

(論 文)

# 공작기계 주축계의 베어링계수규명에 관한 연구

김석일\* · 곽병만\*\* · 이후삼\*\*\*

(1991년 1월 30일 접수)

## Bearing Coefficient Identification of a Machine-Tool Spindle System

Seok Il Kim, Byung Man Kwak and Hu Sang Lee

**Key Words :** Bearing Coefficient Identification(베어링계수규명), Machine-Tool(공작기계), Spindle System(주축계), Incomplete Mode Shape(불완전진동모드), Transfer Matrix(전달행렬), Compliance(전달함수)

### Abstract

In this study, a new method to identify the moment and radial stiffness and damping coefficients of isotropic bearings in a spindle-bearing system with incomplete mode shapes is proposed. A complete relationship between the bearing reactions and the incomplete mode shapes is constructed in the form of a system of linear equations by using the transfer matrix method based on Timoshenko beam theory including the internal damping of beam material. In essence, the bearing coefficients are straightforwardly identified without any iteration from the system of linear equations. But, where inaccuracies of measured data produce unreasonable bearing coefficients, the linearization method is used to solve a constrained minimization problem to attain reasonable bearing coefficients. An experiment on a spindle-bearing test model reveals the usefulness of the proposed method.

### 1. 서 론

공작기계의 절삭성능은 주축계의 진동특성에 의해서 많은 영향을 받고 있다. 그러나 공작기계 주축계의 진동특성에 큰 영향을 미치는 베어링의 특성, 특히 베어링의 감쇠특성을 설계도면으로 부터 직접 구하는 것은 아직까지 거의 불가능하기 때문에, 이론해석만으로는 주축계의 진동특성에 대한 정량적인 결과를 얻기 어렵다. 또한 최근에는 불안정한 절삭가공과 관련된 주축계의 진동특성들을 정확히 예측하는 것이 매우 중요한 과제로 대두되고

있다. 결과적으로 이러한 문제들 때문에 주축의 유연성을 고려한 주축계의 진동특성해석을 통해서 보다 정량적으로 베어링계수들을 규명할 수 있는 방법<sup>(1-3)</sup>이 필요하게 되었다.

공작기계 주축계에 많이 사용되고 있는 볼베어링이나 로울러베어링과 같은 구름베어링은 베어링계수들이 거의 등방성인 동시에 선형적인 특성을 가지고 있다. 또한 실제 주축계에 대한 가진실험으로 부터 얻어지는 진동모드는 일반적으로 베어링 지지부에서의 값을 측정할 수 없는 관계로 불완전진동모드의 형태가 된다.

따라서 본 연구에서는 Timoshenko보이론과 전달행렬법<sup>(4)</sup>에 의해서 얻어지는 베어링의 반력들과 주축계의 불완전진동모드간의 선형관계를 이용하여 원리적으로 반복계산없이 반경방향과 굽힘모멘트방

\* 정회원, 한국항공대학 항공기계과  
\*\* 정회원, 한국과학기술원 기계공학과  
\*\*\* 정회원, 한국기계연구소 공작기계실

항의 선형등방성 베어링계수들을 규명하는 방법을 제안하였다. 제안된 규명방법은 주축계에 사용된 베어링의 수보다 진동모드에 대한 측정점의 수가 2 배 이상 많아야 한다는 조건을 가지고 있다. 또한 선형연립방정식으로 부터 직접 규명된 베어링계수들의 일부가 정보의 부정확성에 의해서 물리적으로 타당성이 없는 음수로 나타나는 경우에는 측정결과와의 차이를 최소화시키면서, 물리적으로 타당성이 있는 양수의 베어링계수들을 규명할 수 있는 방법이 제한조건들을 가진 최적화문제의 형태로 제시되었다. 그리고 제시된 최적화문제의 해는 선형화방법(linearization method)<sup>(6)</sup>을 통해서 얻었다. 아울러서 주축계의 실험모델에 대한 가진실험결과를 이용하여 제안된 규명방법의 유용성을 평가하였다.

2. 이론해석

2.1 주축요소의 수학적 모델

일반적으로 공작기계의 주축은 Fig. 1에서와 같이 요소별로 일정단면을 갖는 여러개의 주축요소들이 조합된 형태로 볼 수 있기 때문에, 일정단면의 Timoshenko보에 대한 기초방정식들을 이용하여 주축의 수학적 모델을 정립할 수 있다. 따라서 내경  $D_i$ , 외경  $D_o$ , 길이  $L$ , 단면적  $A$ , 단면관성모

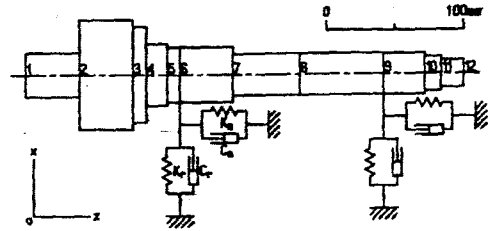


Fig. 1 Mathematical model of spindle-bearing system

멘트  $I$ , 그리고 주축재료의 밀도  $\rho$ , Poisson비  $\nu$ , 복소탄성계수  $E^*$ , 복소전단계수  $G^*$ ,  $E^*$ 에 대한 내부감쇠율  $\delta_E$ ,  $G^*$ 에 대한 내부감쇠율  $\delta_G$ 를 가진 주축요소가 진동주파수  $\omega$ 인 정상상태하에 있다면, 회전관성과 전단변형의 효과를 고려한  $i-1$ 번째 주축요소에서의 양쪽경계인  $i-1$ 번째 점과  $i$ 번째 점에 대한 상태벡터(state vector)들간의 관계는 전달행렬법에 의해서 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$B_i = T_{i-1} B_{i-1} \tag{1}$$

여기서 상태벡터  $B = [x \ \varphi \ M \ Q]^T$ ,  $x$ 는 전단중심축,  $x$ 와  $\varphi$ 는 변위와 기울기, 그리고  $M$ 과  $Q$ 는 굽힘모멘트와 전단력을 의미한다. 또한  $T$ 는 아래와 같이 주어지는 전달행렬이다.

$$T = \begin{bmatrix} -D_1 - \eta D_3 & L\{D_2 - (\eta + \tau) D_4\} & \frac{L^2}{E^* I} D_3 & \frac{L^3}{\beta^4 E^* I} (\eta D_2 - (\beta^4 + \eta^2) D_4) \\ \frac{\beta^4}{L} D_4 & D_1 - \tau D_3 & \frac{L}{E^* I} (D_2 - \tau D_4) & \frac{-L^2}{E^* I} D_3 \\ \frac{\beta^4 E^* I}{L^2} D_3 & \frac{E^* I}{L} (-\tau D_2 + (\beta^4 + \tau^2) D_4) & D_1 - \tau D_3 & L\{-D_2 + (\eta + \tau) D_4\} \\ \frac{\beta^4 E^* I}{L^3} (-D_2 + \eta D_4) & \frac{-\beta^4 E^* I}{L^2} D_3 & \frac{-\beta^4}{L} D_4 & D_1 - \eta D_3 \end{bmatrix}$$

여기서

$$D_1 = A\{\lambda_2^2 \cosh(\lambda_1) + \lambda_1^2 \cos(\lambda_2)\}, \quad D_2 = A\{\frac{\lambda_1^2}{\lambda_1} \sinh(\lambda_1) + \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2} \sin(\lambda_2)\}, \quad D_3 = A\{\cosh(\lambda_1) - \cos(\lambda_2)\},$$

$$D_4 = A\{\frac{1}{\lambda_1} \sinh(\lambda_1) - \frac{1}{\lambda_2} \sin(\lambda_2)\}, \quad A = \frac{1}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}, \quad \lambda_{1,2} = \sqrt{\sqrt{\beta^4 + \frac{1}{4}(\eta - \tau)^2} \mp \frac{1}{2}(\eta + \tau)},$$

$$\eta = \frac{\rho L^2 \omega^2}{\kappa G^*}, \quad \tau = \frac{\rho L^2 \omega^2}{E^*}, \quad \beta^4 = \frac{\rho A L^4 \omega^2}{E^* I}, \quad \kappa = \frac{6(1 + \nu)(1 + \gamma^2)^2}{(7 + 6\nu)(1 + \gamma^2)^2 + (20 + 12\nu)\gamma^2}, \quad \gamma = \frac{D_i}{D_o}$$

$$E^* = E(1 + j\delta_E), \quad G^* = G(1 + j\delta_G)$$

이다.

2.2 베어링의 수학적 모델

베어링의 특성은 베어링의 종류, 크기, 틈새, 윤활상태, 예압 등과 같은 여러가지 요인들에 의해서 영향을 받는다. 그러나 이러한 요인들을 상세히 고려해서 베어링의 수학적 모델을 세우는 것은 대단히 어렵다. 또한 베어링은 유한한 폭을 가지고 있기 때문에 반경방향의 특성 외에도 굽힘모멘트방향의 특성을 가지고 있다.

따라서 본 연구에서는 Fig. 1에서와 같이 선형화된 4개의 등방성 베어링계수들(굽힘모멘트방향과 반경방향에 대한 강성계수와 감쇠계수)을 이용해서 베어링의 특성을 수학적으로 표현하였다. 결과적으로 베어링에 의해서 야기되는 반력들인 굽힘모멘트  $\Delta M$ 과 전단력  $\Delta Q$ 는 베어링에서의 기울기  $\varphi$ 와 변위  $x$ 에 대해서 다음과 같은 선형적인 관계를 갖는다.

$$\Delta M = (K_m + j\omega C_m)\varphi, \quad \Delta Q = (K_r + j\omega C_r)x \quad (2)$$

여기서  $K_m$ 과  $C_m$ 은 굽힘모멘트방향의 강성계수와 감쇠계수, 그리고  $K_r$ 과  $C_r$ 은 반경방향의 강성계수와 감쇠계수를 각각 의미한다.

2.3 베어링계수의 규명

(1) 기본적인 규명방법

$m$ 개의 주축요소들과  $n$ 개의 베어링들로 구성된 주축계에서는 베어링들에 의해서 식(2)로 표현되는 각각  $n$ 개의 굽힘모멘트들과 전단력들이 야기된다. 따라서  $n$ 개의 베어링들이 주축계의  $b_1$ 번째 점,  $b_2$ 번째 점, ..., 그리고  $b_n$ 번째 점에 위치하고, 단위 가진력이  $j$ 번째 점에 작용하는 경우에는 식(1)과 전달행렬법의 선형성을 이용하여  $r$ 번째 점에서의

상태벡터  $B_r$ 을 아래와 같은 형태로 표현할 수 있다.

$$B_r = S_1(r)\bar{B}_1 + \sum_{j=2}^n S_j(r)\bar{B}_j + S_r(r)\bar{B}_r \quad (3)$$

여기서

$$\bar{B}_1 = [x_1 \ \varphi_1 \ 0 \ 0]^T, \quad \bar{B}_j = [0 \ 0 \ \Delta M_j \ \Delta Q_j]^T, \\ \bar{B}_r = [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T,$$

$$S_j(r) = \begin{cases} T_{r-1} T_{r-2} \cdots T_{j+1} T_j & \text{if } r > j \\ I & \text{if } r = j \\ O & \text{otherwise} \end{cases}$$

이다. 또한  $I$ 와  $O$ 는  $4 \times 4$  단위행렬과 영행렬을 의미한다.

일반적으로 주축의 기울기는 통상적인 검출기(sensor)로 측정하기가 어렵기 때문에, 베어링계수들은 주축의 변위들로 부터 규명하는 것이 바람직하다. 주축계의  $r_1$ 번째 점,  $r_2$ 번째 점, ..., 그리고  $r_d$ 번째 점에서 측정된  $d$ 개의 변위들과 식(3)의 1번째행을 이용하면,  $d$ 개의 선형방정식들을 얻을 수 있다. 또한 주축의 후단부에 해당되는  $m+1$ 번째 점에서의 굽힘모멘트와 전단력은 0이 된다는 경계조건들을 이용하면, 식(3)의 3번째 행과 4번째 행으로 부터 추가적인 2개의 선형방정식들을 얻을 수 있다. 따라서  $d+2$ 개의 선형연립방정식들을 정리하면, 다음과 같은 행렬식의 형태로 표현할 수 있다.

$$MY = X \quad (4)$$

여기서

$$X = [x_{r_1} - S_j^{j^1}(r_1) \ x_{r_2} - S_j^{j^2}(r_2) \ \cdots \ x_{r_d} - S_j^{j^d}(r_d) \ -S_j^{j^3}(m+1) \ -S_j^{j^4}(m+1)]^T,$$

$$Y = [x_1 \ \varphi_1 \ \Delta M_{b_1} \ \Delta Q_{b_1} \ \Delta M_{b_2} \ \Delta Q_{b_2} \ \cdots \ \Delta M_{b_n} \ \Delta Q_{b_n}]^T,$$

$$M = \begin{bmatrix} S_1^{1^1}(r_1) & S_1^{1^2}(r_1) & S_{b_1}^{1^3}(r_1) & S_{b_1}^{1^4}(r_1) & \cdots & S_{b_n}^{1^3}(r_1) & S_{b_n}^{1^4}(r_1) \\ S_1^{1^1}(r_2) & S_1^{1^2}(r_2) & S_{b_1}^{1^3}(r_2) & S_{b_1}^{1^4}(r_2) & \cdots & S_{b_n}^{1^3}(r_2) & S_{b_n}^{1^4}(r_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ S_1^{1^1}(r_d) & S_1^{1^2}(r_d) & S_{b_1}^{1^3}(r_d) & S_{b_1}^{1^4}(r_d) & \cdots & S_{b_n}^{1^3}(r_d) & S_{b_n}^{1^4}(r_d) \\ S_1^{1^1}(m+1) & S_1^{1^2}(m+1) & S_{b_1}^{1^3}(m+1) & S_{b_1}^{1^4}(m+1) & \cdots & S_{b_n}^{1^3}(m+1) & S_{b_n}^{1^4}(m+1) \\ -S_1^{1^1}(m+1) & -S_1^{1^2}(m+1) & -S_{b_1}^{1^3}(m+1) & -S_{b_1}^{1^4}(m+1) & \cdots & -S_{b_n}^{1^3}(m+1) & -S_{b_n}^{1^4}(m+1) \end{bmatrix}$$

이고,  $S_k^j(r)$ 은  $S_k(r)$ 의  $i$ 번째 행,  $j$ 번째 열의 요소를 의미한다.

식(4)에서의  $M$ 은  $(d+2) \times (2n+2)$  행렬,  $X$ 는  $d+2$ 열벡터(column vector), 그리고  $Y$ 는  $2n+2$ 열

벡터이기 때문에 가정없이  $Y$ 를 얻기 위해서는  $M$ 의 랭크(rank)는  $2n+2$ 가 되어야 한다. 또한 식(4)는 일반화된 형태로 유도되었기 때문에 주축의 돌출(overhang)여부와 관계없이 적용할 수 있다.

$d \geq 2n$ 인 경우에는 최소자승오차법(least square error method)에 의해서 식(4)를 다음과 같이 풀 수 있다.

$$Y = (M^T M)^{-1} M^T X \quad (5)$$

식(5)로부터  $Y$ 가 얻어지면, 주축계의 상태벡터들은 식(3)로부터 유일(unique)하게 결정된다. 따라서 모든 베어링계수들은 식(2)로부터 아래와 같이 규명할 수 있다.

$$\begin{aligned} K_m &= \text{Re}\left(\frac{\Delta M}{\phi}\right), \quad C_m = \text{Im}\left(\frac{\Delta M}{\omega \phi}\right), \\ K_r &= \text{Re}\left(\frac{\Delta Q}{x}\right), \quad C_r = \text{Im}\left(\frac{\Delta Q}{\omega x}\right) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $\text{Re}(V)$ 와  $\text{Im}(V)$ 는 각각  $V$ 의 실수부와 허수부를 의미한다.

(2) 정보의 부정확성을 고려한 규명방법

구조물에 대한 매개변수(parameter)의 규명에 있어서는 규명되어야 할 매개변수들이 복합적인 요인들로부터 야기되는 측정정보나 모델정보의 부정확성에 의해서 본질적으로 매우 민감한 영향을 받게 된다. 따라서 다소 부정확한 정보는 물리적으로 타당성이 없는 매개변수들을 규명하는 결과를 초래할 수도 있다. 이러한 문제는 측정정보의 수를 증가시킴으로써 줄여갈 수 있지만, 이는 실험에 대한 부담을 가중시킬 뿐만 아니라, 완전한 해결방법이 되지 못한다.

따라서 본 연구에서는 다소 부정확한 측정정보나 모델정보로부터도 물리적으로 타당성이 있는 양수의 선형동방성 베어링계수들을 얻기 위해서 다음과 같은 목적함수  $\Psi_0$ 와 제한조건  $\Psi_k$ 들을 가진 최적화 문제를 구성하였다.

$$\text{Minimize } \Psi_0(x) = \sum_{k=1}^d |x_{r_k} - \bar{x}_{r_k}|^2 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \text{Subject to } \Psi_k &= -K_m(x, b_i) \leq 0 \quad k=1, \dots, n \\ \Psi_k &= -C_m(x, b_i) \leq 0 \quad k=n+1, \dots, 2n \\ \Psi_k &= -K_r(x, b_i) \leq 0 \quad k=2n+1, \dots, 3n \\ \Psi_k &= -C_r(x, b_i) \leq 0 \quad k=3n+1, \dots, 4n \\ i &= 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

여기서,  $n$ 은 베어링의 수,  $d$ 는 진동모드를 구성하는 측정변위의 수, 그리고  $x$ 와  $\bar{x}$ 는 주축계의 이론모델과 실험모델에 대한 변위들을 의미한다.  $4n$ 개의 제한조건들인  $K_m(x, b_i)$ 와  $C_m(x, b_i)$ , 그리고  $K_r(x, b_i)$ 와  $C_r(x, b_i)$ 는 각각 주축계의  $b_i$ 번째 점에 위치한 베어링의 굽힘모멘트방향과 반경방향의 강성계수와 감쇠계수를 의미하며, 이론모델에서의 변위  $x$ 에 의해서 식(5)와 (6)으로부터 계산된다.

큰 연구에서는 선형화방법<sup>(5)</sup>을 사용하여 식(7)로 표현되는 최적화문제의 해를 구하였다. 특히 이와 같이 선형동방성 베어링계수들이 모두 양수가 되어야 한다는 제한조건들을 가지면서, 측정정보와의 차이를 최소화하는 최적화문제를 이용해서 베어링계수들을 규명하는 방법은 정보의 부정확성에 의해서 기본적인 베어링계수 규명방법인 식(5)와 (6)으로부터 직접 규명된 베어링계수들의 일부가 물리적으로 타당성이 없는 경우, 즉 베어링계수들의 일부가 음수로 얻어지는 경우에 유용하게 적용될 수 있다.

### 3. 진동실험

본 연구에서 제안한 베어링계수 규명방법의 적용 예를 얻기 위한 목적으로 Fig. 2와 같은 실험장치를 이용해서 공작기계 주축계의 실험모델에 대한 진동특성실험을 수행하였다. 실험모델에서는 Fig. 1과 같은 형상을 가진 주축이 2개의 테이퍼롤러 베어링(taper roller bearing)인 32008X와 32006X로 지지되고 있다. 그리고 실험모델에서 사용한 주축에 대한 제원들은 Table 1과 2에서 볼 수 있다. 특히 복소탄성계수와 복소전단계수에 대한 주축재료의 내부감쇠율들은, 서로 같다는 가정<sup>(6)</sup>하에서, 자유상태의 주축에 대한 1차고유진동수에서의 실험적 전달함수와 이론적 전달함수의 크기가 서로 일치할 때의 값인 0.00149로 추정하였다.

실험모델에 대한 진동특성실험에서는 충격가진력을 충격해머(impulse hammer; B&K 8200 and 8202)

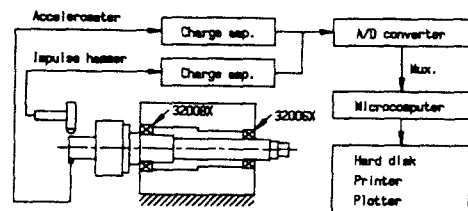


Fig. 2 Experimental setup for modal testing

Table 1 Specification fo spindle in test model

Material	S45C	
	Outer diameter (mm)	Length (mm)
1	32.0	40.0
2	80.0	40.0
3	70.0	10.0
4	45.0	15.5
5	40.0	9.5
6	40.0	40.0
7	30.0	40.0
8	30.0	72.0
9	30.0	30.0
10	25.0	12.0
11	20.0	16.0

Table 2 Material properties of spindle

Elastic modulus	$E$	205.8GN/m <sup>2</sup>
Shear modulus	$G$	82.7GN/m <sup>2</sup>
Material damping factor	$\delta_E = \delta_G$	0.00149
Poisson's ratio	$\nu$	0.3
Density	$\rho$	7870kg/m <sup>3</sup>

로, 그리고 진동응답을 압전형 가속도계 (piezo-electric accelerometer; B&K4375)로 측정하였다. 베어링계수규명에 필요한 정보들을 얻기 위해서 충격햄머의 타격점은 Fig. 1에서의 점 1로, 압전형 가속도계의 부착점들은 점 1, 2, 8 및 12로 선정하였다. 측정신호들은 전하증폭기(charge amplifier; B&k2635)들에 의해서 증폭되었고, 변환속도(conversion rate)가 30kHz인 A/D변환기(A/D converter; Lab-Master)에 의해서 디지털(digital)화되었다. 또한 소형 컴퓨터(micro-computer; IBM-AT)내에서 디지털화된 정보들로부터 실험모델의 전달함수를 계산하기 위하여 차폐주파수(cutoff frequency)가 2kHz인 Butterworth정현저주파여과기(butterworth sine lowpass filter)<sup>(7)</sup>, Cooley-Tukey방법을 기초로 한 FFT<sup>(7)</sup> 등과 같은 소프트웨어들을 이용하였다.

#### 4. 결과 및 고찰

제안된 베어링계수 규명방법에 대한 유용성을 평

Table 3 Comparison of modal parameters

		Measured	Predicted
Undamped natural frequency		739.9Hz	731.4Hz
Damping ratio		0.0397	0.0474
Model shape ( $\mu\text{m}/\text{N}$ )	$x_1$	0.1762 + j0.5787	0.1371 + j0.5961
	$x_2$	0.0479 + j0.4350	0.0993 + j0.4157
	$x_8$	-0.0059 - j0.0945	-0.0238 - j0.1015
	$x_{12}$	0.0139 - j0.0269	0.0100 - j0.0297

가하기 위하여 사용한 측정정보들은 Table 3에서 볼 수 있다. 특히 주축계의 고유진동수, 감쇠비 등과 같은 모드매개변수(modal parameter)들은 복소모드해석법(complex modal analysis method)<sup>(8,9)</sup>을 이용해서 주축계의 전달함수로 부터 규명하였다.

측정정보들을 사용해서 식(5)와 (6)으로 부터 직접 얻은 선형동방성 베어링계수들의 일부가 물리적으로 타당성이 없는 음수로 나타났기 때문에, 측정결과와의 차이를 최소화시키는 양수의 베어링계수들을 식(7)로 부터 Table 4와 같이 규명하였다. 규명된 베어링계수들은 직경이 약간 다른 테이퍼로 울러베어링에 대해서 참고문헌들<sup>(10,11)</sup>이 제시한 베어링계수들과 비슷한 크기의 값들을 가지고 있다. 또한 강성계수에 대한 감쇠계수의 비는 굽힘모멘트 방향의 베어링계수들이 반경방향의 베어링계수들보다 더 크게 규명되었는데, 이 결과는 테이퍼로울러베어링에서는 굽힘모멘트방향의 감쇠계수가 반경방향의 감쇠계수보다 상대적으로 더 중요하다는 참고문헌<sup>(10)</sup>의 결론과 일치하고 있다.

규명된 베어링계수들을 이용하여 예측한 모드매개변수의 이론값들과 베어링계수의 규명을 위해서 사용한 모드매개변수의 측정값들<sup>(9)</sup>은 Table 3에서 비교되고 있다. Fig. 3에서는, 충격가진점과 진동응답측정점이 모두 Fig. 1의 점 1일 때, 규명된 베어링계수들을 이용하여 예측한 전달함수와 주축계의 실험모델에 대한 가진실험결과를 재생한 전달함수<sup>(9)</sup>를 비교하였다. 또한 Fig. 4는 1차고유진동모드에 대한 예측결과와 측정결과를 비교해서 보여주고 있다. 이러한 비교결과들로부터 규명된 베어링계수들이 실험모델로 사용된 주축계의 진동특성을 잘 반영하고 있음을 알 수 있다.

결과적으로 식(7)과 같이 최적화문제의 형태로

Table 4 Identified bearing coefficients

Front bearing	Radial stiffness coefficient	$K_{r1}$	235.8MN/m
	Radial damping coefficient	$C_{r1}$	5.062kNs/m
	Moment stiffness coefficient	$K_{m1}$	77.08kNm/rad
	Moment damping coefficient	$C_{m1}$	5.310Nms/rad
Rear bearing	Radial stiffness coefficient	$K_{r2}$	87.60MN/m
	Radial damping coefficient	$C_{r2}$	0.025*kNs/m
	Moment stiffness coefficient	$K_{m2}$	33.71kNm/rad
	Moment damping coefficient	$C_{m2}$	12.18Nms/rad

\* denotes nonsignificant value

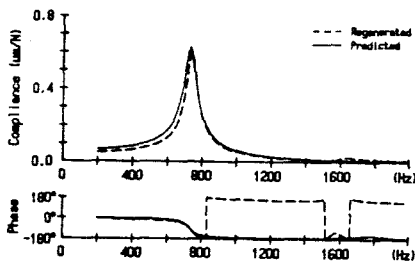


Fig. 3 Comparison of transfer functions

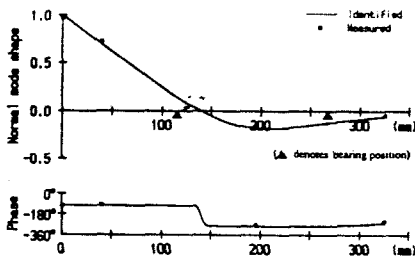


Fig. 4 Comparison of mode shapes

제안된 베어링계수 규명방법은 다소 부정확한 정보들이 사용되는 경우에도 주축계의 베어링계수들을 효과적으로 규명하고 있다고 판단된다.

## 5. 결론

본 연구에서는 공작기계 주축계의 불완전진동모드로부터 굽힘모멘트방향과 반경방향의 선형동방성 베어링계수들을 규명하는 방법이 제안되었다. 제안된 규명방법의 특징들은 다음과 같다.

(1) 베어링계수들은 전달행렬법에 의해서 얻어지는 베어링의 반력들과 주축계의 불완전진동모드간의 선형관계로부터 원리적으로 반복계산없이 규명

된다. 그러나 선형연립방정식으로 부터 직접 규명된 베어링계수들의 일부가 정보의 부정확성에 의해서 물리적으로 타당성이 없는 음수로 나타나는 경우에는 측정결과와의 차이를 최소화시키는 양수의 베어링계수들이 제한조건들을 가진 최적화문제로 부터 규명된다.

(2) 몇개의 측정정보들로 구성되는 진동모드를 사용하기 때문에 실험에 대한 어려움을 줄일 수 있다.

(3) 일반적인 형태로 유도되었기 때문에 주축의 돌출여부와 관계없이 적용이 가능하다.

(4) 유한요소모델<sup>(3)</sup>과는 달리 주축계에 대한 실험 모델과 이론모델의 자유도를 일치시키기 위한 특별한 축약법(condensation technique)이나 디지털여과법(digital filtering technique)을 필요로 하지 않는다.

본 연구에서 제안한 규명방법은 거의 등방성 베어링인 로울러베어링이나 볼베어링을 사용한 주축계에 대해서는 효과적으로 적용될 수 있지만, 이방성 베어링인 유체베어링을 사용한 주축계에서는 그 적용에 다소 무리가 있을 것으로 생각된다. 따라서 이러한 점을 보완하기 위한 연구를 계속 진행할 예정이다.

## 참 고 문 헌

- (1) Tlusty, J. and Ismail, F., 1980. "Dynamic Structural Identification Tasks and Methods," Annals of the CIRP, Vol.29, No.1, pp.251~255.
- (2) 堤正臣, 鄭寅聖, 村上靖典, 伊東諄, 1984. "工作機械主軸系の動特性(第2報)," 日本機械學會論文集(C編), 51卷, 462號, pp.417~424.
- (3) Yuan, J.X. and Wu, X.M., 1985, "Identification of

- the Joint Structural Parameters of Machine Tool by DDS and FEM," Trans. ASME, J. Engr. for Indus., Vol.107, pp.64~69.
- (4) Pestel, E.C. and Leckie, F.A., 1963, "Matrix Methods in Elastomechanics," McGraw-Hill, New York.
- (5) Bertsekas, D.P., 1982, "Constrained Optimization and Lagrange Multiplier Methods," Academic Press, New York.
- (6) Kerlin, R.L. and Snowdon, J.C., 1970, "Driving-Point Impedance of Cantilever Beams-Comparison of Measurement and Theory," J.Acoust. Soc. Am., Vol.47, pp.220~228.
- (7) Otnes, R.K. and Enochson, L., 1978, "Applied Time Series Analysis(Vol.1)," John Wiley & Sons, New York.
- (8) Peters, J. and Mergeay, M., 1976, "Dynamic Analysis of Machine Tools using Complex Modal Method," Annals of the CIRP, Vol.25, No.1, pp.257~261.
- (9) 김석일, 광병만, 이후상, 정재호, 1991, "공작기계 주축계의 진동특성해석에 관한 연구", 한국정밀공학 회논문집, 제9권, 제1호, pp.57~68.
- (10) Elsermans, M., Hogerloot, M. and Snoeys, R., 1976, "Damping in Taper Roller Bearings" Proc. 16th Int. MTDR Conf., pp.223~228.
- (11) Stone, B.J., 1982, "The State of the Art in the Measurement of the Stiffness and Damping of Rolling Element Bearings," Annals of the CIRP, Vol.31, No.2, pp.529~538.