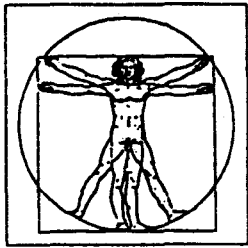


## 공기부 유입자의 기초 이론 I 균일입자운동



가장 기본적이고 아마도 가장 중요한 형태의 입자 운동은 등속 직선운동일 것이다. 이러한 균일운동은 전형적으로 두종류의 힘 즉 중력이나 전기적인 힘과 같은 일정외력과 입자의 운동에 가해지는 기체에 의한 저항력의 결과로써 형성된다. 균일입자운동에 대한 해석은 특히 공기부유입자의 연구에 있어서 중요한데 이는 공기부유입자가 대부분의 경우 거의 순간적으로 등속운동상태에 도달하기 때문이다. 공기부유입자의 가속운동은 제II장에서 취급한다. 기체에 의한 저항력은 입자와 기체간의 상대속도에 의해 결정되는 량으로서 기체 속을 입자가 통과하든지 입자에 대해서 기체가 움직이든지 동일하다 다음의 입자운동 해석에 이러한 동일 상황을 이용하는 것이 편리하다.

### I.1 뉴턴의 저항법칙

기체 중을 통과하는 구형입자에 작용하는 저항력에 대한 일반적인 방정식은 대포의 포탄궤적에 대한 연구의 일부로서 뉴턴(Newton)에 의해 유도되었다. 뉴턴의 저항방정식은 넓은 범위의 입자운동에 대해서 적용가능하나 주로 레이놀즈수 1000 이상에서 유용한데, 이는 포탄에 대한 적용영역으로 공기부유입자에는 부적합하다. I.2 절에서 거론될 스토크스(Stokes)의 법칙은 비록 제1법칙으로 부터 유도된 것이기는 하나 뉴턴의 저항법칙의 특별한 경우를

나타낸다. 뉴턴의 저항법칙은 I.7절에서 높은 레이놀즈수의 공기부유입자 낙하운동에 사용된다.

뉴턴은 공기중을 비행하는 포탄에 작용하는 저항력은 포탄에 의해 밀려나는 공기의 가속의 결과일 것이라고 생각했다. 1초동안에 직경 d인구는 구의 정사형 면적에 속도 V를 곱한 체적만큼의 공기를 밀어낼것이다. 이러한 공기량에 대한 질량은 다음과 같다.

$$\dot{m} = \rho g \frac{\pi}{4} d^2 V \dots\dots\dots (1)$$

이동기체의 가속은 구와 기체의 상대속도에 비례하므로 결과적으로 다음 식이 성립한다.

$$\frac{\text{운동량 변화}}{\text{단위시간}} \propto \dot{m} V = \rho g \frac{\pi}{4} d^2 V^2 \quad (2)$$

정의에 의해서 이러한 운동량의 변화율은 구가 기체를 통과하는데 필요한 힘으로서 기체의 저항력 혹은 항력  $F_D$ 가 된다.

$$F_D = K \rho g \frac{\pi}{4} d^2 V^2 \dots\dots\dots (3)$$

여기서 K는 비례상수이다. 원래 뉴턴은 K 값이 특정모양에 대해서 속도에 무관하게 일정할 것이라고 생각했다. 이러한 생각은 레이놀즈수가 1000보다 큰 경우에는 사실이다. 보다 일반적인 관계식은 식(3)의 상수를 항력계수  $C_D$ 로 바꿈으로써 얻을 수 있다.

$$F_D = C_D \frac{\pi}{8} \rho g d^2 V^2 \dots\dots\dots (4)$$

이는 뉴턴의 저항방정식의 일반적인 형태로서 아음속의 모든 입자운동에서 적용 가능하다. 무차원 항력계수는 그림. 1과같이

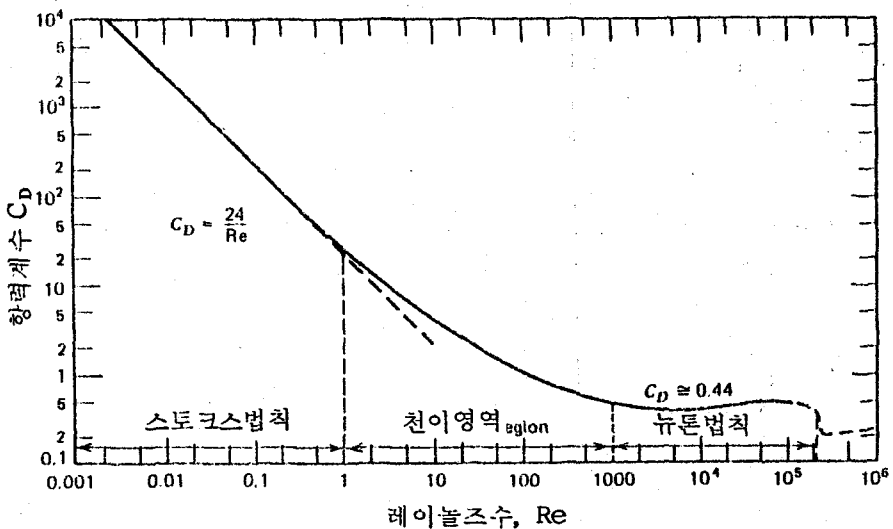


그림. 1 레이놀즈 수에 따른 구의항력 계수

$Re > 1000$ 의 구에 대해서는 일정하고,  $Re < 1000$ 에 대해서는 변한다.

식 (3)은 기체의 관성력만을 고려하여 유도한 것이기 때문에, 관성효과가 점성효과에 비해 우세한 높은 레이놀즈수의 유동에서만 잘 맞는다. 레이놀즈수가 1000에서  $2 \times 10^5$  사이의 입자운동에 대해서  $C_D$ 는 거의 일정하게 0.44 값을 가지므로 식 (3)이 사용된다. 레이놀즈수가 1000보다 작은 경우 식 (4)를 사용할 수 있기 위해서는 입자의 레이놀즈 수를 알아서  $C_D$ 를 결정해야 한다. 대부분의 공기부유입자의 운동에 관한 문제에서는 입자의 직경이나 속도가 미지수이기 때문에 문제를 풀기 전에는 레이놀즈 수를 산출할 수가 없다. 이러한 어려움을 극복하는 방법은 I.7절에서 언급하겠다.

그림. 1의 왼쪽 부분에서 로그-로그 그래프상의 직선은 비록 식 (3)과는 다르지만 변수간에 일정한 함수 관계가 있음을 의미한다. 이는 스토크스(Stokes)영역으로 다음 절에서 다룬다. 이 영역에서  $C_D$ 와  $Re$ 의 관계는 다음과 같이 표시한다.

$$C_D = \frac{24}{Re} \left( 1 + \frac{Re^{2/3}}{6} \right) \dots\dots\dots (5)$$

이 식은  $3 < Re < 400$ 의 영역에서 실험 데이터와 2%이내로 일치하고,  $Re = 1000$ 까지 오차 10%이내로 사용 가능하다.

## I.2 스토크스의 법칙

뉴턴의 항력 ( $Re > 1000$ )은 관성효과에 비해서 기체의 점성효과가 무시 가능한 상황에서 특별한 경우이다. 1851년에 스토크스는 이와 정반대의 경우, 즉 관성효과가 점성효과에 비해 무시될 수 있는 경우에 항력에 관한 표현식을 유도했다. 레이놀즈 수는 점성력에 대한 관성력의 비이다. 따라서 점성력에 비해 관성력이 무시될 수 있는 조건은 낮은 레이놀즈수 및 층류유동을 뜻한다. 대부분의 공기부유입자는 속도와 입자크기가 작기 때문에 낮은 레이놀즈수 운동에 해당한다. 따라서 스토크스 법칙은 공기부유입자 연구에서 널리 적용되므로, 스토크스법칙의 유도와 그것의 가정 및 의미를 간략하게 살펴보는 것은 의미있는 일이다.

스토크스 법칙은 일반적으로 풀 수 없는 Navier-Stokes 방정식의 해이다. Navier-Stokes 방정식은 유체의 운동을 기술하는 일반적인 미분방정식이다. 이는 뉴턴의 제 2법칙을 유체입자에 적용함으로써 유도되는데 여기서 관계하는 힘은 체적력, 압력 및 점성력 등이다. 이 방정식은 비선형 편미분 방정식이기 때문에 매우 풀기가 어렵다. 일반적으로 이것들을 풀기전에 몇가지 단순화 가정들을 한다. 스토크스의 해도 점성력에 비해 관성력이 무시된다

는 가정을 함으로써 Navier-Stokes 방정식의 고차항을 소거한 선형의 방정식을 풀어서 얻는다. 그외에 추가하여서 유체가 비압축성이라는 것과 벽이나 다른 입자가 인접해 있지 않으며, 운동이 일정하고, 입자가 고체구이며, 입자 표면에서 유체의 속도가 영이라는 가정을 하고 있다.

스토크스 법칙의 자세한 유도는 이 장의 끝에 있는 부록에 실었다. 스토크스는 앞서 말한 모든 가정을 사용하여 Navier-Stokes 방정식을 풀어서 구형입자를 포함하고 있는 유체의 모든 점에서 작용하는 힘을 구하였다. 전체힘은 입자의 표면에서 힘의 수평 및 수직성분을 적분하여 얻을 수 있다. 입자운동에 거슬러 작용하는 힘은 형태성분(form component)과 마찰성분(frictional component)으로서 각각 다음과 같다.

$$F_n = \pi \eta V d \dots \dots \dots (6)$$

$$F_f = 2\pi \eta V d \dots \dots \dots (7)$$

두 성분의 합이 유체에 대한 입자의 상대 속도 V로 인한 전체 저항력이 된다.

$$F_D = 3\pi \eta V d \dots \dots \dots (8)$$

이것이 스토크스의 법칙이다. 입자운동이 이 방정식에 의해 묘사될 때 스토크스 영역에 있다고 말한다.

입자가 유체속을 통과할 때 유체를 변형시키면서 입자주위의 유체층을 서로 미끄러지게 한다. 저항력은 이러한 층들이 미끄러지면서 작용하는 마찰력으로 인해 발생한다. 이러한 저항을 극복하는데 소요되는 에너지는 열로 바뀌어 전 유체로 소산된다. 실제적으로 스토크스 법칙의 사용은 레이놀즈수 1.0이하로 제한된다. 이 값은 항력의 최고오차 10%에 해당한다.

스토크스와 뉴턴의 법칙에 의한 항력을 비교해 보는 것도 흥미있다.

$$F_D = 3\pi \eta V d = C_D \frac{\pi}{8} \rho_g V^2 d^2, Re < 1$$

..... (9)

스토크스의 법칙은 점성계수를 포함하고 있다. 그러나  $\rho_g$ 와 같은 관성과 관계한 요소는 없다. 식(9)식을 항력계수에 대해서 풀면 아래 식을 얻는다.

$$C_D = \frac{24 \eta}{\rho_g V d} = \frac{24}{Re} \dots \dots \dots (10)$$

이 식은 그림. 1에서 직선으로 나타낸 부분이다. 식(10)을 보면, 뉴턴의 법칙에서  $V^2$ 과  $d^2$ 에 비례하던 항력이 스토크스 법칙에서는 V와 d에 비례함을 알 수 있다. 뉴턴의 법칙과 스토크스 법칙의 중간 영역에서는 항력에 대한 함수관계가  $V^2$ 에서 V로  $d^2$ 에서 d로 변화한다. 그림. 1에서 곡선으로 나타나는 부분이 여기에 해

당한다.

식 7의 마찰성분 (frictional component) 이 스토크스 항력의 2/3 을 차지하는데 형상성분 (form component) 이 없는 관내유동에 대해서는  $C_D = 16/Re$  로서 식 10의 2/3 가 되어 흥미롭다.

스토크스 법칙을 얻는데 필요했던 다른 가정들로 인해서는 어떤 제약조건이 발생하는가? 비압축성 가정은 공기가 비압축성이라는 의미가 아니다. 오히려 입자가 공기층을 통과할 때 근접한 공기는 상당히 압축된다. 이 가정은 입자의 상대속도가 음속에 비해 훨씬 작다는 것과 동일한 것으로서, 공기부유 입자에 대해서 대부분 타당한 가정이다.

입자 직경의 10배 이내 공간에 벽이 있으면 입자의 항력이 이에 의해 영향을 받는다. 공기부유입자의 크기는 매우 미소하기 때문에, 전체 중 극히 일부만이 외벽이 직경 10배의 공간에 있어서 영향을 받게 된다.

물방울과 같이 고체가 아닌 구형입자에 대한 스토크스 법칙의 수정량은 대개 별로 크지 않다. 물방울의 경우 공기저항에 의해 유발되는 물방울내의 순환유동으로 인해서 스토크스 법칙에 의한 예측치보다 0.7 % 빨리 낙하한다.

입자표면에서 속도가 영이 아닌 경우에 대해서는 I.4 절에서 취급하겠고, 입자형상

이 구형이 아닌 경우의 여러 효과에 대해서는 I.5 절에서 다루겠다.

### I.3 낙하속도와 기계적 mobility (settling velocity & mechanical mobility)

스토크스 법칙의 중요한 적용예를 정지한 공기중에서 중력에 의해 공기부유입자가 낙하하는 속도를 결정하는데서 발견할 수 있다. 공기부유 입자가 공기중에 방출되었을 때 즉시 종단낙하 속도 (terminal settling velocity) 에 도달하게 되는데, 이 상태에서는 공기에 의한 저항력의 크기가 입자에 작용하는 중력 크기  $F_G$  와 같다. 이 조건 하에서는

$$F_D = F_G = mg \dots \dots \dots (11)$$

$$3\pi\eta Vd = \frac{(\rho_p - \rho_g)\pi d^3 g}{6} \dots \dots \dots (12)$$

여기서  $g$  는 중력가속도이고,  $\rho_p$  와  $\rho_g$  는 각각 입자 및 기체의 밀도이다. 기체의 밀도는 부력효과를 감안하기 위한 것인데 통상  $\rho_g$  에 비해  $\rho_p$  가 훨씬 크므로 무시된다. 예를 들어 공기중에서 낙하하는 물방울의 경우  $\rho_p/\rho_g = 800$  이 되어, 부력을 무시함으로 인해 발생하는 오차는 불과 0.1%에 불과하다. 식 12 를 종단 낙하속도  $V_{Ts}$  에 대해서 풀면 아래 식을 얻는다.

$$V_{Ts} = \frac{\rho_p d^2 g}{18\eta}$$

여기서

$$d > 1 \mu\text{m}, Re < 1.0 \dots\dots\dots (13)$$

중단 낙하속도는 입자 직경의 제곱에 비례하여 크기에 따른 급격한 증가를 보인다. 유도과정 중에서 예상했던 바대로 스토크스영역내의 중단낙하 속도는 점성에 반비례하고 가스밀도의 함수가 아니다. 공기부유입자는 거의 순간적으로 중단낙하 속도에 도달하기 때문에  $V_{TS}$ 는 대부분의 실제 상황에서 적절한 입자운동 특성이 된다. 식(13)은 미끄럼보정인자(slip correction factor)를 적용하지 않고서는  $1.0 \mu\text{m}$ 이하의 입자에 대해서는 쓸 수 없다. 표준상태 단위밀도의 구에 대해서 성립하는 식(13)은 다음과 같다.

$$V_{TS} \cong 0.003 d^2 \text{ 단, } 1 < d < 100 \mu\text{m}$$

여기서  $V_{TS}$ 는  $\text{cm/sec}$ 단위이고,  $d$ 는 인치이다.

원심력 등의 다른 종류의 외력에 의한 중단속도는 위와 비슷한 방법으로 구할 수 있다. 원심력에 의한 중단속도는 다음과 같다.

$$V_{TS} = \frac{\rho_p d^2 a_c}{18 \eta} \dots\dots\dots (14)$$

여기서  $a_c$ 는 입자가 위치한 지점에서의 원심력에 의한 가속도이다. 운동반경  $R$ , 접선 방향속도가  $V_T$ 인 경우에

$$a_c = \frac{V_T^2}{R} \dots\dots\dots (15)$$

식(13)의 스토크스 낙하 방정식은 공기 부유입자 연구에 있어서 기본적으로 중요하다. 그러나 위 형태의 식은 직경이  $1.5 - 75 \mu\text{m}$ 인 공기부유입자에 대해서만 정확하다 ( $\pm 10\%$ ). 미끄럼에 대한 보정을 했을 때(1.4절)  $0.001 \mu\text{m}$ 까지의 작은 입자에 대해서도 정확하다.

식(8)의 스토크스 법칙에서 항력은 속도에 직접 비례한다. 따라서 입자에 대한 스토크스 항력을 입자의 mobility 혹은 단위힘에 대한 속도,  $B$ 로써 나타낼 수 있다.

$$B = \frac{V}{F_D} = \frac{1}{3\pi\eta d}$$

$$\text{단, } d > 1 \mu\text{m} \dots\dots\dots (16)$$

mobility의 단위는  $\text{cm/s}\cdot\text{dyn}$  혹은  $\text{s/g}$ 으로서, 전자적 mobility(electrical mobility)와 구별하기 위해 종종 기계적(mechanical) mobility라고 부른다. 공기부유입자의 중단속도는 mobility에 힘을 곱한 값이다.

$$V_{TS} = F_G \cdot B \dots\dots\dots (17)$$

$1 \mu\text{m}$ 보다 작은 입자에 대해서는  $B$ 에 미끄럼 보정인자(slip correction factor)를 곱해야 한다.

#### 1.4 미끄럼보정 인자

스토크스 법칙의 중요한 가정중 하나는

구의 표면에서 기체의 상대속도가 영이라는 것이다. 이 가정은 기체의 평균자유거리 (mean free path) 에 상당하는 크기의 작은 입자에 대해서는 성립하지 않는다. 이러한 입자들은 스토크스 법칙에 의한 예측치보다 더 빨리 낙하하는데, 이는 입자표면에서 미끄러짐 현상이 발생하기 때문이다. 표준상태에서 이러한 오차가 직경이 1 μm보다 작은 입자에 대해서는 중요해진다. 1910년에 큐닝햄 (Cunningham)은 이러한 효과를 고려해서 스토크스 법칙에 대한 보정인자를 유도했다. 큐닝햄 수정인자, C<sub>c</sub>라고 불리는 이 인자는 항상 1보다 커서 다음과 같이 스토크스 항력을 감소시킨다.

$$F_D = \frac{3\pi\eta Vd}{C_c} \dots\dots\dots (18)$$

여기서

$$C_c = 1 + \frac{2.52 \lambda}{d} \dots\dots\dots (19)$$

λ는 평균자유거리이다.

큐닝햄 보정인자를 사용할 때 스토크스 법칙을 0.1 μm크기의 입자까지 적용할 수 있다. 크기와 밀도를 알고 있는 입자의 낙하속도를 측정해서 직경 0.01 μm크기의 입자까지 스토크스법칙을 적용할 수 있는 실험식을 만들었다.

$$C_c = 1 + \frac{\lambda}{d} [ 2.514 + 0.800 \exp$$

$$(-0.55 \frac{d}{\lambda}) ] \dots\dots\dots (20)$$

이를 미끄럼보정 인자 (slip correction factor)라고 하는데, 0.1 μm보다 직경이 작은 입자에 대해서는 (20) 식을 사용해야 한다. 식(18)을 이용해서 식(13)을 다시 유도하면 종단 낙하속도는 다음과 같이 구해진다.

$$V_{Ts} = \frac{\rho_p d^2 C_c}{18 \eta} \dots\dots\dots (21)$$

따라서 입자는 인자 C<sub>c</sub>에 의해서 보정되지 않은 스토크스 법칙에 의한 예측치보다 더 빨리 낙하한다.

표준상태에서 1.0 μm 입자에 대한 수정인자는 1.16이다. 이는 보정되지 않은 스토크스 법칙에 의한 결과보다 16% 빨리 낙하됨을 의미한다.

1 μm보다 작은 입자에 대해서 입자 크기가 감소함에 따라 미끄럼 보정인자가 급격히 증가한다. (그림 2 참조)

따라서 큐닝햄이나 미끄럼 보정인자를 사용해야 한다. 정확한 결과가 요구되는 곳에서는 10 μm보다 작은 입자에 대해서도 사용해야 한다. 통상 입자의 크기가 기체의 평균자유거리에 접근할 때 미끄럼 보정인자가 필요하다고 말할 수 있는데, 이는 입자가 “너무 작아서 분자 사이로 미끄러지기” 때문이다. 이것은 틀린 개념이기는 하나 어떻게 보정인자를 적용할 것인가를

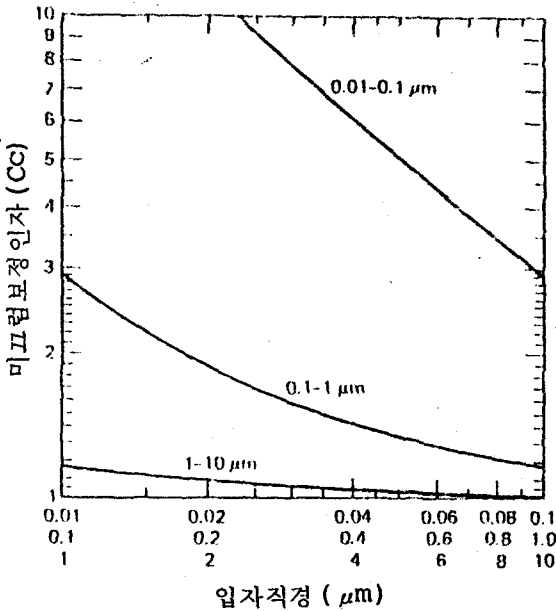


그림.2 20 °C, 1 atm에서 미끄럼 보정인자

기억하는데는 유용하다.

미끄럼 보정량은 압력이 감소함에 따라 평균자유거리가 증가하기 때문에 증가한다. 표준상태가 아닌 압력하에서 공기에 대한 식 (20)은 다음과 같다.

$$C_c = 1 + \frac{2}{pd} [ 6.32 + 2.01 \exp(-0.1095 pd) ] \dots\dots\dots (22)$$

여기서 p는 cmHg 단위의 절대압이고, 이는 μm 단위의 입자직경이다.

식 (22)는 압력에 대한 미끄럼 인자의 의존도를 낮게 산출하지만, 표준상태가 아닌 압력 상태에서 미끄럼 보정계수를 결정할 수 있는 간단한 방법이 된다. 식 (22)에서 압력은 pd 곱으로 나타나는데, 입자직

경에 대기압을 곱함으로써 1 atm 압력하의 동등한 미끄럼 보정인자를 갖는 입자 직경을 얻는다. 미끄럼 보정 인자는 그림 2로부터 직접 구할 수도 있다. 예로써 2 atm 압력에서의 1 μm 입자에 대한 보정인자는 1 atm에서의 2 μm 입자에 대한 보정인자 (C<sub>c</sub> = 1.08)와 같은데, 이는 그림 2로부터 직접 얻을 수 있다.

압력이 스토크스 법칙에서 직접 나타나지는 않지만, 미끄럼 보정량과 관련이 있는 평균자유거리에 영향을 끼치기 때문에 작은 입자의 낙하속도에 영향을 준다. 표 1에서 볼 수 있듯이, 기체의 밀도를 증가시킬 때 큰 미끄럼 보정인자를 갖는 작은 입자 (d < 0.1 μm)와 항력에서 관성력이 차지하는 비중이 많은 커다란 입자 (d > 100 μm)의 낙하속도가 감소한다. 중간크기의 입자 - 예를 들면 10 μm 크기의 입자 - 의 낙하속도는 압력에 큰 영향을 받지 않는다.

d << λ (상압에서 d < 0.01 μm)인 입자의 운동은 자유분자 혹은 분자운동 영역에 있다고 얘기한다. 이 영역에서 공기는 연속적인 유체로서 입자운동에 저항을 가하는 것이 아니라 입자의 후방보다는 전방에서 더 자주 가해지는 일련의 불연속적인 충격으로 작용한다. 자유분자운동 영역에서의 입자운동은 이 책의 영역을 벗어난다. d > λ인 입자의 운동은 연속체의 영역에 속한다. 분자운동과 연속체 중간지역은 천이영



표. 1 20 °C에서 단위질량인 구의 종단낙하 속도에 미치는 압력의 영향

Particle Diameter ( $\mu\text{m}$ )	$V_{TS}$ at the Indicated Pressure (cm/s)		
	$P = 0.1 \text{ atm}$	$P = 1.0 \text{ atm}$	$P = 10 \text{ atm}$
0.001	$6.9 \times 10^{-6}$	$6.9 \times 10^{-7}$	$6.9 \times 10^{-8}$
0.01	$6.9 \times 10^{-5}$	$7.0 \times 10^{-6}$	$8.7 \times 10^{-7}$
0.1	$7.0 \times 10^{-4}$	$8.8 \times 10^{-5}$	$3.5 \times 10^{-5}$
1	0.0088	0.0035	0.0031
10	0.35	0.31	0.29
100	29	25	17

역이라고 부른다.

I.5 비구형 (nonspherical) 입자

지금까지의 항력과 낙하속도에 대한 방정식은 구형입자에 대한 것이다. 액적 (1 mm보다 작은) 과 몇몇 응축기체는 구형이다. 그외 대부분의 입자는 비구형이다. 정육각형의 소금입자, 원통형의 박테리아와섬유, 단결정 (single crystal) 혹 구형입자의 응집 등과 같이 몇몇 입자는 규칙적인 기하학적 형상을 갖는다. 그외에 응집된 입자나 분쇄된 물질등은 불규칙적인 형상을 갖는다. 입자의 모양은 항력과 낙하속도에 영향을 준다.

운동학적 형상인자 (dynamic shape factor) 라는 보정인자를 스토크스 법칙에 도입하여 형상이 입자운동에 미치는 영향을 고려한다. 운동학적 형상인자는 실제 입자와 동일한 체적 및 속도를 갖는 구형입자에 작용하는 항력에 대한 비구형인 실제입자의 항력의 비로써 정의된다. 운동학

적 형상인자,  $\chi$  는 아래와 같이 주어진다.

$$\chi = \frac{F_D}{3\pi\eta V d_e} \dots\dots\dots (23)$$

여기서  $d_e$ 는 등체적직경 (equivalent volume diameter) 으로서 불규칙형상의 입자와 동일한 체적을 갖는 구의 직경을 의미한다. [이러한 구를 등체적구 (equivalent volume sphere) 라고 한다] 등체적 직경은 불규칙 형상의 입자를 녹여 액적을 만들었을때의 직경으로 생각할 수 있다. 현미경 측정을 통하여 입자의  $d_e$  를 계산하는 방법은 생략하겠다. 불규칙 입자에 대한 스토크스 법칙은 다음과 같다.

$$F_D = 3\pi\eta V d_e \chi \dots\dots\dots (24)$$

따라서 종단낙하속도는 아래와 같다.

$$V_{TS} = \frac{\rho_p d_e^2 g}{18\eta \chi} \dots\dots\dots (25)$$

여러 형상의 입자에 대한 운동학적 형상인자는 표 2에 나타나 있다.

기하학적 형상 (geometric shape)에 대한 값은 액체의 기하학적 모델의 낙하속도를 측정하여 결정한다. 불규칙형상 (irregular shape)에 대한 낙하속도는 1.9절에서 설명하는 elutriation device를 사용해서 간접적으로 측정한다. 표.2의 값은 모든 방향에 대해서 평균을 취한 것인데, 이는 브라운운동으로 인해 일반적인 상황이다. 유선형을 제외한 대부분의 경우 운동학적 형상인자는 1.0보다 크다. 이는 비구형 입자가 등체적구보다 늦게 낙하함을 의미한다.

불규칙 입자에 대한 미끄럼보정 인자의 계산은 매우 복잡한데 대부분의 경우 등체적구에 대한 근사적인 인자로 충분하다. 긴 섬유에 대한 미끄럼보정 인자는 섬유 (fiber)의 직경과 같은 구형입자와 등체적구에 대한 값 사이에 있다.

섬유 등과 같이 긴형상의 입자는 튜브속을 흐를 때 유선방향으로 정렬되는 경향이 있다. 이러한 입자들은 레이놀즈 수가 10보다 클때 낙하와 수직방향으로 회전한다.  $0.1 < Re < 10$ 에서는 부분적인 정렬이 있고, 0.1보다 레이놀즈수가 낮을 때에는 정렬현상이 없다.

1.6 공기역학적 직경 (Aerodynamic Diameter)

스토크스 직경과 공기역학적 직경은 에어로졸 테크놀로지에서 널리 사용되고 있

표. 2 동력학적 형상계수

형상	동력학적형상인자, X
<i>Geometric Shapes</i>	
Sphere	1.00
Cube	1.08
Cylinder ( $L/D = 4$ )	
axis horizontal	1.32
axis vertical	1.07
Cluster of spheres	
2 chain	1.12
3 chain	1.27
3 compact	1.15
4 chain	1.32
4 compact	1.17
<i>Dusts</i>	
Bituminous coal	1.05-1.11
Quartz	1.36
Sand	1.57
Talc	2.04

<sup>a</sup>After Davies, C. N., "Particle Fluid Interaction," *J. Aerosol Sci.*, 10, 477-513 (1979).

<sup>b</sup>Averaged over all orientations except where noted.

는 등직경 (equivalent diameter)이다. 이들은 다음과 같이 정의된다.

1. 스토크스직경,  $d_s$ 는 입자와 동일한 밀도 및 낙하속도를 갖는 구의 직경이다.

2. 공기역학적 직경,  $d_a$ 는 입자와 동일한 낙하속도를 갖는 단위밀도 ( $\rho_p = 1 \text{ g/cm}^3$ )인 구의 직경이다.

식(25)를 이러한 용어를 이용해서 표시할 수 있다.

$$V_{Ts} = \frac{\rho_p d_e^2 g}{18\eta\lambda} = \frac{\rho_b d_s^2 g}{18\eta} = \frac{\rho_0 d_a^2 g}{18\eta} \dots\dots\dots (26)$$

여기서  $\rho_0$ 는 단위밀도로서, cgs단위계에

서  $1 \text{ g/cm}^3$ 이다. 식 (26)으로 부터 스톡스 직경은 각종형상의 입자들을 동일한 공기역학적 성질, 즉 낙하속도를 가지는 구형 입자로 표준화시킨다는 것을 명확히 알 수

있다. 공기역학적 직경은 형상뿐 아니라 밀도까지 표준화시킨다. 불규칙 입자와 이에 대한 동등구 (equivalent sphere)를 그림. 3에서 비교했다. 둘 중에서 더 자주

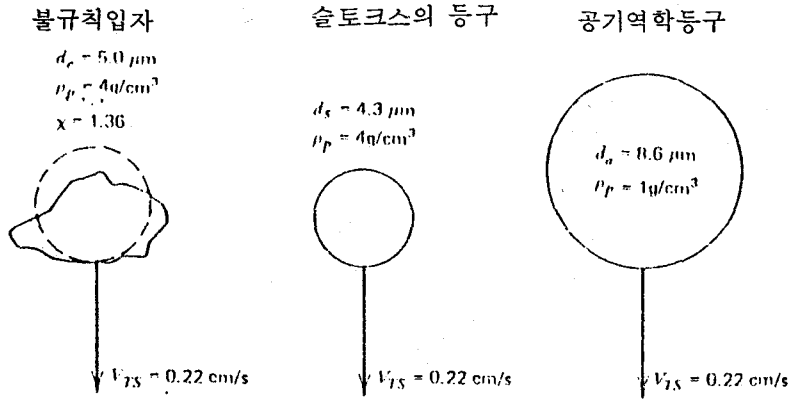


그림. 3 불규칙 입자들과 그의 등 구형 (equivalent sphere)

사용되는 공기역학적 직경은 입자와 동일한 공기역학적 성질을 갖는 물방울의 직경으로 생각될 수 있다. 만일 입자의 공기역학적 직경이  $1 \mu\text{m}$ 라면, 입자의 모양, 밀도 및 크기에 무관하게  $1 \mu\text{m}$ 의 물방울과 같이 행동한다. 크기, 모양 및 밀도가 다른 입자들의 공기역학적 반경이 같을 때, 이 입자들을 공기역학적으로 구별하는 것은 불가능하다. 스톡스직경은 통상 입자의 재질이 큰 덩어리로 있을 때의 일반적인 밀도  $\rho_b$ 로써 정의된다. 이렇게 함으로써 입자의 실제 밀도를 정의하는 문제를 피할 수 있는데, 실제 밀도는 다공성 (porosity),

occlusion 혹은 응집구조 (agglomerated structure) 등으로 인해서  $\rho_b$ 보다 적을 수가 있다.

스토크스 직경과 공기역학적 직경은 입자의 기하학적 성질보다는 공기역학적 거동에 의해 정의된다. 공기역학적 직경은 여과 (filtration), 호흡기 흡착 (respiratory deposition) 과 여러 형태의 공기청정기의 성능을 기술하는데 매우 중요한 입자의 성질이다. 많은 경우 입자의 공기역학적 직경을 알 때, 입자의 실제 크기, 형상인자, 밀도 등은 알 필요가 없다. I.9절의 elutriator와 casca-

de impactor와 같은 기기들은 공기역학적 입자크기를 측정하기 위해 공기역학적 분리(aerodynamic separation)를 이용한다.

식 (26)을 다음과 같이 배열하자

$$\chi = \frac{\rho_p}{\rho_0} \left(\frac{d_p}{d_a}\right)^2 = \frac{\rho_p}{\rho_b} \left(\frac{d_e}{d_s}\right)^2 \dots\dots (27)$$

$$d_a = d_e \left(\frac{\rho_p}{\rho_0 \chi}\right)^{1/2} = d_s \left(\frac{\rho_p}{\rho_b}\right)^{1/2} (28)$$

밀도가 1g/cm<sup>3</sup>보다 큰 일반적인 입자에 대해서 d<sub>a</sub>는 항상 d<sub>p</sub>보다 크다.

미끄럼보정이 요구되는 작은 입자에 대해서 위의 정의는 여전히 유효하지만, 미끄럼보정이 공기역학적 혹은 스토크스 직경에 가해져야 하기 때문에 불편하다. 마찬가지로, 입자의 운동이 스토크스 영역을 벗어나는 영역 (R<sub>e</sub> > 1.0) 에서도 위의 정의는 유효하다. 그러나 식( 26-28 )은 쓸 수 없다.

I.7 높은 레이놀즈 수에서의 낙하

스토크스 영역에서 입자의 낙하속도는 입자의 직경과 밀도를 알면 바로 구할 수 있다; 속도를 알 때 직경도 결정된다. R<sub>e</sub> > 1.0인 입자 운동에 대해서는 이와 상황이 다르다. 식( 4)를 중력과 같이 놓아 낙하 속도에 대해서 풀면 다음 식을 얻는다.

$$V_{Ts} = \left(\frac{4\rho_p d_p g}{3C_D \rho_g}\right)^{1/2} \dots\dots\dots (29)$$

식(29)에서 V<sub>Ts</sub>를 계산하기 위해서는 C<sub>D</sub> 값을 먼저 알아야 한다. 그림. 1 혹은 식(5)로 부터 C<sub>D</sub>를 구하기 위해서는 입자의 레이놀즈수 (ρVd/η)가 필요한데, 이는 다시 V<sub>Ts</sub>를 포함하고 있다. 이러한 딜레마는 d<sub>p</sub>에 대한 V<sub>Ts</sub>의 함수관계가 스토크스 영역의 V<sub>Ts</sub> ∝ d<sup>2</sup>에서 뉴턴의 항력 영역 V<sub>Ts</sub> ∝ d<sup>1/2</sup>으로 변화하기 때문이다. 이러한 관계식의 변화는 천이 영역, 곧 레이놀즈수 1-1000에서 식(29)의 C<sub>D</sub> 변화로서 나타난다.

첫단계는 입자의 운동이 스토크스영역 밖에 있는지를 결정하는 것이다. 스토크스 법칙이 성립한다고 가정한 후 식(5)를 사용해서 V<sub>Ts</sub>를 결정할 수 있다. 이 값으로 레이놀즈 수를 계산했을 때 1보다 크면결정된 V<sub>Ts</sub>는 틀린 것이다. 이러한 경우 아래와 같은 방법으로 올바른 V<sub>Ts</sub>를 찾아낼 수 있다.

위에서 언급한 딜레마를 해결하는 방법은 식(5)를 식(29)에 대입하여 속도 값을 바꾸어가면서 식(29)의 등식이 원하는 정확도 범위내에 들때까지 계산을 반복하는 시행착오법을 사용하는 것이다. 표 3에 나타난 표준상태의 단위밀도 구에 대한 V<sub>Ts</sub>는 이 방법으로 계산된 것이다. 표 3에 나타낸 값들은 다른 조건에 대해서는 쓸수가 없다. 왜냐하면 ρ<sub>p</sub>, ρ<sub>g</sub> 혹은 η의 변화는 C<sub>D</sub>와 V<sub>Ts</sub>간의 관계에 변화를 주기 때

문이다.

$$C_D = \frac{4}{3} \frac{\rho_p d_p g}{\rho_g V^2} \dots \dots \dots (30)$$

다른 방법은  $C_D Re^2$  를 계산하여 이용하는 것이다. 식(29)를 다시 정리하면 다음과 같은 식형태를 얻을 수 있다.

식(30)의 양변에  $Re^2$  를 곱한다.

$$C_D Re^2 = \frac{4}{3} \frac{d_p^3 \rho_p \rho_g g}{\eta^2} \dots \dots \dots (31)$$

표. 3 표준상태에서 100 ~ 2000  $\mu m$ 에 해당하는 단위밀도 구에 대한 종단낙하속도

Diameter ( $\mu m$ )	Re	$V_{TS}$ (cm/s)	Diameter ( $\mu m$ )	Re	$V_{TS}$ (cm/s)
100	1.65	24.8	360	34.5	144
105	1.87	26.8	370	36.5	148
110	2.12	28.9	380	38.6	152
115	2.38	31.2	390	40.7	157
120	2.67	33.5	400	42.9	161
125	2.98	35.8	410	45.1	165
130	3.31	38.2	420	47.4	169
135	3.61	40.2	430	49.8	174
140	3.96	42.5	440	52.2	178
145	4.33	44.8	450	54.6	182
150	4.71	47.2	460	57.1	186
155	5.11	49.5	470	59.6	190
160	5.52	51.8	480	62.2	194
165	5.95	54.2	490	64.8	198
170	6.40	56.6	500	67.5	202
175	6.87	58.9	550	81.6	222
180	7.35	61.3	600	96.8	242
185	7.84	63.7	650	113	261
190	8.35	66.0	700	130	280
195	8.88	68.4	750	149	298
200	9.42	70.8	800	168	316
210	10.5	75.5	850	189	334
220	11.7	80.2	900	210	352
230	13.0	84.9	950	233	369
240	14.3	89.6	1000	257	386
250	15.7	94.3	1100	307	419
260	17.1	98.9	1200	361	452
270	18.6	103	1300	419	484
280	20.1	108	1400	480	515
290	21.7	112	1500	546	546
300	23.4	117	1600	614	577
310	25.1	121	1700	686	606
320	26.9	126	1800	762	636
330	28.7	130	1900	841	665
340	30.6	135	2000	924	694
350	32.5	139			

\*Calculated using the intermediate region approximation  $C_D = (24/Re)(1 +$

식(31)의 우변항에는 속도가 포함되어 있지 않기 때문에  $C_D R_e^2$ 은 바로 결정할 수 있다.  $0.05 < R_e < 4.0$  범위에 대해서 데이비스(1945)는  $C_D R_e^2$  값으로 바로  $V_{TS}$ 를 계산할 수 있는 실험식을 제안했다.

$$V_{TS} = \frac{\eta}{\rho_g d} \left[ \frac{C_D R_e^2}{24} - 2.3363 \times 10^{-4} (C_D R_e^2)^2 + 2.0154 \times 10^{-6} (C_D R_e^2)^3 - 6.9105 \times 10^{-9} (C_D R_e^2)^4 \right] \dots (32)$$

입자의 레이놀즈 수가 4.0 보다 크거나, 보다더 일반적인 경우로 레이놀즈수 영역을 알 수 없을 경우에 대해서는 그래프 방법으로  $C_D R_e^2$ 를 사용해서 낙하속도를 결정할 수 있다. 왜냐하면 이 값은 레이놀즈수만의 함수로  $V_{TS}$ 를 몰라도 결정할 수 있

는 량이기 때문이다. 식(31)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$C_D R_e^2 = K$$

$$C_D = K/R_e^2 \dots\dots\dots (33)$$

이 식은 입자가 종단낙하속도에 도달했을 때 성립하는 한개의 방정식이다. 나머지 하나의 방정식은 그림 1의 천이영역에 대한 식(5)이다. 식(33)을 그림 3.1에 그렸을 때 기울기가 -2인 직선으로  $R_e$ 에 대한  $C_D$  직선과 어떤 한 점에서 만난다. 이 교점에서의  $R_e$ 와  $C_D$ 가 입자의 레이놀즈수 및 항력계수이다. 그림 4를 참조하라 낙하속도는 이점에서의 레이놀즈수로부터 얻을 수 있다.

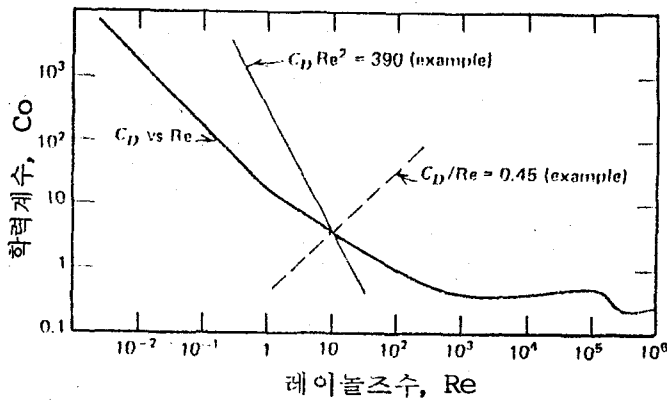


그림. 4  $C_D R_e^2 = 390$  및  $C_D/R_e = 0.45$ 인 직선의 예를 보여주는 레이놀즈 수에 따른 항력계수

표. 4  $C_D Re^2$  값이  $10 \sim 10^5$  인 낙하 구에 대한 레이놀즈수

$C_D Re^2$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0.40	0.43	0.47	0.51	0.54	0.58	0.61	0.65	0.69	0.72
20	0.75	0.79	0.82	0.86	0.89	0.92	0.96	0.99	1.02	1.06
30	1.09	1.12	1.15	1.18	1.22	1.25	1.28	1.31	1.34	1.37
40	1.40	1.43	1.47	1.50	1.53	1.56	1.59	1.62	1.65	1.68
50	1.71	1.74	1.77	1.80	1.83	1.86	1.89	1.92	1.95	1.98
60	2.01	2.04	2.07	2.10	2.13	2.16	2.19	2.22	2.25	2.27
70	2.30	2.33	2.36	2.39	2.42	2.45	2.47	2.50	2.53	2.56
80	2.59	2.62	2.64	2.67	2.70	2.73	2.75	2.78	2.81	2.84
90	2.86	2.89	2.92	2.95	2.97	3.00	3.03	3.05	3.08	3.11
$C_D Re^2$	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
100	3.14	3.40	3.66	3.92	4.17	4.41	4.66	4.90	5.13	5.36
200	5.59	5.82	6.05	6.27	6.49	6.70	6.92	7.13	7.34	7.55
300	7.75	7.96	8.16	8.36	8.56	8.75	8.95	9.14	9.34	9.53
400	9.72	9.90	10.1	10.3	10.5	10.6	10.8	11.0	11.2	11.4
500	11.5	11.7	11.9	12.1	12.2	12.4	12.6	12.8	12.9	13.1
600	13.3	13.4	13.6	13.8	13.9	14.1	14.2	14.4	14.6	14.7
700	14.9	15.0	15.2	15.4	15.5	15.7	15.8	16.0	16.1	16.3
800	16.4	16.6	16.7	16.9	17.1	17.2	17.3	17.5	17.6	17.8
900	17.9	18.1	18.2	18.4	18.5	18.7	18.8	19.0	19.1	19.2
$C_D Re^2$	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900
1000	19.4	20.8	22.1	23.4	24.7	26.0	27.2	28.4	29.6	30.7
2000	31.8	33.0	34.0	35.1	36.2	37.2	38.2	39.2	40.2	41.2
3000	42.2	43.2	44.1	45.1	46.0	46.9	47.8	48.7	49.6	50.5
4000	51.4	52.2	53.1	53.9	54.8	55.6	56.4	57.3	58.1	58.9
5000	59.7	60.5	61.3	62.1	62.9	63.6	64.4	65.2	65.9	66.7
6000	67.4	68.2	68.9	69.7	70.4	71.1	71.8	72.6	73.3	74.0
7000	74.7	75.4	76.1	76.8	77.5	78.2	78.9	79.6	80.2	80.9
8000	81.6	82.3	82.9	83.6	84.2	84.9	85.6	86.2	86.9	87.5
9000	88.1	88.8	89.4	90.1	90.7	91.3	92.0	92.6	93.2	93.8
$C_D Re^2$	0	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000
10000	94.4	100	106	112	117	123	128	133	138	143
20000	148	152	157	162	166	170	175	179	183	187
30000	191	195	199	203	207	211	214	218	222	226
40000	229	233	236	240	243	247	250	254	257	260
50000	264	267	270	273	277	280	283	286	289	292
60000	295	298	301	304	307	310	313	316	319	322
70000	325	328	331	334	336	339	342	345	348	350
80000	353	356	358	361	364	367	369	372	374	377
90000	380	382	385	388	390	393	395	398	400	403

<sup>a</sup>Value of  $C_D Re^2$  equals the sum of row and column headings.

표. 5  $C_D/R_c$  값이 0.01 ~ 100 인 낙하 구에 대한 레이놀즈 수

$C_D/R_c$	0	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009
0.01	106	99.5	93.8	88.8	84.4	80.6	77.2	74.1	71.3	68.8
0.02	66.5	64.3	62.4	60.6	58.9	57.3	55.8	54.5	53.2	52.0
0.03	50.8	49.7	48.7	47.8	46.8	46.0	45.1	44.3	43.6	42.8
0.04	42.1	41.5	40.8	40.2	39.6	39.1	38.5	38.0	37.5	37.0
0.05	36.5	36.0	35.6	35.2	34.7	34.3	34.0	33.6	33.2	32.8
0.06	32.5	32.2	31.8	31.5	31.2	30.9	30.6	30.3	30.0	29.7
0.07	29.5	29.2	29.0	28.7	28.5	28.2	28.0	27.8	27.5	27.3
0.08	27.1	26.9	26.7	26.5	26.3	26.1	25.9	25.7	25.5	25.3
0.09	25.2	25.0	24.8	24.7	24.5	24.3	24.2	24.0	23.9	23.7
$C_D/R_c$	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.1	23.6	22.2	21.1	20.0	19.2	18.4	17.7	17.0	16.4	15.9
0.2	15.4	15.0	14.6	14.2	13.8	13.5	13.2	12.9	12.6	12.4
0.3	12.1	11.9	11.7	11.4	11.2	11.1	10.9	10.7	10.5	10.4
0.4	10.2	10.1	9.93	9.80	9.67	9.54	9.42	9.30	9.19	9.08
0.5	8.97	8.87	8.77	8.67	8.58	8.49	8.40	8.32	8.23	8.15
0.6	8.07	8.00	7.92	7.85	7.78	7.71	7.64	7.58	7.51	7.45
0.7	7.39	7.33	7.27	7.21	7.16	7.10	7.05	7.00	6.95	6.90
0.8	6.85	6.8	6.75	6.70	6.66	6.61	6.57	6.53	6.48	6.44
0.9	6.40	6.36	6.32	6.28	6.24	6.20	6.16	6.12	6.09	6.06
$C_D/R_c$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
1	6.03	5.71	5.44	5.20	4.99	4.8	4.63	4.48	4.34	4.21
2	4.09	3.98	3.88	3.79	3.70	3.62	3.54	3.47	3.40	3.33
3	3.27	3.21	3.16	3.11	3.06	3.01	2.96	2.92	2.88	2.84
4	2.80	2.76	2.72	2.69	2.66	2.62	2.59	2.56	2.53	2.51
5	2.48	2.45	2.43	2.40	2.38	2.35	2.33	2.31	2.29	2.27
6	2.25	2.23	2.21	2.19	2.17	2.15	2.13	2.12	2.10	2.08
7	2.07	2.05	2.04	2.02	2.01	2.00	1.98	1.97	1.96	1.94
8	1.93	1.92	1.90	1.89	1.88	1.87	1.86	1.84	1.83	1.82
9	1.81	1.80	1.79	1.78	1.77	1.76	1.75	1.74	1.73	1.72
$C_D/R_c$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	1.71	1.63	1.55	1.49	1.43	1.38	1.33	1.29	1.25	1.21
20	1.18	1.15	1.12	1.10	1.07	1.05	1.03	1.01	0.99	0.97
30	0.95	0.93	0.92	0.90	0.89	0.88	0.86	0.85	0.84	0.83
40	0.82	0.81	0.80	0.79	0.78	0.77	0.76	0.75	0.74	0.73
50	0.73	0.72	0.71	0.70	0.70	0.69	0.68	0.68	0.67	0.67
60	0.66	0.65	0.65	0.64	0.64	0.63	0.63	0.62	0.62	0.61
70	0.61	0.61	0.60	0.60	0.59	0.59	0.58	0.58	0.58	0.57
80	0.57	0.57	0.56	0.56	0.55	0.55	0.55	0.54	0.54	0.54
90	0.54	0.53	0.53	0.53	0.52	0.52	0.52	0.51	0.51	0.51

\*Value of  $C_D/R_c$  equals the sum of row and column headings.



보다 빠르고 정확한 방법은 표 4 와 같 은  $C_D R_e^2$  과  $R_e$  간의 도표를 이용하는 것 이다.  $C_D R_e$  을 먼저 계산한 후에 해당하는  $R_e$  값을 표 4 로부터 얻는다.  $V_{TS}$  는 레 이놀즈 수로부터 계산한다.

스토크스 영역을 벗어나는 비구형 입자의 운동에 대해서는 식 (31) 과 (34) 의 우변에  $\frac{1}{\chi}$  을 곱하면 된다. 여기서  $\chi$  는 운동학적 형상 인자이고, 등체적 직경이 처음부터 끝 까지 사용된다. 속도나 직경을 결정하는 방 법은 앞과 동일하다. 이러한 방법은 뾰뾰한 입자에 대해서는 레이놀즈 수 100 까지, 날 카로운 모서리를 가지는 불규칙 입자에 대 해서는 레이놀즈수 10 까지 적용가능하다.

I.8 진탕낙하(stirred settling)

$V_{TS}$  에 대한 식을 통해서, 실내나 용기 내에서 공기부유입자 농도의 시간에 따른 변화를 알 수 있다. 불행하게도 실제의 경 우는 매우 복잡하기 때문에 여기서는 그림

5 에 나타낸 두가지 이상적인 경우, 즉 단분산 입자의 정적(tranquil) 및 진 탕(stirred) 낙하에 대해서만 살펴보자 단분산 입자의 경우 실제 상황은 이 두가 지 경우의 중간 영역에 속하게 되는데, 진 탕 낙하에 더 가까운 경우가 많다.

정적낙하는 정지한 공기중에 오직 중력에 대해서 입자가 낙하하는 경우이다. 시간  $t = 0$  일때 균일한 단분산 입자 수농도  $n_0$  의

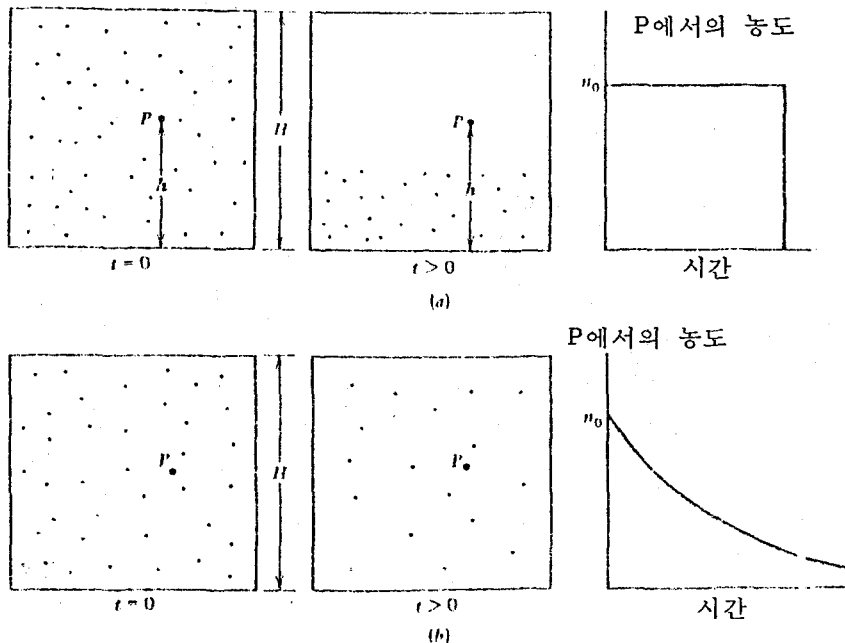


그림. 5 용기내에서의 낙하 (a) 정적낙하 (b) 진탕낙하

높이가 H인 원형 용기를 고려해보자 확산을 무시할 때 모든 입자는 일정속도  $V_{Ts}$ 로 낙하할 것이다. 일정시간 t가 지나면 어느 평면을 기준으로 상부에서는 입자 수농도가 영이고, 이하로는 처음과 같은 수농도  $n_0$ 가 동일하게 된다. 그림 5a를 참조하라 입자중의 일부는 바닥에 가라 앉는다. 용기 내의 임의의점에서 입자의 농도를 관측하면 어느 시간 동안 농도는 일정하다가 갑자기 영이된다. 용기바닥에서 L만큼 높은 지점 p까지 공기부유입자의 경계면이 도달하는데 소요되는 시간은  $(H-h)/V_{Ts}$ 이다.  $H/V_{Ts}$ 만큼의 시간이 경과하면 용기 내의 모든 지점에서 입자 수농도는 영이된다.

다른 극단적인 반대의 경우, 진탕낙하 (그림 5 b)에서는 공기부유입자는 극열하게 진탕되기 때문에 용기의 전 지역에서 입자농도가 항상 일정하다. 확산, 재부유(resuspension) 그리고 벽면으로의 침착(deposition)은 무시할만 하다고 한다. 입자의 낙하속도가 대류 속도(convective velocity)에 중첩된다. 입자의 상하 대류속도는 같기 때문에 충분히 긴 시간에 대해서 모든 입자에 대한 평균 총합속도(average net velocity)는  $V_{Ts}$ 가 된다. 입자의 농도는 시간에 따라 감소하는데 감소율도 또한 시간이 지남에 따라 감소한다. 왜냐하면 감소율은 용기내

에서 부유하고 있는 입자수에 비례하는데, 이 입자의 농도는 각지점에서 비록 균일하기는 하나 시간이 감에 따라 감소하기 때문이다. 시간 dt 동안에 감소하는 비율  $dn/n$ 은 대류운동에 비해 간단한 형태로서 다음과 같다.

$$\frac{dn}{n} = -\frac{V_{Ts} dt}{H} \dots\dots\dots (35)$$

식 35를 초기조건  $t=0$ 일때  $n=n_0$ 로 써 적분하면 다음 식을 얻는다.

$$\frac{n(t)}{n_0} = \exp\left(-\frac{V_{Ts} t}{H}\right) \dots\dots (36)$$

진탕낙하에서 입자의 농도는 시간에 따라 지수함수적으로 감소하기 때문에 영에 도달하지는 않는다. 정적낙하 상황에서 입자가 완전히 제거되는 시간  $(H/V_{Ts})$  동안에 진탕낙하의 경우 수농도는 초기농도의  $1/e$ 로 감소한다.

다분산 공기부유입자에서는 현상이 더 복잡하다. 두 형태의 낙하에서 평균 크기의 농도는 시간에 따라 감소한다. 정적낙하에서는 뚜렷한 입자 경계면이 존재하지 않는다. 진탕낙하에 대해서는 식(36)이 각 크기의 입자에 대해 적용가능하다. 각 크기 분포에 대해 식(36)을 적분하여 시간에 따른 입자수농도를 특징짓는 식을 얻을 수 있다.

### 1.9 낙하운동을 이용하는 기기

몇몇 기기는 입자의 낙하를 이용해서 입자의 공기역학적 직경을 측정하거나, 입자 크기를 돌 혹은 여러 범주로 분류한다. 가장 간단한 것으로는, 밀리칸이 유적 실험을 위해 채택한 것과 유사한 Sedimentation cell이다. 공기부유입자는 1cm보다 작은 밀봉 공간내로 유입되고 강력한 광선으로써 유리 창을 통해 관측된다. 입자는 광선과 수직방향인 현미경에 의해서 관측된다. 빛에 의해서 점처럼 보이는 입자는 현미경의 점안렌즈에 새긴 보정된 눈금 사이를 지날때마다 계수된다. 실제 낙하거리는 보정된 거리로부터 산출하는데 대개 1.0 mm보다 작다. 공기역학적 직경은 측정된 낙하속도로부터 바로 계산한다.

직경이 0.3  $\mu\text{m}$ 보다 작은 입자는 브라운 운동으로 인해서 측정된 낙하 속도의 변화가 극심하다. 이러한 입자들은 관측 영역 바깥으로 튀기도 한다. 5  $\mu\text{m}$ 보다 큰 입자는 너무 빨리 낙하하기 때문에 관측이 어렵다. 광선의 열로 인해 발생하는 열대류 현상을 최소화하기 위해서는 세심한주의가 필요하다. 또한 관측자가 크고 밝은 입자를 선택하는 경향이 있음에 주의할 기하여야 한다.

수직 elutriator는 공기부유입자의 흐름으로부터 공기역학적 직경이 특정 크기 이상인 입자들을 제거하는 장치이다. 공기부유입자는 수직덕트에서 위로, 천천히 흐른

다.  $V_{Ts}$ 가 덕트내의 유속보다 큰 입자는 덕트를 지날 수가 없기 때문에 제거된다. 이 장치는 큰 입자들을 개략적으로 분류하는데에는 만족스러우나 덕트내의 유속 분포가 균일하지 못함으로 인해 크기별로 정확히 분류할 수는 없다. 아래 방향의 속도를 가지는 큰 입자는 위로 움직이는 작은 입자들을 걸러낼 수도 있다.

수평 elutriator는 공기부유입자의 흐름으로부터 입자를 분리해 내거나 입자의 크기 분포를 측정하는 공기부유입자 Spectrometer로서 사용될 수 있다. 분리의 경우, 공기부유입자는 사각형 단면적을 가지는 수평덕트내를 느린 속력으로 지나간다. 입자의 낙하는 유동방향과 수직하여 일어난다. 덕트의 바닥면까지 도달하는 입자는 흐름으로부터 제거된다. 이러한 과정은 작은 크기보다 큰 크기의 입자농도를 더 많이 감소시키는데 기여한다. 그림 6에서 볼 수 있듯이  $V_{Ts} > H\bar{V}_x/L$ 인 입자는 유동이 층류인 경우 완전하게 제거된다. 덕트내에 균등한 간격으로 배치된 수평판은 H를 감소시켜, 주어진 크기의 채집율을 증가시킨다. 수평 elutriator는 호흡 가능한 질량 채집의 한 방법이 된다.

비슷한 방법이 입자 크기의 분포를 측정하는 elutriation spectrometer에 사용된다. 두가지의 유동, 즉 깨끗한 공기와 공기부유입자의 흐름이 사용된다. 덕

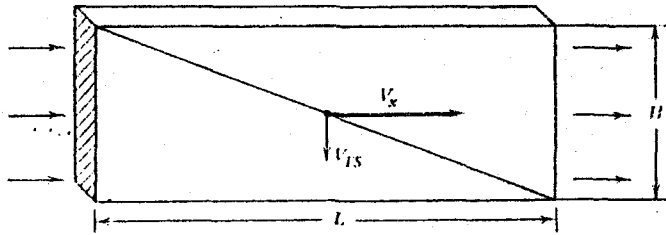


그림. 6 수평 elutriator, 완전 포집을 위한 한계궤적을 나타내는 측면도

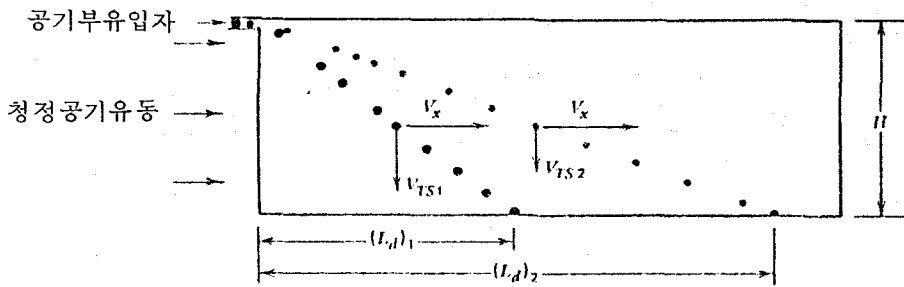


그림. 7 수평 elutriation 공기부유입자Spectrometer

터내에는 평균 속도  $\bar{V}_x$  인, 깨끗한 공기가 층류상태로 흐른다. (그림. 7 참조)

분류부분의 맨 앞에는 공기부유입자가 덕터의 윗면을 통해 얇게 도입된다. 각 크기의 입자는 각각 다르게 낙하되고 덕터면의 각기 다른 위치에 침착하게 된다. 각 입자가 침착하는 위치는 유일하다. 낙하 속도  $V_{Ts}$  인 입자가 침착된 위치는 입구로부터 측정했을 때 다음과 같다.

$$L_d = \frac{H\bar{V}_x}{V_{Ts}} \dots\dots\dots (37)$$

여기서 H는 덕터의 높이이다. 덕터의 밑면은 유리슬라이드나 호일등으로 깔아놓아 각 면별로 분리하여 입자의 수나 질량을 분석

하는데 사용한다. 각 부분은 공기역학적적경을 함수로한 수 (혹은 질량)의 분포는 전체수에 대한 각 크기 분포의 수의 비로부터 결정할 수 있다. 덕터의 끝에는 필터를 설치하여 한계 크기보다 더 작은 입자들을 채집한다.  $V_{Ts} \propto d_p^2$  이기 때문에 작은 입자를 채집할 수 있기 위해서는 덕터의 길이를 매우 길게 해야한다. 덕터의 폭이 길이 방향에 대해서 커지는 덕터를 사용함으로써  $\bar{V}_x$  를 감소시켜 편리한 길이의 장치내에서 분류가 일어날 수 있도록 하는 것이 일반적이다. 중력에 의한 공기부유입자의 낙하는 매우느린 과정이기 때문에 공기의 유속은 낮아야만 한다. 결과적으로이

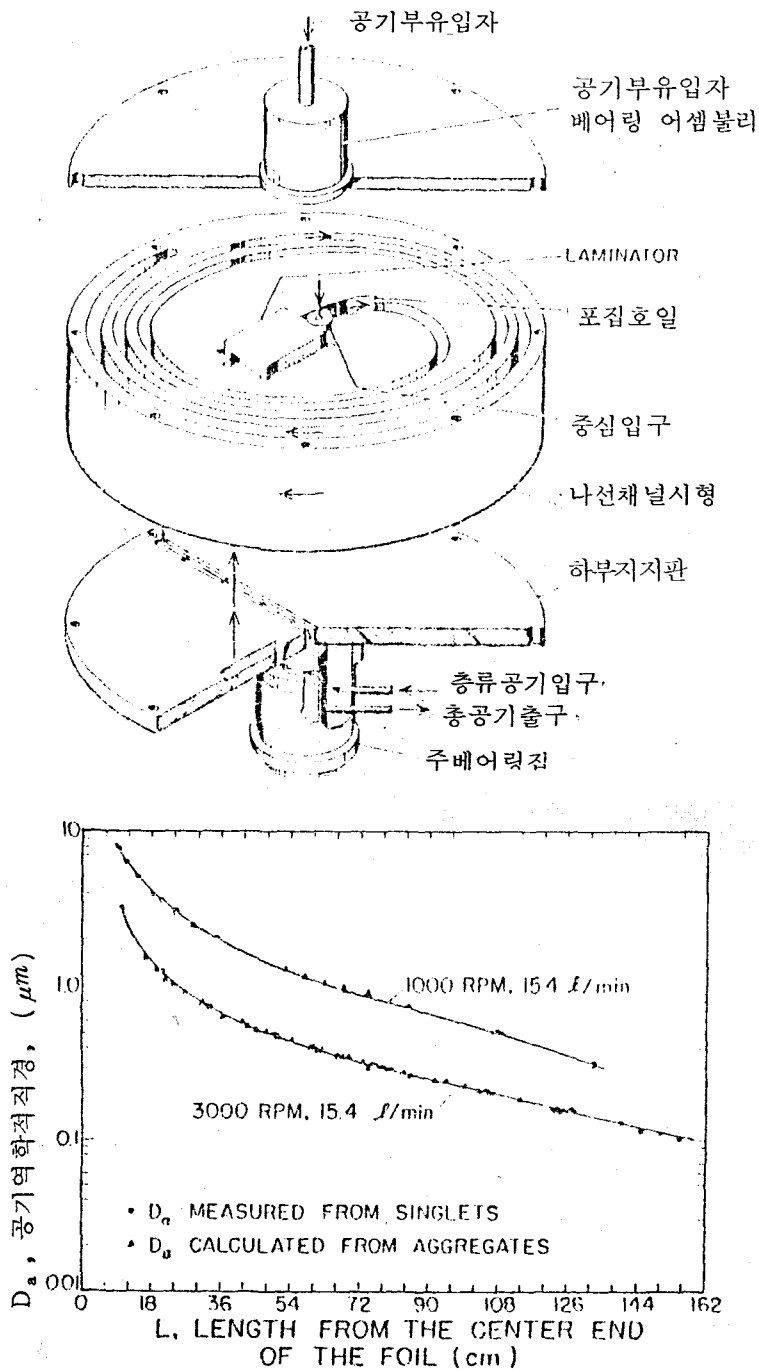


그림. 8 나선형 원심 공기부유입자 Spectrometer 와 보정곡선

러한 장치들은 대류에 민감하다.

공기부유입자 원심분리기는 중력의 힘 대신 원심력을 이용한다는 것 외에는 수평 elutriator와 원리가 동일하다. elutriation덕터는 원통 주위를 감고 있어 회전운동을 한다. 그림 8에 나타낸 바와 같이 공기부유입자와 공기가 회전축을 따라 유입되어 가장자리에서 빠져나올 수 있도록 나선형태로 흔히 배열된다. 유로의 맨 바깥면에는 침착호일(foil)이 있어서 조각으로 나누어 공기역학적 직경의 함수로써 질량분포를 분석해 내는데 사용된다. 원심력은 중력보다 훨씬 크게 만들수 있기 때문에, 이장치는 수평 elutriator에 비해 높은 유동속도에서 작동 가능하고 더 작은 크기의 입자를 분리해낼 수 있다. 이 장치는 2차류(에디)를 유발시켜 유동을 변형시키기 때문에 작은 크기의 입자 분류가 어려워진다.

어떤 공기부유입자 원심분리기는 매우 분해능이 높아 공기역학적 직경의 차이가 단지 몇 퍼센터인 입자를 분리해 낼 수 있다.

**부록 : 스토크스법칙의 유도**

중력과 부력을 무시할 때, 비압축성 유체 ( $\nabla \cdot V = 0$ )에 대한 나비에-스토크스 방정식은 x방향에 대해서 다음과 같다.

$$\rho \left( \frac{\partial U}{\partial t} + u \frac{\partial U}{\partial x} + v \frac{\partial U}{\partial y} + w \frac{\partial U}{\partial z} \right) =$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) \quad (38)$$

비슷한 방정식이 y와 z방향에 대해서도 성립한다. 연산자(operator) 부호를 도입하면 다음과 같다.

$$\rho \frac{DV}{dt} = -\nabla p + \eta \nabla^2 (V) \quad (39)$$

여기서 V는 삼차원 속도 벡터로 공간 중의 고정된 위치 (x,y,z) 혹은 (r,θ,φ)에서의 값이고, DV/dt는 V의 전미분 (total derivative)이다.(즉,  $DV/dt = \partial V/\partial t + V \cdot \nabla V$ ) 이는

유체운동을 Eulerian 관점에서 묘사한 것이다. 정상 유동에서 전미분의 첫항은 없어진다. 이러한 유도식의 나비에-스토크스 방정식을 사용할 수 있기 위해서는 입자는 공간상의 한점에 고정되어 있고 유체가  $V_\infty$ 의 속도로 입자를 통과한다고 가정해야 한다. 여기서  $V_\infty$ 는 입자에서 충분히 멀리 떨어진 유체의 속도를 의미한다. 유체의 속도는 구면좌표계에서 (그림. 9) z방향이라고 가정하자  $V \cdot \nabla V$ 항은 가속(관성)항으로서 기체의 관성에 의해서 입자에 가해지는 저항력이다. 스토크스 유도는 낮은 레이놀즈 수에 국한되기 때문에 점성항에 비해 훨씬 작은 관성항은 무시할 수 있다. 따라서 낮은 레이놀즈 수의 비압축성 유체에 대해 성립하는 나비에-스토크스 방정식의 선형화된 단순형태의 방

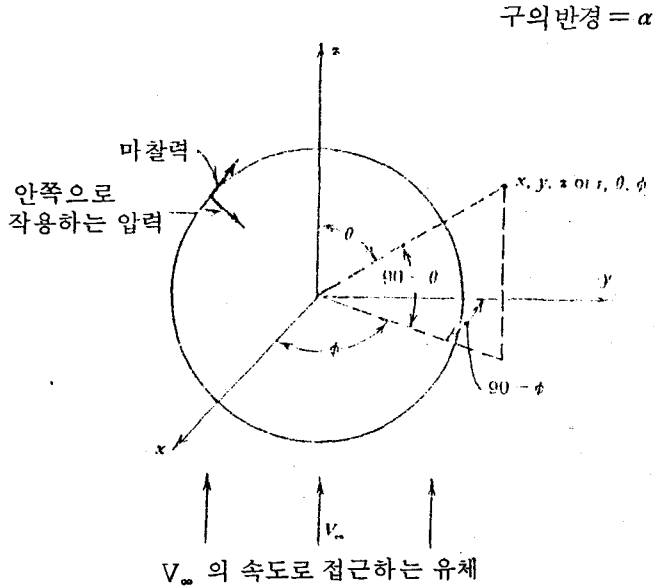


그림. 9 유체 내의 정지구에 작용하는 힘

정식을 다음과 같이 얻는다.

$$\nabla p = \eta \nabla^2 V \dots\dots\dots (40)$$

구면 좌표계에서 반경 a인 구주위의 유동을 설명하는 윗 식에 대한 해가 구해졌다. 예로써 Bird et al(1960) 혹은 Landau and Lifshitz(1959)를 참조하라

속도 분포는 다음과 같다.

$$V_r = V_\infty \left[ 1 - \frac{3}{2} \left( \frac{a}{r} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{a}{r} \right)^3 \right] \cos \theta \dots\dots\dots (41)$$

$$V_\theta = -V_\infty \left[ 1 - \frac{3}{4} \left( \frac{a}{r} \right) - \frac{1}{4} \left( \frac{a}{r} \right)^3 \right] \sin \theta \dots\dots\dots (42)$$

대칭성 때문에, V는 모든  $\phi$ 에 대해서 동

일한 값을 갖는다. 즉 V는  $\phi$ 의 함수가 아니다. 속도 분포는 구의 표면 ( $r=a$ )에서  $V_r = V_\theta = 0$ 이 되고,  $r \gg a$ 에 대해서  $V_r$ 과  $V_\theta$ 는  $V_\infty$ 로 접근하여 경계조건을 만족한다. 식 (41) (42)의 속도분포는 수직 및 수평 힘, p와  $\tau$ 를 형성한다. 구에서 근접한 유체내에서 이러한 힘들은 다음으로 주어진다.

$$p = p_0 - \frac{3}{2} \frac{\eta V_\infty}{a} \left( \frac{a}{r} \right)^2 \cos \theta \dots\dots\dots (43)$$

$$\tau = \frac{3}{2} \frac{\eta V_\infty}{a} \left( \frac{a}{r} \right)^4 \sin \theta \dots\dots\dots (44)$$

여기서  $p_0$ 는 대기압이다. 수직힘 p는 예상대로  $r \gg a$ 일 때  $p_0$ 에 접근한다. 유체에 의해 구가 받는 항력을 계산하기 위해서는 압력(수직) 힘과 마찰력(접선힘)을

구표면에 대해서 적분해야 한다.

압력의 z 성분은  $-p \cos \theta$  이고, 여기에 구면에서의 면적소 (그림. 10 참조) ( $a \sin \theta d\phi$ ) ( $a d\theta$ ) 를 곱한 후 전체면적에 대해 적분하여 압력에 의한 전체 힘을 얻는다.

식(43)에  $r = a$  를 대입하면,

$$F_n = \int_s p \cos \theta ds = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left( -P_0 + \frac{3}{2} \frac{\eta V_{\infty}}{a} \cos^2 \theta \right) a^2 \sin \theta d\theta d\phi \dots \dots \dots (45)$$

적분하면 스토크스 항력의 형태요소(form component) 를 얻는다.

$$F_n = 2\pi \eta V_{\infty} a \dots \dots \dots (46)$$

전단응력  $\tau$  는 구의 표면에서 접선 방향으로 작용한다. z 방향 성분은  $\tau \sin \theta$  이다. 이 힘을 전체 면적에 대해서 적분하면 스토크스 항력의 마찰요소(frictional component) 를 얻는다.

$$F_{\tau} = \int_s \tau \sin \theta ds = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left( \frac{3}{2} \frac{\eta V_{\infty}}{a} \sin^2 \theta \right) a^2 d\theta d\phi \dots \dots \dots (47)$$

$$F_{\tau} = 4\pi \eta V_{\infty} a \dots \dots \dots (48)$$

형태요소와 마찰요소를 결합하면 유체와의 상대운동으로 인해 입자가 받는 저항력을 얻는다 (스토크스의 법칙).

$$F_D = 3\pi \eta V_{\infty} d \dots \dots \dots (49)$$

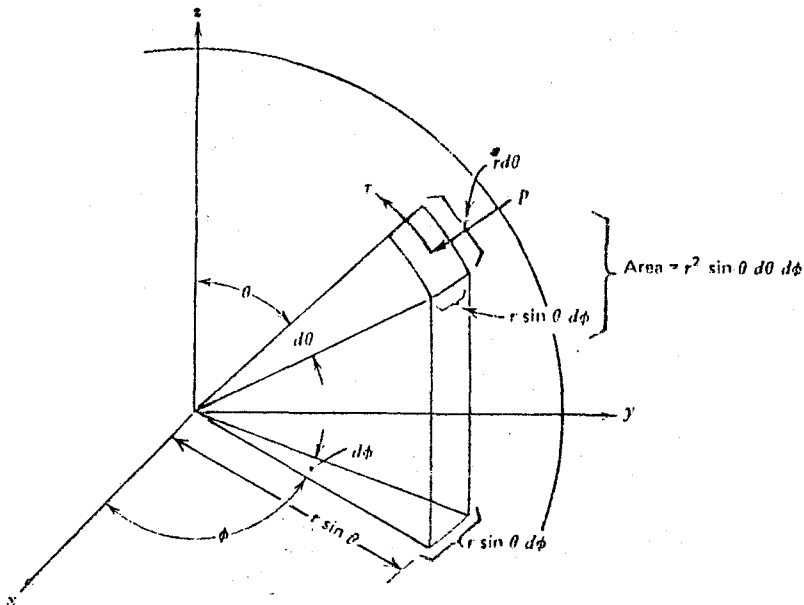


그림. 10 힘적분을 위한 참고도