

〈論 文〉

익스플리시트 시간 적분 유한 요소법을 이용한 고속 성형 해석(Ⅱ) -고속 압연 해석-

유요한* · 정동택*

(1991년 4월 25일 접수)

An Analysis of High Speed Forming Using the Explicit Time Integration Finite Element Method(Ⅱ) - Application to High Speed Rolling -

Y.H. Yoo and D.T. Chung

Key Words : Explicit Time Integration Finite Element Method(익스플리시트 시간적분 유한 요소법), Elasto-Plastic Analysis(탄소성 해석), Contact Algorithm(접촉 알고리즘), High Speed Rolling(고속 압연)

Abstract

Improved contact algorithm is proposed and installed onto NET, an explicit time integration finite element code. It is applied to high speed rolling procedure. The effects of roll deformation and coulomb friction are included in this study. Short and long specimen with different values of friction coefficient, initial specimen velocity and workhardening exponent are used. It is shown that the contact algorithm works extremely well even when slipping mode between roll and specimen is dominant. The condition in which the rolling procedure could initiate is determined through the parametric study of friction and initial specimen velocity. Effects on the final deformed shape and roll pressure distribution due to the variations of workhardening are also studied.

1. 서 론

압연 공정은 압연롤과 압연 제품 사이의 경계 및 마찰 조건이 복잡하고 압연 재료의 거동이 비선형적이므로 정량적으로 해석하기 어려우며 비교적 정밀한 해석이 본격적으로 시도되기 시작한 것은 유한 요소법을 이용한 해석이 보편화되면서 부터라고 볼 수 있다^(1,2). 그러나 지금까지의 연구결과를 살

펴볼 때 앞으로 더욱더 많은 연구가 필요하다는 것을 알 수 있다. 특히 압연 제품의 생산성 향상과 품질 향상을 위해서는 생산 공정의 고속화와 정밀화가 요구되고 있으나 이를 뒷받침할 수 있는 고속 압연 해석 능력은 매우 낙후되어 있어 이에 대한 요구가 증대하고 있다.

최근까지 발표된 유한 요소법을 이용한 압연 해석 관련 주요 논문들을 정리해 보면 다음과 같다. Li와 Kobayashi⁽³⁾는 강소성 유한 요소법(rigid-plastic finite element method)을 사용하여 평면 변형 압연(plane strain rolling)을 여러가지 마찰조

* 정회원, 국방과학연구소

전에 대하여 해석하였다. 이때 압연롤은 강체(rigid body)로 시편은 가공경화(workhardening)를 동반한 강소성체로 모델링하였다. Hwang과 Kobayashi⁽⁴⁾는 강소성 유한 요소법을 이용한 평면 변형 압연에서 재료 손실을 최소화하는 예비 성형체(preform)의 설계에 대한 연구를 수행하였다. 이 경우에도 역시 압연롤은 강체로 시편은 가공 경화를 동반한 강소성체와 완전 소성체로 모델링 되었으나, 고착(sticking) 마찰 조건에 대해서만 해석을 수행하였다. Mori와 Osakada 그리고 Oda⁽⁵⁾는 약간 압축성이 있는 재료의 평면 변형 압연에 대하여 연구하였다. 이때 압연롤은 강체로 시편은 가공 경화를 동반한 강소성체로 모델링 되었으며 경계면에서는 Coulomb 마찰을 고려하였다. 이밖에도 오일러(Eulerian) 수식화를 이용한 Dawson⁽⁶⁾과 Thompson, Berman⁽⁷⁾의 해석 결과가 있으며, 또 폭 방향의 변형까지를 고려한 Li와 Kobayashi⁽⁸⁾, Mori와 Osakada⁽⁹⁾의 3차원 해석 결과가 있다.

그러나 이상에 정리한 압연 해석 결과는 모두 준 정적(quasi-static) 상태에 관한 것이며 압연롤을 강체로 모델링하였다. 그리고 대부분의 해석은 미소 변형(infinitesimal deformation)을 가정한 소성 변형 이론에 바탕을 두고 강소성 재료에 대하여 해석이 수행 되었다. 최근 Lau와 Shivpuri 그리고 Chou⁽¹⁰⁾에 의하여 관성효과를 고려한 고속 압연의 해석이 시도되었으나 마찰값의 변화 효과를 고려하지 않고 고착 마찰 조건에 대해서만 해석을 수행하였다. 또한 압연롤의 변형은 무시하였다.

2. 엑스플리시트 시간 적분 유한 요소법

2.1 기본 방정식

물체의 운동방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$\sigma_{ij,j} + \rho f_i = \rho \ddot{u}_i \quad (1)$$

트랙션(traction) 경계 조건

$$\sigma_{ij} n_j = t_i \text{ on } S_t \quad (2)$$

변위 경계 조건

$$u_i(t) = x_i(t) \text{ on } S_u \quad (3)$$

접촉불연속조건

$$(\sigma_{ij}^+ - \sigma_{ij}^-) n_j = 0 \text{ on } S_c \quad (4)$$

여기서 σ_{ij} 는 Cauchy 응력, ρ 는 밀도, f_i 는 체적

력, \dot{u}_i 는 가속도, n_j 는 경계면 S_c 에서의 바깥쪽 수직 단위 벡터(unit outward normal vector)이다.

2.2 기본 이론

NET개발에 사용된 기본 이론에 대해서는 이미 발표된 논문⁽¹¹⁾에 자세히 설명되어 있으므로, 본 논문에서는 기본 이론 중 중요사항만 간략히 언급하기로 한다. 단 고속 압연 해석시 가장 중요한 기능인 변형체와 변형체 간의 접촉 알고리즘에 대해서는 3장에서 자세히 설명하였다.

운동 방정식의 위크 폼(weak form)을 취한 후 부분 적분과 Gauss의 발산 정리를 적용하면 가상일의 원리에 대한 다음과 같은 식을 수 있다.

$$\sum_e \left(\int_{S_e} \sigma_{ij} n_j \delta u_i d\Gamma - \int_{V_e} \sigma_{ij} \delta u_{i,j} dV \right) + \int_{V_e} \rho f_i \delta u_i dV - \int_{V_e} \rho \ddot{u}_i \delta u_i dV = 0 \quad (5)$$

여기서 δu 는 운동학적인 구속 조건들(kinematic constraints)을 만족시키며 적분은 현재 형상에 대하여 수행된다. 운동방정식을 시간에 대해 적분하기 위해 수정된 중앙 차분(modified central difference) 방식이 사용된다. 즉 속도는 전방 차분(forward difference)으로 적분되고 변형은 후방 차분(backward difference)으로 적분된다. 안정 조건(stability condition)으로는 Flanagan과 Belytschko⁽¹²⁾가 제안한 방식을 사용하였다.

모든 물성방정식 모델은 변형구배의 극분해(polar decomposition)에 의해 정해지는 회전을 사용하여 정의되는 비회전 형상(unrotated configuration)에 기초를 두고 있으므로, 구성방정식 모델 내에서는 모든 응력, 변형률, 내부 상태 변수 등이 대변형에 수반되는 유한 회전(finite rotation)의 영향을 받지 않는다⁽¹³⁾.

공간 이산화(spatial discretization)에는 4절점 균일 변형도 요소(four node uniform strain element)를 사용하였고 1점 적분 방식을 사용하였다. 그리고 이때 발생할 가능성이 있는 아워 글래스 모드(hourglass mode)를 방지하기 위하여 Flanagan과 Belytschko⁽¹⁴⁾가 제안한 아워글래스 모드 방지 기법을 사용하였다. 아워글래스 모드는 실제 변형 모드에 대하여 수직하므로 이를 방지하기 위하여 사용된 일은 전체 변형 에너지에 영향을 주지 않는다.

2.3 프로그램의 구조

NET는 운동 방정식을 직접적으로 엑스플리시트 하게 적분한다. 임플리시트 시간 적분(implicit time integration) 유한 요소법에서는 강성 행렬 방식을 사용하지만 NET에서는 전체 강성 행렬을 계산에 사용하지 않고 매 시간 단계마다 요소 응력으로부터 각절점의 집중 질량에 대한 운동학적 구속조건을 만족하는 가속도를 구하고 엑스플리시트 시간 적분을 통하여 다음 시간 단계의 각 절점에서의 속도와 변위를 직접 계산한다. 이 값들로부터 각 요소들의 변형구배와 속도구배를 구하고 이것을 이용하여 주어진 물질에 대한 구성 방정식으로부터 각 요소에 대한 응력을 구하게 된다. 이상에서 구한 해를 바탕으로 각 절점에 대한 가속도를 구하면 다시 다음 시간 단계로 넘어가게 된다. 현재 NET에서 사용할 수 있는 물질의 종류는 다음과 같다. 즉 (i) 탄성모델, (ii) von Mises 항복조건과 등방경화에 기초를 둔 탄소성모델, (iii) von Mises항복조건과 이동경화(kinematic hardening)에 기초를

둔 탄소성모델, 그리고 (ii) 또는 (iii)에 온도와 변형률 효과를 포함한 탄소성모델 등이다. 사용자의 필요에 따라 쉽게 새로운 구성방정식을 첨가할 수 있다. NET의 플로우 차트(flow chart)는 Fig. 1에 주어져 있다.

3. 접촉 알고리즘(Contact Algorithm)

접촉알고리즘은 강체와 변형체, 변형체의 변형체 간의 접촉경계 조건을 다룰 수 있다. 강체와 변형체간의 접촉은 각 절점에 대한 구속조건이 비연성(decoupled)되어 있어 취급이 비교적 간단하지만, 변형체와 변형체간의 접촉은 각 절점에 대한 구속조건이 서로 연성(coupled)되어 있어 취급이 매우 어렵다. 두가지 접촉조건 모두에 대하여 마찰을 고려할 수 있으며, 간단한 Coulomb 마찰모델이나 속도에 영향을 받는 마찰모델 중 한가지를 선택할 수 있다.

3.1 강체와 변형체간의 접촉

강체면이 변형되지 않도록 운동학적 구속조건을 부과한다. 이때 면은 점 \hat{x} 와 바깥쪽 수직 단위벡터 n 으로 정의되며, 변형가능한 면은 특정한 절점들의 조합으로 이루어져 있다. 운동학적 구속조건은 변형가능한 절점들이 강체면을 침투할 수 없다는 것이다. 그리고 접촉면을 따른 변형가능한 절점들의 움직임은 마찰에 의하여 영향을 받는다.

(1) 수직 방향운동의 처리

우선 운동학적 구속조건을 무시하고 변형가능한 절점들의 움직임을 다음과 같이 적분한다.

$$\hat{a} = f/m \tag{6}$$

$$\hat{v} = v + \Delta t \hat{a} \tag{7}$$

$$\hat{x} = x + \Delta t \hat{v} \tag{8}$$

위 식에서 f 는 잔류힘 벡터(외력의 합에서 내력의 합을 뺀 값)이고, m 은 절점 집중 질량, v 는 현재 속도, x 는 현재 위치이고, Δt 는 시간증분이다. 기호 $\hat{\cdot}$ 는 예측된 운동학적 양임을 표시한다.

그후 다음식을 이용하여 각 절점의 접촉면에 대한 침투깊이 δ 를 계산한다. 접촉하고 있지 않은 절점들의 깊이는 영으로 계산한다.

$$\delta = \max(n \cdot (\hat{x} - \hat{x}), 0) \tag{9}$$

침투를 상쇄하기 위하여, 즉 운동학적 구속조건들

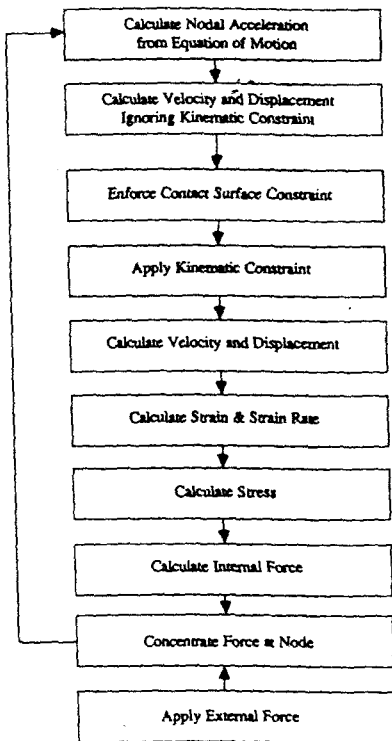


Fig. 1 Flow chart of NET, an explicit time integration finite element code

을 만족하기 위하여 각 절점에 가해져야 하는 힘의 크기 f_n 은 다음과 같다.

$$f_n = m\delta / \Delta t^2 \quad (10)$$

이 힘은 n 방향으로 가해져야 한다. 이 스정치를 식(6)에 대입하고 절점 질량을 소거하면 마찰이 없는 경우의 새로운 가속도를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$a_n = \delta / \Delta t^2 \quad (11)$$

$$a = \hat{a} + a_n n \quad (12)$$

(2) 접선 방향 운동의 처리

마찰은 강체면에 접촉하고 있는 변형 가능한 절점들의 접선 방향 운동을 방해한다. 단위 접선 벡터 s 는 바깥쪽 수직 단위 벡터 n 에 수직하므로 다음과 같이 표시된다. *

$$s = \begin{Bmatrix} -n_y \\ n_x \end{Bmatrix} \quad (13)$$

각 절점에 대하여 예측된 속도 \hat{v} 의 접선 성분 v_s 는 다음과 같이 계산된다.

$$v_s = s \cdot \hat{v} \quad (14)$$

이때 절점의 접선 속도를 상쇄하기 위하여 가해져야 하는 접선 방향 힘 f_s 는 다음과 같이 주어진다.

$$f_s = -mv_s / \Delta t \quad (15)$$

위에서 마이너스 부호는 이 힘이 운동을 방지하는 방향으로 가해져야 한다는 것을 나타낸다.

현재 두가지 마찰 방식을 사용할 수 있다. 즉, Coulomb 마찰 계수를 사용한 방법과 HONDO II⁽¹⁵⁾에서 사용된 속도에 영향을 받는 마찰 방식이 그것이다. 속도에 영향을 받는 마찰모델에서 마찰 계수는 다음과 같이 표시된다.

$$\mu = \mu_0 + (\mu_0 - \mu_\infty) e^{-\gamma v_s} \quad (16)$$

여기서 μ_0 와 μ_∞ 는 각각 저속과 고속 마찰 계수이고 γ 는 감소상수이다. 만일 γ 가 영이면 마찰계수는 μ_0 로 일정하다. 마찰계수는 영(마찰이 없는 경우)에서 무한대(고착된 경우) 사이의 값을 가질 수 있다. 반면 소성 항복이 수반된 접촉의 경우에 접선 방향의 힘 f_s 는 소성 항복에 의한 최대 전단응력 값을 초과하지 않으므로 마찰계수가 0.577(von Mises 항복 모델) 이상인 경우는 고착된 상태를 의미한다.

한편 각 절점에 가해진 접선 방향의 힘 f_s 는 최

대 마찰력을 초과할 수 없다. 이 구속 조건은 다음과 같이 표시된다.

$$f_t = \frac{f_s}{|f_s|} \min(\mu |f_n|, |f_s|) \quad (17)$$

식(17)에 식(10), 식(11)과 식(15)를 대입하고 절점 질량을 소거하면 다음식을 얻는다.

$$a_s = -\frac{v_s}{|v_s|} \min(\mu a_n |v_s| / \Delta t) \quad (18)$$

이상으로부터 절점의 최종 가속도는 다음과 같이 표시된다.

$$a = \hat{a} + a_n n + a_s s \quad (19)$$

3.2 변형체와 변형체의 면 접촉

이 접촉 알고리즘은 대변형과 고속 변형을 효과적으로 처리할 수 있도록 고안되었다. 두 접촉면 사이에 만족해야 할 기본 조건은 한면이 다른면을 침투할 수 없다는 것이다.

변형체와 변형체간의 접촉을 다루기 위하여 운동학적 양의 분배 방식을 사용하였다. 이 분배를 통하여 두 면 사이의 주종관계 정도를 조정할 수 있으며, 이때 계산된 결과들은 운동량 법칙을 만족한다. 변형체간 접촉시 접촉 알고리즘은 두번 수행된다. 먼저 한 면을 기본면으로 하여 계산을 수행하고 다음에 다른 한면을 기본면으로 취급하여 계산한다. 만약에 완전한 주종관계가 요구되면 이중 한 번은 수행되지 않는다. 본 절에서는 이중 한번의 수행에 대해서만 설명한다.

(1) 접촉면의 정의

NET에서 사용되는 면은 연속적으로 연결되어 있어야 한다. 면의 "안쪽"은 물질이 있는 쪽을 의미하고, 면의 "바깥쪽"에는 물질이 없다고 가정된다. 규칙상 면을 따라 움직일때 물질이 왼쪽에 있고, 바깥을 향하는 단위 벡터가 오른쪽에 있도록 면의 방향을 정의한다.

초기화 단계에서 접촉면의 형태에 대한 정보를 포함하는 절점 목록 데이터가 구축된다. 절점 목록 데이터는 면을 따라 각 절점이 나타나는 순서에 대한 표이다. 닫힌 면에서는 절점 갯수와 선분 갯수가 같고 열린 면인 경우에는 절점 갯수가 선분 갯수보다 하나 많다.

각 시간단계마다 모든 접촉면의 형상은 다시 계산된다. 이때 예상되는 형상은 접촉면에 가해지는

운동학적 구속 조건을 고려하지 않은 상태에서, 운동방정식을 적분하여 구한다. 이때 식(6), 식(7) 그리고 식(8)을 그대로 사용할 수 있다.

면을 구성하는 선분들의 바깥쪽 수직 벡터는 접촉 알고리즘에서 대단히 중요하다. 선분의 수직 벡터가 저장되어 있는 배열 $P(*, 2)$ 는 접촉면을 쉽게 추적할 수 있도록 하기 위하여 주어진 절점에 접속되어 있는 선분들을 쉽게 파악할 수 있는 구조로 만들어져 있다. 즉 절점 N 의 앞쪽 선분의 수직 벡터는 $P(N-1, 2)$ 이고 뒷쪽 선분의 수직 벡터는 $P(N, 2)$ 이다. 선분의 수직 벡터는 다음과 같이 계산된다.

$$N_i = \begin{Bmatrix} y_{i+1} - y_i \\ x_i - x_{i+1} \end{Bmatrix} \quad (20)$$

$$n_i = N_i / \sqrt{N_i \cdot N_i} \quad (21)$$

(2) 접촉면의 추적

접촉면의 추적은 각 종속절점에 대하여 접촉될 가능성이 있는 가장 가까운 기본 절점을 찾아내는 것으로 충분하다. 일단 가장 가까운 기본 절점이 결정되면 그 절점에 접속되어 있는 두 기본 선분중 어느것이 그 종속 절점을 접촉하고 있는가를 결정하면 된다. 종속 절점이 접촉을 하는지 그리고 어느 기본 선분과 접촉하는지에 대해서는 3.2절의

(3)에 자세히 설명되어 있다.

추적 알고리즘은 접촉면 처리의 비용과 능력을 좌우한다. 매 시간 증분때마다 모든 기본절점에 대하여 각각의 종속절점을 철저히 조사하는 방법은 계산시간이 대단히 많이 소요되므로 바람직하지 못하다. 따라서 추적 알고리즘에서는 약간의 절충과 독창성이 요구된다.

이 추적 알고리즘은 접촉면의 움직임에 대한 두 가지 기본적 가정에 기초를 두고 있다. 첫번째 가정은 종속 접촉점에 대해 공간적으로 가장 가까운 기본 절점이 면을 따라서도 종속 접촉점에 가장 가깝다는 것이다. 이런 가정하에 간단한 거리 계산만으로 각 종속 절점에 대하여 가장 가까운 기본 절점을 다음과 같이 찾을 수 있다.

$$d_i = \sqrt{(x_1 - x_s) \cdot (x_1 - x_s)} \quad (22)$$

여기서 d_i 는 종속 절점에 가장 가까운 기본 절점까지의 최소 거리이며, I 는 기본 절점, S 는 종속 절점을 표시한다. 두번째 가정은 일단 어느 시간에 주어진 종속 절점에 가장 가까운 기본 절점은

그다음 시간 증분후에도 가장 가까운 기본 절점 근처에 있다는 것이다. 즉 매 시간증분마다 시간 증분전와 가장 가까운 절점에서 시작하여 면을 따라 증가 또는 감소하는 방향으로 기본 절점이 다음 조건을 만족할 때까지 찾아가다.

$$d_{i-1} \geq d_i \leq d_{i+1} \quad (23)$$

여기서 절점목록의 처음과 끝은 연결되어 있다고 가정한다. NET의 추적 알고리즘은 대단히 간단하지만 대부분의 접촉 문제를 취급할 수 있다.

(3) 접촉의 결정

이 절에서는 각 종속절점이 접촉하는지의 여부를 어떻게 결정하는지에 대하여 설명한다. 일단 어느 종속 절점이 접촉하면 가장 가까운 기본 절점에 있는 기본 선분 두개중 어느 것인지 결정한다. 접촉 여부를 결정하는데 가장 먼저 해야할 일은 추적된 기본 절점에 연결된 기본 선분들을 그 종속 절점에 대하여 정렬하는 것이다. 이를 위해 Fig. 2에 나타낸 바와 같이 앞쪽과 뒷쪽 기본선분들의 위치좌표 x 와 국소깊이 δ 를 계산해야 한다.

$$\delta_p = n_{i-1} \cdot (x_1 - x_s) \quad (24)$$

$$x_p = s_{i-1} \cdot (x_1 - x_s) \quad (25)$$

$$\delta_a = n_i \cdot (x_1 - x_s) \quad (26)$$

$$x_p = s_i \cdot (x_s - x_1) \quad (27)$$

여기서 하첨자 p 와 a 는 각각 앞쪽과 뒷쪽을 의미한다. 만약 깊이 δ 가 양수이면 종속절점이 그 선분을 침투했음을 뜻하고, 위치 x 가 양수이면 종속절점이 그 선분쪽에 있음을 뜻한다.

접촉을 결정하는 이상적인 조건은 종속 절점이 접촉한 선분내에 있으며 침투하는 것이다. 유일한 예외의 경우는 기본 선분이 바깥 모서리를 형성하는 것이다. 이런 경우 단지 깊이와 위치만으로서 어느 기본 선분에 접촉하는지 여부를 결정하기는

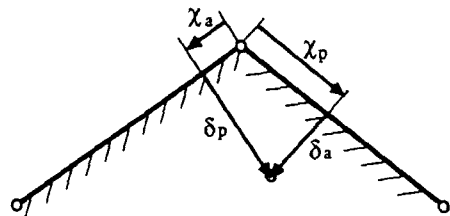


Fig. 2 Definition of local depth and position coordinates

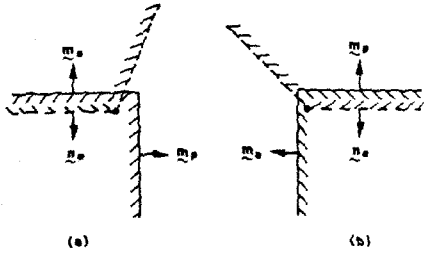


Fig. 3 Two cases of outside corner contacts

불가능하다. 이러한 바깥 모서리의 모호함을 처리하기 위하여 문체된 절점에 가까운 종속선분이 절점에 가까운 기본선분보다 먼 기본 선분에 더 강하게 접촉하는지 여부를 검토하여 만약 이것이 사실이면 가까운 선분보다 먼 선분의 침투를 계산한다. 앞쪽 선분이 가까운 선분이거나 또는 뒷쪽 선분이 가까운 선분일 경우의 각각에 대하여 조사하는 방법이 아래에 주어져 있다. 이러한 상황은 Fig. 3에 표시되어 있는데 이 그림에서 m 은 기본면에 대한 수직 벡터, n 은 종속면에 대한 수직 벡터를 표시한다.

$$n_p \cdot m_a \leq n_p \cdot m_p \quad (28)$$

$$n_a \cdot m_b \leq n_a \cdot m_a \quad (29)$$

(4) 수직 방향 운동의 처리

이 경우의 접촉 알고리즘은 3.1절의 (1)의 개념을 확장시켜 개발되었으며, 두 접촉면간의 접촉성을 향상시키기 위하여 분할된 운동학적 접근 방법을 사용한다. 이것은 각 접촉면들이 일정 시간 간격 $\beta \Delta t$ ($0 \leq \beta \leq 1$) 동안은 기본면으로 작용하고, 나머지 시간 간격 $(1-\beta)\Delta t$ 동안은 반대로 종속면으로 작용하는 것을 의미한다. 여기서 β 는 각 면들이 각각 기본 및 종속으로 작용하는 시간의 비율을 나타내는 분할계수이다. 먼저 $\beta \Delta t$ 동안 종속 절점

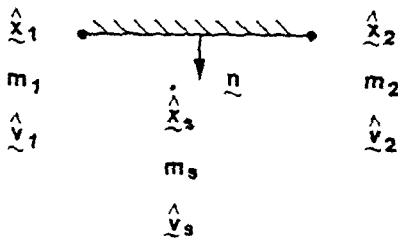


Fig. 4 Definition of master and slave node quantities for a contact

에 의하여 기본면에 가해진 침투력 f_p 를 계산해 보면 다음과 같이 표시된다.

$$f_p = \beta m_s / \Delta t^2 n \cdot (\hat{x}_s - \hat{x}_1) n \quad (30)$$

여기서 m_s 는 종속절점의 질량이고, \hat{x}_s 와 \hat{x}_1 은 각각 종속 절점과 앞쪽 기본 절점의 예상변위이다 (Fig. 4 참조).

다음에 침투력에 따른 기본면의 거동을 계산한다. 각 종속 절점의 거동은 기본 절점의 운동에 따라 제한을 받으므로 다음식이 성립한다.

$$a_{ns} = (1-\xi) a_{n1} + \xi a_{n2} \quad (31)$$

여기서 a_{ns} , a_{n1} , a_{n2} 는 각각 종속 절점, 앞쪽 기본절점, 뒷쪽 기본절점의 가속도이다. 이때 보간변수 ξ 는 다음과 같이 표시된다.

$$\xi = \frac{s \cdot (\hat{x}_s - \hat{x}_1)}{s \cdot (\hat{x}_2 - \hat{x}_1)} \quad (32)$$

식(31)은 각 기본 절점의 거동에 대하여 서로 연성되어 있으므로 침투력에 따른 각 기본절점의 가속도를 구하기 위하여 가상일의 원리를 적용하면 다음식을 얻을 수 있다.

$$\left(m_1 + \sum_s m_s \right) a_{n1} = \sum_s f_{s1} \quad (33)$$

여기서 서메이션(summation)은 접촉하고 있는 모든 종속절점에 대하여 적용된다. 식(33)에 대한 종속 절점의 질량 기여량 m_{s1} , m_{s2} 와 침투력 기여량 f_{s1} , f_{s2} 는 다음과 같이 주어진다.

$$m_{s1} = (1-\xi) m_s \quad (34)$$

$$m_{s2} = \xi m_s \quad (35)$$

$$f_{s1} = (1-\xi) f_p \quad (36)$$

$$f_{s2} = \xi f_p \quad (37)$$

기본 절점에 대한 가속도는 식(33)을 이용하여 구할 수 있고, 종속 절점의 가속도는 식(31)와 식(32)으로부터 구할 수 있다. 이상의 결과들을 정리하면 마찰이 없을때, 기본 절점 및 종속절점의 가속도는 각각 다음과 같이 표시된다.

$$a = \hat{a} + a_n \quad (38)$$

$$a = \hat{a} + a_n - f_p / m_s \quad (39)$$

(5) 접선 방향운동의 처리

접촉하고 있는 종속절점들의 접선방향 운동은 마

찰에 의하여 영향을 받는다. 기본면에 대하여 예상되는 종속절점의 접선방향 상대속도의 크기는 다음과 같이 표시할 수 있다(Fig. 4 참조).

$$v_s = s \cdot (\dot{v}_s - (1 - \xi)\dot{v}_1 - \xi\dot{v}_2) \quad (40)$$

접선방향의 속도를 상쇄시키기 위하여 종속 절점에 가해져야 하는 접선방향 힘 f_s 는 다음과 같이 주어진다.

$$f_s = -\beta m_s v_s / \Delta t \quad (41)$$

위에서 마이너스 부호는 이 힘이 운동을 방지하는 방향으로 가해져야 한다는 것을 나타낸다.

한편 기본면에 의하여 종속절점에 접선방향으로 가해지는 힘은 최대 마찰력을 초과할 수 없다. 이 구속 조건은 다음과 같이 표시된다.

$$f_t = \frac{f_s}{|f_s|} \min(\mu f_n, |f_s|) \quad (42)$$

여기서 f_n 은 수직 접촉력의 크기이며, 다음과 같이 표시된다.

$$f_n = m_s n \cdot (a_{ns} - f_p / m_s) \quad (43)$$

이 힘을 종속 절점에 가한 후 이것과 평형을 이루기 위한 기본 절점들의 힘을 계산하고, 적절한 절점절량으로 나누면 이들 각각의 절점에 대한 접선방향의 가속도를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$a_{s0} = f_t / m_s s \quad (44)$$

$$a_{s1} = -(1 - \xi)f_t / m_s s \quad (45)$$

$$a_{s2} = -\xi f_t / m_s s \quad (46)$$

가지막으로 접선방향의 가속도를 식(38)과 식(39)에 더하면 기본절점과 종속절점에 대한 일반적인 가속도를 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

$$a = \hat{a} + a_n + a_s \quad (47)$$

$$a = \hat{a} + a_n - f_p / m_s + a_s \quad (48)$$

4. 고속 압연 해석

대부분의 유한요소법을 이용한 압연의 연구는 저속 강소성재료, 고착마찰조건 그리고 압연롤이 강케일 경우에 한정되어 있다. 본 절에서는 3절에서 개안한 접촉알고리즘의 효율성을 확인하기에 적합한 변형체와 변형체간의 새로운 접촉면이 연속적으로 발생하는 고속압연 문제에 개발된 프로그램을

적용하였다.

마찰계수와 시편의 초기 이송속도에 따라 압연공정이 시작되는지 여부를 NET를 이용한 해석을 통하여 확인하였으며 변수를 변화시키면서 해석을 하여 공정 성립 조건을 결정하였다. 또한 재료의 가공경화 특성이 압연재의 최종 변형형상과 압연롤에 가해지는 힘 및 거동에 미치는 영향을 규명하였으며 정상상태 과정을 해석하기 위하여 길이가 긴 시편을 사용하여 해석을 수행하였다.

4.1 천이 과정 해석

본 절에서는 NET의 강점인 고속 변형의 천이 과정 해석에 중점을 두었으며, 해석 결과의 상호 비교를 쉽게 위하여 Lau 등⁽¹⁰⁾이 해석에 사용한 것과 같은 치수의 해석 모델을 사용하였다. 압연롤의 해석 모델은 원주 방향으로 100개의 요소를 반경 방향으로 2개의 요소를 사용하였고, 시편의 해석 모델은 압연 길이 방향으로 20개의 요소를 두께 방향으로 10개의 요소를 사용하였다. 해석에 사용된 격자 모델은 Fig. 5와 같다. 이차원 평면 변형으로 모델링하였으며, 상하 대칭을 가정하여 전체 모델 중 상반부에서만 해석을 수행하였다. 해석 모델의 크기는 압연롤 반경 50.8mm(2 inch), 시편 길이 31.75mm(1.25 inch) 그리고 시편의 높이는 15.875mm(0.625 inch)로 결정하였다.

해석에 사용된 재료 모델은 Tabel 1에 정리하였다. 압연롤은 탄성거동을 지닌 강(steel)으로, 시편은 탄소성 거동을 나타내는 알루미늄으로 모델링하였으며, 시편의 가공 경화 효과를 알아보기 위하여 가공 경화를 보이는 경우와 가공 경화를 보이지

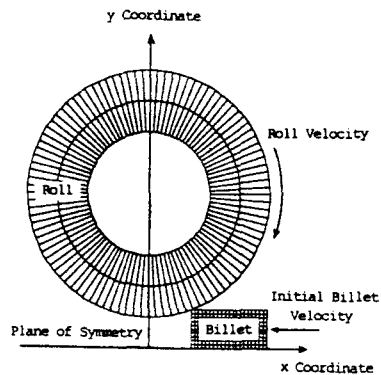


Fig. 5 Undeformed mesh for high speed rolling simulation

Table 1 Material model

Number	Material	Material model	Material coefficient	Workhardening
1 (Billet)	Aluminum	Elasto-plastic (Workhardening)	$\rho=2.7(g/cm^3)$ $E=76(GPa)$ $\nu=0.33$ $Y_0=99(MPa)$ $\epsilon_0=0.05$ $n=0.26$	$\frac{\bar{\sigma}}{Y_0} = \left(1 + \frac{\epsilon^p}{\epsilon_0}\right)^n$
		Elasto-perfectly plastic (Non workhardening)	$\rho=2.7(g/cm^3)$ $E=76(GPa)$ $\nu=0.33$ $Y_0=99(MPa)$	—
2 (Roll)	Steel	Elastic	$\rho=7.8(g/cm^3)$ $E=300(GPa)$ $\nu=0.29$	—

않는 경우 모두에 대하여 해석하였다. 이번 연구에서 쓰는 온도 및 변형률의 영향은 고려되지 않았다.

압연롤의 원주 속도가 30.5m/sec(각 속도 600rad/sec), 시편의 초기 이송속도(initial billet velocity)가 22.86m/sec와 3.05m/sec일때 마찰계수 $\mu=0.1 \sim 0.8$ 에 대하여 계산을 수행하였으며 압하율은 20%로 고정시켰다.

마찰계수가 0.3이고 시편의 초기 이송속도가 22.86m/sec인 비가공경화 재료를 고속압연할 때 시간에 따른 변형형상의 변화를 Fig. 6에서 볼 수 있다. 공정 초기에는 마찰력이 불충분하여 입구에서 압연롤과 시편간에 미끄러짐이 발생하는 것을 볼 수 있다. 또한 시간이 지남에 따라 서서히 시편이 압연롤 사이에 끼어들어 가면서 미끄러짐이 급격히

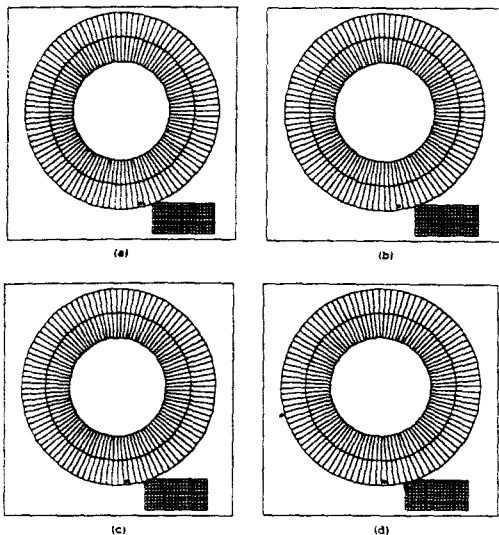


Fig. 6 High speed rolling : Deformed shape with $\mu=0.3$, initial specimen velocity=22.86m/sec and non-workhardening material. (a) 0.2msec, (b) 0.3msec, (c) 0.4msec, (d) 0.5msec

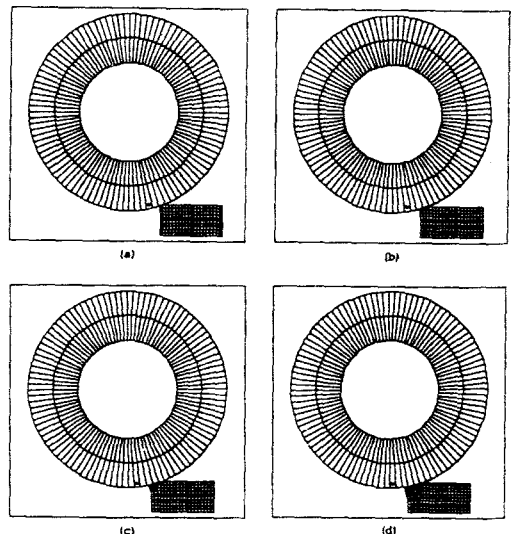


Fig. 7 High speed rolling : Deformed shape with $\mu=0.5$, initial specimen velocity=22.86m/sec and non-workhardening material. (a) 0.2msec, (b) 0.3msec, (c) 0.4msec, (d) 0.5msec

감소하여 공정이 성립되는 것을 볼 수 있다. 여기서 3절에서 제안한 변형체와 변형체 간의 마찰을 포함한 접촉알고리즘이 완벽하게 작동하는 것을 확인할 수 있다. 이러한 시편과 압연롤 사이의 미끄러짐이 많은 경우에 대한 유한요소법을 이용한 해석은 현재까지 거의 보고된 바가 없다.

Fig. 7은 위와 같은 조건이며 마찰계수가 0.5인 경우에 대한 결과를 나타낸다. Fig. 6에 비교해서 초기에 입구쪽에서 시편과 압연롤 사이에서의 미끄러짐이 감소함을 볼 수 있다. 또한 공정 성립이 훨씬 빨리 이루어짐을 볼 수 있다.

시편의 초기 이송속도가 같은 경우에도 마찰계수의 차이에 따라 시편과 압연롤의 상대적인 미끄러짐 양에 차이가 있음을 Fig. 8을 통하여 알 수 있다. 즉 마찰계수가 감소하면 공정성립이 가능하더라도 미끄러짐이 많아 정상상태에 도달하는데 시간이 많이 걸린다는 것을 알 수 있다.

고속 압연시 마찰계수 및 시편의 초기 이송 속도가 공정 성립에 어떠한 영향을 미치는가에 대해서는 연구 결과가 거의 없는 상황이지만 다른 모든 조건이 같을 경우, 마찰계수와 시편의 초기 이송 속도의 감소가 공정 성립을 방해하는 방향으로 작용할 것으로 생각된다. 기초적인 해석⁽¹⁰⁾에 의하면 Coulomb 마찰 계수가 0.378 이상일 경우가 공정이

Table 2 High Speed Rolling with Various Condition

Tangential roll velocity	Initial specimen velocity	Friction coefficient	Initiation of rolling process
30.5m/sec	22.86m/sec	0.1	No
		0.2	Yes
		0.5	Yes
		0.8	Yes
30.5m/sec	3.05m/sec	0.2	No
		0.3	Marginal
		0.35	Yes
		0.4	Yes
		0.5	Yes
		0.8	Yes

시작될 수 있는 조건이다. Table 2에 의하면 시편의 초기 이송 속도가 원주 속도에 비하여 늦어지면 공정이 성립되기 위한 마찰계수가 기초적 해석의 이론치에 근접함을 알 수 있다. 또한 시편의 초기 이송속도가 압연롤의 원주속도에 근접하는 경우에는 마찰계수가 0.2에서 0.8까지 변화하여도 시편의 압연롤에 대한 상대적인 위치 그리고 등가 소성 변형도 분포 등에서 거의 차이점을 발견할 수 없다. 즉 더 작은 마찰계수에서도 공정이 성립함을 알 수 있다. 그러나 실제 압연롤과 시편사이의 마찰계수는 대부분 0.1~0.2 정도의 값이므로 실제 공정에서는 공정초기에 시편끝을 경사지게 가공하거나 시편에 외부힘을 가하여 공정을 성립시키는 것은 잘 알려져 있는 바이다.

Fig. 9는 비 가공경화 재료와 가공경화 재료와의

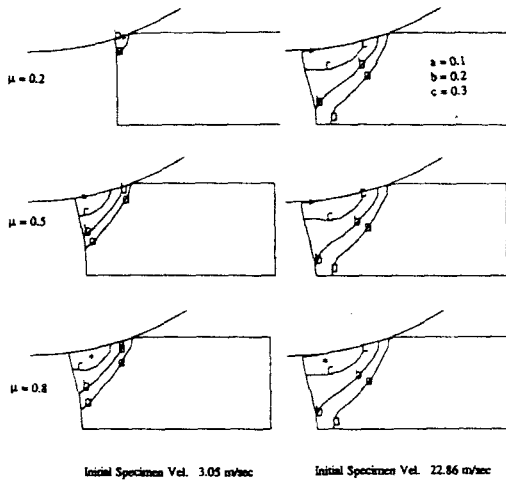


Fig. 8 High speed rolling: Contours of equivalent plastic strain with $\mu=0.2, 0.5$ and 0.8 and initial specimen velocity= 3.05m/sec , and 22.86m/sec after 0.5msec . All figures have the same reference position

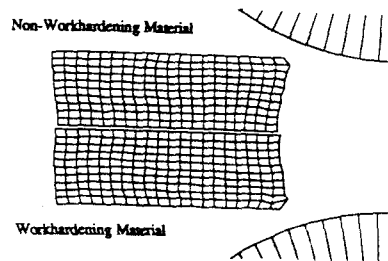


Fig. 9 High speed rolling: Deformed shape after 2.5msec with $\mu=0.5$, initial specimen velocity = 22.86m/sec and with and without workhardening. All figures have the same reference position

최종 변형 형상을 비교한 것이다. 시편 재료의 경화 지수가 시편 앞쪽의 립(lip) 형상 및 뒷쪽의 립 형상에 많은 변화를 준다는 보고⁽¹⁰⁾와 일치하는 것이다.

Fig. 10은 시편의 초기 이송 속도에 따른 최종 변형 형상을 비교한 것이다. 시편의 초기 이송 속도가 공정 성립 여부에 큰 영향을 주지만 일단 공정이 성립되면 최종 변형 형상에는 큰 영향을 주지 않는다는 사실을 Fig. 10에서 알 수 있다.

Fig. 11은 마찰 조건에 따른 등가 소성 변형도 분포의 차이를 나타낸다. 많은 논문^(3,9)에서 보고된 바와같이 마찰계수가 증가할수록 시편의 표면에 소성 변형이 집중된다는 사실을 Fig. 11을 통하여 확인할 수 있다.

Fig. 12는 시편의 최종 변형 형상에 대하여 Stahlberg 등⁽¹⁷⁾의 실험치와 ALPID⁽⁴⁾의 해석치 그리고 NET의 계산 결과를 비교하고 있다. 시편 뒷쪽의 립 형상은 실험치와 잘 일치하나 앞쪽의 립 형상은 다소 차이가 있다. 이것은 실험치가 실제 알루미늄 대신 모델링 재료(plasticine)를 사용하여 얻어진 결과이기 때문으로 생각되며, 전반적으로 NET의 해석 결과가 ALPID의 해석 결과보다 실험치에 근접한다.

다음은 압연공정이 진행되는 도중 압연롤에 미치는 접촉압력에 대한 결과이다. Fig. 13은 마찰계수 0.5, 초기 이송속도 22.86m/sec인 비가공경화 재료가 압연롤에 가하는 압력의 분포를 각 시간마다 나타낸 것이다. 시편이 입구쪽에서 들어옴에 따라 접촉 압력이 입구에 가까운 쪽에서 최대치가 발생하며 시편이 출구쪽으로 근접할 때까지는 접촉압력의 최대치가 계속 증가하나 최대치 위치에는 거의 변화가 없음을 알 수 있다. 그러나 시편이 출구쪽에 도달하면서 입구쪽에 한개의 최대치를 가지는 접촉압력 분포가 입구쪽과 출구쪽에 두개의 최대치를 가지는 분포로 변화되어 계속 유지됨을 볼 수 있다. 이러한 현상은 고전적인 해석에서는 보고되지 않았으나 실제 압력핀(pressure pin)을 이용한 실험 결과⁽¹⁸⁾에서는 관찰되고 있다. 또한 Fig. 13과 동일한 조건이고 가공 경화 재료를 사용하였을 때의 접촉압력의 시간에 따른 변화가 Fig. 14에 나타나 있다. 변형이 진행됨에 따라 접촉압력이 증가함을 볼 수 있다. 비가공경화 재료일 때의 압력치에 비해 약 50% 정도 높은 값을 나타냄을 볼 수 있다. 이것은 시편의 가공경화 때문에 발생하는 현상

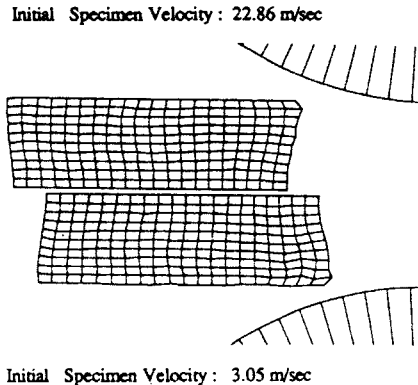


Fig. 10 High speed rolling : Deformed shape after 2.5msec with $\mu=0.5$, non-workhardening material and initial specimen velocity = 22.86m/sec and 3.05m/sec. All figures have the same reference position

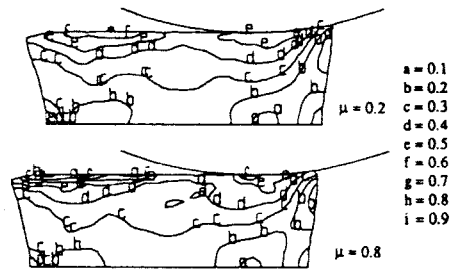


Fig. 11 High speed rolling : Contours of equivalent plastic strain after 1.7msec with initial specimen velocity = 22.86m/sec, non-workhardening material and $\mu=0.2$ and 0.8

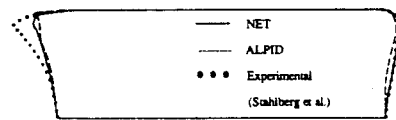


Fig. 12 High speed rolling : Final deformed shapes from NET calculation, ALPID calculation and experiment result

으로 Mori 등의 해석결과⁽⁵⁾와 잘 일치하고 있다. 접촉압력의 최대치가 나타나는 위치 및 갯수 등의 시간에 따른 변화는 비가공경화재료일 경우와 비교하여 크기만 다를 뿐 거의 유사함을 Fig. 13과 Fig. 14를 통하여 알 수 있다. 본 연구의 경우, 해석에 사용된 요소의 절대적인 갯수가 적어서 즉, 실제로 시편과 압연롤이 접촉하는 부분에는 압연롤

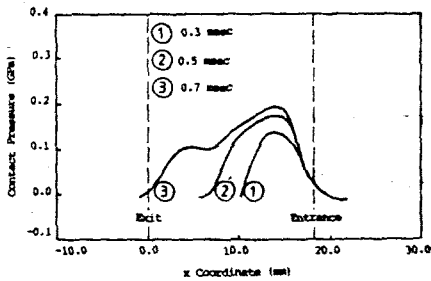


Fig. 13 High speed rolling: Distribution of roll pressure with $\mu=0.5$, initial specimen velocity=22.86m/sec and non-workhardening material after 0.3msec, 0.5msec and 0.7msec

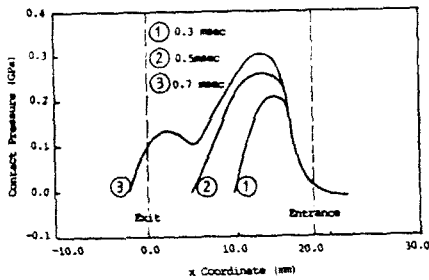


Fig. 14 High speed rolling: Distribution of roll pressure with $\mu=0.5$, initial specimen velocity=22.86m/sec and workhardening material after 0.3msec, 0.5msec and 0.7msec

에서 5개, 시편에서 7개 전후의 요소만이 사용되어 압연롤의 곡률 및 시편의 변형형상 등을 포함한 정확한 정량적인 비교에는 무리가 있다고 생각된다. 좀더 많은 요소 개수를 사용하여 압연롤에 미치는 압력 및 압연롤의 변형 등을 규명하기 위한 연구가 현재 진행 중이다⁽¹⁹⁾.

4.2 정상 상태 해석

압연 롤의 해석 모델은 4.1절에서 사용한 것과 같으며 시편의 해석 모델은 정상 상태가 쉽게 나타날 수 있도록 시편의 높이는 그대로 두고 시편의 길이만 두배로 증가시켰으며, 압연 길이 방향으로 40개의 요소를 두께 방향으로 10개의 요소를 사용하였다.

Fig. 15는 마찰 조건에 따른 등가 소성 변형도 분포의 차이를 나타낸다. 앞, 뒷쪽의 천이 구역을 제외하면 대부분의 영역에서 정상 상태를 유지하고 있는 것을 알 수 있다. Fig. 11에서와 마찬가지로 마찰계수가 증가할수록 시편의 표면에 소성변형이

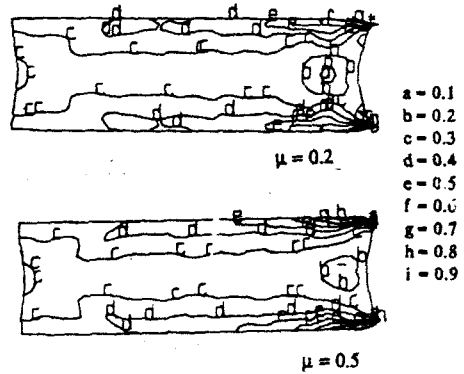


Fig. 15 High speed rolling: Contours of equivalent plastic strain of long specimen with initial specimen velocity=22.86m/sec, non-workhardening material and $\mu=0.2$ and 0.5

집중된다는 사실을 Fig. 15에서도 확인할 수 있다.

5. 결 론

엑스플리시트 시간적분 유한요소 코드 NET에 저자들에 의하여 개발된 변형체와 변형체간의 접촉 알고리즘을 정착하고 이를 고속압연 공정에 적용한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 압연롤과 시편간의 상대적 미끄러짐이 많은 경우의 고속압연 공정을 성공적으로 수행하였다.
- (2) 변형체와 변형체간의 마찰을 포함한 접촉알고리즘이 제대로 작동하는 것을 확인하였다.
- (3) 마찰계수와 시편의 초기 이송속도 등 공정 변수의 변화에 따른 공정성립 여부를 규명하였다.
- (4) 압연롤과 시편사이에 작용하는 접촉압력의 분포가 두 개의 최대치를 가지고 있음을 확인하였다.

(5) 마찰계수가 증가할수록 시편의 표면에 소성 변형이 집중된다는 사실을 밝혔다.

또한 압연롤의 크기 및 압하율의 변화등도 고속 압연 공정에 큰 영향을 줄 것으로 사료된다. 본 논문에서는 2차원적인 평면변형을 가정하였으나 실제적인 공정에 적용하려면 3차원 엑스플리시트 시간 적분 유한요소 코드의 도입이 불가피하다고 생각된다. 또한 시편의 온도가 상당히 고온일 경우 시편의 온도상승에 따른 구성식 관련 데이터를 실험을 통하여 확보하는 일 또한 대단히 중요하리라 생각된다.

참 고 문 헌

- (1) Kabayashi, S., Oh, S.I. and Altan, T., 1989, "Metal Forming and the Finite-Element Method," Oxford University Press, New York
- (2) Kato, K., 1986, "Analysis of Rolling by the Energy Method," Journal of the JSTP, Vol.27, No.300, pp. 97 ~ 104.
- (3) Li, G.J. and Kobayashi, S., 1982, "Rigid-Plastic Finite Element Analysis of Plane Strain Rolling," J. Engrg. for Industry, Trans. ASME, Vol.104, p.55.
- (4) Hwang, S.M. and Kobayashi, S., 1984, "Preform Design in Plane-Strain Rolling by the Finite-Element Method," Int. J. Mech. Sci., Vol.24, p. 519.
- (5) Mori, K., Osakada, K. and Oda, T., 1982, "Simulation of Plane-Strain Rolling by the Rigid-Plastic Finite Element Method," Int. J. Mech. Sci., Vol.24, p. 227.
- (6) Dawson, P.R., 1984, "A Model for the Hot or Warm Forming of Metals with Special Use of Deformation Mechanism Maps," Int. J. Mech. Sci., Vol.26, p. 227.
- (7) Thompson, E.G. and Berman, H.M., 1984, "Steady-State Analysis of Elasto-Viscoplastic Flow during Rolling," Numerical Analysis of Forming Processes (Edited by Pittman, J.F.T. et al.), p. 269, John Wiley, New York.
- (8) Li, G.J. and Kobayashi, S., 1982, "Spread Analysis in Rolling by the Rigid-Plastic Finite Element Method," Numerical Methods in Industrial Forming Processes (Edited by Pittman, J.F.T. et al.), p. 777, Pineridge Press, Swansea.
- (9) Mori, K. and Osakada, K., 1984, "Simulation of Three-Dimensional Deformation in Rolling by the Finite Element Method," Int. J. Mech. Sci., Vol.26, p. 515.
- (10) Lau, A.C.W., Shivpuri, R. and Chou, P.C., 1989, "An Explicit Time Integration Elastic-Plastic Finite Element Algorithm for Analysis of High Speed Rolling," Int. J. Mech. Sci., Vol.31, p. 483.
- (11) 유요한, 정동택, 1991년, "엑스플리시트 시간 적분 유한 요소법을 이용한 고속 성형 해석(I) : 마찰 및 관성 효과", 대한기계학회논문집, 제15권, 제1호, pp. 1~10.
- (12) Flanagan, D.P. and Belytschko, T., 1984, "Eigenvalues and Stable Time Steps for the Uniform Strain Hexahedron and Quadrilateral," J. Appl. Mech., 84-APM-5, Transactions of the ASME.
- (13) Dienes, J.K., 1979, "On the Analysis of Rotation and Stress Rate in Deforming Bodies," Acta Mechanica, Vol.32, pp. 217~232.
- (14) Flanagan, D.P. and Belytschko, T., 1981, "A Uniform Strain Hexahedron and Quadrilateral with Orthogonal Hourglass Control," Int. J. Numer. Mech. Eng., Vol.17, pp. 679~706.
- (15) Key, S.M., Beisinger, Z.E. and Krieg, R.D., 1978, "HONDO II-A Finite Element Computer Program for the Large Deformation Dynamic Response of Axisymmetric Solids," SAND 78-0422, Sandia National Laboratories.
- (16) Lange, K., 1985, "Handbook of Metal Forming," McGraw-Hill, p. 124.
- (17) Stahlberg, U. and Goranson, A., 1985, "Front and Back End Crop-Losses in Slab Ingot Rolling," J. Mech. Work. Tech., Vol.12, p. 215.
- (18) Al-Salehi, F.A., et al., 1973, "An Experimental Determination for the Roll Pressure Distributions in Cold Rolling," Int. J. Mech. Sci., Vol.15, p. 693.
- (19) 유요한, 정동택, 1991, "고속 압연시 공정 변수의 영향에 관한 수치적 연구", 논문 준비중.