

〈論 文〉

두 대의 로봇의 근사 최소시간 제어를 위한 충돌회피 궤적 계획

이등수* · 정낙영** · 서일홍*** · 최동훈**** · 유 준*****

(1991년 3월 19일 접수)

Near-Minimum Time Trajectory Planning of Two Robots with Collision Avoidance

Dong Soo Lee, Nak Young Chong, Il Hong Suh, Dong Hoon Choi, and Joon Lyou

Key Words : Minimum Time Trajectory Planning(최소시간 궤적계획), Motion Priority(동작 우선도), Phase Trajectory(상계적), Velocity Control Interval(속도 조절 구간), Collision Avoidance(충돌 회피), Minimum Distance(최단 거리)

Abstract

A collision-free trajectory planning of two robots in near-minimum time along the specified paths is proposed in a common workspace. One of two robots is chosen as the master and the other the slave by their motion priority. Minimum time trajectory planning suggested by Shin and McKay is applied to the master so that it moves along the specified path in the minimum time subject to input torque/force constraints. For the slave, the concept of velocity control interval is introduced and an algorithm is developed to control the velocity of the slave so that it avoids the collision with the master and moves along its specified path in near-minimum time subject to input torque/force constraints. The validity is illustrated by applying the proposed algorithm to two-link planar robots.

기 호 설 명			
C	: 원심력과 Coriolis 힘을 나타내는 행렬	I_c	: 속도 조절 구간 상수
C_{Ponit}	: 충돌점	J	: 관성 행렬
d	: 로봇 사이의 거리 함수	n	: 로봇의 링크수
d_{min}	: 충돌 회피를 위하여 지정된 로봇 사이의 허용 최단 거리	q^i	: 로봇의 i 번째 관절각
G_i	: 관절 i 에 작용하는 중력	\dot{q}^i, \ddot{q}^i	: 로봇의 i 번째 관절의 각속도 및 각 가속도
		R	: 마찰 행렬
		U^i	: 관절 i 에서의 구동기의 토크
		U^i_{max}, U^i_{min}	: i 번째 구동기에 부가할 수 있는 최대 및 최소 토크
		VCI	: 속도 조절 구간
		λ	: 경로를 나타내는 거리 변수
		μ	: 시간에 대한 λ 의 일차 도함수
		$\dot{\mu}$: 시간에 대한 λ 의 이차 도함수

* 삼성항공(주) 산기개발팀

** 정회원, 한양대학교 대학원 기계설계학과

*** 한양대학교 전자공학과

**** 정회원, 한양대학교 기계설계학과

***** 충남대학교 전자공학과

1. 서 론

최근에 들어와서 생산성의 향상을 꾀하기 위하여 로봇에 대한 최소시간 제어 문제가 새롭게 대두되고 있는데 여러 대의 로봇이 동일작업공간 내에서 동시에 운용되는 경우에는 전체 로봇 시스템에 대한 동시 제어가 각각의 로봇의 작동 휴지시간(idle time)을 최소화한다는 점에서 가장 중요한 문제이다. 단일 로봇에 대한 최소 시간 제어 문제는 현재 많은 연구자들에 의하여 연구가 진행되고 있는데^(1-5,11-13), Rajan⁽¹⁾과 Dubowsky 등⁽²⁾은 로봇이 움직일 수 있는 여러가지 경로를 탐색하여 최소 시간해의 경로를 찾는 알고리즘을 제안하였으며 Sahar와 Hollerbach⁽³⁾는 최소 시간 경로계획을 위하여 모자이크식의 상태 공간을 이용하여 다이나믹 프로그래밍 기법을 적용하여 해결하고자 했다. 또, 로봇의 제어 문제는 일반적으로 오프라인의 경로 및 제적 계획과 온라인의 경로 추종으로 구분하는데 최근에는 최적 제어의 노력을 경로 및 제적 계획 단계에서 행하는 방식이 많은 관심을 모으고 있다. 그 대표적인 예로 Shin과 McKay⁽⁴⁾와 Bobrow 등⁽⁵⁾은 직교좌표공간과 관절공간에서 상평면(phase plane) 기법을 이용하여 로봇이 지정된 경로를 최소시간으로 주행하기 위한 알고리즘을 제안하였고, 국내에서도 Kim 등⁽¹³⁾이 스플라인 곡선으로 표현된 경로를 최소시간으로 주행하는데 필요한 제적과 관절속도 및 토크 변화량 등에 관한 논문을 발표한다.

하지만, 두 대 이상의 로봇이 공동 작업장에서 동시에 동작될 때 한 로봇은 다른 로봇들에 대하여 상호 충돌회피라는 면에서 장애물로 간주된다. 즉, 주어진 작업에 대해 최소 시간을 보장하기 위해서는 모든 로봇들을 동시에 작동시켜야 되는데, 이런 경우 로봇들간의 충돌회피를 위한 적절한 운동계획이 우선적으로 이루어져야만 한다⁽⁶⁻¹⁰⁾.

따라서, 본 논문에서는 동일 작업 공간내에서 두 대의 로봇이 각각의 토크의 제한 조건과 충돌 회피 조건을 만족하면서 근사 최소 시간에 지정된 경로를 주행하기 위한 제적 계획법을 제안하고자 한다. 이때, 동작 우선도에 의하여 한 대의 로봇은 주 로봇, 다른 한 대의 로봇은 종 로봇으로 지정되는데 주 로봇은 입력 토크의 제한조건을 만족하며 주어진 경로를 최소 시간에 움직이도록 제적 계획을 하

였으며, 종 로봇은 주 로봇과의 충돌을 피하고 입력 토크의 제한 조건을 만족하며 주어진 경로를 근사 최소 시간에 움직이도록 하였다.

2. 본 론

2.1 지배 방정식 및 제한 조건식 설정

(1) 지배 방정식의 설정

동적 특성을 갖는 로봇의 운동 방정식은 여러가지 방법에 의하여 얻을 수 있다. 그러나, 본 논문에서는 로봇 제어문제를 다루기 쉬운 라그랑지(Lagrange)형 방정식을 채택하기로 한다. n 개의 자유도를 갖는 로봇의 라그랑지형 운동 방정식은 Einstein 합규약을 사용하여 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$U_i = J_{ij}(q) \ddot{q}^j + R_{ij}(q) \dot{q}^j + C_{ijk}(q) \dot{q}^j \dot{q}^k + G_i(q) \quad (1)$$

여기서, U_i 는 관절 i 에 주어지는 압력 토크, q 는 관절각 벡터, J_{ij} 는 관성 행렬, R_{ij} 는 점성마찰 행렬, C_{ijk} 는 코리올리힘 성분, G_i 는 관절 i 에서의 중력이며, 첨자 i, j, k 는 1부터 n 까지를 나타낸다.

직교 좌표계에서 주어진 로봇의 경로는 관절 좌표계로 변환될 수 있으며 변환된 로봇의 경로는 경로를 나타내는 거리 변수 λ 에 의하여 다음과 같이 n 개의 함수의 형태로 표현될 수 있다.

$$q^i = f^i(\lambda), \quad 0 \leq \lambda \leq \lambda_{\max} \quad (2)$$

또한, 식(2)의 시간에 대한 일차 미분값과 이차 미분값은 다음과 같다.

$$\dot{q}^i = \frac{df^i}{d\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{dt} = \frac{df^i}{d\lambda} \dot{\lambda} = \frac{df^i}{d\lambda} \mu \quad (3)$$

$$\ddot{q}^i = \frac{d^2 f^i}{d\lambda^2} \mu + \frac{df^i}{d\lambda} \dot{\mu} \quad (4)$$

여기서, $\dot{\lambda} \equiv \mu$ 이다.

식(2), (3)과 식(4)를 식(1)에 대입하면 지정된 경로를 따라 움직이는 로봇의 운동 방정식은 다음과 같이 변환될 수 있다.

$$\dot{\lambda} = \mu \quad (5a)$$

$$U_i = J_{ij}(\lambda) \frac{df^j}{d\lambda} \dot{\mu} + J_{ij}(\lambda) \frac{d^2 f^j}{d\lambda^2} \mu^2 + G_i(\lambda) + R_{ij}(\lambda) \frac{df^j}{d\lambda} \mu + C_{ijk}(\lambda) \frac{df^j}{d\lambda} \frac{df^k}{d\lambda} \mu^2 \quad (5b)$$

이와 같은 변환 과정으로 부터 2개의 상태 변수 λ 와 μ 가 만족시켜야 하는 $n+1$ 개의 방정식을 얻

을 수 있다. 여기서 방정식 $\lambda = \mu$ 와 n 개의 방정식 중 임의의 하나를 선택하여 상태 방정식으로 하고 나머지 $n-1$ 개의 방정식을 입력과 $\dot{\mu}$ 에 대한 제한 조건으로 설정할 수 있으나, 변수화된 n 개의 운동 방정식에 $df^i/d\lambda$ 를 곱하여 i 에 대하여 더하면 다음과 같은 합성된 미분방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 U_i \frac{df^i}{d\lambda} &= J_{i0}(\lambda) \frac{df^i}{d\lambda} \frac{df^j}{d\lambda} \dot{\mu} + J_{i0}(\lambda) \frac{df^i}{d\lambda} \frac{d^2 f^j}{d\lambda^2} \mu^2 \\
 &+ R_{ij} \frac{df^i}{d\lambda} \frac{df^j}{d\lambda} \mu + C_{ijk}(\lambda) \frac{df^i}{d\lambda} \frac{df^j}{d\lambda} \frac{df^k}{d\lambda} \mu^2 \\
 &+ G_i(\lambda) \frac{df^i}{d\lambda}
 \end{aligned} \quad (6)$$

식(6)에서 $\dot{\mu}$ 의 계수항은 이차 함수로 구성되어 있다. 만약 경로가 부드러운 곡선으로 주어졌다면 일차 도함수들은 동시에 없어지지 않으며, 관성 행렬은 항상 양의 값을 가지므로 방정식은 μ 의 양의 계수로 나눌 수 있다. 이러한 수식화 과정으로 부터 2개의 상태 방정식과 원래의 n 개 운동 방정식을 입력과 $\dot{\mu}$ 의 제한 조건으로 설정할 수 있다. 따라서 상태 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\lambda = \mu \quad (7a)$$

$$\begin{aligned}
 \dot{\mu} &= \frac{1}{J_{i0}(\lambda) \frac{df^i}{d\lambda} \frac{df^j}{d\lambda}} \left[U_i \frac{df^i}{d\lambda} - J_{i0}(\lambda) \frac{df^i}{d\lambda} \frac{d^2 f^j}{d\lambda^2} \mu^2 \right. \\
 &\quad \left. - R_{ij} \frac{df^i}{d\lambda} \frac{df^j}{d\lambda} \mu - C_{ijk}(\lambda) \frac{df^i}{d\lambda} \frac{df^j}{d\lambda} \frac{df^k}{d\lambda} \mu^2 \right. \\
 &\quad \left. - G_i(\lambda) \frac{df^i}{d\lambda} \right]
 \end{aligned} \quad (7b)$$

(2) 제한 조건식의 설정

보통의 구동기는 일정 제한범위의 토크를 가진다. 즉, $U^i_{\min} \leq U^i \leq U^i_{\max}$ 이다. 그러므로 식(5b)를 이 제한범위에 대입하면 다음과 같다.

$$U^i_{\min} \leq M_i \dot{\mu} + Q_i \mu + R_i \mu + S_i \leq U^i_{\max} \quad (8)$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 M_i &= J_{i0}(\lambda) \frac{df^i}{d\lambda} \\
 Q_i &= J_{i0}(\lambda) \frac{d^2 f^j}{d\lambda^2} + C_{ijk}(\lambda) \frac{df^j}{d\lambda} \frac{df^k}{d\lambda} \\
 R_i &= R_{ij} \frac{df^j}{d\lambda} \\
 S_i &= G_i(\lambda)
 \end{aligned}$$

이다. 식(8)에서 M_i 가 0이 아니라고 가정하면 구동 토크에 대한 제한 조건은 다음과 같은 $\dot{\mu}$ 에 대

한 제한 조건으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \frac{U^i_{\min} - Q_i \mu^2 - R_i \mu - S_i}{|M_i|} &\leq \text{sgn}(M_i) \dot{\mu} \\
 &\leq \frac{U^i_{\max} - Q_i \mu^2 - R_i \mu - S_i}{|M_i|}
 \end{aligned} \quad (9)$$

또는

$$LB_i \leq \dot{\mu} \leq UB_i$$

여기서,

$$LB_i = \frac{U^i_{\min}(M_i > 0) + U^i_{\max}(M_i < 0) - (Q_i \mu^2 + R_i \mu + S_i)}{M_i}$$

$$UB_i = \frac{U^i_{\max}(M_i > 0) + U^i_{\min}(M_i < 0) - (Q_i \mu^2 + R_i \mu + S_i)}{M_i}$$

로 나타낼 수 있다. 이때 M_i 가 0보다 크다면 $\text{sgn}(M_i)=1$ 이고 M_i 가 0보다 작다면 $\text{sgn}(M_i)=-1$ 이다. 그리고 M_i 가 0보다 크다면 $(M_i > 0)=1$ 이고 $(M_i < 0)=0$ 이며, M_i 가 0보다 작다면 $(M_i > 0)=0$ 이고 $(M_i < 0)=1$ 이다.

식(9)에서 $\dot{\mu}$ 가 존재 가능한 영역은 다음의 조건을 만족하여야 한다.

$$UB_i - LB_i \geq 0 \quad (10)$$

또한 μ 가 0보다 작다면, 즉 $\mu = d\lambda/dt < 0$ 이면 로봇은 궤적의 역방향으로 주행하게 되어 작업 시간의 손실을 가져올 수 있으므로 μ 는 양의 값을 가져야 한다.

$$\mu \geq 0 \quad (11)$$

따라서 식(10)과 (11)로 부터 μ 가 존재 가능한 영역을 구할 수 있다. 또 식(9)는 다음과 같이 상 궤적(phase trajectory)의 기울기에 대한 제한 조건으로 변환될 수 있다. 상 궤적의 기울기 $d\mu/d\lambda$ 는

$$d\mu/d\lambda = (d\mu/dt)/(d\lambda/dt) = \dot{\mu}/\mu \quad (12)$$

로 변환되므로 상 궤적의 기울기에 대한 제한 조건은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(LB_i/\mu) \leq (\dot{\mu}/\mu) \leq (UB_i/\mu) \quad (13)$$

2.2 주 로봇의 최소 시간 궤적 계획

주어진 경로를 따라 시점에서 종점까지 주행하는 단일 로봇에 대한 최소 시간 제어는 다음과 같이

요약할 수 있다.

(문제 1) 목적 함수 식(14)가 제한 조건식(15)와 경계 조건식(16)하에서 최소화될 수 있는 토크와 제적을 구하라.

$$\text{최소화 } T = \int_0^{t_f} dt = \int_0^{\lambda_{max}} \frac{1}{\mu} d\lambda \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \text{제한조건} & \text{식(7a), (7b), (10), (11), (13),} \\ & 0 \leq \lambda \leq \lambda_{max} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \text{경계조건} & \mu(0) = \mu_0, \mu(t_f) = \mu_f, \\ & \lambda(0) = 0, \lambda(t_f) = \lambda_{max} \end{aligned} \quad (16)$$

상기 문제의 해를 구하기 위하여 최근 Shin과 Mckay⁽⁴⁾가 제안한 단일 로봇의 최적 시간 제적 계획법을 적용하기로 한다.

2.3 충돌 회피 제한 조건

두 로봇의 첨단부(end-effector)가 주어진 경로를 따라 주행하는 경우 로봇의 첨단부가 제적상의 임의의 위치에 도달하였을 때 로봇의 각 링크들에 의하여 점유되는 공간을 소공간이라 하고, 로봇의 첨단부가 경로상의 시점으로부터 종점까지 주행할 때 로봇의 각 링크들에 의하여 점유될 수 있는 모든 공간을 대공간이라 하자. 임의의 시간 t 에서 로봇 A 에 의하여 점유되는 소공간을 M 이라 하고, 로봇 B 가 점유할 수 있는 대공간을 S 라 한다면 다음 조건을 만족하는 경우 충돌이 회피되었다고 생각할 수 있다.

$$d(M, S) \geq d_{min} \quad (17)$$

여기서

$$d(M, S) = \min_{x \in M} d(x, S) \quad (18)$$

식(18)은 로봇 A 의 링크상의 점 x 와 로봇 B 의 링크상의 모든 점들간의 거리중 최단 거리를 나타내며, d_{min} 은 충돌 회피를 위하여 주어진 허용 최단 거리이다. 여기서 $d(M, S) = d_{min}$ 을 만족하는 로봇 B 의 소공간을 S_1 과 S_2 라 할 때, 로봇 B 의 소공간 S_1 과 S_2 의 경로상의 위치를 P_1 과 P_2 , 로봇 A 의 소공간 M 의 경로상의 위치를 Q 라 한다면 P_1 과 P_2 는 로봇 A 의 소공간 M 에 대하여 로봇 B 의 경로중 충돌을 유발하는 경로상의 시점 및 종점을 나타낸다(Fig. 1). 이 충돌구간 즉, $\lambda^1 = Q$ 일 때 $\lambda^2 \in [P_1, P_2]$ 인 구간은 Fig. 2에서와 같이 코디네이션

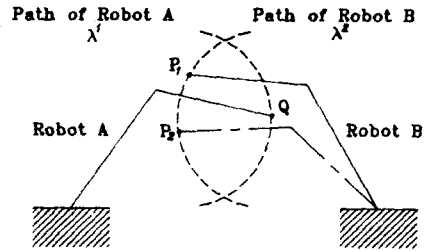


Fig. 1 Collision interval in a common workspace

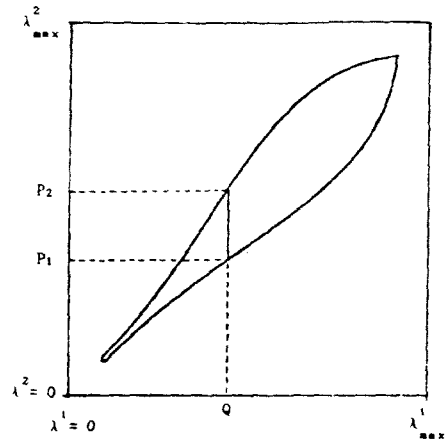


Fig. 2 Coordination chart

차트(coordination chart)에서 충돌 영역의 한 부분으로 나타낼 수 있다.

여기서, 로봇 A 를 주로봇이라 하고 로봇 B 를 종로봇이라 할 때 P_1 을 충돌점(C point)이라 하며, 임의의 시간 t 에서 종로봇의 첨단부의 경로상의 위치 $\lambda^2(t)$ 가 충돌점의 위치 $C \text{ point}(t)$ 를 초과한다면 충돌이 일어난다. 그러므로 충돌회피 제한조건은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\lambda^2(t) - C \text{ point}(t) \leq 0 \quad (19)$$

2.4 종 로봇의 근사 최소 시간 제적 계획

두 로봇이 각각 주어진 경로를 따라 움직이는 경우에 작업 시간의 단축을 위한 종 로봇의 제적 계획은 다음과 같은 형태로 분류할 수 있다.

방식 1 : 초기 시간 지연법.

방식 2 : 주 로봇의 최소 시간 제적 계획인 문제 1에 충돌회피 제한조건을 첨가하여 최적화 기법을 적용하여 제적 계획하는 방법.

방식 3 : 속도 변경을 통하여 충돌을 회피하고 작

업 시간을 줄이도록 경로 계획하는 방법.

방식1은 주 로봇의 최소 시간 궤적계획을 종 로봇에 동일하게 적용하되 작업도중 충돌이 발생하지 않도록 종 로봇의 출발시간을 지연하는 방법이며, 방식2는 전체 작업시간의 최소화라는 면에서 해를 줄 수 있지만 종 로봇의 전 궤적에 대한 최적화기법의 적용은 설계변수와 제한 조건의 증가로 인하여 문제 해결에 많은 어려움을 가지고 있다. 방식3은 작업시간을 단축하며 충돌을 회피하기 위한 최적의 속도변경 방법을 필요로 한다.

본 논문에서는 주 로봇의 최소시간 궤적계획을 종 로봇에 적용하되 임의의 시간 t 에서 충돌이 발생하였을 때 최단 시간에 충돌을 회피할 수 있는 속도 조절 구간을 정하고, 작업 시간의 단축을 위하여 시간 t 에서의 종 로봇의 위치를 충돌점의 위치까지 도달하도록 속도 조절 구간 동안 종 로봇의 궤적을 수정하는 속도 변경방법(방식3)을 적용하기로 한다.

(1) 속도 조절 구간(VCI)의 결정

두 로봇이 그들의 경로를 따라 주행하는 중 임의의 시간 t 에서 충돌이 일어났다고 가정하기로 한다. 이 때 시간 t 에서의 충돌을 회피할 수 있도록 종 로봇의 속도를 변경할 속도 조절 구간(VCI)은 다음과 같은 단계로부터 결정될 수 있다.

- 단계 1. 충돌이 발생한 시간 t 에서의 충돌 점을 구한다.
 $Ic=1$ 로 설정한다.
- 단계 2. 시간 $T=t-Ic \Delta T$ 부터 충돌이 발생한 시간 t 까지 최대 감속도로 주행한 종 로봇의 위치 $\lambda(t)$ 를 구한다. 여기서 ΔT 는 미소 시간 간격이며 Ic 는 카운터의 역할을 하는 속도 조절 구간 상수이다.
- 단계 3. 단계 2에서 구한 $\lambda(t)$ 가 충돌점보다 작다면 작업은 여기서 끝나게 되며 $VCI=t-Ic \Delta t$ 이다.
- 단계 4. 만약 단계 2에서 구한 $\lambda(t)$ 가 충돌점을 초과한다면, $Ic=Ic+1$ 로 하여 단계 2로 같다.

이상과 같이 구한 속도조절 구간은 이 구간동안 종 로봇이 최대 감속도로 주행하므로 시간 t 에서의 충돌회피를 위한 최단 시간임을 알 수 있다.

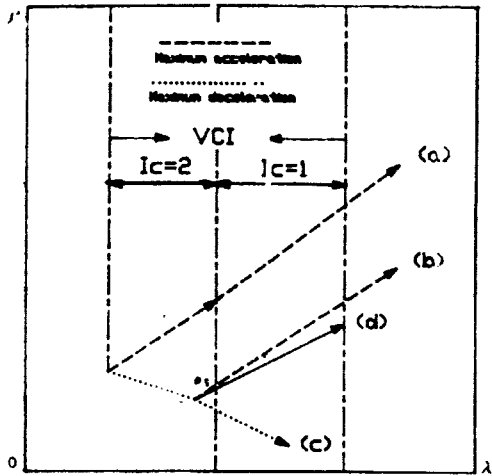
(2) 종 로봇의 궤적 계획법

종 로봇은 주 로봇의 최소시간 궤적계획을 적용하되 충돌이 발생하였을 때 앞에서 결정한 속도조절 구간을 이용하여 다음과 같은 절차로 종 로봇의 궤적을 수정한다.

- 단계 1. 속도 조절 구간 상수(Ic)를 구한다.
- 단계 2. 속도 조절 구간동안 종 로봇을 최대감속도로 주행시킨다.
- 단계 3. 단계 2에서 주행한 거리가 충돌점과 일치한다면 종 로봇은 속도 조절구간동안 최대 감속도로 주행하며 궤적 수정 작업은 여기서 끝나게 된다. 단계 2에서 주행한 거리가 충돌점의 위치에 도달하지 않았다면 종 로봇은 속도 조절 구간의 마지막 구간을 제외한 모든 구간에서는 최대 감속도로 주행하되 마지막 구간에서는 입력 토크의 제한범위 내에서의 토크 조정으로 종 로봇이 충돌점에 도달하는 토크를 탐색한다.
- 단계 4. 토크 조정 구간에서의 토크 조정으로 종 로봇이 충돌점의 위치까지 도달할 수 있다면 속도 조절 구간동안의 종 로봇의 궤적은 토크 조정 구간전까지의 최대 감속도 주행과 토크 조정 구간에서의 충돌점에 도달하도록 하는 토크 조정에 의한 주행으로 이루어지며 궤적 수정 작업은 여기서 끝난다.
- 단계 5. 만일 토크 조정 구간에서 최대 감속도 주행하여 충돌점에 도달하지 않으면 토크 조정 구간을 현재의 토크 조정 구간보다 1구간 앞으로 설정하고 이 구간에서 입력 토크의 제한범위내에서의 토크 조정과 토크 조정구간 이후의 최대가속도 주행으로 종 로봇이 충돌점의 위치에 도달하게 하는 토크 조정 구간에서의 토크를 탐색하여 단계 4로 간다.

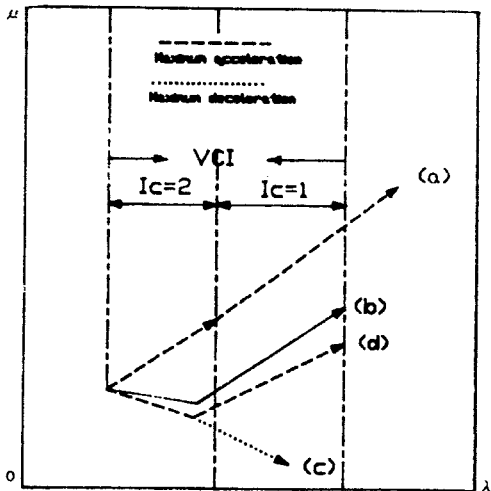
Fig. 3은 $Ic=2$ 인 속도 조절 구간을 갖는 경우에 속도 조절 구간의 마지막 구간에서의 토크 조정으로 충돌점의 위치에 도달할 수 있는 경우로 첫 구간에서의 최대 감속도 주행과 마지막 구간에서의 토크 조정으로 종 로봇의 궤적 수정이 이루어졌으며, Fig. 4는 $Ic=2$ 인 속도 조절 구간을 갖는 경우에 마지막 구간에서의 토크 조정으로 종 로봇이 충돌점의 위치에 도달하지 못할 때 토크 조정 구간을

앞 구간으로 이동하여 첫 구간에서의 토크 조정과 마지막 구간에서의 최대 가속도 주행으로 종 로봇의 궤적 수정이 이루어지는 경우를 도기한 것이다.



- (a) Minimum time trajectory of the slave
- (b) Maximum accelerating trajectory of the slave after maximum deceleration
- (c) Maximum decelerating trajectory of the slave for determining VCI
- (d) Modified trajectory of the slave

Fig. 3 Modified trajectory of the slave(1)



- (a) Minimum time trajectory of the slave
- (b) Maximum accelerating trajectory of the slave after adjusting torques
- (c) Maximum decelerating trajectory of the slave for determining VCI
- (d) Modified trajectory of the slave

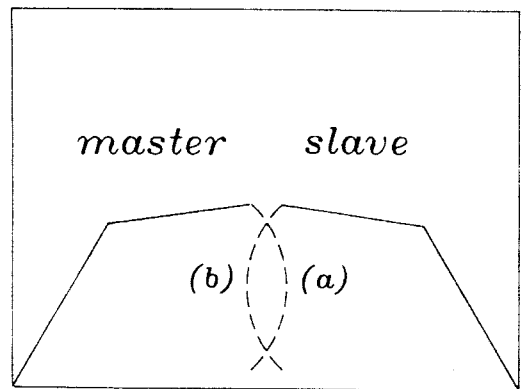
Fig. 4 Modified trajectory of the slave(2)

3. 시뮬레이션 결과

제시된 계획법의 유효성을 보이기 위하여 초기 상태가 Fig. 5에 나타나 있는 것과 같이 제원이 동일한 두 대의 2관절 평면 로봇의 궤적 계획을 하고자 한다. 이 때 동작 우선도는 좌측 로봇에 주어졌다.

로봇의 경로는 같은 형상의 원호로 주어졌으며 각각의 시점, 중점 및 중심의 위치를 Table 1에 수록하였다.

제시된 계획법 즉, 주로봇의 최소 시간 궤적 계획과 종로봇의 근사 최소 시간 궤적 계획법을 두 로봇에 적용한 결과 상평면에서 나타난 진입 가능 영역과 두 로봇의 궤적을 Fig. 6에 도시하였다. 또한 Fig. 7로부터 점선으로 표시된 두 로봇의 상대 궤적이 코디네이션차트에서의 충돌 영역을 회피하였음을 확인할 수 있다. Fig. 8에서 곡선 (a)에 의하여 점유되는 면적과 곡선 (b)에 의하여 점유되는 면적은 각각 주 로봇과 종 로봇의 주행 시간을 나타낸다. 여기서 주행 시간은 0.33초이다. 따라서,



- (a) The master's desired path
- (b) The slave's desired path

Fig. 5 Two robots in a common workspace

Table 1 Shape of two robot's path[m]

	Master	Slave
Initial point	(0.40, 0.35, 0.0)	(0.45, 0.35, 0.0)
Final point	(0.40, 0.05, 0.0)	(0.45, 0.05, 0.0)
Center point	(0.25, 0.20, 0.0)	(0.60, 0.20, 0.0)

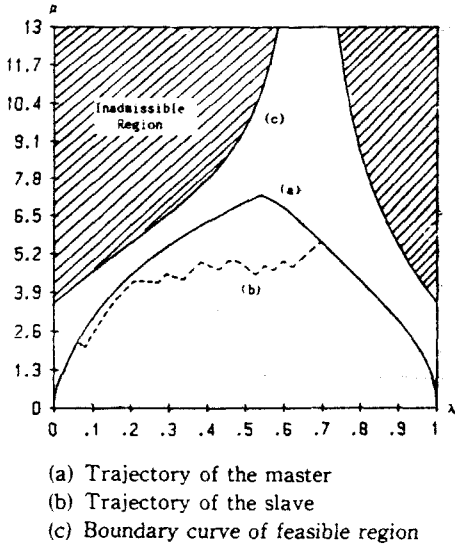


Fig. 6 Trajectory of two robots in the phase plane

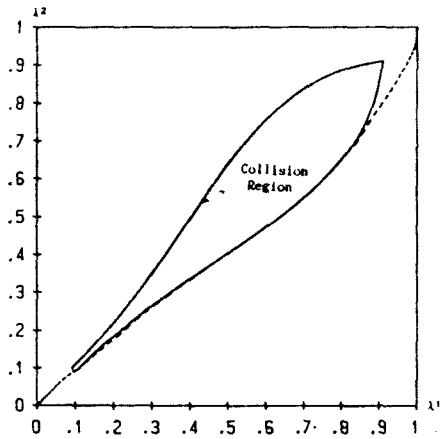


Fig. 7 Relative trajectory of two robots in the coordination chart

한 로봇은 정지해 있고 한 로봇씩만 움직이는 경우에 걸리는 최소 시간인 0.59초 보다 약 45%의 시간을 절약할 수 있음을 알 수 있다.

이상의 결과로부터 두 대의 로봇이 동시에 작업하는 작업장에서 각 로봇들간의 충돌 가능성 때문에 작업 휴지시간을 갖고 한 대씩만 운용되는 경우나 최소 시간 계획에 의해 운용되지 않고 단순하게 정속도나 정가속도로 운용되는 경우에 본 알고리즘을 적용하여 상당한 작업시간의 단축을 꾀할 수 있음을 알 수 있다.

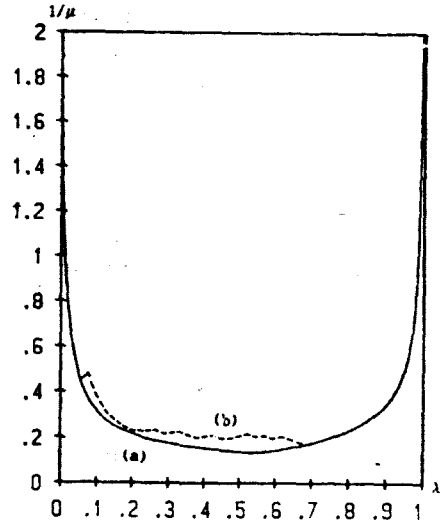


Fig. 8 Running time of two robots
 Occupied Region by the curve (a): Running time of the master
 Occupied region by the curve (b): Running time of the slave

4. 결 론

본 논문에서는 동일 공간 내에서 각각 주어진 경로를 따라 동시에 작동하는 두 대의 로봇의 근사 최소 시간 제어를 위한 충돌회피 궤적 계획법이 제안되었다.

이 계획법은 충돌이 예상되었을 때 최단 시간에 충돌을 회피할 수 있는 속도 조절 구간을 정하여 이 구간 동안의 종로봇의 궤적을 수정함으로써 충돌 회피 및 작업 시간의 단축을 꾀하였으며, 이 결과들은 시뮬레이션에 의해 효율적으로 증명되었다. 또한 두 대 이상의 다중 로봇 시스템으로의 확장도 각 로봇의 동작 우선 순위의 결정에 의하여 쉽게 확장될 수 있을 것으로 사료된다.

현재 최적화 기법을 이용하여 두 로봇의 최소 시간을 충돌 회피 계획(방식2)에 대한 연구와 이에 대한 수학적 증명이 진행중이며 앞으로 계산량의 단축을 통한 실시간제어에 대한 연구가 이루어져야 할 것이다.

후 기

본 논문은 1990년도 문교부 지원 한국학술진흥재

단의 일반과제 학술연구조성비에 의하여 연구되어진 것으로 연구지원에 대하여 관계자 여러분께 심심한 사의를 표하는 바입니다.

참 고 문 헌

- (1) Rajan, V.T., 1985, "Minimum Time Trajectory Planning," IEEE Conf. on Robotics and Automation, pp. 759~764.
- (2) Dubowsky, S. and Blubaugh, T.D., 1985, "Time Optimal Robotic Manipulator Motions and Work Places for Point to Point Tasks," 24th IEEE CDC, FL, Dec.
- (3) Sahar G. and Hollerbach, J.M., 1985, "Planning of Minimum-Time Trajectories for Robot Arms," IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 751~758.
- (4) Shin K.G. and Mckay, N.D., 1985, "Minimum-Time Control of Robotic Manipulators with Geometric Path Constraints," IEEE Transaction on Automatic Control, AC-30, No.6, June, pp. 521~541.
- (5) Bobrow, J.E., Dubowsky, S. and Gibson, J.S., 1985, "Time-Optimal Control of Robotics Manipulators along Specified Paths," The Int. Journal of Robotics Research, Vol.4, No.3, pp. 3~17.
- (6) Lee, B.H. and Lee, C.S.G., 1987, "Collision-Free Motion Planning of Two Robots," IEEE Trans. Syst. Man and Cybern., SMC-17, No.1, pp. 21~32.
- (7) Shin Y.S. and Bien Z., 1988, "Collision Free Trajectory Planning for Two Robot Arms," IEEE Int. Conf. Syst. Man, Cybern., Beijing.
- (8) 이범희, 1988, "속도 변형을 이용한 두 매니퓰레이터의 충돌 회피에 관한 연구", 전기학회논문집 37권, pp. 563~569.
- (9) Yuh, J., 1987, "On-Line Adaptive Collision Avoidance Motion Control Strategy for Two Planar Robots," Proc. IEEE Int. Conf. Syst. Man, Cybern., pp. 21~25.
- (10) Chong, N.Y., Choi, D.H. and Suh, I.H., 1988, "Collision-Free Trajectory Planning for Dual Robot Arms," Proc.Korean Automatic Control Conf., Seoul, Korea, pp. 951~957.
- (11) Shin, K.G. and Mckay, N.D., 1984, "Open-Loop Minimum-Time Control of Mechanical Manipulators and Its Application," Proc. A.C.C., San Diego, pp. 1231~1236.
- (12) Shin, K.G. and Mckay, N.D., 1986, "A Dynamic Programming Approach to Trajectory Planning of Robotic Manipulators," IEEE Tran. Automat. Control, AC-31, No.6, pp. 501~511.
- (13) Kim, H.R., Hong, J.S. and Ko, K.C., 1990, "Optimal Design of Industrial Manipulator Trajectory for Minimum Time Operation," KSME Journal, Vol.4, No.1, pp. 3~9.

부 록 1

본 논문의 시뮬레이션에 사용된 로봇의 재원 및 운동 방정식은 다음과 같다.

로봇의 링크 길이

$$l_1=0.37m \quad l_2=0.23m \quad , \quad r=1,2$$

구동기의 허용 토크

$$-25Nm \leq U_1 \leq 25Nm$$

$$-7Nm \leq U_2 \leq 7Nm \quad , \quad r=1,2$$

로봇의 운동 방정식

$$U_1 = (0.8608 + 0.3404 \cos \theta_2) \ddot{\theta}_1 + (0.07905 + 0.1702 \cos \theta_2) \ddot{\theta}_2 - 0.3405 \sin \theta_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 - 0.1702 \sin \theta_2 \dot{\theta}_2^2 \ddot{\theta}_2$$

$$U_2 = (0.07905 + 0.1702 \cos \theta_2) \ddot{\theta}_1 + 0.0795 \ddot{\theta}_2 + 0.1702 \sin \theta_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \quad , \quad r=1,2$$