

# Hopfield신경 회로망의 개선과 Layer Assignment 문제에의 응용

## A Modified Hopfield Network and It's Application to the Layer Assignment

金 桂 賢\* · 黃 熙 隆\*\* · 李 鍾 浩\*\*\* ·  
(Gye-Hyun Kim · Hee-Yeung Hwang · Chong-Ho Lee)

### 요 약

Hopfield crossbar associative network을 기초로 한 개선된 신경 회로망 모델을 제안하고, 이 회로망이 한종류의 NP-complete 문제에 대한 효과적인 풀이 방법으로 사용될 수 있음을 보였다. 이 모델을 VLSI routing을 위한 layer assignment문제에 응용하였고, 그 결과 이 개선된 Hopfield model이 출력의 stability와 정확도에 있어서 향상을 보여 주었다.

**Abstract** - A new neural network model, based on the Hopfield crossbar associative network, is presented and shown to be an effective tool for the NP - Complete problems. This model is applied to a class of layer assignment problems for VLSI routing. The results indicate that this modified Hopfield model, improves stability and accuracy.

### 1. 서 론

Hopfield network이 associative memory로서 뿐만 아니라, NP-complete문제를 해결하는데도 효과적으로 사용될 수 있다는 것이 잘 알려져 있다[1, 2, 3].

본 논문에서는 Hopfield network의 또 다른 응용 분야를 제시함으로써, 공학 분야에의 응용 가능성을 확장코자 하였다. 원래의 Hopfield network의 출력의 stability와 global optimality를 얻을 probability를 향상시키기 위해 그림 2와 같이 개선하였을 때 이 새로운 model을 layer assignment 문제에 응용하였다.

효과적인 layer assignment는 VLSI회로의 routing에 매우 중요한 역할을 하는데, routability와 via의 갯수가 이에 직접적인 영향을 받기 때문이

\*正 會 員 : 서울大 大學院 컴퓨터工學科 博士課程  
 \*\*正 會 員 : 서울大 工大 컴퓨터工學科 教授 · 工博  
 \*\*\*正 會 員 : 仁荷大 工大 電氣工學科 副教授 · 工博  
 接受日字 : 1990年 8月 28日  
 1次修正 : 1990年 1月 22日

다.

기존의 연구[4, 5]는 minimum-via layer assignment 문제를 해결하기 위해 graph-theoretical approach를 이용하였다. 이 논문에서는 같은 문제를 해결하기 위해 신경 회로망 방법을 시도하였다.

### 2. 문제 제시

Layer assignment문제는 routing region 내에서의 효율적인 결선을 위하여 각 wire segment에 주어질 결선층 중의 하나를 할당시키는 문제인데, 서로 다른 net의 두 wire segment가 같은 결선층에서 교차하지 않도록 하며 net의 층간 이동 횟수(via의 갯수)를 최소화 함을 목표로 한다.

복잡한 layer assignment 문제의 첫 단계로서, 이 논문의 neural network은 topological layer assignment만 취급하였다. 즉 unconstrained via-minimization(uvm)[6, 7] 문제를 해결코자 하였다.

특정 net에 할당되는 layer를 표현하기 위해, Hopfield network은 각 net당  $M$ 개의 bit를 할당한다. 이때  $M$ 은 chip의 공정 기술에 의하여 주어지는 결선층의 갯수이다. 따라서 어떤 net를 표시하는  $i$ 번째의 bit 하나가 high값을 가지면 이 net는  $i$ 번째 결선층에 assign된 것을 나타낸다. 그림 1(가)는 4개의 net가 있는 routing region에

### 3. Network 모델

표 1 Simulation결과  
Table 1 Simulation Results

Net의 갯수	Layer의 갯수	인접 matrix와 할당된 최종 layer																																																																																																																																																																																																																																																																									
3	3	1) <table border="1"> <tr><th>L</th><th>N</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr> <tr><th>A</th><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><th>C</th><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><th>B</th><td>3</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	L	N	1	2	3	A	1	1	1	1	C	2	1	1	1	B	3	1	1	1	2) <table border="1"> <tr><th>L</th><th>N</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr> <tr><th>C</th><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><th>B</th><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><th>A</th><td>3</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	L	N	1	2	3	C	1	1	1	0	B	2	1	1	1	A	3	0	1	1																																																																																																																																																																																																																																
		L	N	1	2	3																																																																																																																																																																																																																																																																					
A	1	1	1	1																																																																																																																																																																																																																																																																							
C	2	1	1	1																																																																																																																																																																																																																																																																							
B	3	1	1	1																																																																																																																																																																																																																																																																							
L	N	1	2	3																																																																																																																																																																																																																																																																							
C	1	1	1	0																																																																																																																																																																																																																																																																							
B	2	1	1	1																																																																																																																																																																																																																																																																							
A	3	0	1	1																																																																																																																																																																																																																																																																							
5	4	3) <table border="1"> <tr><th>L</th><th>N</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th></tr> <tr><th>B</th><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><th>C</th><td>2</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><th>B</th><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><th>D</th><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><th>A</th><td>5</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	L	N	1	2	3	4	5	B	1	1	0	0	0	1	C	2	0	1	0	0	1	B	3	0	0	1	0	1	D	4	0	0	0	1	1	A	5	1	1	1	1	1	4) <table border="1"> <tr><th>L</th><th>N</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th></tr> <tr><th>A</th><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>B</th><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><th>A</th><td>3</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><th>C</th><td>4</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><th>D</th><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	L	N	1	2	3	4	5	A	1	1	1	0	0	0	B	2	1	1	1	1	0	A	3	0	1	1	1	1	C	4	0	1	1	1	1	D	5	0	0	1	1	1																																																																																																																																																																																				
		L	N	1	2	3	4	5																																																																																																																																																																																																																																																																			
B	1	1	0	0	0	1																																																																																																																																																																																																																																																																					
C	2	0	1	0	0	1																																																																																																																																																																																																																																																																					
B	3	0	0	1	0	1																																																																																																																																																																																																																																																																					
D	4	0	0	0	1	1																																																																																																																																																																																																																																																																					
A	5	1	1	1	1	1																																																																																																																																																																																																																																																																					
L	N	1	2	3	4	5																																																																																																																																																																																																																																																																					
A	1	1	1	0	0	0																																																																																																																																																																																																																																																																					
B	2	1	1	1	1	0																																																																																																																																																																																																																																																																					
A	3	0	1	1	1	1																																																																																																																																																																																																																																																																					
C	4	0	1	1	1	1																																																																																																																																																																																																																																																																					
D	5	0	0	1	1	1																																																																																																																																																																																																																																																																					
10	4	5) <table border="1"> <tr><th>L</th><th>N</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th><th>8</th><th>9</th><th>0</th></tr> <tr><th>A</th><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>C</th><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>D</th><td>3</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><th>A</th><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><th>B</th><td>5</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><th>B</th><td>6</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><th>C</th><td>7</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><th>A</th><td>8</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><th>D</th><td>9</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><th>C</th><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	L	N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	A	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	C	2	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	D	3	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	A	4	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	B	5	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	B	6	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	C	7	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	A	8	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	D	9	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	C	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	6) <table border="1"> <tr><th>L</th><th>N</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th><th>8</th><th>9</th><th>0</th></tr> <tr><th>D</th><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><th>B</th><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>A</th><td>3</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>C</th><td>4</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>D</th><td>5</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>A</th><td>6</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><th>C</th><td>7</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><th>A</th><td>8</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><th>B</th><td>9</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><th>C</th><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	L	N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	D	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	B	2	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	A	3	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	C	4	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	D	5	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	A	6	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	C	7	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	A	8	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	B	9	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	C	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
		L	N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0																																																																																																																																																																																																																																																														
A	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0																																																																																																																																																																																																																																																																
C	2	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0																																																																																																																																																																																																																																																																
D	3	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1																																																																																																																																																																																																																																																																
A	4	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1																																																																																																																																																																																																																																																																
B	5	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1																																																																																																																																																																																																																																																																
B	6	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0																																																																																																																																																																																																																																																																
C	7	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0																																																																																																																																																																																																																																																																
A	8	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1																																																																																																																																																																																																																																																																
D	9	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1																																																																																																																																																																																																																																																																
C	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1																																																																																																																																																																																																																																																																
L	N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0																																																																																																																																																																																																																																																																
D	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1																																																																																																																																																																																																																																																																
B	2	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0																																																																																																																																																																																																																																																																
A	3	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0																																																																																																																																																																																																																																																																
C	4	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0																																																																																																																																																																																																																																																																
D	5	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0																																																																																																																																																																																																																																																																
A	6	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0																																																																																																																																																																																																																																																																
C	7	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0																																																																																																																																																																																																																																																																
A	8	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0																																																																																																																																																																																																																																																																
B	9	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1																																																																																																																																																																																																																																																																
C	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1																																																																																																																																																																																																																																																																

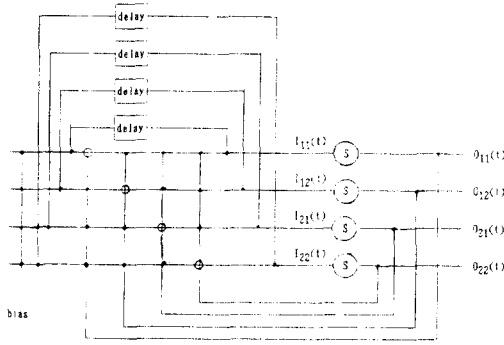


그림 1 layer assignment problem을 위한 개선된 Hopfield Network  
 Fig. 1 Modified Hopfield Network for layer assignment problem

Network design의 첫단계는 Hopfield Network 상에서 valid layer assignment에 대해 최소화 에너지 함수를 결정하는 것이다[1]. 에너지 함수는 3개의 항으로 구성되어 있고, 각 항은 적당한 layer 할당을 위한 출력 pattern의 constraint들을 나타낸다.

$$E = k_1 \sum_{\langle i,j \rangle} \sum_a O_{ia} O_{ja} + k_2 \sum_i (\sum_a (O_{ia})^2 - 1)^2 + k_3 \sum_i \{ (\sum_a (O_{ia})^2)^2 - \sum_a O_{ia} \} \quad (1)$$

이때  $i, j$ 는 net index,  $a, b$ 는 layer index,  $n_i$ 는  $i$ 번째 net,  $n_i^a$ 는  $i$ 번째 net의  $a$ 번째 layer임을 나타내며,  $k_1, k_2, k_3$ 는 상수들이다. 첫번째 항은 교차하는 net  $n_i, n_j$ 의 모든 쌍이 다른 layer에 있을 때 최소화된다. 두번째 항은 neuron의 출력값이 unit 출력값 1이 되도록 제한 시킨다. 세번째 항은 각 net당 오직 한개의 layer만 선택되었을 때 최소가 된다.

위의 식을 Hopfield의 General Equation과 비교하여 weight matrix  $T$ 와 bias를 구한다.

$$T_{ij}^{ab} = -k_1 C_{ij}(1 - \delta_{ij})\delta_{ab} - (k_2 + k_3)\delta_{ij} \quad (2)$$

$$B_j^a = 2k_2 + k_3 \quad (3)$$

$$\text{bias} = (\text{net index} - \text{layer index}) / 10 = (i - a) / 10$$

각 neuron당 해당  $i, a$ 에 따른 입력 line

$C_{ij}$ 는 intersection matrix,  $\delta_{ij}$ 는 Kronecker delta 함수이다.

bias는 network의 성능을 향상시켰다. network의 수렴을 가속화하기 위해 첫번째 bias항  $2k_2$ 를 weight matrix  $T$ 의 대각선,  $T_{ii}^{bb}$ 속으로 넣었다. 두번째 bias는 net  $i$ 에 대해, 동일한 가능성을 가

진 layer들 사이에 우선 순위를 주기위한 것이다.

이 논문의 개선된 Hopfield Network은 그림 1과 같이 unit delay를 가진 feedback loop을 더해야 한다. 식 (4)와 (5)는 network의 작동을 나타낸다. delayed feedback은 출력의 갑작스러운 변화를 방지하여 최소-에너지 지점으로 서서히 수렴하도록 한다.

식 (4)의 상수  $\alpha$ 는 수렴 속도와 출력의 stability사이를 조정한다.

$$I_{ia}(t) = \alpha \sum_j \sum_b \sum_a T_{ij}^{ab} O_{jb}(t) + I_{ia}(t-1) + \text{bias} \quad (4)$$

$$O_{ia}(t) = S(I_{ia}(t-1)) \quad (5)$$

이때  $s(x) = 1 / (1 + e^{-\beta x})$ 이다.

#### 4. Simulation 결과

이 network모델을 식 (2)와 식 (3)의  $T$ 와  $B$ 의 connection strength를 이용하였고 식 (4), (5)와 같이 동작한다. bias  $2k_2$ 를 connection matrix의 대각선,  $T_{jj}^{bb}$ 에 넣는 것이 안정된 출력 값을 내는 시간을 2배 이상 단축시킨다는 것을 실험 결과 확인 할 수 있었다. 표 1에서는 실험 결과를 보여 준다. 실험적인 방법을 통해 변수 들을 다음과 같이 set시켰다:  $k_1 = k_2 = 5, k_3 = k_1 / 10, \alpha = 0.2, \beta = 2.0$ 인 집 matrix는 net의 교차(intersection)를 나타낸다.

다음 실험은 coprocessor가 없는 IBM PS/2를 사용하였고, 안정된 상태의 출력을 얻는데에 2-45 CPU second가 소요되었다.

#### 5. 토 의

새로운 개선된 Hopfield Neural Network model을 제안하고, 이를 test하였다. 이 모델의 중요한 점은 안정성(stability)의 정도를 조정할 수 있고, 이로 인해 안정성이 향상되었으며, global optimality를 얻을 수 있었다는 점이다. 실험한 모든 경우와 대해, 모든 초기 입력 값에 대하여 이상적인 layer assignment를 얻을 수 있었다. 완전한 출력을 얻어 내는 매개 변수들의 집합이 존재 하리라 예상된다. 좀 더 복잡한 연구 단계로서, layer의 갯수를 줄이고 최소 갯수의 via를 할당 시키는 것이 다음 단계의 연구 목표이다. 이 모델에 대한 다음 단계의 연구 목표이다. 이 모델에 대한 모듈 형식의 chip구조가 개발 중에 있다. 지연된

feedback loop를 위한 chip면적의 증가와 대각선 bias의 첨가는 설계에 있어서 큰 문제는 아니다.

### 참 고 문 헌

- [1] E.D. Dahl, "Neural Network Algorithm for an NP-Complete Problem: Map and Graph Coloring", Internation Conference on Neural Network, San Diego, California, June 21-24, 1987, pp. Ⅲ-113-Ⅲ-120
- [2] S.U. Hegde, J.L. Sweet and W.B. Levy, "Determination of parameters in a Hopfield/Tank Computational Network", International Conference on Neural Networks, San-diego, California, July, 24~27, 1988, pp. Ⅱ-129-Ⅱ-298
- [3] D.W. Tank and J.J. Hopfield, "Simple Neural Optimization Networks: An A.D. converter, Signal Decision Circuit, and a Linear Programming Circuit: IEEE Transactions on Circuits and systems, May 1986, pp. 533~541.
- [4] C.H. Lee and, "On Multilayer Switchbox Routing", 30th Midwest Symposium on Circuits and Systems, Sycracuse, Aug. 1987, pp. 301~304.
- [5] C.H. Lee and D. GU, "Via-Minimization Expert for the Multilayer Switchbox Routing", International Journal of Computer Aided VLSI Design, to Appear, also in INCV, Seoul, Ocy. 1989.
- [6] C.H. Lee, "Multilayuer Routing Problem", Progress in Computer Aided VLSI Design, Vol. 2, ed. G. Zobrist, Ablex Publishing, New Jersey, 1989.
- [7] C. -P. Hsu. : Minimum-Via Topological Routing", IEEE Transactions on CAD, Oct. 1983, pp. 235~246.