

(論 文)

레이놀즈응력모델을 사용한 곡면상의 난류경계층에 대한 수치해석

김 광 용*
(1991년 3월 6일 접수)

Prediction of Turbulent Boundary Layers on Convex Surfaces with Reynolds Stress Closure Model

Kwang Yong Kim

Key Words: Turbulent Boundary Layer(난류경계층), Reynolds Stress Model(레이놀즈응력모델), One-Equation Model(1-방정식모델), Curvature Correction(곡률수정), Skin Friction Coefficient(표면마찰계수), Turbulent Stress Component(난류응력성분)

Abstract

Computed results with Reynolds stress closure model are presented for the turbulent boundary layers on convex surfaces. To account for the effects of streamline curvature on near-wall layer, the empirical wall function is replaced by Hassid-Poreh one-equation turbulence model with curvature correction of length scale. For the flow with strong curvature, considerable improvements in the prediction of skin friction coefficient are achieved by the correction. And, computed results of mean velocity and turbulent stresses agree well with experimental data in the curved section. However, in the case with mild curvature, the correction underestimates the effects of curvature. And, the levels of turbulent stresses are overestimated by the prediction.

기 호 설 명

<p>C_U : 레이놀즈 응력방정식의 대류항</p> <p>C_f : 표면마찰계수 ($= \tau_w / \frac{1}{2} \rho U_{pw}^2$)</p> <p>$D_U$: 레이놀즈 응력방정식의 확산항</p> <p>f : 레이놀즈 응력모델의 벽감쇠함수</p> <p>G_U : 레이놀즈 응력방정식의 axis-of-rotation 항</p> <p>h : $1 + n/R$</p> <p>H : 형상계수 ($= \delta_1 / \delta_2$)</p> <p>l, l_0 : 수정된 길이차원과 수정되지 않은 길이차원</p> <p>k : 난류운동에너지 ($= \overline{u_i u_i} / 2$)</p> <p>n : 벽에 수직인 좌표</p>	<p>n_m : 점속점에서의 $n\sqrt{\tau_w / \rho} / \nu$</p> <p>$P, P_{ij}$: 각기 k 와 $\overline{u_i u_j}$ 의 생성물</p> <p>R : 곡면의 곡률반경</p> <p>Re_c : 난류레이놀즈수 ($= l k^{1/2} / \nu$)</p> <p>s : 벽을 따른 좌표</p> <p>S : 곡률변수</p> <p>U : 유동방향 평균속도 성분</p> <p>U_{pw} : 벽에서의 포텐셜속도</p> <p>$\overline{u_i u_j}$: 난류응력 tensor</p> <p>\overline{uv} : 난류전단응력</p> <p>$\overline{u^2}, \overline{v^2}$: 각기 유동방향과 유동수직방향의 난류수직 응력</p> <p>α, β : 곡률수정식의 상수들</p>
---	--

* 정회원, 인하대학교 기계공학과

- $\delta, \delta_1, \delta_2$: 각기 경계층두께, 배제두께 및 운동량두께
- $\varepsilon, \varepsilon_U$: 각기 k 와 $\overline{u_i u_j}$ 의 소멸률
- κ : von Karman 상수
- ν, ν_t : 각기 층류 및 난류동점성계수
- ρ : 유체의 밀도
- τ_w : 벽전단응력
- Φ_U : 레이놀즈응력모델의 압력-변형률 상호작용 항

1. 서 론

유선의 곡률(streamline curvature)을 수반하는 유동은 비행기의 날개나 터보기계의 블레이드(blade)를 지나는 유동과 같이 공학적으로 중요한 기기들에서 흔히 발견되는 유동이다. 경계층내의 난류는 유선의 곡률에 의해 매우 민감하게 영향을 받는 것으로 알려져 있다. 유선의 곡률에 의해 생겨난 부가적인 변형률은 유동의 지배방정식내에서 그것이 차지하는 비중보다 10배 이상의 큰 영향을 경계층내의 난류구조에 미치고 있는 것으로 각종의 실험치들은 보고하고 있다⁽¹⁾. 따라서 경계층의 두께가 곡률반경(radius of curvature)에 비해 매우 작은 경우에도 무시할 수 없는 난류특성치들의 변화가 관찰되고 있다.

레이놀즈응력모델(Reynolds stress model)과 같이 각 레이놀즈응력성분들을 직접 각각의 방정식으로부터 계산하는 난류모델은 위에서 설명한 바와 같은 곡률효과를 부가적인 수정식이 없이 반영할 수 있어야 한다고 Bradshaw⁽¹⁾는 주장하였다. 실제로 Gibson과 Rodi⁽²⁾, Gibson 등⁽³⁾, Gibson과 Younis⁽⁴⁾ 및 Irwin과 Smith⁽⁵⁾등에 의한 연구에서 레이놀즈응력모델은 곡률의 효과를 잘 예측하는 것으로 밝혀졌다. 반면에, 와점성계수(eddy viscosity)의 개념을 사용하는 난류모델, 예를 들어 $k-\varepsilon$ 2방정식모델등은 곡률의 효과를 고려한 모델의 수정이 필요한 것으로 알려져 있다⁽⁶⁾.

현재까지 개발된 레이놀즈응력모델은 벽에서 꽤 떨어진 영역, 즉 난류레이놀즈수가 큰 영역에서 적용되는 모델이기 때문에, 벽 근처의 낮은 레이놀즈수 영역에서는 로그함수로 나타나는 실험적인 벽법칙으로 난류모델을 대체하는 것이 수치계산의 일반적인 방법이다. $k-\varepsilon$ 모델의 경우에는 낮은 레이놀즈수 영역에도 적용할 수 있는 모델들이 이미 많이 개발되어 실용화되었으나⁽⁷⁾, 레이놀즈응력모델에

있어서는 이러한 모델에 대한 연구가 아직은 초보적인 단계에 머물고 있다^(8,9).

본 연구에서는 낮은 레이놀즈수 영역에도 적용될 수 있는 레이놀즈응력모델의 개발을 위해, 우선 벽 근처 영역에서 사용되는 실험식(벽법칙)을 Hassid와 Poreh⁽¹⁰⁾에 의해 개발된 1-방정식모델로 대체하고 이를 레이놀즈응력모델과 접속시키는 방식을 사용하였다. Hassid-Poreh의 1-방정식모델은 이미 Gibson등⁽¹¹⁾에 의해 그 성능이 평가되어 압력구배가 크지 않은 경계층유동의 낮은 레이놀즈수 영역에서 매우 좋은 결과를 보여줌이 밝혀졌다. 본 연구에서는 곡면위의 난류경계층에 대해 위에서 설명한 바 있는 난류모델을 적용함에 있어 Gillis등⁽¹²⁾과 Gibson등⁽¹³⁾에 의해 실험된, 각각 곡률이 큰 경우와 작은 경우의 대표적인 유동을 선택하여 모델의 성능을 시험하였다. 1-방정식모델내에 포함된 길이차원(length scale)에 대해서는 곡률을 고려한 수정이 이루어졌다.

2. 난류모델

곡면위 얇은 경계층유동에 대한 운동량방정식은 유선좌표계(streamline coordinates) (Fig. 1)에서 다음과 같이 나타낸다.

$$U \frac{\partial U}{\partial s} + hV \frac{\partial U}{\partial n} + \frac{UV}{R} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} - h \frac{\partial \overline{uv}}{\partial n} - 2 \frac{\overline{uv}}{R} - \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial s} \quad (1)$$

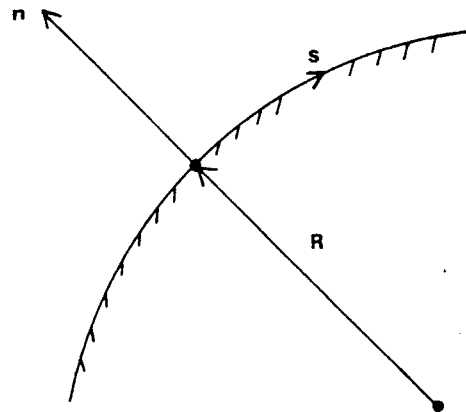


Fig. 1 s-n Coordinates

$$U \frac{\partial V}{\partial s} + hV \frac{\partial V}{\partial n} - \frac{U^2}{R} = -\frac{h}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} - \frac{\partial \overline{uv}}{\partial s} - h \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial n} - \frac{\overline{v^2} - \overline{u^2}}{R} \quad (2)$$

여기서 R 은 곡면의 곡부적인 곡률반경이고 h 는 $1+n/R$ 을 나타낸다.

본 연구에서는 난류계산모델로서 Launder 등⁽¹⁴⁾에 의해 개발되고 Gibson과 Launder⁽¹⁵⁾에 의해 발전된 레이놀즈응력모델을 사용하였다. 레이놀즈응력 tensor $\overline{u_i u_j}$ 에 대한 미분방정식은 곡면위의 2차원 경계층유동에 대해 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$C_{\overline{u}} = D_{\overline{u}} + P_{\overline{u}} - \varepsilon_{\overline{u}} + \Phi_{\overline{u}} \quad (3)$$

여기서 대류항(convection term) $C_{\overline{u}}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$C_{\overline{u}} = U \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial s} + hV \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial n} - G_{\overline{u}} \quad (4)$$

이 식에 포함된 $G_{\overline{u}}$ 는 "axis-of-rotation" 항으로 불리우며 몇몇 연구^(2,16)에서 생성항(production term) $P_{\overline{u}}$ 에 포함되었던 것과는 달리 대류항에 포함되는 것이 타당하다. 확산항(diffusion term) $D_{\overline{u}}$ 는 단순구배모델(simple gradient model)에 의해 다음과 같이 쓰여진다.

$$D_{\overline{u}} = \frac{\partial}{\partial n} \left[C_s \frac{k}{\varepsilon} \overline{v^2} h \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial n} \right] \quad (5)$$

여기서 k 는 난류운동에너지($k = \overline{u_i u_i}/2$)이며 ε 은 k

의 소멸률(dissipation rate)이다.

소멸항(dissipation term) $\varepsilon_{\overline{u}}$ 에 대해서는 다음과 같은 등방형의 모델(isotropic model)이 사용된다.

$$\varepsilon_{\overline{u}} = \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \quad (6)$$

압력-변형률 상호작용항(pressure-strain interaction term)의 모델은 Gibson과 Launder⁽¹⁵⁾의 제안을 바탕으로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Phi_{\overline{u}} = \Phi_{\overline{u},1} + \Phi_{\overline{u},2} + \Phi'_{\overline{u},1} + \Phi'_{\overline{u},2} \quad (7)$$

여기서

$$\Phi_{\overline{u},1} = -C_1 \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k) \quad (8)$$

$$\Phi_{\overline{u},2} = -C_2 (P_{\overline{u}} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P) \quad (9)$$

$$\Phi'_{\overline{u},1} = C_1' \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u_n^2} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_n u_i} \delta_{nj} - \frac{3}{2} \overline{u_n u_j} \delta_{ni}) f \quad (10)$$

$$\Phi'_{\overline{u},2} = C_2' (\phi_{nn,2} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \Phi_{nn,2} \delta_{nj} - \frac{3}{2} \Phi_{nj,2} \delta_{ni}) f \quad (11)$$

이다. 위 식에 포함된 $P (= P_{ii}/2)$ 는 난류운동에너지 k 의 생성률이다. 그리고, 하첨자(subscript) n 은 벽에 수직하는 방향을 나타낸다. $\Phi'_{\overline{u},1}$ 과 $\Phi'_{\overline{u},2}$ 는 벽면의 존재로 인한 효과를 나타내며 f 는 벽감쇠 함수(wall damping function)로 불리워지는 다음

Table 1 Reynolds stress equations

Term Variable	Convection $C_{\overline{u}} + G_{\overline{u}}$	Production $P_{\overline{u}}$	Rotation $G_{\overline{u}}$	Diffusion $D_{\overline{u}}$	Pressure-Strain $\Phi_{\overline{u}}$	Dissipation $\varepsilon_{\overline{u}}$
$\overline{u^2}$	$U \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial s} + hV \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial n}$	$-2 \left[\overline{u^2} \frac{\partial U}{\partial s} - h \overline{uv} \frac{\partial U}{\partial n} \right]$	$-2 \overline{uv} \frac{U}{R}$	$\frac{\partial}{\partial n} \left[C_s \frac{k}{\varepsilon} \overline{v^2} h \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial n} \right]$	$C_1' \frac{\varepsilon}{k} \overline{u^2} f$ $-C_2 C_2' f P_{22} - \frac{2}{3} P$	$-\frac{2}{3} \varepsilon$
$\overline{v^2}$	$U \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial s} + hV \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial n}$	$-2 \left[h \overline{v^2} \frac{\partial V}{\partial n} - \overline{uv} \frac{U}{R} \right]$	$2 \overline{uv} \frac{U}{R}$	$\frac{\partial}{\partial n} \left[C_s \frac{k}{\varepsilon} \overline{v^2} h \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial n} \right]$	$-2 C_1' \frac{\varepsilon}{k} \overline{v^2} f$ $-2 C_2 C_2' f P_{22} - \frac{2}{3} P$	$-\frac{2}{3} \varepsilon$
$\overline{w^2}$	$U \frac{\partial \overline{w^2}}{\partial s} - hV \frac{\partial \overline{w^2}}{\partial n}$	0	0	$\frac{\partial}{\partial n} \left[C_s \frac{k}{\varepsilon} \overline{v^2} h \frac{\partial \overline{w^2}}{\partial n} \right]$	$C_1' \frac{\varepsilon}{k} \overline{w^2} f$ $-C_2 C_2' f P_{22} - \frac{2}{3} P$	$-\frac{2}{3} \varepsilon$
\overline{uv}	$U \frac{\partial \overline{uv}}{\partial s} + hV \frac{\partial \overline{uv}}{\partial n}$	$-\left[h \overline{uv} \frac{\partial U}{\partial n} - \overline{u^2} \frac{U}{R} \right]$	$\frac{\overline{u^2} - \overline{v^2}}{R} \frac{U}{R}$	$\frac{\partial}{\partial n} \left[C_s \frac{k}{\varepsilon} \overline{v^2} h \frac{\partial \overline{uv}}{\partial n} \right]$	$-\frac{3}{2} C_1' \frac{\varepsilon}{k} \overline{uv} f$ $-\frac{3}{2} C_2 C_2' f P_{22}$	0

과 같은 함수이다.

$$f = -\frac{C_{\mu}^{\frac{3}{2}} k^{\frac{3}{2}}}{\kappa n \varepsilon} \quad (12)$$

곡면위의 2차원 경계층유동에 대해 이상과 같은 모델을 적용하였을때 영(zero)이 되지 않는 4개의 레이놀즈응력성분에 대한 방정식은 Table 1 (식(3) 참조)에 나타난 바와 같다. ε 에 관한 방정식은 Launder등⁽¹⁴⁾에 의해 제시된 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$U \frac{\partial \varepsilon}{\partial s} + hV \frac{\partial \varepsilon}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial n} \left[C_{\varepsilon} \frac{k}{\varepsilon} \bar{v}^2 h \frac{\partial \varepsilon}{\partial n} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (13)$$

Gibson과 Younis⁽¹⁷⁾는 유선의 휨이 있는 유동장에서는 Launder등⁽¹⁴⁾에 의해 사용된 모델상수들이 수정되어야 한다고 주장하였다. 본 연구에서는 이들에 의해 제시된 모델상수들을 사용하였다. $C_1 = 3.0$, $C_2 = 0.3$, $C_1' = 0.75$, $C_2' = 0.5$, $C_s = 0.22$, $C_{\varepsilon} = 0.15$, $C_{\varepsilon 1} = 1.4$, $C_{\varepsilon 2} = 1.8$, $\kappa = 0.41$, 그리고 $C_{\mu}^{\frac{1}{2}} = 0.26$.

본 연구에서는 레이놀즈응력모델을 적용함에 있어 벽근처의 낮은 레이놀즈수 영역에 일반적으로 사용되어 왔던 실험적인 벽함수 대신 Hassid-Poreh의 1방정식모델⁽¹⁰⁾을 사용함으로써 이 두 모델의 접합을 시도하였다. Hassid-Poreh의 1방정식 모델은 난류운동에너지 k 를 다음과 같은 방정식으로 부터 얻는다.

$$U \frac{\partial k}{\partial s} + hV \frac{\partial k}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial n} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) h \frac{\partial k}{\partial n} \right] + \nu_t \frac{\partial U}{\partial n} \left(h \frac{\partial U}{\partial n} - \frac{U}{R} \right) - \varepsilon \quad (14)$$

여기서 와점성계수 ν_t 와 소멸률 ε 은 난류운동에너지 k 와 길이차원 l 및 난류레이놀즈수 Re_t 에 따른 감쇠함수의 항으로 다음과 같이 정의된다.

$$\nu_t = C_{\mu} k^{\frac{1}{2}} (1 - \exp(-A_{\mu} Re_t)) \quad (15)$$

$$\varepsilon = \left(\frac{C_{D1}}{C_{\nu}} \nu_t + C_{D2} \nu \right) \frac{k}{l^2} \quad (16)$$

여기서 Re_t 는 $lk^{\frac{1}{2}}/\nu$ 이며, 길이차원 l 은 벽근처 영역에서 κn 로 주어지는 prandtl의 혼합거리(mixing length)와 일치한다. 사용된 모델상수들은

참고문헌⁽¹⁰⁾에서 제시된 바와 같다: $C_{\nu} = 0.548$, $C_{D1} = 0.164$, $C_{D2} = 0.336$, $\sigma_k = 1.0$, 그리고 $A_{\mu} = 0.029$.

Hassid-Poreh의 1방정식모델의 의해 계산되는 벽근처의 영역에서는 곡률의 효과를 고려한 모델의 수정이 필요하다. Bradshaw⁽¹⁾는 유선의 곡률에 따른 난류길이차원의 변화를 다음과 같은 실험식으로 나타낼 수 있다고 주장하였다.

$$l = \frac{l_0}{1 + \beta S} \quad (17)$$

여기서

$$S = \frac{U}{\frac{\partial U}{\partial n}} \quad (18)$$

이고, 곡면위의 경계층유동에 대한 상수 β 의 값으로는 7.0이 적합한 것으로 Gibson⁽¹⁸⁾에 의해 밝혀진 바 있다. 한편, 이와 유사한 식이 대수응력모델(algebraic stress model)⁽¹⁹⁾에 의해서 다음과 같이 이론적으로 유도될 수 있다⁽²⁰⁾.

$$l = l_0 \frac{1 - \alpha S}{1 - S} \quad (19)$$

여기서

$$\alpha = \frac{\overline{u^2}}{\bar{v}^2} + \frac{\overline{u^2}}{\bar{v}^2} - 1}{1 - C_2 + 1.5 C_2 C_2'} \quad (20)$$

이 식에서 수직응력성분 $\overline{u^2}$, \bar{v}^2 는 1방정식모델이 적용되는 영역에서 계산되어야 하므로, 대수응력모델⁽¹⁹⁾이 부수적으로 이들의 계산을 위해 사용된다.

3. 결과 및 검토

본 연구에서 레이놀즈응력모델을 사용해 해석하고자 하는 유동은 볼록한 곡면(convex surface) 위의 두가지 난류경계층유동으로서 Fig. 2에 나타난 바와 같이 하나는 곡률이 큰 유동(참고문헌⁽¹²⁾의 두번째 실험)이고 다른 하나는 곡률이 작은 유동⁽¹³⁾이다. 수치계산은 포물선형(parabolic type)의 경계층방정식을 다루는 GENMIX⁽²¹⁾ 코드를 바탕으로 하였다. 평균속도 및 각 난류응력성분에 대한 초기조건은 모두 실험치로부터 취하였다. 곡면을 따른 압력변화로는 실험에서 측정된 벽면의 정압분포를 입력하였다. 경계층내에서 유동에 수직하는

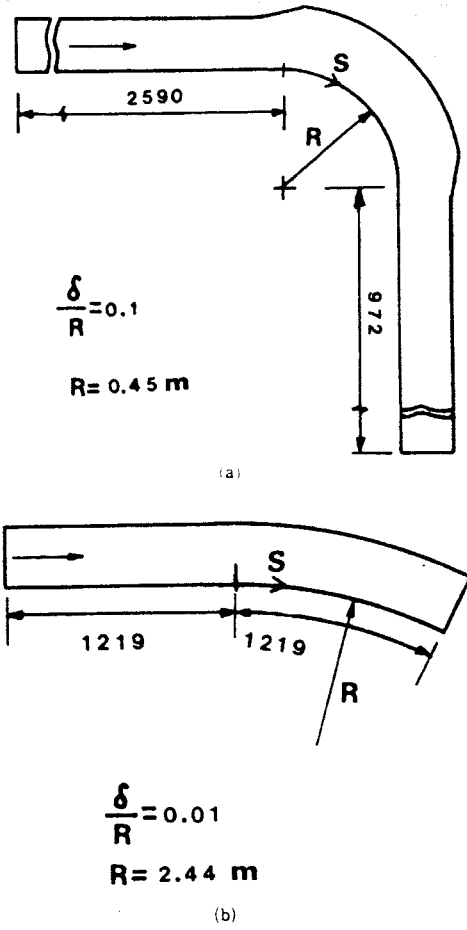


Fig. 2 Flow Configurations. (a) Gillis et al.⁽¹²⁾. (b) Gibson et al.⁽¹³⁾.

방향의 절점의 갯수는 33개로 잡았고, 이 절점간의 간격은 유선함수 좌표의 선택으로 경계층의 성장과 함께 증가한다. 경계층 두께에 대한 유동방향 절점 간격의 비는 평면구간에서는 0.04, 곡면구간에서는 0.02로 고정하였다. 단, 초기영역에서는 이를 0.002로부터 서서히 증가시켰다. CDC Cyber 961에 의한 계산시간은 유동방향 약 2000개 절점의 계산에 28초 정도가 소요되었다.

Fig. 3은 곡률을 고려한 길이차원의 두가지 수정식(식(17)과 식(19))이 곡률이 큰 Gillis등⁽¹²⁾의 유동에 대해 거의 동일한 결과를 나타냄을 보여준다. 아울러, 곡률 수정의 효과로 표면마찰계수(skin friction coefficient) C_f 의 계산치는 실험치에 잘 접근함을 알 수 있다. 곡면구역이 끝난 후의 재발

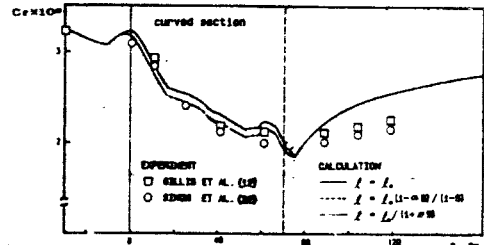


Fig. 3 Distributions of skin friction coefficient (calculation with Reynolds stress model combined with 1 Eq. model, $n_m^+ = 80$)

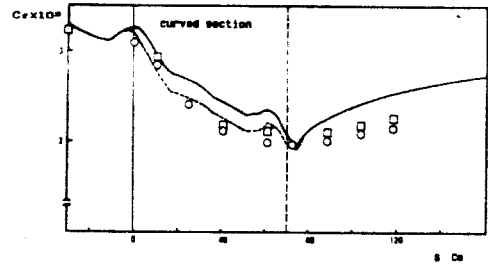


Fig. 4 Distributions of skin friction coefficient (symbols are same as in Fig. 3, $n_m^+ = 150$)

달과정(redeveloping process)에 대한 계산치는 2-방정식모델을 사용한 앞선 계산⁽⁴⁾에서와 같이 실험치로부터 많이 벗어나고 있다. 레이놀즈응력모델이 1-방정식모델과 접촉되는 점이 Fig. 3의 $n_m^+ = 80$ 에서 Fig. 4의 $n_m^+ = 150$ 으로 바뀌었을 때에도 곡률수정식을 사용한 계산치는 거의 바뀌지 않고 있다. 이는 이 두점 사이에서 레이놀즈응력모델이 곡률의 효과를 잘 반영하고 있다는 것을 말해준다. 이하의 계산에서는 접촉점이 공히 $n_m^+ = 80$ 이다. Fig. 5와 6은 경계층의 운동량 두께(momentum thickness)와 형상계수(shape factor)의 분포를 보여준다. 여기에서 계산치는 실험치와 잘 일치하고 있다. 이 변수들의 계산에서 곡률수정을 한 계산치는 수정하지 않은 계산치와 0.5퍼센트 이내의 오차로 일치하였다.

곡면의 곡률이 큰 위의 경우와는 달리 곡률이 작은 Gibson등⁽¹³⁾의 유동에 대한 계산에서는 곡률수정의 효과가 C_f 의 계산에서 매우 작게 나타나고, 계산치가 실험치와 큰 차이를 보여주고 있다(Fig. 7과 8). 이는 레이놀즈응력모델이 큰 곡률에 비해 작은 곡률의 효과를 적절히 반영하지 못하고 있음

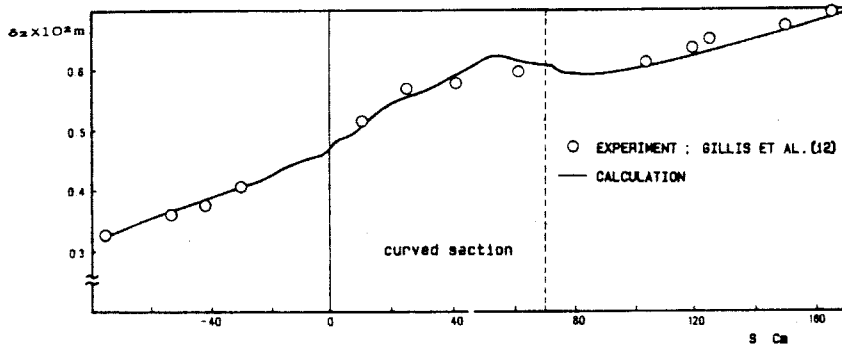


Fig. 5 Distributions of momentum thickness (calculation with Reynolds stress model combined with Eq. model)

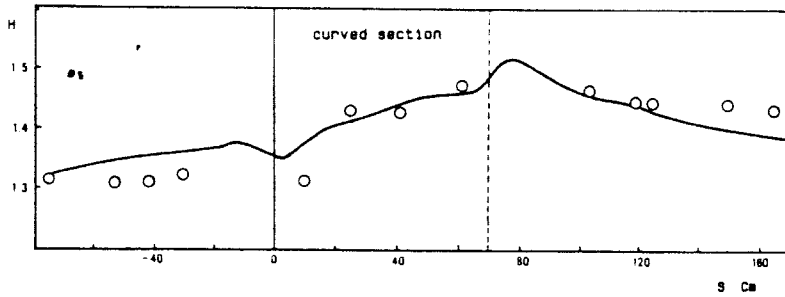


Fig. 6 Distributions of shape factor (symbols are same as in Fig. 5)

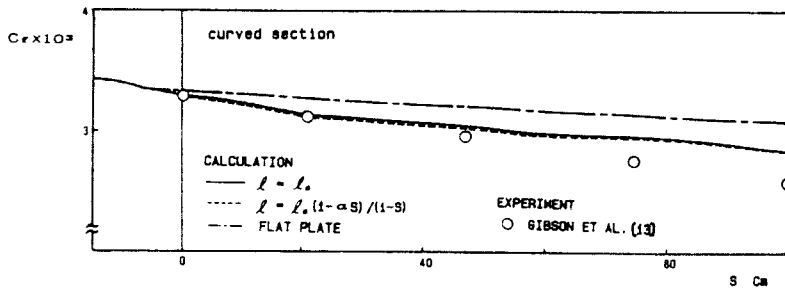


Fig. 7 Distributions of skin friction coefficient (calculation with Reynolds stress model combined with 1 Eq. model)

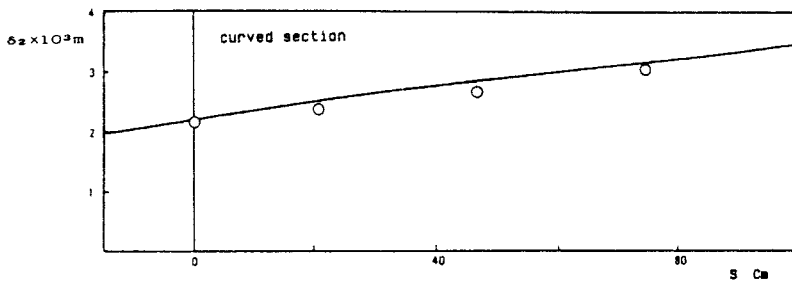


Fig. 8 Distributions of momentum thickness (symbols are same as in Fig. 7)

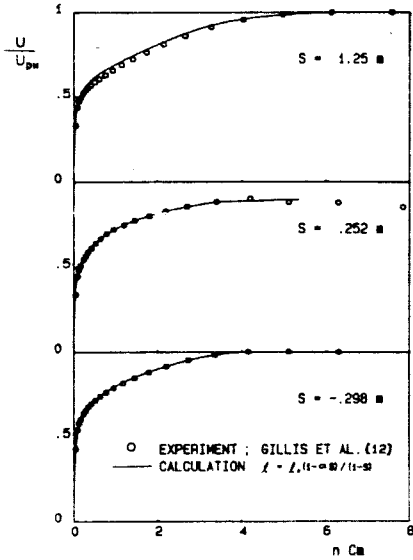


Fig. 9 Mean velocity profiles(calculation with Reynolds stress model combined with 1 Eq. model)

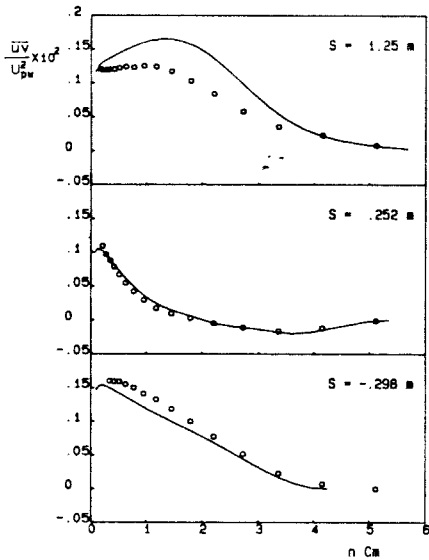


Fig. 10 \overline{uv} Profiles(symbols are same as in Fig. 9)

을 말해준다.

Fig. 9 이하의 그림들은 벽면상의 각 단면에서 식(19)의 곡률수정식을 사용해 계산한 평균속도, 난류전단응력 및 두 방향 난류수직응력성분들의 분포를 보여준다. 여기에서 모든 변수들은 벽면에서의 포텐셜유동속도(potential flow velocity at the

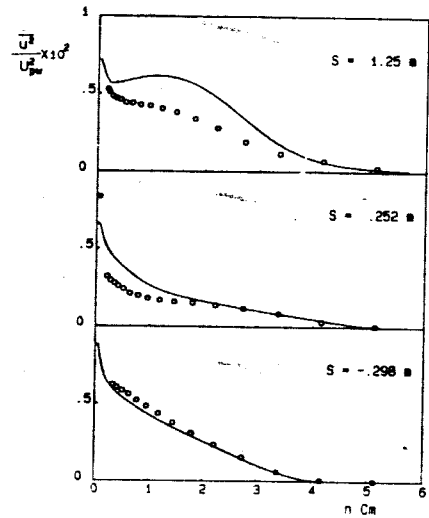


Fig. 11 $\overline{u^2}$ Profiles(symbols are same as in Fig. 9)

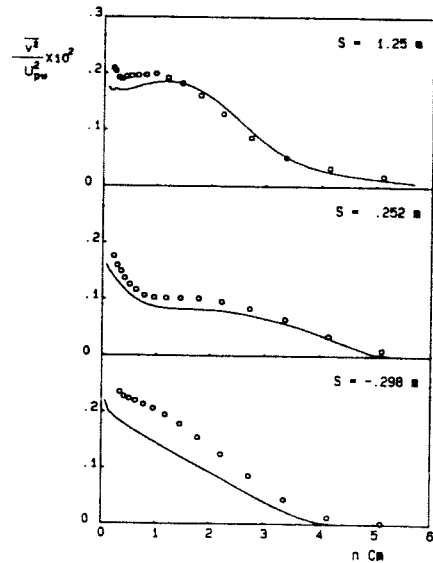


Fig. 12 $\overline{v^2}$ Profiles(symbols are same as in Fig. 9)

wall) U_{pw} 로 무차원화 되었다.

Fig. 9~12는 Gillis등⁽¹²⁾의 유동에 대한 실험치와 계산치를 비교하고 있다. Fig. 9에 나타난 평균속도 분포의 계산치는 실험치와 잘 일치하고 있으나, 경계층의 재발달 구역($s=1.25m$)에서는 미소한 차이를 보이고 있다. Fig. 10의 난류전단응력분포에서도 재발달구역에서는 실험치와 계산치의 큰 차이가 발견되고 있으나 곡면구역($s=0.252m$)에서는

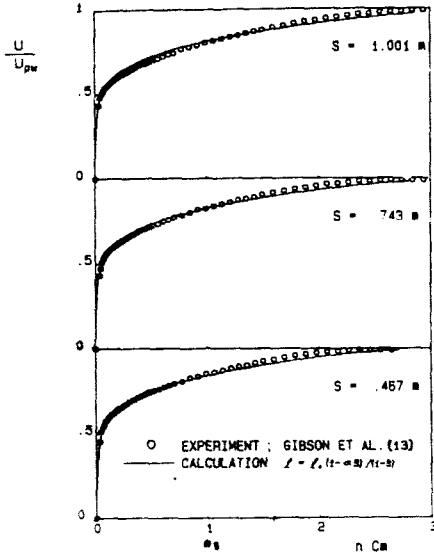


Fig. 13 Mean velocity profiles (calculation with Reynolds stress model combined with 1 Eq. model)

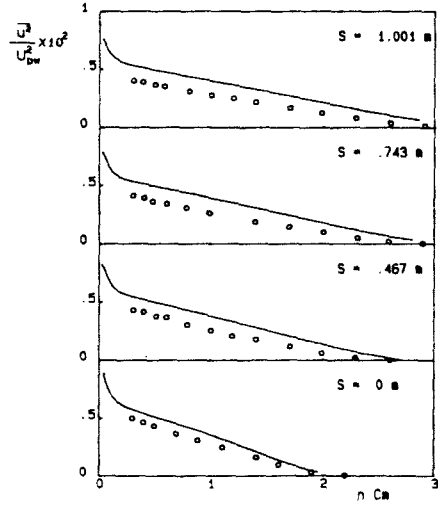


Fig. 15 $\overline{u^2}$ Profiles; symbols are same as in Fig. 13

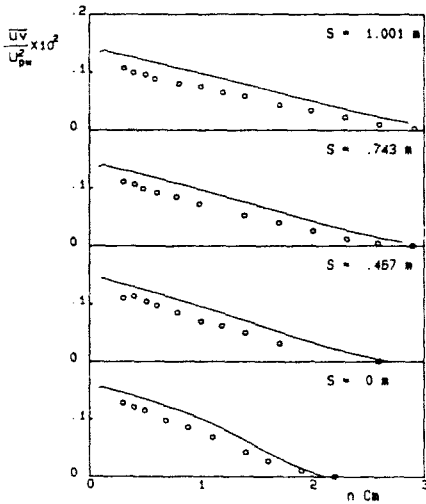


Fig. 14 \overline{uv} Profiles (symbols are same as in Fig. 13)

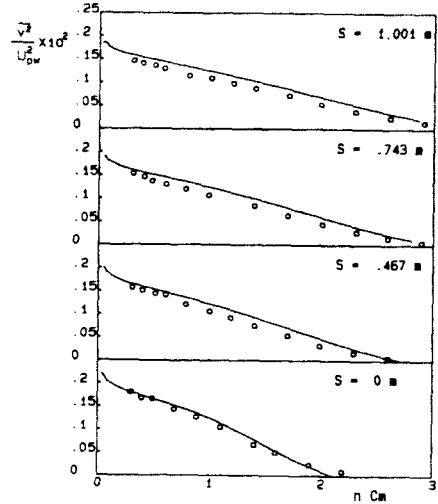


Fig. 16 $\overline{v^2}$ Profiles (symbols are same as in Fig. 13)

매우 만족할 만한 계산결과가 얻어지고 있다. 이 결과는 기존의 벽함수를 사용한 Gibson 등⁽¹³⁾의 결과에 비해 향상된 것이다. 유동방향 난류수직응력성분의 분포를 보여주는 Fig. 11에서도 유사한 경향이 나타나고 있다. 이에 반해 유동에 수직하는 방향의 난류응력성분의 경우 (Fig. 12)에는 곡면구역과 재발달구역에서 공히 실험치와 계산치가 비교적 잘 맞고 있다. 곡물이 제거된 재발달구역내 벽영역

의 바깥층 (outer layer)에서 난류전단응력과 수직응력이 증가하는 현상이 실험치에서도 발견되고 있으나, 계산치에서는 이러한 경향이 과장되어 나타남을 알 수 있다 (Fig. 10과 11).

Fig. 13~16은 곡물이 작은 Gibson 등⁽¹³⁾의 유동에 대한 계산결과를 보여주고 있다. 난류평균속도 분포의 계산치는 대체적으로 실험치와 일치하고 있으나, 유동이 진행됨에 따라 조금씩 계산치가 실험

치에서 어긋나고 있음을 알 수 있다(Fig. 13). Fig. 14~16에 나타난 난류응력성분들의 계산치와 실험치의 비교에서는 정성적으로 특이할 만한 차이는 나타나고 있지 않으나, 전단응력(Fig. 14)과 유동방향수직응력(Fig. 15)의 크기가 실험치보다 전반적으로 20%정도 크게 계산되고 있다. 이에 반해 유동에 수직하는 방향의 응력성분의 계산치는 앞선 경우와 같이 실험치와 잘 맞고 있다(Fig. 16).

4. 결 론

본 연구에서는 볼록한 곡면위를 지나는 두가지 유형의 2차원 난류경계층유동을 Hassid-Proeh 1방정식모델과 결합된 레이놀즈응력모델을 적용하여 수치해석하였다. 벽 가까운 영역에 적용된 1방정식 모델에 대해서는 곡률을 고려한 두가지 수정식을 적용하였는데, 계산결과 실험적 수정식과 대수응력 모델로부터 유도된 수정식이 표면마찰계수의 계산에 있어 동일한 결과를 보여주었다. 곡률수정의 결과 곡률이 큰 유동에 대해서는 실험치와 비교한 계산치의 향상이 이루어졌으나, 작은 곡률의 유동에 대해서는 이 효과가 작아 실험치와 계산치의 차이가 크게 나타났다. 이는 레이놀즈응력모델이 작은 곡률의 효과를 적절히 반영하고 있지 못함을 말해준다. 평균속도와 난류응력성분에 대한 계산에서도 곡률이 큰 유동의 경우에는 계산치와 실험치의 큰 차이가 발견되지 않았으나 곡률이 작은 유동의 경우에는 유동에 수직하는 방향의 응력성분을 제외한 난류응력성분의 크기가 실험치에 비해 전반적으로 20% 정도 크게 계산되었다. 단, 곡률이 큰 유동의 경우 곡률이 제거된 재발달구역에서 계산치가 실험치와 크게 어긋나고 있음을 발견하였다. 이상과 같이 본 연구에서는 레이놀즈응력모델이 작은 곡률의 효과와 곡률이 제거된 후의 경계층 재발달과정을 예측하는데 있어 근본적인 문제점을 갖고 있다는 사실을 확인하였다. 아울러, 기존의 실험적인 벽함수 대신 Hassid-Poreh 1방정식모델에 곡률수정식을 적용하여 레이놀즈응력모델과 더불어 사용함으로써 큰 곡률의 효과를 적절히 반영할 수 있음을 알았다. 본 연구에서 지적한 레이놀즈응력모델의 두가지 문제점에 대해서는 추가적인 연구가 필요할 것으로 사료된다. 앞으로 레이놀즈응력모델은 낮은 레이놀즈수 영역을 포함하도록 확장되어야 할 것이며, 본 연구가 이를 위한 기초연구로서 활용되기를

기대한다.

참고문헌

- (1) Bradshaw, P., 1973, "Effects of Steamline Curvature on Turbulent Flow," AGARDOgraph No.169.
- (2) Gibson, M.M. and Rodi, W., 1981, "A Reynolds-Stress Closure Model of Turbulence Applied to the Calculation of a Highly Curved Mixing Layer," Journal of Mechanics, Vol.103, pp.161~182.
- (3) Gibson, M.M., Jones, W.P. and Younis, B.A., 1981, "Calcualtion of Turbulent Boundary Layers on Curved Surfaces," Physics of Fluids, Vol.24, No.3, pp.386~395.
- (4) Gibson, M.M. and Younis, B.A., 1982, "Modeling the Curved Turbulent Wall Jet," AIAA Journal, Vol.20, pp.1707~1712.
- (5) Irwin, H.P.A.H. and Smith, P.A., 1975, "Prediction of the Effect of Streamline Curvature on Turbulence," Physics of Fluids, Vol.18, No.6, pp. 624~630.
- (6) Rodi, W. and Scheuerer, G., 1983, "Calculation of Curved Shear Layers with Two-Equation Turbulence Model," Physics of Fluids, Vol.26, No.6, pp.1422~1436.
- (7) Patel, V.C., Rodi, W. and Scheuerer, G., 1985, "Turbulence Models for Near-Wall and Low Reynolds Number Flows," AIAA Journal, Vol. 23, pp.1308~1319.
- (8) Kebede, W., Launder, B.E. and Younis, B.A., 1985, "Large-Amplitude Periodic Pipe Flow," Fifth Symposium on Turbulent Shear Flows, Cornell Univ.
- (9) Launder, B.E. and Tselepidakis, D.P., 1988, "Contribution to the Second-Moment Modelling of Sublayer Turbulent Transport," Proc. Zoric Memorial International Seminar on Wall Turbulence, Dubrovnik.
- (10) Hassid, S. and Poreh, M., 1975, "A Turbulent Energy Model for Flows with Drag Reduction," ASME J.of Fluid Engineering, pp.234~241.
- (11) Gibson, M.M., Spalding, D.E. and Zinser, W.,

- 1978, "Boundary Layer Calculations Using the Hassid-Poreh One-Equation Energy Model," *Letters in Heat and Mass Transfer*, Vol.5, pp.73~80.
- (12) Gillis, J.C., Johnston, J.P., Kays, W.M. and Moffat, R.J., 1980, "Turbulent Boundary Layer on a Convex Curved Surface," Stanford Univ., Mech. Eng. Dept., Rep. HMT-31.
- (13) Gibson, M.M., Verriopoulos, C.A. and Vlachos, N.S., 1984, "Turbulent Boundary Layer on a Mildly Curved Convex Surface, Part 1 : Mean Flow and Turbulent Measurement," *Experiment in Fluids*, Vol.2, pp.17~24.
- (14) Launder, B.E., Reece, G.J. and Rodi, W., 1975, "Process in the Development of a Reynolds-Stress Turbulence Closure," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.68, pp.557~566.
- (15) Gibson, M.M. and Launder, B.E., 1978, "Ground Effects on Pressure Fluctuation in the Atmospheric Boundary Layer," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.86, pp.491~511.
- (16) Gibson, M.M., 1978, "An Algebraic Stress and Heat-Flux Model for Turbulent Shear Flow with Streamline Curvature," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.21, pp.1609~1617.
- (17) Gibson, M.M. and Younis, B.A., 1986, "Calculation of Swirling Jets with a Reynolds Stress Closure," *Physics of Fluids*, Vol.29, pp.38~48.
- (18) Gibson, M.M., 1988, "Effects of Surface Curvature on the Law of the Wall," *Proc. Zoric Memorial International Seminar on Wall Turbulence*, Dubrovnik.
- (19) Rodi, W., 1976, "A New Algebraic Relation for Calculating the Reynolds Stresses," *ZAMM*, Vol.56, pp.219~221.
- (20) Gibson, M.M., 1988, Personal Communication.
- (21) Patankar, S.V. and Spalding, D.B., 1970. *Heat and Mass Transfer in Boundary Layers*, Intertext, London, 2nd ed.
- (22) Simon, T.W., Moffat, R.J., Johnston, J.P. and Kays, W.M., 1980, "Turbulent Boundary Layer Heat Transfer Experiment : Convex Curvature Effects. Including Introduction and Recovery," Stanford Univ., Mech. Eng. Dept., Rep. HMT-32.