

## 〈論 文〉

# 섬유강화 고분자 복합판의 압축성형에 있어서 금형-재료계면의 미끄름을 고려한 유동해석

장수학\* · 김석호\*\* · 백남주\*\*\* · 김이곤\*

(1990년 9월 20일 접수)

## Simulation of Compression Molding Considering Slip at Interface for Polymeric Composite Sheet

Su Hak Jang, Suk Ho Kim, Nam Ju Back and E Gon Kim

**Key Words :** Polymeric Composite Sheet(섬유강화 고분자 복합판), Compression Molding(압축성형), Slip Boundary Condition(미끄름 경계조건), F.E.M(유한요소법)

### Abstract

During Compression molding of polymeric composite materials, the flow characteristics should be obtained. Understanding the flow states may be useful for determination of optimum molding conditions, charge pattern etc. So far, for obtaining the flow analysis, no-slip boundary condition was applied on the mold surface. However, The study under consideration of the slip was conducted by Barone and Caulk. They have introduced the nondimensional parameter which is the ratio of viscous to friction resistance and governs the frictional condition. But the method for determining the parameter could not be proposed. In our work, the parameter which explains the interfacial friction is measured under a variety of molding conditions. Two-dimensional rectangular part and circular hollow disk are simulated with the measured parameter using the finite element method. Effects of the parameter on shpaes of flow fronts are also presented.

---

### 기호설명

---

$E$	: 총 에너지	$r_i$	: 내반경
$E_t$	: 변형 에너지	$r_n$	: 중립면 반경
$E_f$	: 마찰 에너지	$r_o$	: 외반경
$h$	: 두께	$t$	: 시간
$\dot{h}$	: 압축속도	$u$	: $x$ 방향 속도
$h_0$	: 초기두께	$v$	: $y$ 방향 속도
$k_H$	: 유체마찰계수	$x, y, z, r,$	: 좌표축
$L$	: 특성길이	$\alpha$	: 상수 ( $= \mu h / k_H L^2$ )
$p$	: 압력	$\dot{\epsilon}$	: 변형률 속도
		$\tau$	: 계면의 전단응력
		$\xi$	: 중립면 반경비 ( $= r_n / r_o$ )
		$\lambda$	: 내외경비 ( $= r_i / r_o$ )
		$\mu$	: 점성계수

\*정회원, 국민대학교 공과대학 기계설계학과

\*\*정회원, 동의대학교 공과대학 기계설계학과

\*\*\*정회원, 부산대학교 공과대학 생산기계공학과

## 1. 서 론

모재가 고분자이고 섬유로 강화된 섬유강화고분자복합재료는 자동차 부품 등의 경량화를 위해서 산업분야에서 연구의 대상이 되고 있다. 이 소재의 고온유동 압축성형은 장섬유를 성형 후 그대로 유지할 수 있어서 최근 연구가 활발히 진행되고 있다.

이러한 섬유 강화고분자 복합재료의 성형에서는 금형내의 유동상태를 파악하는 것이 우수한 성형품을 얻기 위해서 매우 중요하다. 정확한 유동상태를 얻기 위해서는 재료와 금형 사이의 접촉계면에 있어서의 마찰의 상태를 고려하여야 한다. 그러나 지금까지의 연구는 대부분 계면에서 미끄럼이 없다고 하고 유동해석을 하여 왔다<sup>(1,2)</sup>. 금속등 고체재료의 계면에서의 마찰상태를 중공 원형 형상의 평판을 압축해서 그의 변형 상태로 부터 파악하였다<sup>(3,4)</sup>. 근래 Barone 등<sup>(5)</sup>은 복합판의 2차원 압축 성형에 있어서, 금형 재료계면의 미끄럼을 고려하여 구성방정식을 구하고, 그때 재료의 마찰상태를 표현하는 무차원 상수를 유도하였다. 필자들도 금형과 재료의 계면에서 중공원형 평판 압축을 통해서 미끄럼이 일어난다는 것을 알았으며 그 미끄럼 상태를 지배하는 상수를 Barone 등과는 별도로 구하였다<sup>(6)</sup>.

그래서 본 연구에서는 여러가지의 성형조건에서 미끄럼을 지배하는 상수를 측정하고, 유동 선단(flow front)에 미치는 이 상수의 영향을 검토한다. 또 측정된 상수를 가지고 사각형 및 중공 원형 평판 압축성형에 대해서 2차원 유한 요소해석을 하고 실험결과와 비교 검토한다.

## 2. 이 론

### 2.1 지배방정식

Fig. 1과 같이 임의의 2차원 평판 압축성형에 대해서 생각해 보자. 금형의 두께방향(z방향)으로는 속도의 변화가 없다고 하고, 복합재료는 일반화된 뉴우튼 유체로 본다. 성형중의 연속방정식은

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{h}{h} = 0 \quad (1)$$

여기서  $u$ ,  $v$ 는  $x$  및  $y$ 방향의 속도이며  $h$ 는 압축 속도이다.

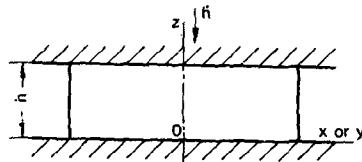


Fig. 1 Cartesian coordinate system for compression molding

금형재료계면의 미끄름을 고려한 경우의 압력과 속도의 관계식(구성방정식)<sup>(6)</sup>은

$$\begin{aligned} -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - 2 \frac{k_H}{h} u &= 0 \\ -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - 2 \frac{k_H}{h} v &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

$\mu$  및  $\mu$ 는 금형내의 압력 및 복합재료의 접성계수이고,  $k_H$ 는 유체마찰계수이다.

$L$ 를 특성길이라 하고, 무차원 변수를 아래와 같이 정의한다. 즉

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x}{L}, \quad \bar{y} = \frac{y}{L}, \quad \bar{t} = \log(h_0/h), \\ \bar{u} &= \frac{dx}{dt}, \quad \bar{v} = \frac{dy}{dt}, \quad \bar{p} = (p h^2 / 2 k_H h L^2), \end{aligned} \quad (3)$$

$h_0$ 는 초기 두께이다. 이를 변수를 사용하여 식 (1) 및 (2)를 정리하면

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} + 1 = 0 \quad (4)$$

그리고

$$\begin{aligned} -\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \frac{1}{2} \alpha \left( \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} \right) - \bar{u} &= 0 \\ -\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} + \frac{1}{2} \alpha \left( \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{y}^2} \right) - \bar{v} &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

여기서  $\alpha = \mu h / k_H L^2$ 이며, 금형-재료의 계면의 미끄름을 지배하는 무차원 상수이다.  $\alpha = 0$ 인 경우는  $k_H$ 가 무한대이므로 계면에서의 미끄름이 없고, 계면에서 마찰이 없는 경우는  $k_H$ 가 무한대이다. 즉 성형 중 초기의 형상을 그대로 유지하면서 유동한다. 식 (4) 및 (5)를 연립해서 해석하기 위해서는 상수  $\alpha$ 의 값을 구하지 않으면 안된다. 다음 2절에서  $\alpha$ 의 값을 측정한다.

한편  $v$ ,  $v$ 와  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$ 는 식 (3)으로부터 구하면 다음의 관계식이 성립한다.

$$u = \frac{h}{h} L \bar{u}, \quad v = \frac{h}{h} L \bar{v} \quad (6)$$

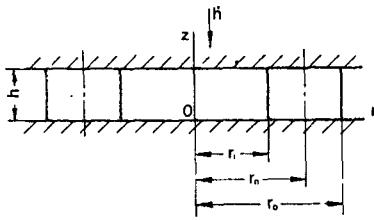


Fig. 2 Nomenclature for model of circular hollow disk compression molding

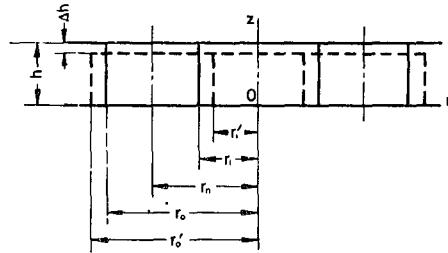


Fig. 3 Experimental determination of neutral radius

## 2.2 상수 $\alpha$ 의 측정

Fig. 2와 같이 링형재료를 평행평판에서 하중  $F$ 를 가해서 압축한다. 압축에 필요한 총에너지<sup>(6)</sup>는

$$E = E_i + E_f \quad (7)$$

여기서  $E_i$ 는 재료내부의 변형에 요하는 일,  $E_f$ 는 재료와 금형과의 계면에서 행해지는 마찰 일이다.  $r$ ,  $\theta$ ,  $z$ 방향의 변형률 속도는

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{rr} &= -\frac{\dot{h}}{2h}\{1+(r_n/r)^2\}, \\ \dot{\epsilon}_{\theta\theta} &= -\frac{\dot{h}}{2h}\{1-(r_n/r)^2\} \\ \dot{\epsilon}_{zz} &= \dot{h}/h, \quad \dot{\epsilon}_{r\theta} = \dot{\epsilon}_{\theta z} = \dot{\epsilon}_{zr} = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

여기서  $r_n$ 은 중립면 반경이다.

재료의 변형에너지  $E_i$ 는

$$E_i = \int_V 2\mu \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} dV \quad (9)$$

식 (8)을 식 (9)에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} E_i &= \pi\mu \frac{\dot{h}^2}{h} \left\{ 3(r_o^2 - r_i^2) \right. \\ &\quad \left. + r_n^4 \left( \frac{1}{r_i^2} - \frac{1}{r_o^2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

재료와 계면에서는 유체마찰이 작용한다고 하고, 그때의 전단응력을  $\tau$ 라 하면

$$\tau = k_H v_r \quad (11)$$

$v_r$ 는 반경방향의 속도이다.

계면에서의 마찰일  $E_f$ 는

$$\begin{aligned} E_f &= \int_S \tau v_r ds = \pi k_H \frac{\dot{h}^2}{h_2} \left\{ \left( \frac{r_o^4 - r_i^4}{4} \right) \right. \\ &\quad \left. - r_n^2(r_o^2 - r_i^2) + r_n^4 \ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right) \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

총에너지  $E$ 를  $r_n$ 에 관해서 편미분하면 중립면 반

경을 구할 수 있다.

$$\xi^2 = \frac{(\lambda^2 - 1)}{(2\ln\lambda + 2\alpha(1 - 1/\lambda^2))} \quad (13)$$

여기서  $\lambda$ (내외경비) =  $r_i/r_o$ ,  $\xi$ (중립면 반경비) =  $r_n/r_o$ 이다.

식 (13)을 사용하고, 실험을 통해서  $\alpha$ 를 측정할 수 있다. 즉 재료를 두께  $h$ 에서  $\Delta h$ 만큼 압축한 때의 외경 및 내경을 각각  $r_o'$ ,  $r_i'$ 라 하면(Fig. 3 참조)

$$\pi(r_o'^2 - r_o^2)(h - \Delta h) = \pi(r_o^2 - r_n^2)\Delta h \quad (14)$$

$$\pi(r_i'^2 - r_i^2)(h - \Delta h) = \pi(r_n^2 - r_i^2)\Delta h \quad (15)$$

식 (14) 및 식 (15)로 부터

$$\frac{r_i'^2 - r_i^2}{r_o'^2 - r_o^2} = \frac{r_n^2 - r_i^2}{r_o^2 - r_n^2} = \frac{\xi^2 - \lambda^2}{1 - \xi^2} \quad (16)$$

식 (16)으로 부터

$$\xi^2 = \frac{G + \lambda^2}{1 + G} \quad (17)$$

여기서  $G = (r_{i2} - r_{i2}')/(r_{o2}^2 - r_{o2}^2)$ 이며, 식 (17)에서 성형전후의 내, 외경을 측정해서 중립면의 반경을 계산한다.

## 3. 유한요소 절차

재료의 형상은 한변이 80mm인 사각평판 및 내경 80mm, 외경 160mm인 중공원형평판으로 하고, 요소는 삼각형 2차요소를 사용하였으며, 사각평판의 경우는 요소수 32, 절점수 25이고, 중공원형평판은 144 및 95,  $x$  및  $y$ 축에 대칭이므로 전체의 1/4만 해석대상으로 하였다. 유한요소방정식을 얻기 위해서는 Galerkin법을 적용한다<sup>(7)</sup>. 어떤 시간에 대해서, 정지한 상태에서 식 (4) 및 (5)를 연립해서  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$  및  $\bar{p}$ 를 구하고,  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$ 로 부터  $u$ ,  $v$ 를

구한다(식 (6) 참조).  $x$ ,  $y$ 방향의 속도  $u$  및  $v$ 에 시간간격(0.02초)를 곱해서 절점의 이동거리로 하고, 전 단계의 절점의 좌표에 더해서 다음 단계의 좌표로 한다. 성형이 완료될 때 까지 위의 단계를 반복한다.

#### 4. 실험

본 실험에 사용된 재료는 모재가 폴리프로파렌, 강화재가 유리장섬유매트이며, 섬유함유율은 25, 40wt%의 2종류이고, 장섬유가 서로 강하게 엉켜 있다. 두께는 3.8mm이다. 소재는 시중에서 구할 수 있는 것을 사용하였다(일본 이데이즈 석유회사 제품, 제품명 X시이트).

가압장치는 30ton용량의 유압프레스를 사용하였으며, 금형에는 열전대를 부착시키고, 가열은 봉 및 판 히터를 사용하였다. 실험장치의 개략도는 Fig. 4와 같다. 금형중심에는 공기의 배출을 위해서 3mm의 구멍을 뚫었다. 실험온도  $T$ 는 190°C이며, 압축속도는 22.0mm/sec로 하였다. 성형후의 시료의 두께는 성형품의 투명 면적을 계산해서 체적일정의 조건에서 구하였다.

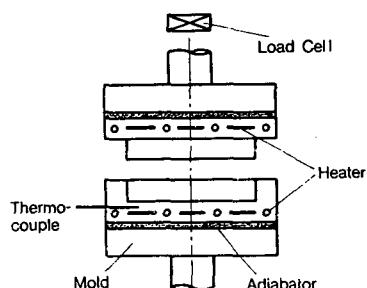


Fig. 4 Schematic diagram of experimental apparatus

#### 5. 결과 및 고찰

Fig. 5는  $\alpha=0.2$ , 압축속도  $h=22.0\text{mm/sec}$ , 압축비  $R_{cr}=0.497$ , 4각형 평판인 경우, 각 절점의 속도분포를 나타낸 것이다. 4각형 평판( $R_{cr}=0.513$ )의 경우,  $\alpha$ 에 미치는 무차원 압력( $\bar{p}$ )분포를 Fig. 6에 도시하였다.  $\alpha$ 가 크면 클수록 중심부의 무차원 압력이 증가하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 7은 계면의 유체마찰계수와 점도비  $\alpha$ 에 의

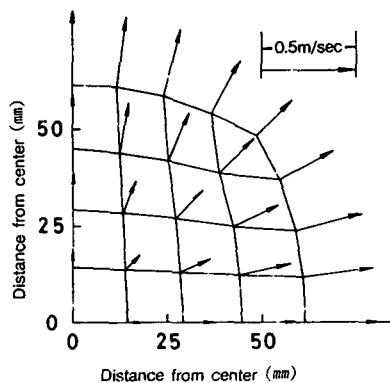


Fig. 5 Velocity distribution in square charge of isothermal Newtonian fluid

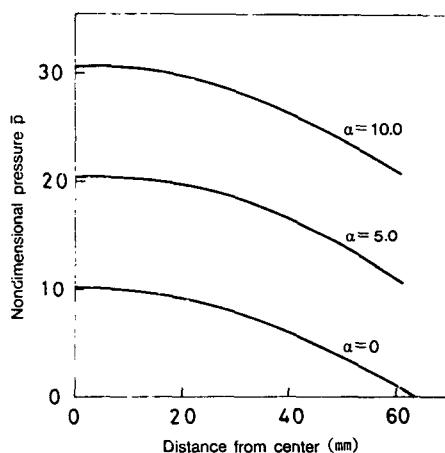


Fig. 6 Nondimensional pressure distribution in a rectangular charge of isothermal Newtonian fluid (showing effects of  $\alpha$ )

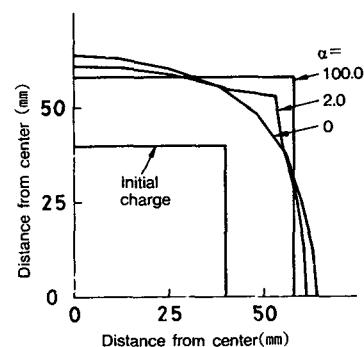
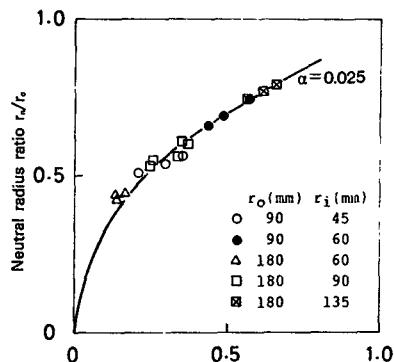
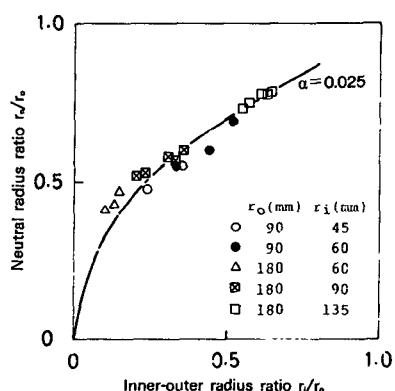


Fig. 7 Effects of  $\alpha$  on shapes of flow fronts



(a) 25wt%



(b) 40wt%

Fig. 8 Comparison between theoretical and experimental results for neutral radius ratio

한 시험편의 압축후의 형상(유동선단)을 표시한 것이다. 조건은  $h=22.0\text{mm/sec}$ ,  $R_{cr}=0.521$ ,  $T=190^\circ\text{C}$ 이다.  $\alpha=0$ 일 경우는 재료가 금형면에서 미끄름이 없는 경우를 나타낸 것이며 형상은 원형으로 유동하려는 경향이 있다. 그 값이 크면 클수록, 즉 무한대로 되면 유동 선단은 초기의 형상 그대로 유지함을 알 수 있다.

Fig. 8(a) 및 (b)는 25wt%와 40wt%의 중공원형평판을 통해서 얻은 내외반경비 및 중립면반경비의 실험치이다. 실선은  $\alpha=0.025$ 의 경우의 식(13)으로부터 계산한 값이다. 시험편의 형상, 섬유함유율, 시험편의 형상에 관계없이  $\alpha=0.025$ 의 값을 나타내고 있다. 중공원형평판의 유한요소 해석과 실험결과를 Fig. 9 및 10에 나타내었다. 해석대상이 원형이므로 1차원 문제로 취급할 수 있으나, 여기서는 식 (4) 및 (5)를 사용하여 2차원 유

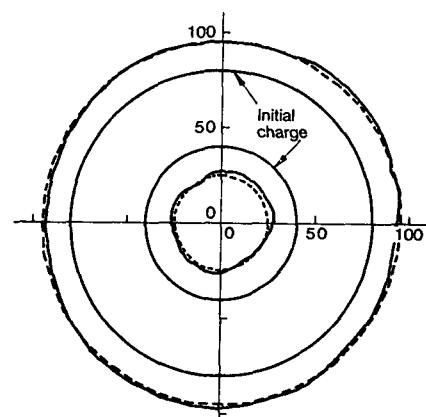
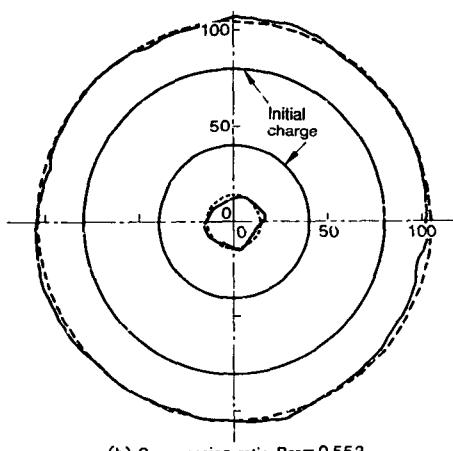
(a) Compression ratio  $R_{cr}=0.434$ (b) Compression ratio  $R_{cr}=0.553$ 

Fig. 9 Predicted(dashed) and experimental(solid) shapes of circular hollow disk (25wt%)

한요소해석을 하였다. 유한요소해석 중의 특성길이  $L$ 은 시험편의 외반경  $r_o$ 로 하였다. 섬유함유율은 25wt% ( $R_{cr}=0.434$ , 0.553) 및 40wt% ( $R_{cr}=0.355$ , 0.434)이고 성형온도는  $190^\circ\text{C}$ , 압축속도  $22.0\text{mm/sec}$ 이다. 점선은 이론결과이며, 실선은 실험결과이다. 이론과 실험의 결과가 잘 일치함을 알 수 있다.

그러나 본 연구에서는 뉴우튼유체로 하여 2차원 등온압축성형에 대해서 논하였지만, 비 뉴우튼유체로 한 3차원 문제, 비등온압축성형에 대해서 앞으로 연구하여야 할것으로 사료된다. 그러면 사출성형 등 복잡한 형상에 미끄름을 고려한 유동해석문제를 해결할 수 있을 것으로 생각된다.

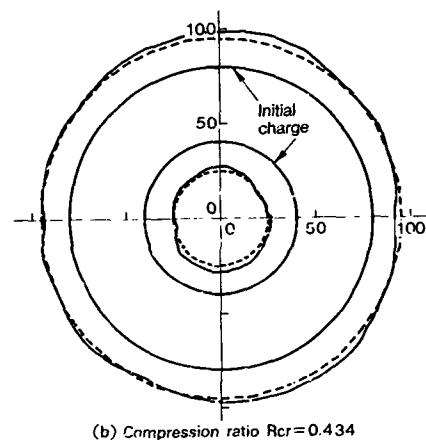
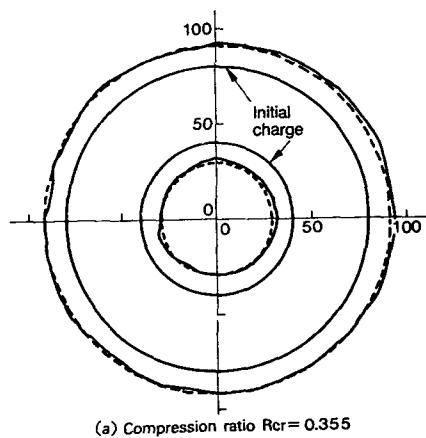


Fig. 10 Predicted (dashed) and experimental (solid) shapes of circular hollow disk (40wt%)

## 6. 결 론

이론과 실험을 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 중공원형평판 시험을 통해서  $\alpha$ 값을 구할 수 있는 방법을 알아내었다.
- (2)  $\alpha$ 값이 커짐에 따라서 사각형 평판의 경우 무

차원 압력이 증가하고, 유동 선단은 초기형상으로 유지하려고 하는 경향이 있다.

(3) 실험으로 얻어진  $\alpha$ 값을 가지고 중공 원형 평판의 2차원 유한 요소해석을 하여 실험결과와 잘 일치하였다.

## 후 기

본 연구는 한국과학재단의 88년도 일반 기초연구비의 지원으로 수행된 것이며 관계자 여러분께 감사드립니다.

## 참 고 문 헌

- (1) Lee, C.C., Folgar, F., Tucker, C.L., 1984, "Simulation of Comperssion Molding for Fiber-Reinforced Thermosetting Polymers", ASME, J.Eng. Ind., Vol. 106, pp. 114~125.
- (2) Hojo, H., Kim, E.G., Yaguchi, H., Onodera, T., 1988, "Simulation of Compression molding with Matrix-Fibre Separation and Fibre Orientation for Long Fibre-Reinforced Thermoplastics", Intern. Polymer Processing, Vol. 3, pp. 54~61.
- (3) Kudo, H., 1955, "An Analysis of Plastic Compressive Deformation of Lamella Between Rough Plastic by Energy Method", Proc. of the 5th Japan National Congress for App. Mech., pp. 75~78.
- (4) Avitzur, B., 1968, "Metal Forming : Processes and analysis", McGraw-Hill, New York, Chapt. 7.
- (5) Barone, M.R., Caulk, D.A., 1988, "Mechnaics of Compression Molding", Proceedings of Manufacturing International '88 : Gutowski, T. G.(Ed.), ASME, Atlanta, pp. 63~77.
- (6) Hojo, H., Kim, E.G., Onodera, T., Yaguchi, H., Kim, S.H., Koshimoto, M., 1989, "Position of Neutral Surface during Hollow Disk Compression Molding of Long Fibre-Reinforced Thermoplastics", Intern. Polymer Processing, Vol. 4, pp. 179~182.
- (7) 川原 陸人, 1985, "有限要素法 流體解析", 日科技連, pp. 72~140.