 최대치와 최소치 범위의 반(半)을 교번응력폭(the alternation stress amplitude)이라 하여 피로수명의 반복응력으로 고려하며, 이때, 1사이클 최대변형의 등가응력을 등가최대응력(equivalent maximum stress)이라 한다.