

〈論 文〉

강소성 대변형 유한요소법을 이용한 판재 압연연구

김 동 원* · 홍 성 인**

(1990년 8월 28일 접수)

Study on the Sheet Rolling by a Rigid-Plastic Finite Element Method Considering Large Deformation Formulation

D.W. Kim and S.I. Hong

Key Words: Rigid-Plastic FEM(강소성 유한요소법), Large Deformation(대변형), 2nd Piola-Kirchhoff Stress(제2종 키르호프 응력), Lagrangian Strain(라그랑지 변형률), Geometrical Nonlinearity(기하학적 비선형성)

Abstract

A numerical simulation of the nonsteady state rolling process in the plane strain condition is presented in the basis of the rigid-plastic finite element method by considering large deformation. In order to apply the large deformation theory to the numerical method for sheet rolling problems, constitutive equation relating 2nd-Piola Kirchhoff stress and Lagrangian strain which reflect geometrical nonlinearity is used. To confirm the validity of the developed algorithm, the analysis of the neutral flow region, roll separating force, torque, pressure and stress/strain distributions on the workpiece is conducted from the bite of the material until the steady state is reached. The computed results of the roll force and torque in the present finite element analysis are lower than those corresponding to small strain theory. The pressure distribution at the work piece-roll interface is found to show the typical 'friction hill' type only. The peak value in near the neutral region, however, is good agreements with the existing results. The neutral region, however, is goood agreements with the existing results. The frictional force at the roll interface provide detailed information about the neutral point where the shear forces change direction. In addition, the analysis also includes the effect and influence of material condition, strip thickness, work roll diameter, as well as roll speed and lubricant on each deformation process.

1. 서 론

압연은 가장 오래된 소성가공의 하나로서 매년 생산되는 압연제품의 막대한 양과 그 다양성으로 볼 때 매우 중요한 분야이다. 자료에 의하면 전세계에서 생산된 철강, 알루미늄, 동제품 생산량 가운-

데 92%가 압연과정을 거쳐 중간재로 성형되고 있다. 이와 같은 중요성에 비추어 압연문제에 대한 많은 연구가 해석, 실험 양면에서 반세기 이상 수행되어 왔다. 더욱 최근에는 압연기술이 고도로 성장됨에 따라 생산성, 치수, 형상, 재질에서 볼 때 품질이 대폭적으로 향상되어 왔으며 제조가능 범위도 확대되었다. 그러나 압연가공에서 풀어야 할 문제들은 판재의 결함, 틀의 파괴, 제품의 평탄도, 균일 두께의 제어, 측정제어, 윤활 등…… 수없이

*정회원, 서울대학교 공과대학 기계설계학과

**정회원, 충남대학교 공과대학 기계공학과

많이 있다. 변수들은 상호 의존적이기 때문에 이들 복잡한 인자를 연결시켜 해석하는 경향이 있다. 특히 압연 프로세스를 정확히 이해하여 정량적으로 인식하려면 압연이론의 착실한 진전이 필요하다. 이 가운데 압연 소성변형 이론은 압연해석의 가장 기초가 되는 중요한 분야로서 지금까지 초동해법, 스립선장해석, 에너지법 및 유한요소해석 등이 해석 방법의 종류를 이루었다.

1975년 이래 압연문제의 수치해석이 이루어져 왔으나 대부분의 노력이 미소변형률(small strain)이론이 주축을 이루어왔다.

실제 소성 가공은 응력상태가 복잡하고 변형율이 크므로 기하학적 비선형성을 고려한 대변형 이론이 지금까지 많이 사용되어온 미소변형이론보다 소성 변형의 현상을 보다 잘 나타낼 수 있다.

그러나 수치해석적으로 강소성재료에 대변형 이론이 적용된 예가 극히 적으며 특히 압연가공의 해석은 아직까지 발표되지 않고 있다.

따라서 본 연구는 Toh⁽¹⁾가 개발하여 stretch-forming에 응용한 강소성 대변형 이론을 압연문제에 적용하여 강소성 대변형 유한요소 프로그램을 개발하는데 있다.

본 연구를 위하여 비선형 편미분으로 표시되는 라그랑지 변형률과 2nd Piola Kirohoff 응력을 연결하는 라그랑지 포뮬레이션을 탄소성 대변형해석과 유사하게 수식화하여 사용하였다.

개발한 프로그램의 유효성을 확인하기 위하여 비정상상태(nonsteady state)의 각변형 단계에서 중립점의 형성과정, 압연력, 토크 변동, 압력 및 응력, 변형률 분포 해석을 실시하였으며 Li⁽²⁾의 해석 결과와 비교 분석하여 타당성을 입증하였다.

2. 기본이론

2.1 가정

본 해석은 다음과 같은 가정 아래서 성립된다.

(1) 판 두께가 판 폭에 비하여 1/10이하인 평면변형 가정.

(2) 응력-변형률 관계식은 Toh⁽³⁾의 가정에 따라 $dE_{ij} = d\lambda \frac{\partial f(S_{ij})}{\partial S_{ij}}$ 의 응력-변형률 관계식을 사용하였다.

(3) 마찰력은 Chen⁽⁴⁾등이 제안한 속도의존 마찰응력(velocity dependent frictional stress)을 도입

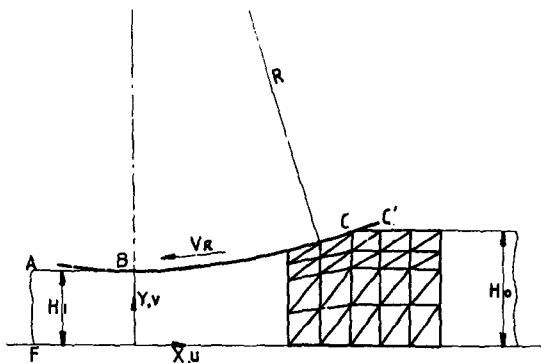


Fig. 1 Geometry mesh system and boundary conditions

하여 사용하였다.

(4) 재료는 Fig. 1과 같은 2개의 요소가 룰(roll)과 접촉하고 있는 상태에서 초기속도(initial velocity)가 룰 표면속도보다 작은 속도값을 갖도록 하여 내부질점에서는 속도값이 선형적으로 분포하는 것으로 가정하였다.

(5) 각 단계에서 변형량이 률 입구 모서리에 다음 절점이 오도록 선택하였다.

2.2 변형의 운동학^(5~7)

압연과정을 시뮬레이션하는데 중분형 변형율을 고려하기 때문에 주된 관심은 Fig. 2와 같이 $t = t_0 + \Delta t$ 사이의 변위 벡터가 각 변형단계에서 결정되어야 한다. $t_0 < t < t_0 + \Delta t$ 사이의 변형특성은 라그랑지 변형률을 통하여 나타내며 기하학적 비선형성을 포함한 식은 다음과 같다.

$$dE_{ab} = \frac{1}{2} [U_{a,b} + U_{b,a} + g_{rs} U'_{a} U'_{,b}] \quad (1)$$

첨마(,)는 변위성분의 물질좌표에 대한 미분을 나타내며 g_{rs} 은 $t=t_0$ 위치에서 메트릭 텐서(metric tensor)를 의미한다.

또한 제1종 Piola-Kirchhoff 응력 T^0 를 Cauchy 응력 σ 로 표현하면 다음과 같다.

$$T^0 = \frac{\zeta_0}{\zeta} F^{-1} \cdot \sigma, \text{ 또는 } T_{j,i}^0 = \frac{\zeta_0}{\zeta} X_{j,i} \sigma_{,i} \quad (2)$$

ζ_0, ζ 는 변형전, 후의 밀도를 나타낸 것이며 F^{-1} 는 변형구배(deformation gradient)의 역이다. 그런데 T^0 는 비대칭성이므로 대칭인 변형률 텐서와 구성 방정식을 이루는데 문제가 있다.

제2종 Piola-Kirchhoff 응력 텐서 S 에 대하여는

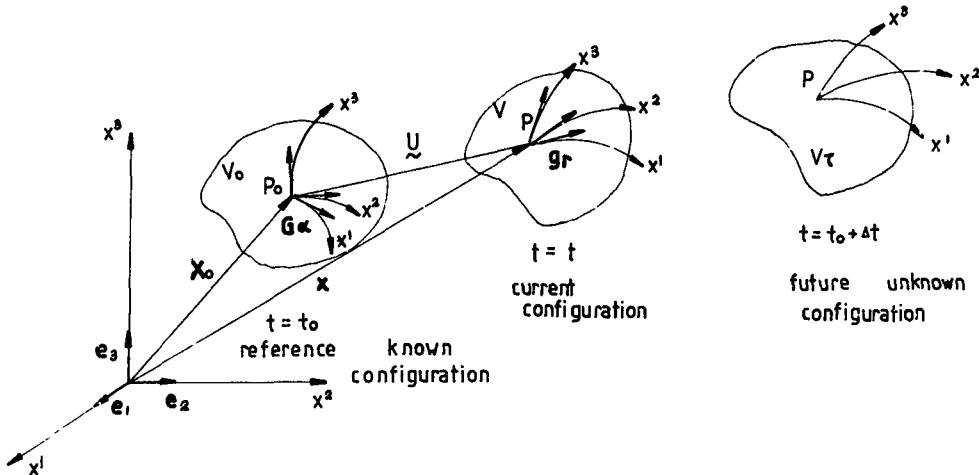


Fig. 2 Kinematic of deformation of solid body at various stages

다음과 같은 관계가 있다.

$$\begin{aligned} S_{jr} &= \frac{\xi_0}{\xi} X_{j,s} \sigma_{si} X_{r,i}, \text{ 또는 } S_{jr} = X_{r,i} T_{ji}^0 \\ S &= \frac{\xi_0}{\xi} F^{-1} \cdot \sigma \cdot (F^{-1})^T \text{ 또는 } S = T^0 \cdot (F^{-1})^T \end{aligned} \quad (3)$$

S_{jr} 응력 텐서는 대칭이므로 응력-변형률 관계식에 보다 적합하다.

2.3 범함수(Functional)

시간 $t = t_0 + \Delta t$ 인 변형 상태를 고려하고 가상변위 δU 를 물질점에 부여하면 가상일(virtual work)은 다음과 같다.

$$\delta \Phi = \int_{A_0} \mathbf{f} \cdot \delta U dA_0 \quad (4)$$

\mathbf{f} 는 표면트랙션 벡터로 기준형상 $t = t_0$ 의 단위 면적에 작용하는 힘이다.

$T^0 = T_0^{rs} g_r$, g_s , 면적에 수직인 normal vector $\hat{N} = \hat{N}_r$, g^r 관계와 $\delta U = \delta U^r g_r$ 성분을 이용하면

$$\begin{aligned} \delta \Phi &= \int_{A_0} (T_0^{as} \hat{N}_a g_s) \cdot (\delta U^r g_r) dA_0 \\ &= \int_{A_0} T_0^{as} \hat{N}_a \delta U_s dA_0 \end{aligned} \quad (5)$$

이다. 발산 정리를 쓰면 (5)식은

$$\begin{aligned} \delta \Phi &= \int_{V_0} (T_0^{as} \delta U_s), _a dV^0 = \int_{V_0} (T_0^{as} \delta U_{s,a}) \\ &\quad + T_0^{as}, _a \delta U_s dV^0 \end{aligned} \quad (6)$$

또 (3)식의 제1종, 2종 Piola-Kirchhoff 응력 텐서 관계식을 이용하면

$$\begin{aligned} \delta \Phi &= \int (U^s, r + \delta_r^a) S^{ar} \delta u_{s,a} dV_0 \\ &= \frac{1}{2} \int_V S^{ar} (U_{r,a} + U_{a,r} + U^s, \alpha U_{s,a} \delta_{ar}) dV_0 \end{aligned} \quad (7)$$

식과 같이 정리되고 증분형 라그랑지 변형률텐서를 도입하면 가상일의 원리는

$$\delta \Phi = \int_{A_0} \mathbf{f} \cdot \delta U dA_0 = \int_{V_0} S^{as} \delta (dE_{as}) dV^0 \quad (8)$$

식과 같이 표현된다. 또한 재료는 비압축성을 가정하였으므로 비압축성을 만족한다는 제약은 라그랑지 multiplier λ 를 식 (8)에 도입하므로 만족된다. 즉,

$$\begin{aligned} \delta \Phi' &= \int_{V_0} S^{as} \delta (dE_{as}) dV_0 + \int_{V_0} \lambda (dE_V) dV^0 \\ &\quad - \int_{A_0} \mathbf{f} \cdot \delta U dA_0 \end{aligned} \quad (9)$$

강소성 재료를 사용할 때 일의 증분량은 $dw = S^{as} dE_{as} = \bar{S} d\bar{E}$ 이므로 식 (9)는 다음과 같이 수정된다.

$$\begin{aligned} \delta \Phi &= \int_{V_0} \bar{S} \delta (d\bar{E}) dV_0 + \lambda \int_{V_0} \delta (dE_V) dV \\ &\quad - \int_{A_0} \mathbf{f} \cdot \delta U dA_0 \end{aligned} \quad (10)$$

\bar{S} : 상당응력 (effective stress)

$d\bar{E}$: 소성증분 유효 변형률 (incremental effective strain)

식 (10)의 범함수의 변분값이 영(zero)이면 정류치 문제(stationary value problem)의 해가 얻어진다.

3. 유한요소법

3.1 유한요소 수식화와 이산화(Discretization)

유한요소내의 속도장(velocity field)은 선형적으로 변하는 것으로 가정한다. 식 (1)로 주어지는 라그랑지 변형률을 행열식으로 표시하면

$$dE = \begin{Bmatrix} dE_{11} \\ dE_{22} \\ dE_{12} \end{Bmatrix} = BU \quad (11)$$

변형률-변위 매트릭스 B 는 변위 U 의 함수로서 선형과 비선형 항들을 포함하고 있다.

$$B = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} b_1 & 0 & b_2 & 0 & b_3 & 0 \\ 0 & c_1 & 0 & c_2 & 0 & c_3 \\ \frac{c_1}{2} & \frac{b_1}{2} & \frac{c_2}{2} & \frac{b_2}{2} & \frac{c_3}{2} & \frac{b_3}{2} \end{bmatrix} + \frac{1}{8A^2} \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{14} & B_{15} & B_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{24} & B_{25} & B_{26} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & B_{34} & B_{35} & B_{36} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$2A=2X$ 삼각형 면적이며 b_i, c_i 값은 선형 함수의 계수를 나타낸다.

$$\begin{aligned} B_{11} &= (X^1 BU^1)b_1 & B_{12} &= (X^2 BU^2)b_1 \\ B_{13} &= (X^1 BU^1)b_2 & B_{14} &= (X^2 BU^2)b_2 \\ B_{15} &= (X^1 BU^1)b_3 & B_{16} &= (X^2 BU^2)b_3 \\ B_{21} &= (X^1 CU^1)c_1 & B_{22} &= (X^2 CU^2)c_1 \\ B_{23} &= (X^1 CU^1)c_2 & B_{24} &= (X^2 CU^2)c_2 \\ B_{25} &= (X^1 CU^1)c_3 & B_{26} &= (X^2 CU^2)c_3 \\ B_{31} &= (X^1 BU^1)c_1 & B_{32} &= (X^2 BU^2)c_2 \\ B_{33} &= (X^1 BU^1)c_2 & B_{34} &= (X^2 BU^2)c_2 \\ B_{35} &= (X^1 BU^1)c_3 & B_{36} &= (X^2 BU^2)c_3 \\ X^1 BU^1 &= b_1 U_1^1 + b_2 U_2^1 + b_3 U_3^1 \\ X^2 BU^2 &= b_1 U_1^2 + b_2 U_2^2 + b_3 U_3^2 \\ X^1 CU^1 &= c_1 U_1^1 + c_2 U_2^1 + c_3 U_3^1 \\ X^1 CU^2 &= c_1 U_1^2 + c_2 U_2^2 + c_3 U_3^2 \end{aligned} \quad (13)$$

식 (10)의 정류치 문제를 요약하여 정리하면 $\delta\phi=0$ 의 조건에서 구한 값으로

$$\varphi^{(m)} = \delta\phi^{(m)} = \sum \left(\frac{\partial\phi}{\partial U} \delta U + \frac{\partial\phi}{\partial \lambda} \delta \lambda \right) = 0 \quad (14)$$

와 같이 요약될 수 있다.

식 (14)는 두개의 연립방정식으로부터 다음의 관계가 성립된다.

$$\sum_m \int_{V_0} \frac{2}{3} \frac{S}{dE} \Lambda^T \underline{Q}^T \underline{D} \underline{B} \Lambda U dV^0 + \lambda \int_{V_0} \Lambda^T \underline{Q}^T \underline{C} dV^0 \quad (15)$$

$$-\int_{A_0} \Lambda^T \underline{N}^T f dA_0 + F'(U_r) = 0$$

$$\sum_m \int_{V_0} \Lambda^T \underline{Q}^T \underline{C} dV^0 = 0 \quad (16)$$

$\underline{Q} = \underline{B} + \underline{B}_{uu}$ U 이며 \underline{C} 는 Dilatation 매트릭스, \underline{D} 는 응력-변형률 상수계수 매트릭스(stress-strain matrix)를 표시한다.

또한 $F'(U_r)$ 벡터는 틀과 재료 사이의 마찰 벡터이다. Λ^T 는 변환행렬(transformation matrix)의 역을 나타낸다.

3.2 선형화(Linearization)

식 (14)는 U 에 대한 비선형 방정식이므로

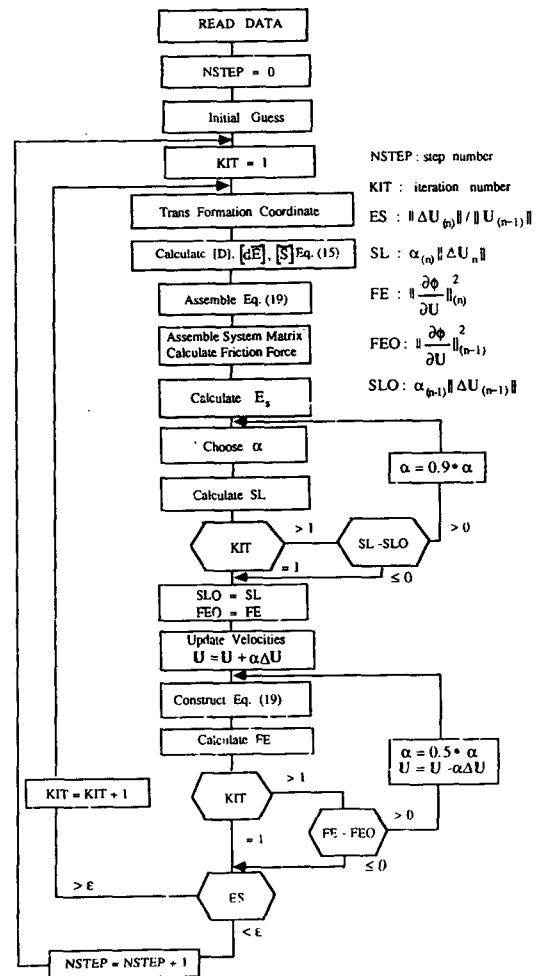


Fig. 3 Flow chart of Newton-Raphson iterative procedure

Newton-Raphson 반복해법으로 풀다. 전단계의 해인 U^* 에 관하여 Taylor 시리즈 급수 전개로 비선형 방정식을 근사화한 방법은

$$\varphi^{(m)} = \varphi^{(m)*} + \left[\frac{d\varphi^{(m)}}{dU} \right] * \Delta U + \dots$$

와 같이 표현할 수 있다. $\Delta U = U - U^*$

위의 선형화 방정식을 요약하여 정리하면

$$\begin{aligned} \bar{S}_0 \mathbf{K}_{n-1} \Delta \mathbf{U}_{(n)} + \lambda \mathbf{Z}_{n-1} - \mathbf{P} + \bar{S}_0 \mathbf{H}_{n-1} &= 0 \\ \mathbf{L}^T \mathbf{U}_{n-1} &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

과 같이 나타낼 수 있다. 여기서 n 은 반복 (iteration) 횟수를 나타낸다.

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{(n-1)} &= \frac{2}{3} \left[\int_{V_0} \Lambda^T \left\{ -\frac{1}{3} \left(\frac{2}{3} \underline{\mathbf{U}}^T \underline{\mathbf{B}}^T \underline{\mathbf{D}} \underline{\mathbf{B}} \underline{\mathbf{U}} \right)^{-3/2} \right. \right. \\ &\quad \left(\underline{\mathbf{U}}^T \underline{\mathbf{B}}^T \underline{\mathbf{D}} \underline{\mathbf{B}} \underline{\mathbf{U}} \right) . u + \frac{1}{dE} (\underline{\mathbf{Q}}^T \underline{\mathbf{B}} + \underline{\mathbf{Q}}^T . u \underline{\mathbf{B}} \underline{\mathbf{U}} \\ &\quad \left. \left. + \underline{\mathbf{Q}}^T \underline{\mathbf{B}} . u \underline{\mathbf{U}} \right\} \Lambda dV^0 \right] + \mathbf{F}''(\underline{\mathbf{U}}) \\ \mathbf{H}_{(n-1)} &= \frac{2}{3} \int_{V_0} \frac{1}{dE} \Lambda^T \underline{\mathbf{Q}}^T \underline{\mathbf{D}} \underline{\mathbf{B}} \Lambda U dV^0 \\ \mathbf{Z}_{(n-1)} &= \int_{V_0} \Lambda^T \underline{\mathbf{Q}}^T . u \underline{\mathbf{C}} dV^0 \\ \mathbf{L} &= \lambda \int_{V_0} \Lambda^T \underline{\mathbf{Q}}^T . u \underline{\mathbf{C}} dV^0 \\ \mathbf{P}_{(n-1)} &= \int_{A_0} \Lambda^T \underline{\mathbf{N}}^T f dA_0 \end{aligned} \quad (18)$$

또한 식 (18)을 행열식으로 다시 나타내면

$$\begin{bmatrix} \bar{S}_0 \mathbf{K}_{(n-1)} & \mathbf{Z}_{(n-1)} \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ \mathbf{Z}_{(n-1)^T} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}_{(n)} \\ \dots\dots\dots \\ \lambda_{(n)} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} P \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{S}_0 \mathbf{H}_{(n-1)} \\ \dots\dots\dots \\ \mathbf{L}^T \mathbf{U}_{(n-1)} \end{bmatrix} \quad (19)$$

이 된다.

$\Delta \mathbf{U}$ 는 반복해법으로 풀어서 얻게되는 perturbation이다.

식 (19)는 가우스 소거법으로 $\Delta \mathbf{U}_{(n)}$ 값을 구할 수 있다.

3.3 경계조건 및 가공조건

압연해석에서 경계조건은 (1) 입구쪽에서 톨과 재료의 접촉점이 명확하지 않고 (2) 접촉호 내에서 마찰상태 및 출구측에서 톨과 재료의 접촉이 끝나는 위치가 명확하지 않기 때문에 압축해석등과 비교하여 매우 복잡하고 어렵다. 본 논문에서는 Fig. 1과 같은 경계조건을 사용하였다. 즉

AB, CD : 자유표면

BC : $V = Utan\theta$

EF : $V = 0$

중립점 : $U = V_r \cos \theta, V = V_r \sin \theta$

V_r 은 로울의 표면 속도를 나타낸다.

수렴 조건은 $\|\Delta \mathbf{U}_{(n)}\| / \|U_{(n-1)}\|$ 값이 10^{-4} 보다 작으면 매 단계에서 수렴이 된 것으로 하였다.

지금까지 설명한 범함수와 경계조건 아래서 실시되는 수치해석의 알고리즘은 Fig. 3과 같다. 비정상 상태 (nonsteady state) 하의 압연해석을 위한 가공조건을 Table 1과 Table 2에 각각 나타내었다.

Table 1 List of computations

Case No.	h_0 (mm)	h_1 (mm)	Reduction (%)	Roll dia	Roll Speed m/sec	Material	Computational condition	
							Material Property, Friction	
1	2.8	3.5	20	80	0.16	Al	No. 1 in Table 2	
2	2.45		30				$m=0.3, 0.4, 0.6, 0.8$	
3	2.1		40					
4	1.35	2.03	33.5	160	0.12, 0.14	Al	No. 2 in Table 2	
					0.16, 0.18		$m=0.2, 0.3, 0.4$	
5	1.8	3.0	40		0.2		0.5, 0.6, 0.7, 0.8	
6	2.093	3.137	33.28	158.75	0.16	Al	No. 2 in Table 2	
7	1.346	2.03	33.75	158.75	0.16	Al	No. 2 in Table 2	
8	1.041	1.562	33.33	158.75	0.16	Cu	No. 3 in Table 2	
							$m=0.15$	

Table 2 Materials and stress-strain curves used for computations

No	Materials	n	B	$\sigma_0(N/mm^2)$	Used for Case	References
1	Aluminium	0.3648	0.0038	193.28	1~3	(2)
2	Aluminium	0.26	0.05	109.61	4~7	(2)
3	Copper	0.49	0.022	456.21	8	(2)

4. 결과 및 토의

4.1 힘-토크-슬립(Force-Torque-Slip)

힘-토크-슬립 모델은 압연되는 재료의 평면에 수직한 힘과 토크를 회전시키는데 요구되는 토크 및 전진슬립(forward slip)을 예측하는데 필요하다. Fig. 4는 알루미늄 재료로 case 6의 조건에서 접촉호내의 변형양상을 구한 것이다. 즉, 비정상 압연의 각 step에서 변형 모드에 대응하는 절점 속도 분포를 나타낸 것으로 재료가 접촉호내에서 가속되며 출구에서는 입구에서보다 높은 속도가 되는 현상을 밝혀주고 있다.

접촉호내에서 재료의 속도가 틀의 원주속도와 동

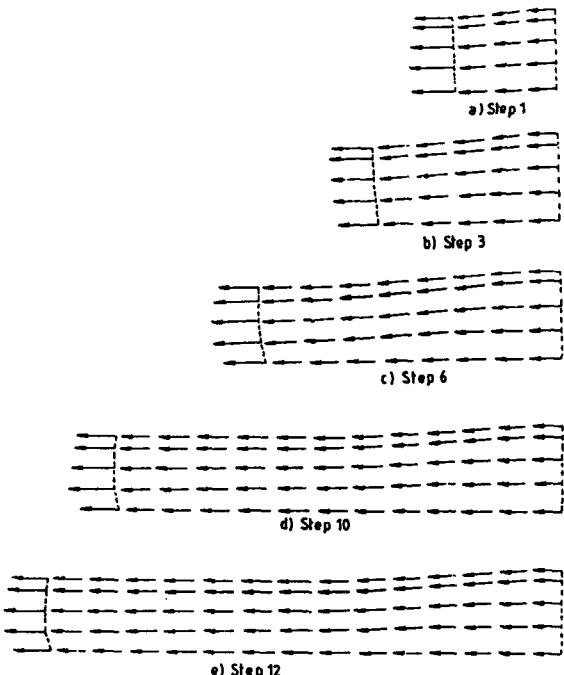


Fig. 4 Velocity distribution at various steps (a) ~ (e) for case 6

일한 위치를 중립점(neutral point)이라 한다. 중립점의 형성과정의 내용은 압연변형 모드를 설명하는 자료로서 중요한 의미를 가지고 있다.

Fig. 5의 경우는 참고문헌 (2)와 본 논문의 대변형 이론을 비교한 것으로 변형이 진행됨에 따라 중립점은 거의 직선적으로 변화하여 일정한 위치에 고정됨을 알 수 있다. 중립점의 형성과정은 Table 1의 모든 경우에 걸쳐 압연초기에 선단에 접근하여 위치하고 있으며 재료가 틀 간극에 끌려 들어감에 따라 선단부로 부터 떨어져 정상위치에 접근한다. Fig. 6은 중립점의 위치가 마찰에 따라 달라지고 있음을 알 수 있다. 이 결과가 나타내는 것은 마찰상수 m 값이 작아질수록 중립점이 출구쪽에 위치하며 마찰값이 클수록, 압하율이 클수록 입구(entry point)에 가까이 고정된다. 이와같은 현상은 마찰응력이 일정하다는 조건에서 물리적으로 타당하다 할 수 있다. 압하력과 토크의 변동은 거의 직선적으로 증가하여 정상상태에 도달됨을 알 수 있다. Table 1의 case 1, 4, 5, 6, 7의 4가지의 경우를 고찰하였는데 모두 Fig. 7과 같은 현상을 나타내었

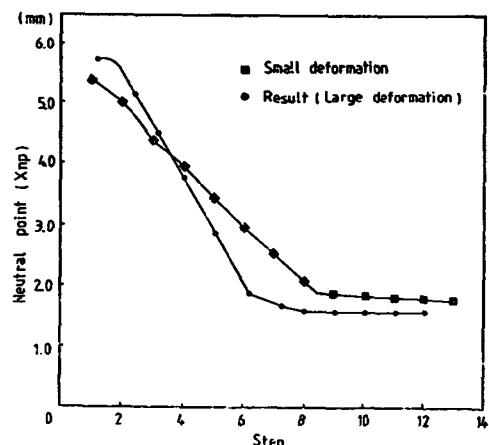


Fig. 5 Variation of neutral point location at each steps case1, $m=0.4$

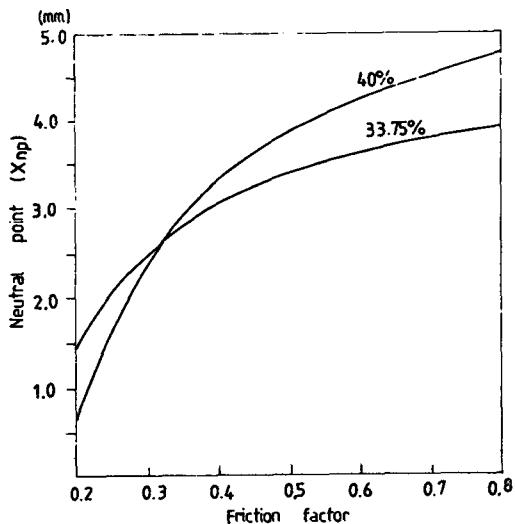


Fig. 6 Variation of neutral point location according to frictions for reduction 33.75% and 40%

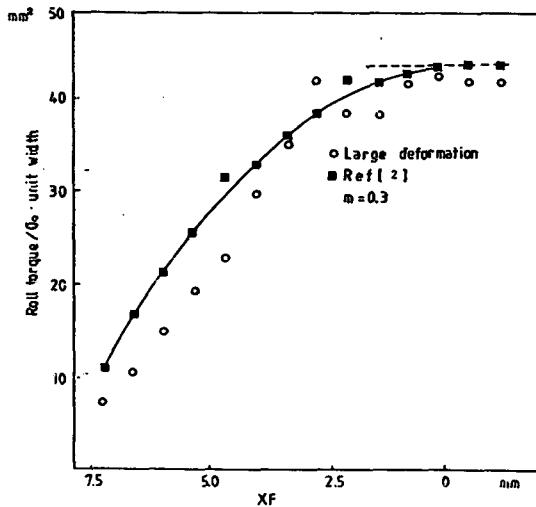


Fig. 8 Variations of roll torque during nonsteady state rolling for case 6

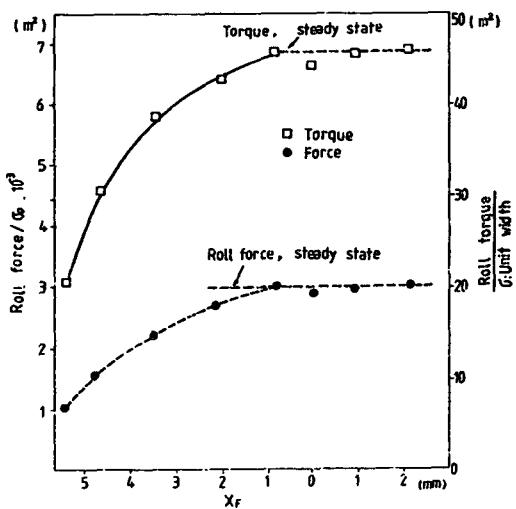


Fig. 7 Variations of roll force and roll separating force during nonsteady-state rolling for case 7 $m=0.3$

다. X_F 는 비정상상태(non—steady state) 압연과정에서 선단부(front end of stock)의 위치를 나타낸다.

Fig. 8의 결과는 압하력과 토크가 정상상태에서 대변형이론에 의한값이 미소(small strain)이론에 의한 계산값보다 약 10% 낮게 평가되고 있다. 이와 같은 차이의 결과는 미소변형 이론의 단순화에 기인하는 영향을 대변형 이론에서는 좀더 실제 운

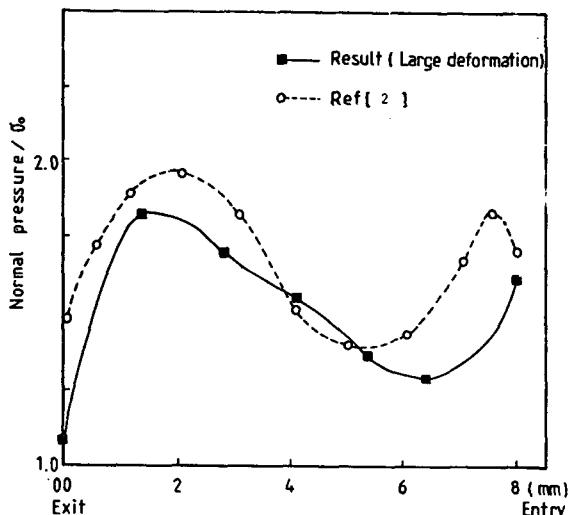


Fig. 9 Comparison of computed roll-workpiece contact pressure distributions for case6, $m=0.3$

동특성에 일치시킨 결과로 생각된다.

4.2 접촉압력(Contact Pressure)

롤 변형문제는 롤의 압력분포를 구하므로 계산될 수 있다. 압력분포가 미리 알려지지 않기 때문에 변위와 압력분포는 동시에 계산되어야 한다. 롤 접촉압력은 고전적인 방법인 초등해법에서는 중립점에서 최대가 되고 입구와 출구쪽으로 점점 줄어

드는 'friction hill' 현상을 제시하고 있다. 그러나 Li⁽²⁾ 및 3차원 압연해석에서 Kim⁽⁸⁾ 등은 압력분포곡선이 이른바 'double peak' 양상을 가진다는 사실을 밝혔다. 또한 Al-Salehi⁽⁹⁾ 등은 실험적으로 접촉압력을 측정한 결과 단면감소율이 적은 소위 'small reduction'에서는 압력분포가 'double peak' 커브를 이룬다고 하였다. 본 논문에서는 Fig. 9, 10의 경우 압력분포를 검토한 결과 'double peak' 현상은 나타나지 않고 중립점 근처에서 압력 구배가 커지는 'friction hill' 타입만 나타내었다. 대변형 해석에서 보완되어야 할 사항으로 삼각형 요소 이외의 고차 요소의 적용, 요소 형상비(aspect ratio)의 최적조건, 'penalty method' 등의 적용을 거쳐 완성될 때 보다 상세한 압력 분포를 밝힐 수 있을 것이다.

Fig. 9는 case 6의 경우 참고문헌 (2)와 비교한 압력곡선으로 'small strain'에 의한 값과 비교하여 최대값을 포함하여 비교적 낮은 압력분포를 이루고 있으며 압력분포 경향은 입구점을 제외하고는 비슷한 커브를 이루고 있다. Fig. 10은 case 5의 경우 정상상태에서 마찰상수 $m=0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ 인 값의 변화에 대한 압력분포곡선을 나타낸다. 중립점 근처에서 최대 압력을 나타내며 마찰값이 커짐에 따라 압력값이 커짐을 알 수 있다.

Fig. 11은 접촉호 내에서 압력분포와 마찰력(tangential force)의 관계를 나타낸 것이다. 마찰력은 중립점을 경계로 하여 방향이 바뀌고 있으며 Chen⁽⁴⁾이 제안한 속도의존 마찰응력의 이론적 개념과 잘 일치하고 있다.

4.3 변형률 및 응력분포

요소의 중심에서 계산되는 라그랑지 변형률의 유효변형도율(effective strain)의 중분값을 Fig. 12에 등고선으로 나타내었다.

로울 입구 근처에서 금속유동의 급격한 변화를

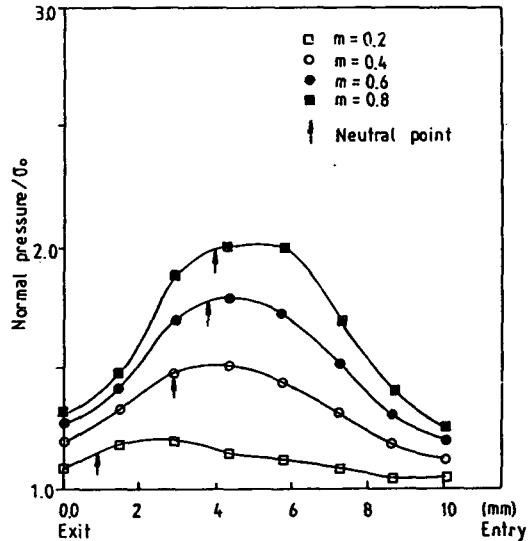


Fig. 10 Variation of roll workpiece contact pressure distribution at various friction steady-state for case 5

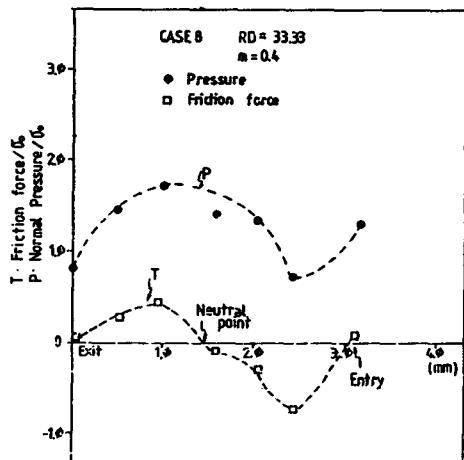


Fig. 11 Contact stresses in the roll gap

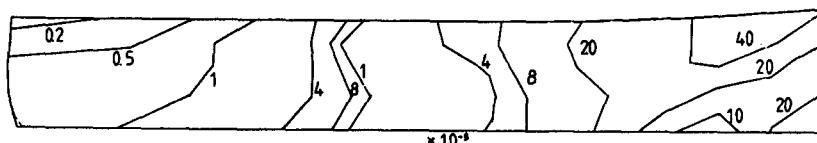
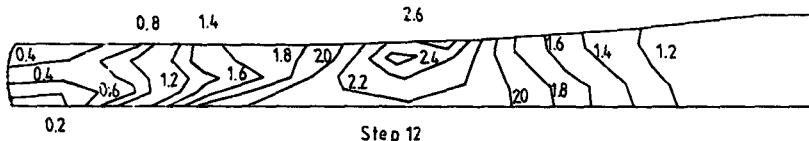


Fig. 12 Incremental effective strain($d\bar{E}$) distributions in steady state for case 6, $m=0.5$

Fig. 13 Equivalent stress (\bar{S}/\bar{S}_0) distributions at various steps for case7, $m=0.5$

알 수 있으며 흐름 중심을 통과한 재료는 10^{-4} order의 작은 변형률로서 각체영역을 확인할 수 있었다. Fig. 13은 상당응력 (\bar{S}/\bar{S}_0) 분포를 나타낸 것으로 중앙부 표면 가까이에서 가장 큰 항복값을 나타내며 아직 흐름과 접촉하지 않은 영역에서는 응력은 탄성상태로 남게 됨을 알 수 있다.

5. 결 론

(1) 중립점은 압연 초기에 입구 근처에 접근하여 위치하고 있으며 재료가 흐름 간극에 끌려 들어감에 따라 선단부로 부터 멀어져 정상위치에 도달하는 현상이 거의 직선적으로 변하는 현상을 규명하였다.

(2) 압하력과 흐름 토크값이 거의 직선적으로 상승하여 정상상태의 일정한 값에도 달하여 미소변형 이론에 의한 값보다 약 10% 낮게 평가되었다.

(3) 압력분포는 입구점을 제외하고는 중립점 근처에서 최대값을 갖는 'friction hill'현상을 나타내었으며 마찰의 방향이 중립점에서 바뀌는 현상은 속도의존 마찰응력 이론을 잘 나타내었다.

(4) 변형률 해석결과 흐름 입구 근처에서 금속의 유동현상이 급격한 특성을 알 수 있었으며 흐름과 접촉하지 않은 이웃 요소에서 변형률 값이 무시할 수 있을 정도로 작은 값을 나타내었다.

(5) 응력분포의 결과는 흐름과 접촉하고 있는 부분은 모두 항복 응력 값을 나타낸 반면 항복된 요소와 인접된 요소는 탄성 상태에 머물러 있음을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

- (1) Toh, C.H. and Kobayashi, S., 1985, "Process Modeling of Metal Formulation of General Shapes by the Finite Element Method Based on Large Strain Formulation", Ph. D. Thesis, University of California at Berkley.
- (2) Li, G.J. and Kobayashi, S., 1982, "Rigid-Plastic Finite-Element Analysis of Plane Strain Rolling", J. of eng. for Industry, Vol. 104/55.
- (3) Toh, C.H. and Kobayashi, S., 1985, "Deformation Analysis and Blank Design in Square Cup Drawing", Int. J. Mech. Tool Des. Res. Vol. 25, No. 1, pp. 15 ~ 32.
- (4) Chen, C.C. and Kobayashi, S., 1978, "Rigid-Plastic Finite-Element Analysis of Ring Compression", AMD. Vol. 28, p. 163.
- (5) Hibbit, H.D., Marcal, P.V. and Rice, J.R., 1975, "A Finite Element Formulation for Problems of Large Strain", Int J. Solids Struct, Vol. 7, pp. 1375~1381.
- (6) Lee, E.H., 1969, "Elastic-Plastic Deformation at Finite Strains", J. Appl. Mech, Vol. 36, pp. 1~6.
- (7) Nagtegaal, J.C. and DeJong, J.E., 1980, "Some Computational Aspects of Elastic-Plastic Strain Analysis", Compu. Math, Nonlinear Mech, pp. 303 ~ 340.
- (8) 김동원, 1987, "FEM에 의한 열간압연의 3차원 변형 해석에 관한 연구", 서울대 생산기술 연구소.
- (9) Salehi, F.A., 1975, "An Experimental Determination for the Roll Pressure Distribution in Cold Rolling", Int. J. Mech. Sci, Vol. 15, pp. 693~699.