

〈論 文〉

칼만 필터를 이용한 실시간 조위 예측

The On-Line Prediction of Water Levels using Kalman Filters

이 재 형* · 황 만 하**

Lee, Jae Hyoung · Hwang, Man Ha

Abstract

In this paper a discrete extended Kalman filter for the tidal prediction has been developed. The filter is based on a set of difference equations derived from the one dimensional shallow water equations using the finite difference scheme proposed by Lax-Wendroff. The filter gives estimates of the water level and water velocity, together with the parameters in the model which essentially have a random character, e.g. bottom friction and wind stress. The estimates are propagated and updated by the filter when the physical circumstances change. The Kalman-filter is applied to field data gathered in the coastal area along the West Sea and it is shown that the filter gives satisfactory results in forecasting the waterlevels during storm surge periods.

요 약

본 논문은 차분형 천수방정식을 확장 칼만 필터로 변환하여 조석 예측을 시도하였다. 필터는 바닥 마찰과 바람응력, 매개변수를 무작위 변수로 하는 추계학적 모형으로 구성되었으며 조위 및 유속과 함께 추정되도록 하였다. 물리적인 상황의 변화에 적응하도록 각 추정치들은 전파되고, 갱신된다. 본 모형에 서해안의 실측자료를 적용하여 조위의 예측을 실시한 결과, 이상 고조 기간동안에도 만족한 성과를 거두었다.

1. 서론

조석 예측모형은 결정론적 모형 (Deterministic Model)과 통계적 모형(Statistical Model)으로 대별된다. 결정론적 모형은 물리적인 과정의 수식화에 바탕을 두고 있으며, 이 모형의 정확도는 수치계산의 정도, 경계의 정확성과 아울러 바닥 및 바람 마찰항의 영향을 고려하는 방법에

달려 있으나 바닥 및 바람 마찰항의 동역학적 특성은 물리적으로 아직 명확한 규명이 이루어지지 않아 대부분 경험식을 이용하고 있다. 이에 반해 통계적 모형은 장기적인 관측자료를 이용하는 모형으로 물리적인 관점이 배제되어있다. 조석예측에 있어 이들 양자의 기법중 어느 방법이 우수하다고 단정하기는 어렵다. 결정론적 모형은 실제 모형의 검증(Calibration) 기간에 대

* 정회원 · 전북대학교 공과대학 토목공학과 부교수

** 정회원 · 전북대학교 대학원 토목공학과 박사과정

해서만 최적 결과를 제시하는 것으로 기상학적 영향등 상황이 급변하는 경우에는 적용 하지 못하는 단점이 있다. 통계적모형 또한 장기적인 관측자료를 바탕으로 평균적인(Average) 결과를 제시하므로 이 기법에서도 실제적인 상황은 제시하지 못한다(Budgell et al.1980). 비록 통계적 모형의 경우에 실시간(On-Line) 자료를 이용할 수도 있으나 이는 물리적인 근거가 약하기 때문에 상황 변화에 따른 변동성분의 영향을 적절히 고려하기가 어려운 점이 있다.

최근에 이러한 단점을 보완하기 위해 물리적인 영향과 모형이 조건의 변화에 적응하도록 하는 추계학적 모형(Stochastic Dynamic Model)을 구성하는 연구가 활발해지고 있다(Budgell 과 Unny,1980; Chiu 와 Iso,1978; ten Brummelhuus et al.,1984; Christianser,1978). 조석운동에 있어서 이러한 모형을 구성하기위해 기상학적(Meteorological) 변화인 외부 기상조(External Surges)와 같은 영향은 무작위 성향을 갖기 때문에 조위, 유속 및 바람응력과 바닥 마찰항등 모형의 변수와 함께 추계학적 변수로 취급한다. 이 과정에 칼만 필터(Kalman Filter)를 적용하여 각 관측소의 관측자료로부터 이들 추계학적 변수들의 최적치를 결정한다. 계산과정에서 관측치는 추계과정의 실현(Realizations)이며 불확실성을 갖는다. 이러한 모형은 폭풍해일(Storm Surges)등 상황의 변화에도 적용할 수 있게 된다. 또한 형상의 단순화에 따른 모형의 부정확성을 보정할 수 있다.

본 연구에서는 이상에서 언급한 단순 수치 모형과 칼만 필터에 의한 조위 예측방법을 제시하고 구성된 모형으로부터 우리나라 서해안에 대하여 그 적용성을 검토한다. 이를 위해 다음 장에서는 서해안의 조석과 주요 기상 특성을 정량화한 모형을 유도하고, 이모형을 기초로 예측모형을 구성하였다. 마지막으로 적용 예와 결론은 5,6장에서 다루었다.

2. 모형의 구성

2.1 결정론적 모형

대양(Ocean)이나 대양에 인접한 하구(Estuary)의 조석은 주로 지구의 회전에 의한 Coriolis력의 영향을 받는다. 특히 무조점(Amphidromic Point)의 발생을 이의 영향으로 규명될 수 있으며 일반적으로 이 점에서는 수위가 일정한 반면 유속은 시간에 따라 변하게 된다.

Kelvin파는 인접한 두 해안선에서 선형 2차원 천수 방정식에 대해 해석해를 제시한다. 이는 해안선에 대해 수직속도 성분은 무시할 수 있으며 수심은 일정하다고 가정한다(Dronkers, 1964, 1975). 만약 같은 주파수를 갖는 두 Kelvin파가 수로에서 서로 반대 방향으로 진행하게 되면 무조점이 발생한다. 파의 위상은 이 무조점에서 변하며 시계 반대 방향으로 감소한다. 따라서 이러한 조석운동은 본질적으로 일차원이다(Pugh,1987).

서해안의 조석 특성을 고려한 모형을 유도함에 있어서 먼저 해안을 따르는 조석 운동을 Kelvin 파 개념으로 파악한다. 해안선에서 해안선에 수직인 속도 성분은 무시한다. 또한 수심이 해안선에 수직방향인 y 에 독립이라 가정하면 조석 운동은 1차원으로 기술할 수 있다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\mu |u|}{D+h} - \gamma \frac{V^2 \cos \Psi}{D+h} = 0 \quad (2.1)$$

$$g \frac{\partial h}{\partial y} + fu - \gamma \frac{V^2 \sin \Psi}{D+h} = 0 \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u(D+h)) = 0 \quad (2.3)$$

여기서, u =유속, h =조위, g =중력가속도, V =풍속, D =수심, μ =바닥 마찰계수, γ =바람 응력계수, Ψ =풍향, f =Coriolis력이며 x 축은 해안선에 평행이다. 해안을 따라 조위를 대상으로 하기

때문에 식(2.1)-(2.3)는 해안에 평행한 좁은 수로에서 물의 운동을 기술하는데 이용된다. 이 경우 식(2.2)은 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$h(y) \approx h(y_0) + \frac{1}{g} \left[-fu(y_0) + \gamma \frac{V^2 \sin \Psi}{D+h(y_0)} \right] (y-y_0) \quad (2.4)$$

이 식으로 부터 x 축($y=y_0$)에 수직방향의 유동을 나타낼 수 있다. 이는 일반적으로 이용 가능한 관측치가 x 축상에 위치하고 있지 않기 때문에 필요한 사항이다. 따라서 관측치가 x 축상에 위치하지 않으면 관측치는 x 축을 따라 보정한다. 이 축을 따라 조위는 식(2.1)-(2.2)를 풀어 계산한다.

위 기술된 일차원 모형으로부터 서해안의 조위 예측을 할 수 있다. 여기서, 조위 관측치를 이용하여 모형이 여러 상황에 적용할 수 있도록 한다. 즉 $x=x_0$ 에서 경계조건의 불확실성을 도입하면, 이점의 관측치는 모형이 외부 기상조(External Surges)에 적용하도록 예측치를 변경시킨다. 또한 바람의 영향은 해안에 수직으로 작용하며 이때 조석에 대한 기상의 영향은 2가지 형태로 고려할 수 있다(Timmerman, 1975). 첫째는, 직접 조위에 영향을 주는 대기압력 분포 p 이고, 둘째는, 수표면위의 바람으로 인한 표면마찰력 F_r 이다. 이 힘은 표면마찰력과 같도록 표면 경사를 생성하여 정상상태에 도달할 때까지 해면을 상승(Set-Up)시킨다. Bretschneider(1967)가 제시한 정상 상태의 해면상승에 대한 식은 다음과 같다.

$$\frac{ds}{dy} = \gamma \frac{V^2}{g(D+s)} \quad (2.5)$$

여기서 γ 는 바람 마찰계수, V 는 풍속, s 는 해면 상승량이다. 이때 y 축은 풍속 방향에 평행하

게 취한다. 윗식에서 해면상승량은 압력의 영향과는 다른, 즉 수심에 대해 풍심(wind depth)으로 나타나며 Timmerman (1975)이 제시한 풍속과 수심에 대해 바람의 영향과 압력의 영향의 상대적인 중요도에 의하면 수심이 적을수록 압력의 영향은 거의 선형적으로 감소한다. 서해안에 있어서 대상 해역의 수심은 약 20 - 30m 정도이므로 모형에서 압력의 영향은 제외할 수 있다.

바람으로 인한 수면의 변동을 정량화하기 위해서 해안을 따라 바람과 해면 상승과의 관계는 식 (2.5)을 이용한다. 해안($y=y_0$)에 바람으로 생성된 수직방향의 해면상승 높이를 $s(t)$ 라 하면 Schalkwijk(1947)가 제시한 관계식은 다음과 같다.

$$s(t) = aV(t-\tau)^2 \cos[\Psi(t-\tau) - \chi_0] \quad (2.6)$$

여기서 a 는 상수이며 τ 는 지체시간, χ_0 는 최대 바람영향을 갖는 방향이다. 식(2.1)과 (2.3) 및 식(2.6)을 결합하면.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + \mu \frac{u|u|}{D+h} - \gamma \frac{V^2 \cos \Psi}{D+h+s} = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} [u(D+h+s)] + \frac{ds}{dt} = 0 \quad (2.8)$$

$$h(y) = h(y_0) + \frac{1}{g} \left[-fu(y_0) + \gamma \frac{V^2 \sin \Psi}{D+h(y_0)+s} \right] (y-y_0) \quad (2.9)$$

식 (2.9)는 x 축에 대한 수직방향의 조위를 보정하는데 이용한다. 식(2.7)-(2.9)에서 h 는 기준수위 $D+s$ 에 대한 조위이다. 여기서 식 (2.7)-(2.8)의 차분은 Lax-Wendroff기법(Cunge et al., 1980)을 이용한다.

식(2.7)-(2.8)을 다시 쓰면,

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial F(f)}{\partial x} = G(f) \quad (2.10)$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 \underline{f} &= \begin{bmatrix} u \\ h+s \end{bmatrix} \\
 \underline{F}(\underline{f}) &= \begin{bmatrix} F_1(u, h) \\ F_2(u, h) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u^2/2 + gh \\ u(D+h+s) \end{bmatrix} \\
 \underline{G}(\underline{f}) &= \begin{bmatrix} G_1(u, h) \\ G_2(u, h) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mu \frac{u|u|}{D+h} + \gamma \frac{V^2 \cos \Psi}{D+h+s} \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

이에 대한 차분식은,

$$\begin{aligned}
 \underline{f}_m^{k+1} &= \underline{f}_m^k - \frac{\Delta t}{\Delta x_{m-1} + \Delta x_m} [F(\underline{f}_{m+1}^k) \\
 &\quad - F(\underline{f}_{m-1}^k)] \\
 &\quad + \frac{2\Delta t^2}{(\Delta x_{m-1} + \Delta x_m)^2} [A_{m+1/2}^k (\underline{f}_{m+1}^k - \underline{f}_m^k) \\
 &\quad - A_{m-1/2}^k (\underline{f}_m^k - \underline{f}_{m-1}^k)] \\
 &\quad - \frac{\Delta t}{(\Delta x_{m-1} + \Delta x_m)} [x_m G(\underline{f}_{m-1}^k) \\
 &\quad + x_{m-1} G(\underline{f}_{m+1}^k)] \quad (2.11)
 \end{aligned}$$

여기서,

$$[A(\underline{f})]_{ij} = \left[- \frac{\partial (F)_i}{\partial (f)_j} \right] \quad (2.12)$$

$$A_{m-1/2}^k = A(1/2(\underline{f}_m^k + \underline{f}_{m-1}^k))$$

$$A_{m+1/2}^k = A(1/2(\underline{f}_{m+1}^k + \underline{f}_m^k))$$

여기서 $x_m, m=0,1,2,\dots,L$ 은 격자점을 나타내며 $\Delta x_m = x_{m+1} - x_m$ 으로 격자 간격이다. 경계조건에서 있어서 Lax-Wendroff 기법은 u 와 h 를 동시에 알아야 한다. 이를 위해 천수 방정식의 특성식을 이용하여 경계조건을 부여한다. 조위가 주어지는 경계 $x=x_0$ 에서는 특성선 C^- 를

따라 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 &[u-2\sqrt{g(D+h+s)}]_{x=x_0, \dots, x_{k+1}} \\
 &= [u-2\sqrt{g(D+h+s)} + \Delta t G_1(u, h) \\
 &\quad + \Delta t g \frac{dD}{dx}]_{x=x_0, \dots, x_k} \quad (2.13)
 \end{aligned}$$

여기서 x^- 는 C^- 방정식으로 부터 다음과 같이 정할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 x^- &= x_0 + \Delta t [u - \sqrt{g(D+h+s)}]_{x=x_0, \dots, x_{k+1}} \\
 &\quad + O(\Delta t^2) \quad (2.14)
 \end{aligned}$$

u_x 와 h_x 는 x_0, x_1, x_2 에서 유속과 조위를 이용하여 보간(Interpolation)으로 계산한다. 식 (2.13)-(2.14)에서 u_0^{k+1} 을 계산하기 위해서는 $u_0^{k+1} = u_0^k$ 를 초기치로하여 반복적으로 계산한다. $x=x_L$ 에서의 유출 경계에 대한 식도 같은 방법으로 얻을 수 있다. 또한 모형에서 수심 $D(x)$ 는 y 축에 대해 평활화(Smoothing)를 할 필요가 있다.

2.2 예측모형

2.2.1 칼만 필터

상태벡터 $\underline{X}_{t,k}$ 의 시간에 대한 전파를 기술하기 위한 추계학적 선형시스템의 형태는 다음과 같다(Kalman, 1960; Kalman 과 Bucy, 1961).

$$\begin{aligned}
 \underline{X}_{t,k} &= \phi(t_k, t_{k-1}) \underline{X}_{t, k-1} + B(t_k) \underline{u}_{t,k} \\
 &\quad + G(t_k) \underline{w}_{t,k}, k = 1, 2, \dots \quad (2.15a)
 \end{aligned}$$

$$\underline{X}_{t,0} = \underline{X}_0 \quad (2.15b)$$

여기서 $\underline{X}_{t,k}$ 는 상태벡터(State Vector, $n \times 1$), $\phi(t_k, t_{k-1})$ 은 동적 시스템 행렬(System Dynamic Matrix, $n \times n$), $B(t_k)$ 는 입력행렬(Input Matrix, $n \times r$), $\underline{u}_{t,k}$ 는 결정론적 입력(Deterministic Input, $r \times 1$), $G(t_k)$ 는 잡음(Noise) 입력

행렬($n \times p$)를 나타내며 $\underline{W}_{t,k}$ 는 백색 Gaussian 잡음행렬($p \times 1$)을 나타낸다. 이들 잡음과정들의 통계적 특성치들은 다음과 같이 가정한다.

$$E\{\underline{W}_{t,k}\} = 0 \quad (2.16a)$$

$$E\{\underline{W}_{t,k} \underline{W}_{t,k}^T\} = Q(k), \quad k = 1 \\ = 0, \quad k \neq 1 \quad (2.16b)$$

(2.16)식에서 $Q(k)$ 는 임의의 반 양치 대칭행렬 (Symmetric Positive-SemiDefinite Matrix, $p \times p$)를 나타낸다. 시스템 잡음 W_t 는 모형오차 및 자연계의 변화성에 의한 영향등을 나타낸다. 또한 초기조건 X_0 가 Gaussian이라 하면,

$$E\{\underline{X}_0\} = \hat{\underline{X}}_0 \quad (2.17a)$$

$$E\{(\underline{X}_0 - \hat{\underline{X}}_0)(\underline{X}_0 - \hat{\underline{X}}_0)^T\} = P_0 \quad (2.17b)$$

여기서 P_0 는 양치의 반 대칭행렬으로서 ($n \times p$)의 차원을 갖는다.

이산점 t_1, t_2, \dots 등에서 관측치를 이용할 수 있다고 하면 관측 방정식(Measurement Equation)은 다음과 같다.

$$\underline{Z}_{t,k} = M(t_k)\underline{X}_{t,k} + \underline{V}_{t,k} \quad (2.18)$$

여기서 $\underline{Z}_{t,k}$ 는 관측치($m \times 1$), $M(t_k)$ 는 관측행렬 ($m \times n$)로서 관측치와 상태와의 관계를 나타내며, $\underline{V}_{t,k}$ 는 백색 잡음과정($m \times 1$)으로 관측과정에서의 불확실성을 나타내며 백색 Gaussian과정이다.

$$E\{\underline{V}_{t,k} \underline{V}_{t,k}^T\} = 0 \\ E\{\underline{V}_{t,k} \underline{V}_{t,k}^T\} = R(k), \quad k = 1 \\ = 0, \quad k \neq 1 \quad (2.19)$$

$R(k)$ 는 위에서도 같이 양치의 반 대칭행렬이며 또한 초기상태 X_0 , 시스템 잡음 $\underline{W}_{t,k}$, 관측잡음 $\underline{V}_{t,k}$ 는 상호 독립이라 가정한다. 이들로부터 회선적(Recursive) 필터방정식을 요

약하면 다음과 같다. 즉, 관측시각 t_{k-1} 에서 t_k 로 전과되는 최적 상태(Optimal State)의 추정은 다음식으로 주어진다(Jazwinski,1970).

$$\hat{\underline{X}}(k|k-1) = \Phi(t_k, t_{k-1})\hat{\underline{X}}(k-1|k-1) \\ + B(t_k)\underline{u}_{t,k} \quad (2.20)$$

$$P(k|k-1) = \\ \Phi(t_k, t_{k-1})P(k-1|k-1)\Phi(t_k, t_{k-1})^T \\ + G(t_k)Q(k)G(t_k)^T \quad (2.21)$$

관측시각 t_k 에서는 관측치 $\underline{Z}_{t,k}$ 를 이용할 수 있으므로 이로부터 상태의 추정은 다음식에 의해 갱신(Update)한다.

$$\hat{\underline{X}}(k|k) = \hat{\underline{X}}(k|k-1) + K(k)\{\underline{Z}_{t,k} \\ - M(t_k)\hat{\underline{X}}(k|k-1)\} \quad (2.22)$$

$$P(k|k) = P(k|k-1) \\ - K(k)M(t_k)P(k|k-1) \quad (2.23)$$

여기서 $K(k)$ 는 필터의 이득(Gain)으로 다음과 같다.

$$K(k) = P(k|k-1)M(t_k)^T[M(t_k)P(k|k-1) \\ M(t_k)^T + R(k)]^{-1} \quad (2.24)$$

위의 회선적(Recursive) 계산에 필요한 초기조건은 다음과 같이 주어진다.

$$\hat{\underline{X}}(0|0) = \hat{\underline{X}}_0 \\ P(0|0) = P_0 \quad (2.25)$$

선형 필터는 대상문제를 잘 기술하지 못하는 단점이 있으며 본 연구의 비선형 문제를 효과적으로 다루기 위해 확장 칼만 필터(Extended Kalman Filter :E.K.F)를 이용한다 (Jazwinski,1970;Maybeck,1979-1982). 이는 실제 조석의 대부분은 결정론적 모형에 의해 나타

낼 수 있기 때문이다(ten Brummelhuis et al., 1984).

상태를 비선형 추계학적 방정식으로 나타낼 수 있다고 하면,

$$\begin{aligned} \underline{X}_k &= \phi(\underline{X}_{k-1}, t_{k-1}, t_k) + B(t_k)\underline{u}_{t_k} \\ &+ G(t_k)\underline{W}_{t_k}, \quad k = 1, 2, 3, \dots \\ \underline{X}_0 &= \underline{X}_0 \end{aligned} \quad (2.26)$$

여기서 $\phi(\underline{X}_{k-1}, t_{k-1}, t_k)$ 는 동적 시스템을 기술하는 $(n \times 1)$ 벡터이다. 관측치 또한 비선형 방정식에 의해 표시된다면,

$$Z_{t_k} = m(\underline{X}_{t_k}, t_k) + \underline{V}_{t_k} \quad (2.27)$$

여기서 $m(\underline{X}_{t_k}, t_k)$ 는 상태와 관측치의 관계를 나타내는 $(m \times 1)$ 벡터이다. 이외의 모형에 대한 가정은 선형인 경우와 같다. 이는 선형이론을 비선형 문제에 확장할 수 있음을 나타낸다. 상태의 기준궤적(Reference Trajectory)을 $\hat{\underline{x}}_{t_k}$ 로 나타내면 상태방정식(2.26)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \underline{X}_{t_k} &= [\phi(\underline{X}_{t_{k-1}}, t_{k-1}, t_k) \\ &- \phi(\hat{\underline{x}}_{t_{k-1}}, t_{k-1}, t_k)] \\ &+ \phi(\hat{\underline{x}}_{t_{k-1}}, t_{k-1}, t_k) \\ &+ B(t_k)\underline{u}_{t_k} + G(t_k)\underline{W}_{t_k} \end{aligned} \quad (2.28)$$

관측방정식 (2.28)은,

$$\begin{aligned} Z_{t_k} &= [m(\underline{X}_{t_k}) - m(\hat{\underline{x}}_{t_k}, t_k)] \\ &+ m(\hat{\underline{x}}_{t_k}, t_k) + \underline{V}_{t_k} \end{aligned} \quad (2.29)$$

만약 기준궤적에 대한 편차 $\underline{X}_{t_k} - \hat{\underline{x}}_{t_k}$ 가 작다고 하면, Taylor 전개로부터 다음과 같은 시스템을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \underline{X}_{t_k} &= \phi(\hat{\underline{x}}_{t_{k-1}}, t_{k-1}, t_k)\underline{X}_{t_{k-1}} \\ &- \phi(\hat{\underline{x}}_{t_{k-1}}, t_{k-1}, t_k)\hat{\underline{x}}_{t_{k-1}} \\ &+ \phi(\hat{\underline{x}}_{t_{k-1}}, t_{k-1}, t_k) + B(t_k)\underline{u}_{t_k} \\ &+ G(t_k)\underline{W}_{t_k} \\ Z_{t_k} &= M(\hat{\underline{x}}_{t_k}, t_k)\underline{X}_{t_k} - M(\hat{\underline{x}}_{t_k}, t_k)\hat{\underline{x}}_{t_k} \\ &+ m(\hat{\underline{x}}_{t_k}, t_k) + \underline{V}_{t_k} \end{aligned} \quad (2.31)$$

수행에 필요한 기준궤적은 이전(Prior)상태의 추정치에 의해 결정된다. E, K, F는 각 $\hat{\underline{X}}(k|k)$ 의 추정치에 대하여 재선형화(Relinearize)하는 것이다.

$$\begin{aligned} \hat{\underline{x}}_{t_p} &= \phi(\hat{\underline{x}}_{t_{p-1}}, t_{p-1}, t_p) + B(t_p)\underline{u}_{t_p}, \\ p &= k+1, k+2, \dots \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\hat{\underline{x}}_{t_k} = \hat{\underline{X}}(k|k)$$

2.2.2 매개변수 추정

비선형 필터에서 불확실성 매개변수 P는 시스템 방정식과 함께 상태 변수(State Variable)로 취급하여 추정한다(Eykhoff, 1974).

$$P_{t_k} = P_{t_{k-1}} + \underline{W}_{p, t_k} \quad (2.33)$$

이 방정식은 시스템 잡음 \underline{W}_{p, t_k} 를 더하여 매개변수의 무작위성을 고려할 수 있음을 나타낸다. 본 모형에 있어서의 변수로는 바닥마찰항, 바람응력계수등이며, 또한 일차원 모형의 구성으로 인하여 관측점의 위치는 모형의 선상에 일치하지 않을 수 있으며 이로인한 해면상승 및 Coriolis력, 바람의 영향 등의 변동성분을 보정할 필요가 있다. 곧,

$$m^i(\underline{X}_{t_k}) = (1+a_i)H(x_m, t_k)$$

$$+ \frac{\Delta y}{g} \left[-fU(x_m, t_k) + \gamma \frac{V^2 \sin \Psi}{D(x_m) + H(x_m, t_k) + s(t_k)} \right] \quad (2.34)$$

여기서 Δy 는 관측소와 x축과의 거리이며 H와 U는 각각 추계학적 성분을 갖는 조위와 유속이다. 변수 $a_i \ll 1$ 은 국부적(Local)인 영향을 나타낸다. 모형에서 바닥마찰계수 μ , 바람마찰계수 γ , 변수 a_i 는 모형의 조건에 따라 변화한다. 그러므로 이들 변수는 조위 및 유속과 함께 추정되도록 한다.

2.2.3 경계처리

시각 $t=t_k$ 에서부터 조위와 유속의 예측을 실시한다면 비선형 시스템 방정식은 $x=x_0$ 에서 조위 $h_0(t)$ 가 주어져야 한다. 이는 이 관측소에서 관측 자료를 이용한 조화분 석법(Harmonic Analysis)으로 설정할 수 있으며 그 식은 다음과 같다 (Pugh, 1987).

$$h_0^*(t) = \sum_{i=1}^N f_i(t) A_i \cos[2\omega_i t + \phi_i + u_i(t)] \quad (2.35)$$

여기서 $h_0^*(t)$ 는 $x=x_0$ 에서의 천문조(Astronomical Tide)이며, A_i , ω_i , ϕ_i 는 각각 진폭(Amplitude), 주파수(Frequency), 위상(Phase)을 나타낸다.

조위를 천문조 $h_0^*(t)$ 와 내부 바람의 영향 $s(t)$ 의 중첩으로 고려하면 $t \geq t_k$ 에서 $h_0(t)$ 의 예측은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} h_0(t) &= h_0^*(t) + s(t) \\ &= h_0(t_k) + h_0^*(t) - h_0^*(t_k) + s(t) - s(t_k) \\ &= h_0(t_k) + u_i \end{aligned} \quad (2.36)$$

여기서,

$$u_i = h_0^*(t) - h_0^*(t_k) + s(t) - s(t_k)$$

이며, $s(t)$ 는 식(2.6)으로 주어진다. 다음으로 조위 $h_0(t)$ 에 추계학적 성분을 고려하기 위해 식(2.36)에 시스템 잡음을 도입하면,

$$H_0(t_{k+1}) = H_0(t_k) + u_{i, k+1} + Wb_{i, k+1} \quad (2.37)$$

여기서 $Wb_{i, k}$ 는 경계조건 (2.36)의 불확실성을 나타낸다. 이 불확실성의 도입으로 필터는 외부 기상조가 진입하는 경우에 도 보정할 수 있게 된다.

3. 적용 예

이 절에서는 서해안에서 수집된 자료를 이용하여 주어진 모형으로 부터 예측을 실시한다. 선정 해역으로는 Fig. 3.1에서와같이 대흑산도를 기점으로 군산 내항 부근까지를 설정하였다. 이 해역의 조석특성으로는 일조부등은 적으나 조차가 크며 조시 및 조고의 부등이 있으며, 저저조후에 고고조로 된다. 또한 선정 해역내의 관측소인 대흑산도(34°40'55.0"N, 125°26'36"E), 위도 (35°37'03.5"N, 126°18'12"E), 군산외항(35°58'06"N, 125°26'36"E), 군산내항(35°59'25"N, 126°42'46"E)의 평균해면은 각각 187.16cm(65-88년), 336.29cm(84-88년), 363.92cm(80-88년), 338.49cm(60-88년)이며 대조차는 대흑산도 지점에서 약 3m이며 북쪽으로가면서 점점 증가하여 군산항에서는 6m에 이른다. 이들 관측소의 평균고조간격은 각각 0시 58분, 2시 21분, 2시50분, 3시10분이다(교통부 수로국, 1986). 이들 영역에서의 모형 구성을 위한 수심 자료는 해도(F302)로 부터 추출하여 각 분조의 반조차를 더하여 평균해수면으로 환산하였다.

선택 자료는 과거 10년간의 조위 기록지로부터 이상 조위를 검토한후 편차가 많이 발생한 1986년 8월 26-29일의 태풍 VERA기간 및 전형적

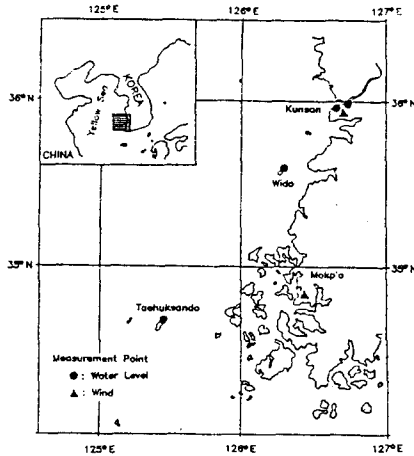


Figure 3.1 The 1-dimensional model along the coast

인 북서 계절풍의 영향이 현저한 1986년 12월 3-7일 동안을 선택하였다(군산항 건설 사무소, 1989). 태풍 VERA 기간에 군산외항에서 기록된 조위는 29일 16시에 274cm(편차과고 108+), 29일 04시 20분 349cm(편차과고 107+), 30일 18시 00분 273cm(편차과고 100+) 30일 06시 25분 349(편차과고 94+) 이며 내항에서는 29일 04시 25분 356cm(편차과고 124+)이다. 1986년 12월 3-7일동안의 군산 외항에서의 기록 조위는 4일 1시 30분 -11cm(편차과저 31-), 6일 06시 20분 588cm(편차과고 95+)이며 군산내항에서는 6일 06시 33분 581cm(편차과고 112+), 5일 18시 36분 691cm(편차과고 99+), 3일 04시 12분 615cm(편차과고 89+)이다. 이는 평상시 30cm내외의 편차(교통부 수로국, 1986)를 갖는데 비해 보다 큰 이상조위를 나타내고 있음을 알 수 있다. 대상 영역에서 기상학적 입력자료가 이용 가능한 관측소는 목포(34°47'N, 126°23'E) 및 군산 측후소(35°59'N, 126°42'E)와 군산 비행장(35°54'N, 126°37'E)이며 선택기간의 매시간별 풍향과 풍속을 나타내면 Fig. 3.2-3과 같다. 이들의 입력 자료는 전영역에 대하여 바람의 공간변화를 무시하는 경우에 유효하기 때문에 기상학적 조건

이 공간에 따라 급격히 변화하는 경우에는 필터의 수행에 있어서 보다 많은 오차를 야기할 것으로 여겨진다.

조위와 유속을 예측하기위해 대흑산도의 경계치는 조화상수를 이용하여 외삽한다. 공간 격자간격 Δx_i 는 격자점과 관측소가 일치하도록 구성하였으며 이들 모형에서의 시간간격 Δt 는 10분이다. 또한 상류측 경계조건으로는 자유 유출(Free Outflow) 조건을 부여하였다.

연속방정식과 운동량방정식의 각 시간단계에서

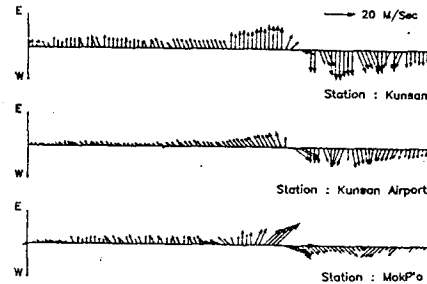


Figure 3.2 Observations of the wind during August 26, 1986, 01:00 - August 30, 1986, 00:00

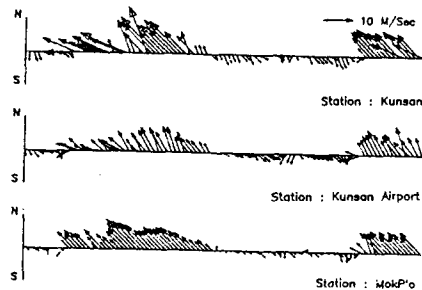


Figure 3.3 Observations of the wind during December 3, 1986, 01:00 - December 7, 1986, 00:00

도입되는 시스템 및 변수의 잡음과정은 수치 실험을 통하여 다음과 같이 선택하였다. 관측잡음은 $r=0.03$ 으로 하였으며, $x=x_0$ 인 경계에서의 시스템 잡음성분은 0.0025를 택하였다.

이상의 입력자료들로부터 예측결과를 나타내

Table 3.1 Errors in r.m.s.(cm)

Station	Wido	Kunsan-Outer Harbor	Kunsan-Inner Harbor
1986.8.26:01-8.30:00	9.0	10.7	11.2
1986.12.3:01-12.7:00	5.3	5.7	7.1

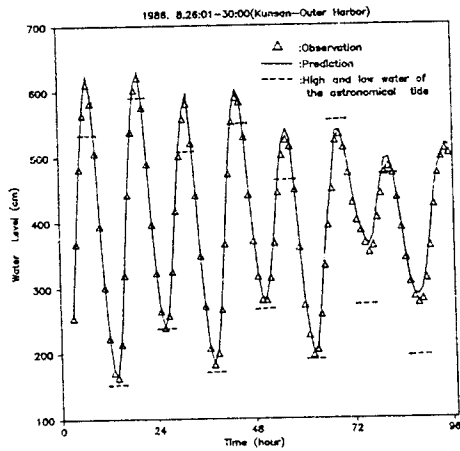


Figure 3.4 Prediction at Kunsan-Outer Harbor

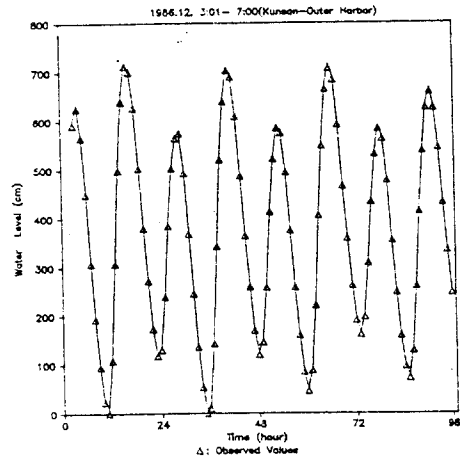


Figure 3.6 Prediction at Kunsan-Outer Harbor

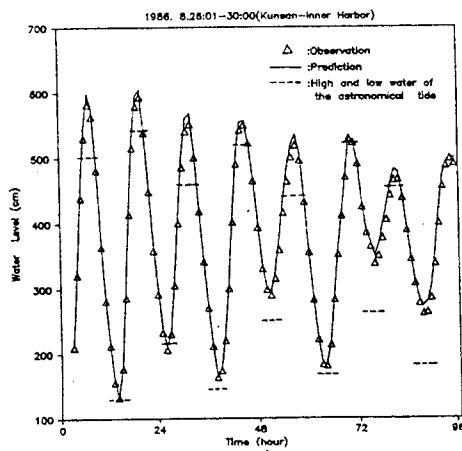


Figure 3.5 Prediction at Kunsan-Inner Harbor

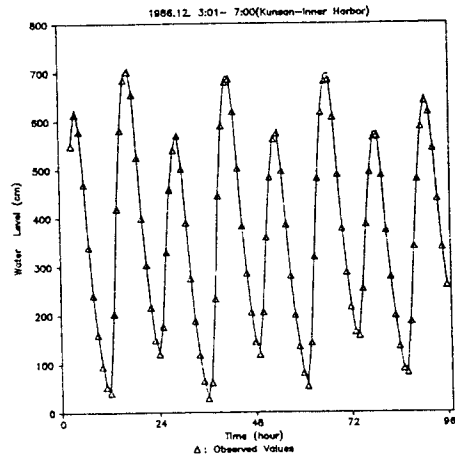


Figure 3.7 Prediction at Kunsan-Inner Harbor

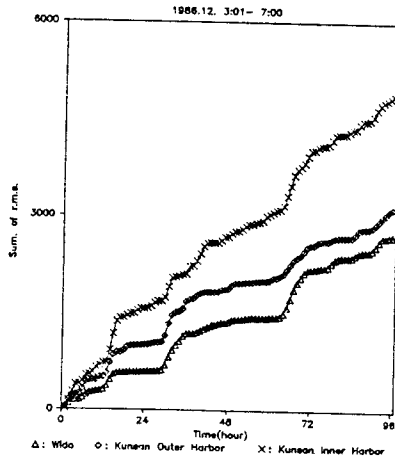


Figure 3.8 Summation of r.m.s. errors

(1986.12.3:01-7:00)

$$Q_m(|i_1 - i_2|) = 4.0 \times 10^{-4} e^{-0.9|(x_{i,1} - x_{i,2})/1000|}$$

$$Q_c(|i_1 - i_2|) = 4.0 \times 10^{-4} e^{-0.9|(x_{i,1} - x_{i,2})/1000|}$$

$$E\{W_\mu^2\} = 10^{-6}, \quad E\{W_\gamma^2\} = 10^{-12},$$

$$E\{W_{a_1}^2\} = 0.001,$$

$$E\{W_{a_2}^2\} = 0.001, \quad E\{W_{a_3}^2\} = 0.001$$

Fig. 3.4-7과 같다. 또한 천문조의 계산 결과도 함께 도시하였다. 그림에서 보는 바와 같이 제시된 모형은 폭풍해일등 이상 고조 기간동안에도 정확한 조석 예측을 할 수 있음을 알 수 있으며, 여기서 관측치와 예측치에 따른 평균자승오차(Root Mean Square Errors)는 표 3.1에 게재하였다. 표에서 나타난 바와 같이 상이한 기상학적 조건에서도 예측모형은 만족하게 수행됨을 알 수 있다. Fig. 3.8에서는 1986년 12월 3-7일동안의 평균자승오차의 누적곡선을 나타낸 것으로서 군산 내항에서의 오차가 상대적으로 크게 나타나는 것으로 보아 경계조건에 따른 오차에도 기인함을 알 수 있다. 또한 기상학적

영향이 급변하는 경우에 오차의 발생이 증가함을 볼 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 일차원 천수방정식의 차분식에 대하여 확장 칼만 필터를 적용하였으며 일차원 모형으로도 효과적으로 조석을 예측할 수 있음을 보였다. 부정확성을 고려하기 위해 운동량 방정식에 백색 잡음항을 도입하여 추계학적 현상을 나타냈으며, 연속방정식은 완전한 것으로 간주하였다. 필터는 바닥마찰 및 바람응력과 매개변수들을 무작위 변수로 취급하여 조위 및 유속과 함께 추정할 수 있으며 추정치는 상황의 변화에 따라 갱신된다. 본 모형을 서해안의 1986년 8월 태풍 VERA기간과 기상학적 영향이 현저한 1986년 12월동안의 자료를 이용하여 수행한 결과, 상태 및 매개변수의 동시추정 및 조위 예측이 가능하였으며, 군산 내항에서의 평균 자승오차는 11cm 정도로 기상학적 변화가 비교적 큰 경우에도 만족하게 수행되었다.

이상의 연구 결과는 재해 예보를 위한 실시간 예측이나 조석계측망을 위한 조석 예보 모형으로 발전시키는데 큰 도움이 될 수 있을 것으로 기대되며 특히 향후 금강하구언의 작동에 따른 갑문의 개폐방 시간의 예측등에도 중요한 사항이 될 것이다.

5. 참고 문헌

1. Bretschneider, C.L., in Ven Te Chow(ed.), "Advances in Hydroscience", Academic Press, New York, 1967.
2. Budgell, P. and Unny, T.E., "A Stochastic Model for Predicting Tides in Branched Estuaries", Proceedings of the 3rd International Symposium on Stochastic Hydraulics, Tokyo, 1980.

3. Brain D.O. Anderson and Jhon B.Moore, "Optimal Filtering", Prentice -Hall Inc,1979.
4. Chiu,C.L. and Iso,E.O., "Kalman filters in open channel flow estimation", Journal of the Hydraulic Division, ASCE,104(HY8),1978.
5. Christianser,H.,W. Siefert, "Storm surge prediction by combined wind and tide data", In proceedings 16th Conference on Coastal Engineering, American Society of Civil Engineers, New York,pp. 965-974,1978.
6. Cunge,D.A., Holly,F.M. and Verwey, A., "Practical Aspects of Computational River Hydraulics".Boston,1980.
7. Dronkers,J.J., "Tidal Computations in Rivers and Coastal Waters". North Holland Publishing Company,Amsterdam,1964.
8. Dronkers,J.J., "Tidal Theory and Computation", in Advances in Hydroscience,Vol 10, Ven Te Chow(ed.) Academic Press,New York,1975.
9. Eykhoff,P., "System Identification", New York, Wiley-Interscience. 1974.
10. Jazwinski,A.H., "Stochastic Processes and Filtering Theory", Academic Press,New York,1970.
11. Kalman,R.E., "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems", Trans. ASME. Ser. D. J. Basic Eng. 82,1960.
12. Kalman,R.E. and Bucy,R.S., "New Results In Linear Filtering and Prediction Theory", Trans. ASME. Ser. D. J. Basic Eng. 83,1961.
13. Maybeck, Peter,S., "Stochastic Models, Estimation, and Control", Volume I, II, III., Academic Press,1979-1982.
14. Pugh,D.T., "Tides, Surges and Mean Sea-Level", John Wiley & Sons, 1987.
15. Schalkwijk,W.F., "A contribution to the study of the storm surges on the Dutch coast", thesis presented to the Univ. of Delft, Delft, 1947.
16. ten Brummelhuis,P.G.J.,de Jong,B. and Heemink,A.W., "On-line Prediction of Water Levels in an Estuary Using Kalman Filters", Proceedings of the 4'th International Symposium an Stochastic Hydraulics,Urbana-Champaign,1984.
17. Timmerman,H., "On the Importance of Atmosphric Pressure Gradients for Generation of External Surges in the North Sea",Deutsches Hydrographisches Zeitschrift, Vol.28,1975.
18. 교통부 수로국, 검조 기록부, 1980-1990.
19. 교통부 수로국, 조석계산용 제표추보, 1970-1999.
20. 군산 비행장, "Federal Meteorological from 1-10 Surface Wather Observations",1986-1990.
21. 중앙 기상대, 일기상 통계표,1986.
22. 군산항 건설 사무소, 금강 하구 수리 현상 조사 보고서, 1989.12.