

Matrix법을 이용한 판재 인발에 관한 연구

A Study on the Sheet Drawing using the Matrix Method

유 흥 균*, 전 병 희**
H. K. Yoo, B. H. Jeon

ABSTRACT

This paper represents the analysis of the sheet drawing by applying the Matrix method to Hill's slip-line field for small reduction and indirect type slip-line field in case of large reduction. Results of the analysis represent the relation between the reduction ratio and the die wall pressure, mean drawing stress through rough die. The limitation on the use of this slip-line field is described. When the reduction ratio is given, the optimum die angle is analyzed in this paper.

1. 서 론

Sach는 1928년에 Slab법을 이용하여 봉재 일반해석을 하여 일반응력에 대한 해를 구하였다. 그러나 이 방법은 다이의 입구와 출구에서 소성 상태라는 가정을 근거로 한 것이어서, 응력의 주축은 어디에서나 판재의 축과 평행하고, 응력은 횡단면에 대하여 일정하다. 이러한 결과는 단면 감소율이 충분히 클때 실제 현상과 양호한 일치를 보인다. Hill¹⁾은 판재 인발에 대한 슬립 선장을 제안하였고, 소성 슬립 선장은 단계법을 사용하여 구성하였으며, 마찰이 있는 경우에는 시행 착오법을 사용하였다. 그러나 Ewing²⁾은 급수(series)의 직접적인 합에 의하여 슬립 선장을 구성할 수 있는 급수법을 제안하였다. 1970년 오

수의과 김동원³⁾은 이 방법을 사용하여 판재 인발에 대한 다이 벽면의 압력, 평균 인발응력을 계산하였다.

Ewing의 연구에서는 직접적인 경우에만 슬립 선장을 구할 수 있었으나, Collins와 De-whurst⁴⁾는 간접적인 경우에도 슬립 선장을 찾을 수 있는 매트릭스법을 제안하였다. 이 방법을 사용함으로써 단면 감소율이 큰 경우의 인발의 슬립 선장을 구할 수 있다. 본 연구에서는 매트릭스법을 이용하여 마찰이 있고, 단면 감소율이 큰 인발 가공에 적용하였고, 이 해석 결과 단면 감소율과 다이 벽면의 압력, 평균 인발 응력을 구하여 최적 설계를 할 수 있도록 데이터를 도식화 하였다. 또한, 본 해석 결과는 무마찰인 경우의 다이 벽면의 압력과 평균 인발력을 이용하여 마찰이 있는 경우에 대한

* 정회원, 인덕전문대학 기계설계과

** 서울대학교 정밀기계설계연구소

Hill의 제안¹⁾과는 단면 감소율이 작을 경우에는 양호한 일치를 보였으나, 큰 경우에는 다른 결과를 얻었다. 특히 Hill은 무마찰과 마찰이 있는 경우에 다이 압력과 평균 인발력은 다이 반각(α)과 마찰계수만의 함수라고 하였으나, 단면 감소율이 변함에 따라 달라짐을 알 수 있었다.

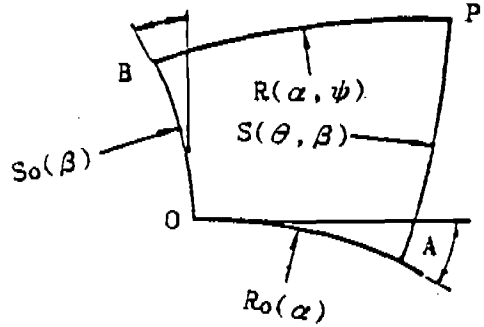


Fig.1 Base Slip-line X_{OA} and X_{OB} Curving away from Each Other

2. 이 론

메트릭스법은 Ewing 등²⁾에 의하여 제안된 급수법에 기초를 둔 방법이다. 기본 슬립 선장이 Fig.1에서 보이듯이 α, β 선의 곡률 반경을 각각 R, S 라하면, Hencky의 제2법칙은 다음과 같다.

$$\frac{\partial R}{\partial \beta} = -S, \quad \frac{\partial S}{\partial \alpha} = -R \quad (1)$$

슬립선장의 곡률반경 α, β 의 특이 함수로 가정하면

$$R_0(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{\alpha^n}{n!}, \quad S_0(\beta) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n \frac{\beta^n}{n!} \quad (2)$$

이며, Ewing²⁾은 일반적인 점 $P(\theta, \psi)$ 에서의 곡률반경을 다음으로 표시하였다.

$$R(\theta, \psi) = \sum_{m, n=0}^{\infty} \left(a_n \frac{\theta^{m+n}}{(m+n)!} \frac{\psi^m}{m!} - b_n \frac{\theta^m}{m!} \frac{\psi^{m+n+1}}{(m+n+1)!} \right)$$

$$S(\theta, \psi) = \sum_{m, n=0}^{\infty} \left(-a_n \frac{\theta^{m+n}}{(m+n)!} \frac{\psi^m}{m!} - b_n \frac{\theta^m}{m!} \frac{\psi^{m+n+1}}{(m+n+1)!} \right) \quad (3)$$

식(3)을

$$R(\alpha, \psi) = \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_n(\psi) \frac{\alpha^n}{n!},$$

$$S(\theta, \beta) = \sum_{n=0}^{\infty} S_n(\theta) \frac{\beta^n}{n!} \quad (4)$$

로 표시하면 $\gamma_n(\psi)$ 와 $S_n(\theta)$ 는 다음과 같이 나타낸다.

$$\gamma_n(\psi) = \sum_{m=0}^n a_{n-m} \frac{\psi^m}{m!} - \sum_{m=n+1}^{\infty} b_{m-n-1} \frac{\psi^m}{m!}$$

$$S_n(\theta) = \sum_{m=0}^n b_{n-m} \frac{\theta^m}{m!} - \sum_{m=n+1}^{\infty} a_{m-n-1} \frac{\theta^m}{m!} \quad (5)$$

슬립 선장은 곡률 반경을 급수 전개에 있어서 상수 열 벡터에 의하여 나타낸다. Fig. 2에서 기본 슬립 선장에 X_{OA}, X_{OB} 에 있어서 열 벡터는 각각 다음으로 전개된다.

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ \vdots \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ \vdots \end{pmatrix}.$$

또한, 점 P를 통과하는 슬립 선장은

$$\sigma_3 = \begin{pmatrix} \gamma_0 \\ \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{pmatrix} \quad \sigma_4 = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{pmatrix}$$

이며, σ_1 과 σ_2 에 연관된 σ_3 와 σ_4 는 다음의 형태로 표시한다.

$$\sigma_3 = P_\phi \sigma_1 + Q_\phi \sigma_2, \quad \sigma_4 = P_\theta \sigma_2 + Q_\theta \sigma_1. \tag{6}$$

여기서,

$$P_\phi = \begin{pmatrix} \phi_0 & 0 & 0 & \dots \\ \phi_1 & \phi_0 & 0 & \dots \\ \phi_2 & \phi_1 & \phi_0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix},$$

$$Q_\phi = \begin{pmatrix} -\phi_1 & -\phi_2 & -\phi_3 & \dots \\ -\phi_2 & -\phi_3 & -\phi_4 & \dots \\ -\phi_3 & -\phi_4 & -\phi_5 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}.$$

이며, $\phi_n = \frac{\phi^n}{n!}$ 이다.

Fig.2에서 $\sigma_2=0$ 인 경우는 Fig.3의 특이 선장으로 나타나며, 주어진 σ_1 의 슬립 선장과 일치하게 된다. Fig.2에서 σ_3 와 σ_4 의 슬립 선장 σ_1 과 σ_2 에 의하여 구성되어지는 슬립 선장이다. 그것은 기본점에서 슬립 선장의 기울기가 0(zero)에서부터 증가하는 방향이고 유방향(trinsic direction)이며, Fig.2와 3에서 화살표로 표시한다. 또한, 방향전환이

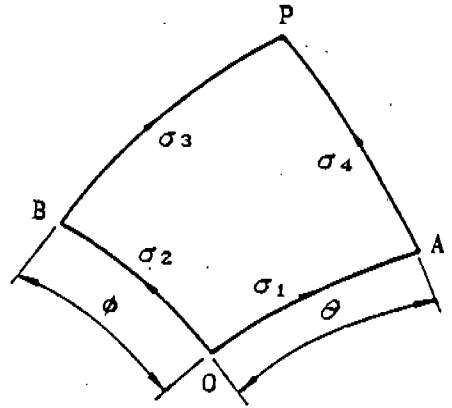


Fig. 2 Regular Net

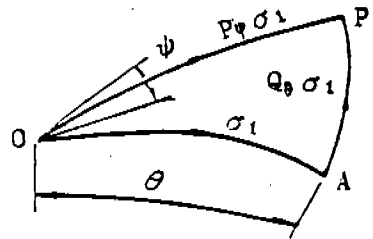


Fig. 3 Centered the Fan

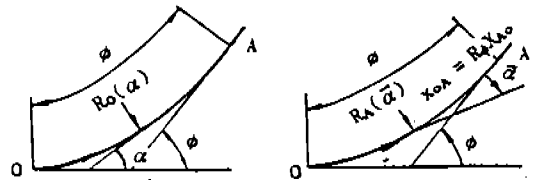


Fig. 4 Definition of Reversion Operator

필요할 때 방향전환 매트릭스 R_ϕ 를 사용한다. 원래의 기본점 Fig.4에 대하여 곡률 반경에 대하여 Series 전개한다면

$$R_0(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{\alpha^n}{n!}$$

이고, 새로운 기본점 B에 대한 표시는 다음과 같다.

$$R_A(\bar{\alpha}) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n \frac{\bar{\alpha}^n}{n!}$$

그러면,

$$R_A(\bar{\alpha}) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n \frac{\bar{\alpha}^n}{n!} = - \sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{(\phi - \bar{\alpha})^n}{n!}$$

위의 두 식에 대한 상수를 비교하면

$$b_n = (-1)^{n+1} \sum_{m=n}^{\infty} a_m \frac{\phi^{m-n}}{(m-n)!}$$

이며, 필요한 행렬 계수 R_ϕ 는 다음으로 표시 된다.

$$R_\phi = - \begin{pmatrix} \phi_0 & \phi_1 & \phi_2 & \dots \\ 0 & \phi_0 & \phi_1 & \dots \\ 0 & 0 & \phi_0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \quad (7)$$

슬립 선장의 각 변화를 ϕ 로 나타내면

$$P_{\phi\phi} = R_\phi P_\phi, \quad Q_{\phi\phi} = R_\phi Q_\phi$$

이고, σ_3 와 σ_4 는 다음식과 같다.

$$\sigma_3 = P_{\phi\phi} \sigma_1 + Q_{\phi\phi} \sigma_2,$$

$$\sigma_4 = P_{\phi\phi} \sigma_2 + Q_{\phi\phi} \sigma_1. \quad (8)$$

여기서, σ_3, σ_4 의 고유방향은 식(6)과 반대이다. Fig.5에서 거친 직선 경계 X_{OA} 가 알려지면, 직선 경계 X_{OB} 와 각도 η 로 슬립 선장이 주어진다. 일정한 각 η 와 $(\pi/2 + \eta)$ 에서 두 슬립 선장과 X_{OB} 가 만난다. 그리하여 X_{OB} 선장에는 $\alpha = \beta$ 임으로 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$S d\beta = -R d\alpha \tan(\eta).$$

또한, 식(4)와 윗식을 이용하면

$$-(a_n + b_{n-1}) \sin(\eta) = (b_n - a_{n-1}) \cos(\eta)$$

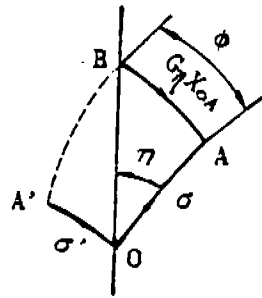


Fig. 5 Definition of the Straight Rough Boundary Operator G_η

이고, X_{OA} 와 $X_{OA'}$ 가 각각 $\sigma = \{a_n\}$, $\sigma' = \{b_n\}$ 으로 나타낸다면

$$\sigma' = (I \cos(\eta) - J \sin(\eta))^{-1} (J \cos(\eta) - I \sin(\eta)). \quad (9)$$

여기서, I 는 단위 행렬이고, J 는 적분식에 고려되는 계수며 다음으로 표기된다.

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \quad (10)$$

그러면, 식(8)과 (9)의 계수 G_η 는 다음과 같다.

$$G_\eta = Q_{\phi\phi} + P_{\phi\phi} (I \cos(\eta) - J \sin(\eta))^{-1} (J \cos(\eta) - I \sin(\eta)). \quad (11)$$

식(11)에서 소재와 다이 사이에 무마찰인 경우는 $\eta = \pi/4$ 이고,

$$G_{\pi/4} = Q_{\phi\phi} - P_{\phi\phi} = T_\phi^{-1}$$

마찰이 있는 경우는 $\eta = 0$ 이며 이들의 경우는 다음으로 표시된다.

$$G_0 = Q_{\phi\phi} - P_{\phi\phi} J.$$

한 곡선이며, X_{AJ} 는 다음으로 표시된다.

$$X_{AJ} = X_{GF} + X_C.$$

여기서,

$$X_C = \begin{pmatrix} HF \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

이며, Fig.5에서 보듯이 결과적으로 거친 다이의 경계 계수를 사용하면 $X_{IJ} = Q_n X_A$ 이다. 또한, 각 α, β 및 θ 는

$$\theta = \pi/4 - \beta + \alpha$$

인 관계가 있고, 단면 감소율은 θ, ϕ, η 에 의하여 선택될 수 있다.

3.2 평균 인발력과 다이의 벽면에 작용하는 힘의 결정

(1) 좌 표

Fig.8은 Mikhlin 좌표계로 부터

$$R(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} r_n \frac{\phi^n}{n!}$$

이고,

$$\bar{X}(\phi) = \sum_{n=0}^{\infty} t_n \frac{\phi^n}{n!}$$

$$\bar{Y}(\phi) = - \sum_{n=0}^{\infty} t_n \frac{\phi^{n+1}}{(n+1)!}$$

로 주어지며, 여기서 상수 t_n 과 r_n 는 다음 관계로 정의한다.

$$t_{-1} = t_0 = 0, \quad t_{n+1} = -t_{n-1} + r_n$$

(2) 평균 인발력

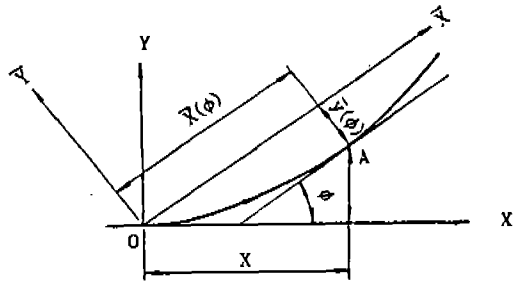


Fig. 8 Definition of Mikhlin Coordinates (x, y)

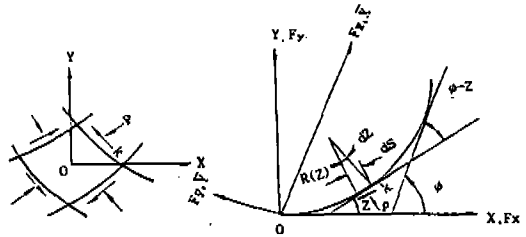


Fig. 9 Normal and Shear Stresses Acting on Slip-lines

슬립선장의 α -선장이 있다면 Fig.9는 양의 곡률반경이고, k 를 최대 전단응력이라 하면

$$dF_{\bar{X}} = -k \cos(\phi-z) R(z) dz + P_0 \sin(\phi-z) R(z) dz - 2k z \sin(\phi-z) R(z) dz$$

$$dF_{\bar{Y}} = k \sin(\phi-z) R(z) dz + P_0 \cos(\phi-z) R(z) dz - 2k z \cos(\phi-z) R(z) dz$$

로 나타난다. P_i 는 점 i 에서의 압력을 나타내며, 구간 ϕ 에 대한 적분을 하면 $F_{\bar{X}}, F_{\bar{Y}}$ 가 얻어지고, 이를 무차원화 시키면

$$\frac{F_{\bar{X}}}{k} = -\bar{x} + \frac{\phi}{k} \bar{y} - 2$$

$$\int_0^{\phi} z R(z) \sin(\phi-z) dz,$$

$$\frac{F_{\bar{Y}}}{k} = -\bar{y} + \frac{\phi}{k} \bar{x} - 2$$

$$\int_0^{\phi} z R(z) \cos(\phi - z) dz$$

로 표시된다. 여기서,

$$\bar{x} = \int_0^{\phi} \cos(\phi - z) r(z) dz,$$

$$\bar{y} = \int_0^{\phi} \sin(\phi - z) R(z) dz$$

이고,

$$\int_0^z z \sin(\phi - z) R(z) dz = \sum_{n=0}^{\infty} C_{n-1} \frac{\phi^n}{n!}$$

$$\int_0^z z \cos(\phi - z) R(z) dz = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \frac{\phi^n}{n!}$$

이다. 또한, 상수 C_n 은

$$C_{n+1} = n r_{n-1} - C_{n-1}, \quad C_{-1} = C_0 = 0$$

인 관계가 있고, Fig.6과 7에서 평균 인발력(TR)은 아래와 같은 절차에 의하여 계산되어진다. 한계 단면 감소율(r_{cr})을 초과하지 않은 경우 Fig.6의 슬립선장에 작용하는 힘은

$$\begin{aligned} \Sigma F_{ADF} &= k F_{y,DF} \cos(\pi/2 - \alpha_n) \\ &\quad - k F_{x,DF} \sin(\pi/2 - \alpha_n) \\ &\quad + k AB \sin(\beta) \cos(\alpha_n) + P_D H, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma F_{BEF} &= k F_{y,EF} \cos(\alpha_T) \\ &\quad - k F_{x,EF} \sin(\alpha_T) \\ &\quad + k AB \cos(\beta) \cos(\alpha_T) + P_E h \end{aligned}$$

으로 표시된다. 여기서, $F_{i,AB}$ 는 선분 AB 의 i 방향의 힘을 나타내고, 인발인 경우는

$$\Sigma F_{ADF} = 0 \text{ 이므로}$$

$$P_E = P_0 - 2k(\theta - \phi)$$

이 되며, 평균 인발력은 다음과 같이 나타난다.

$$TR = \frac{\Sigma F_{BEF}}{h}$$

한계단면 감소율(r_{cr})을 초과한 경우 Fig. 7에서는

$$\begin{aligned} \Sigma F_{IJEf} &= k F_{y,IJ} \cos(\pi/2 - \alpha_n) \\ &\quad - k F_{x,IJ} \sin(\pi/2 - \alpha_n) \\ &\quad + k F_{y,FE} \sin(\pi/2 - \alpha'_n) \\ &\quad + k F_{x,FE} \cos(\alpha'_n) + P_F H, \end{aligned}$$

$$\Sigma F_{BC} = k AB \cos(\beta) \cos(\pi/4) + P_C h$$

인발인 경우는 $\Sigma F_{IJEf} = 0$ 이므로 P_C 는 다음과 같이 계산된다.

$$P_C = P_F + 2k(\theta - \eta)$$

인 관계를 이용하면 다음으로 표시된다.

$$TR = \frac{\Sigma F_{BC}}{h}$$

(3) 다이 벽면의 압력

Fig.6의 경우 다이 벽면에 작용하는 압력(q)은 아래와 같다.

$$\frac{q}{k} = \frac{\Sigma F_{BEF}}{AB(\sin(\alpha) + \mu \cos(\alpha))}$$

또한, Fig.7의 경우는 다음 식으로 나타난다.

$$\frac{q}{k} = \frac{\Sigma F_{BC}}{AB(\sin(\alpha) + \mu \cos(\alpha))}$$

3.3 다이벽면 압력의 한계치

강성 쇠기다이의 응력 특이점인 입구와 출

구 부분에서 초과응력에 대한 Hill의 제안¹⁾은 마찰이 있는 박판 인발에 대한 두 부채꼴형상의 정적 가용영역을 설명하기 위하여 사용되었다. 최근에 평면 인발 가공에서 Dodd와 Silver⁶⁾는 마찰이 있는 경우의 정적 비가용 영역을 제시하였다. 이들 영역은 엽셋팅 한계, 인발시의 하계치, 고착마찰, 최고 단면 감소율 한계 등에 의하여 구해진다.

이러한 결과들은 Fig.6의 입구 A와 출구 B에서의 다이각이 주어지면, 그 해는 다음과 같다.⁶⁾ 입구 A에서는

$$QUA = 1 + \pi/2 + 2(\beta - \alpha) + \sin(2\beta),$$

$$QAL = 2 \cos(\pi/4 + \beta - \alpha - \psi) - 1 + \sin(2\beta) + \psi,$$

$$QUA \geq q/k \geq QLA$$

를 만족하여야 하고, QUA와 QAL는 각각 점 A에서의 엽셋팅 한계와 인발시의 하계치이다. 출구 B에서는 다음의 관계를 가지며, QUA와 QUB는 점 B에서의 상한치와 최고 단면 감소율 한계를 나타낸다.

$$QUB = 1 + 3\pi/2 + 2(\alpha - \beta) + \sin(2\beta),$$

$$QLB = 2 \cos(\alpha - \beta - \theta + 3\pi/4) - 1 + \sin(2\beta) + 2\theta,$$

$$QUB \geq q/k \geq QLB$$

3.4 계산 절차

Fig.6의 경우에는 마찰계수(μ)가 영(0)이면 다이에 인접한 슬립 선장이 나타나는 각(β)는 다이 벽면 압력(q)와 무관하게 다이 벽면에 대하여 항상 45°임으로 점 O의 좌표가 구해지고, ψ 를 가정하면 θ 가 결정된다. 이들 계산 결과를 이용하여 슬립 선장을 구성하고, 점 F의 좌표값이 주어지면 다이 입구측의 높이(H)와 비교하여 ψ 와 θ 를 계산한다. 이들로부터 q 는 유일하게 결정된다. 또한 다이 반각(α)와 마찰계수(μ)가 주어지면 동일한 방법에 의하여 점 C, E, F의 X,

Y좌표를 알 수 있고, 다이 벽면의 압력, 인발력과 단면 감소율에 대한 값이 계산되어진다. 특히 $\mu \neq 0$ 이면, β 는 아래식에 의하여 q 의 함수로 나타난다.

$$\mu q = k \cos(2\beta)$$

위 식에서 k 는 최대 전단 응력이고, β 와 q 는 시행착오법에 의하여 계산되며 이를 이용하여 Fig.6과 7의 슬립선장이 계산된다.

4. 결과 및 토론

Fig.6과 7은 다이 반각이(α) 20°, 단면 감소율(r) 0.25와 단면 감소율(r) 0.5를 나타내고, 슬립 선장의 각 점은 매트릭스법을 사용하여 계산하였다. 일반적인 인발 가공에서는 소재와 다이벽면 사이의 마찰계수가 0.1을 초과하는 경우가 드물다. 그리하여 계산은 다이벽면의 마찰계수가 0.00, 0.01, 0.05, 0.10인 경우를 수행하였고, 이에 대하여 다이 반각이 5°인 경우와 10°에서 10°씩 증가시켜 50°까지 해석하였다. 이들 계산된 결과는 단면 감소율과 다이 벽면 압력, 평균 인발력 사이의 관계를 나타내었으며, Fig.10~13까지 보인다. 이러한 그래프의 시작과 끝은 각각 별징현상과 다이 벽면 압력(q)의 하한치를 뜻한다. 다이 벽면의 압력은 단면 감소율이 증가함에 따라 감소하고, 평균 인발력은 증가함을 알 수 있었다. 이러한 현상은 다이각이 주어질 경우 단면 감소율을 크게하기 위하여는 다이의 길이를 크게 해야 하기 때문이다.

또한 다이각이 증가함에 따라서 가공 가능한 범위는 늘어나지만 다이의 압력과 평균 인발력은 다이각이 작을 때 보다 크게 나타났다. 특히 주어진 다이각에 대하여 단면 감소율이 증가함에 따라 다이 벽면 압력의 변화는 적어지지만 평균 인발력의 변화는 상당히 크게 나타난다. 이는 인발에서 소재에 작용하는 응력이 급격히 증가함으로 인하여 가공된 소재의 강도는 증가하지만 인성은 줄어든다. 뿐만 아니라 생산된 소재는 성형성이 나빠질 수 있고,

파괴가 일어날 가능성이 있음을 알 수 있다. 그리하여 다이의 각을 선택할 때에는 이러한 현상을 고려하여야 한다.

Hill¹⁾은 다이와 소재가 무마찰인 것과 마찰이 있는 경우의 관계는 다음을 만족한다고 제안하였다.

$$q \cong q',$$

$$TR \cong (1 + \mu \cot(\alpha)) TR'$$

여기서, q' 과 TR' 는 각각 마찰이 없는 경우의 다이 벽면의 압력과 평균 인발력을 나타낸다. 그러나, 뒷식에서 보듯이 평균 인발력

의 경우(TR/TR') Hill의 제안은 마찰계수에 대하여 선형의 관계를 보였으나, 본 해석 결과는 Table 1에서 나타내었듯이 단면 감소율이 작을 때에는 비교적 양호한 일치를 보였으나, 단면 감소율이 클 때에는 상당히 많은 차이가 낮음을 알 수 있었으며, 다이 벽면에 작용하는 압력은 Hill의 제안과 양호한 일치를 보였다. 이는 오수익³⁾의 결과와 동일한 현상이었다. 또한 단면 감소율이 증가할수록 다이 벽면 압력과 평균 인발력이 증가함을 알 수 있음을 이용하여 단면 감소율, 인발력, 다이 벽면 압력, 마찰계수를 고려한 최적 다이 각을 선택할 수 있다.

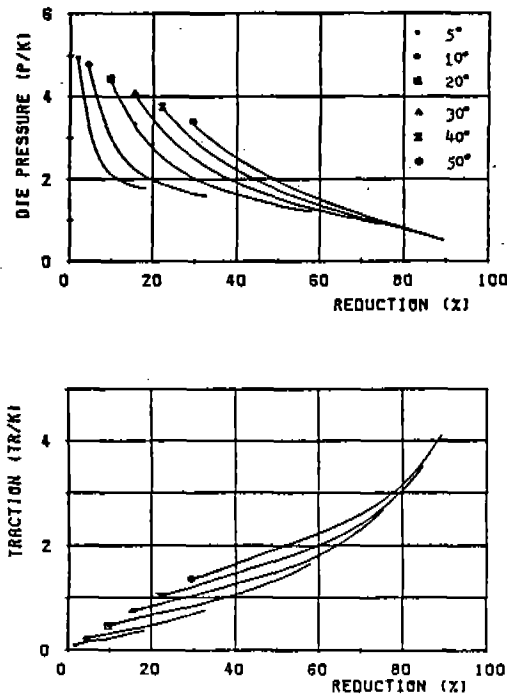


Fig.10 Drawing Force and Die Wall Pressure vs. Reduction Ratio, Friction Coefficient (μ) = 0.00

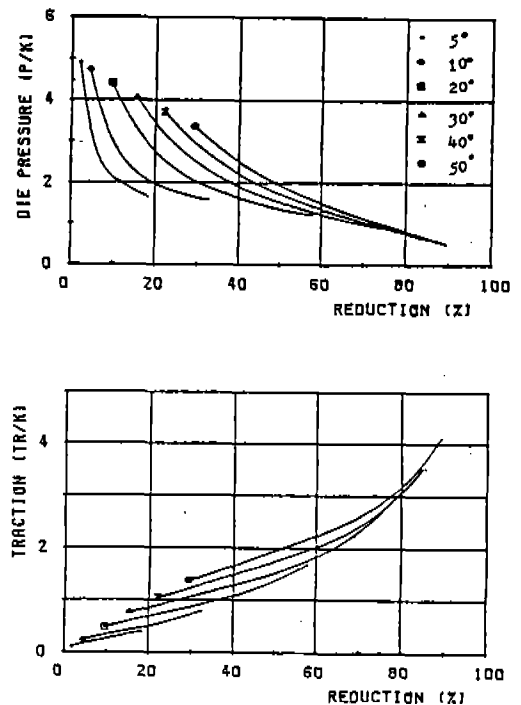


Fig.11 Drawing Force and Die Wall Pressure vs. Reduction Ratio, Friction Coefficient (μ) = 0.01

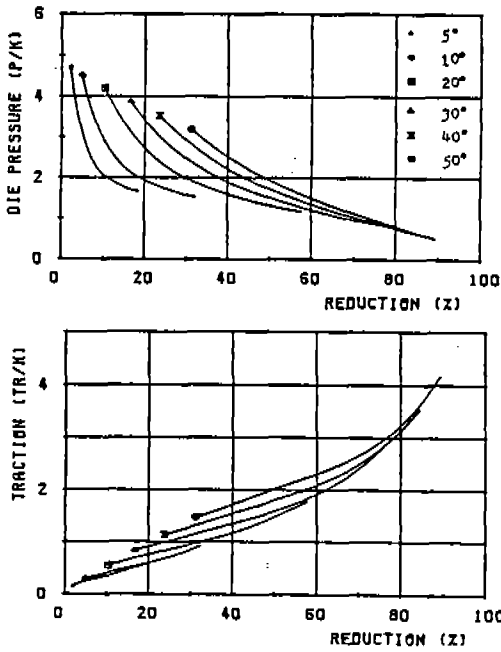


Fig.12 Drawing Force and Die Wall Pressure vs. Reduction Ratio, Friction Coefficient (μ)=0.05

Table 1 Comparisons of This Study and Hill's Theory

마찰계수 단면감소율	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
5 %	1.0965	1.1984	1.2937	1.3967	1.4834
8 %	1.1010	1.1955	1.2912	1.3853	1.4750
11 %	1.0942	1.1859	1.2716	1.3651	1.4644
14 %	1.0928	1.1821	1.2747	1.3610	1.4617

$TR/TR' = 1 + \mu \cot(\alpha)$: Hill ¹⁾	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
	1.1143	1.2286	1.3429	1.4572	1.5715

(a) TR/TR'

마찰계수 단면감소율	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
5 %	1.0060	1.0064	1.0114	1.0104	1.0205
8 %	1.0009	1.0080	1.0133	1.0174	1.0243
11 %	1.0074	1.0155	1.0249	1.0332	1.0328
14 %	1.0093	1.0206	1.0276	1.0342	1.0395

$q/q' = 1$: Hill ¹⁾	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

(b) q/q'

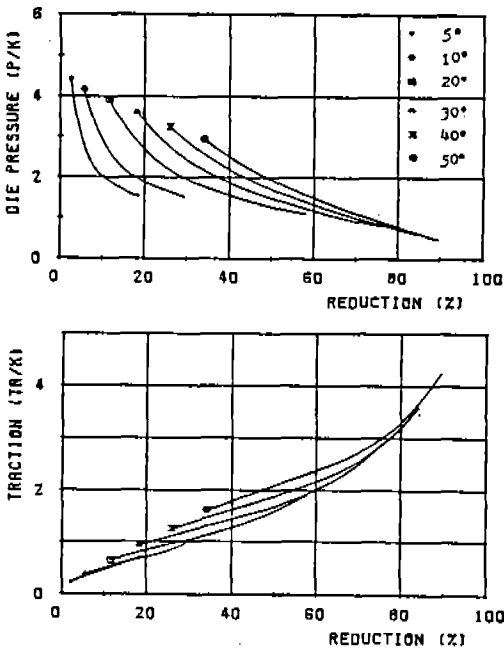


Fig.13 Drawing Force and Die Wall Pressure vs. Reduction Ratio, Friction Coefficient (μ)=0.10

5. 결론

슬립 선장 이론중 메트릭스법을 이용하여 한계 단면 감소율(r_{cr})을 초과한 경우 까지를 해석하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 평면 변형률과 마찰을 고려한 경우의 관재 인발에 대하여 해석을 한 결과 Hill이 제안한 것과 상당히 달랐다. 특히, 단면 감소율이 작을 때에는 양호한 일치치를 보였으나, 클 때에는 상당한 오차가 나타났다.

2) Hill은 무마찰과 마찰이 있는 경우에 다이 압력과 평균 인발력은 다이 반각(α)과 마찰계수만의 함수라고 하였으나, 본 연구결과

단면 감소율이 변함에 따라서 달라짐을 알 수 있었다.

3) 별징현상, 인발의 하계치와 단면 감소율을 고려하여 다이의 압력과 인발력의 관계를 도식화 하였다.

4) 단면 감소율이 주어졌을 때 최적의 다이각을 선택할 수 있도록 하였다.

참 고 문 헌

1. R. Hill, "The Mathematical Theory of Plasticity", Oxford Univ. Press, 1950, pp. 161-186.
2. D.J.F. Ewing, "A Series Method for Constructing Plastic Slip-line Fields", J. Mech. Phys. Solids, 1967, Vol. 15, pp. 105-114.
3. S.I. Oh and D.W. Kim, "Analysis of Slip-line Field of Sheet Drawing with Friction by Series Method", J. of Korean Sci. Mech. Eng., 1970, Vol. 10, pp. 187-196.
4. P. Dewhurst and I.F. Collins, "A Matrix Technique for Constructing Slip-line Field Solutions to a Class of Plane Strain Plasticity Problems", Int. J. Num. Methods Eng., 1973, Vol. 7, pp. 278-285.
5. R. Hill, "On The Limits Set by Plastic Yielding to the Intensity of Singularities of Stress", Int. J. Num. Methods Eng., 1973, Vol. 7, pp. 278-285.
6. B. Dood and D. Scivier, "On The Static Inadmissibility of Some Slip-line Field for Sheet Drawing", Int. J. Mech. Sci., 1975, Vol. 17, pp. 663-667.