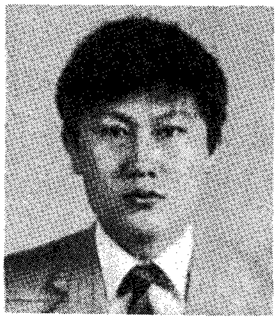
광학개론(10)

-광학수차의 표시 방법-



정 해 빈 박사
삼양광학공업(주)

15. 유한광선추차와 기타의 상평가 수단

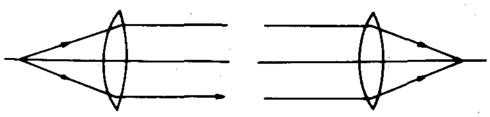
앞 장에서 설명한 유한광선추적을 이용하여 원하는 광선을 추적하고, 광학계의 수차를 기준이 되는 광선과 임의의 광선과의 차이로서 나타낼 수 있는데, 이와 같이 광선간의 차이로서 주어지는 수차를 유한광선수차라 한다. 자이델수차가 기준파면과 임의파면간의 차이로 주어지며 근사값인 데 비하여, 유한광선수차는 광선간의 차이로 주어지며 근사를 취하지 않는다는 특징을 가진다.

15. 1 기초적인 광학용어

유한광선수차에 대해서 설명하기에 앞서 설명에 필요한 기초적인 광학용어에 대해서 논해 보도록 하겠다.

① 광축(optical axis) : 대부분의 광학계는 회전 대칭성을 갖고 있는데, 이 대칭축을 그 광학계의 광축이라 한다.

② 초점(focal point) ; 초점에는 제1초점과 제2초점이 있다. 광축위의 어떤 한 점에서 나온 모든 광선이 광학계를 통과한 후 광축에 대해 평행하게 나아갈 때 이 점을 제1초점이라 하며, 광축에 평행하게 입사한 모든 광선이 광학계를 통과한 후 광축상의 한 점에 모일 때 이 점을 제2초점이라 한다.



(a) 제1초점 (b) 제2초점

그림 15-1 광학계의 초점

③ 주평면(principal plane) : 광축에 평행하게 입사한 광선이 광학계를 지난 후 광축과 초점에서 만난다고 할 때, 광축에 평행하게 입사한 광선의 연장선과 광학계를 통과한 최종 광선의 연장선이 만나는 점들로 구성되는 평면을 주평면이라 한다. 이때, 물체쪽에서 오는 평행광선에 의해 구성되는 주평면을 제2주평면, 상쪽에서 오는 평행광선에 의해 구성되는 주평면을 제1주평면이라 한다.

④ 주점(principal point) : 주평면과 광축이 서로 만나서 이뤄지는 점을 주점이라 한다. 제1주평면과 광축과의 교점을 제1주점, 제2주평면과 광축과의 교점을 제2주점이라 한다.

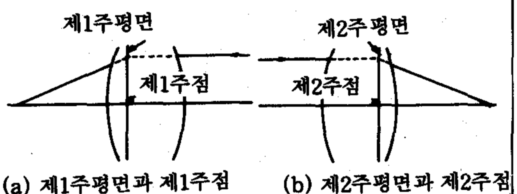


그림 15-2 주평면과 주점

⑤ 절점(nodal point) : 광축상의 어느 한 점을 향해 입사한 광선이 광학계를 지난 후 입사광선에 대해 평행하게 나아갈 때, 이 점을 절점이라 한다. 이러한 절점에도 물체공간(object space)에 속하는 제1절점과 상공간(image space)에 속하는 제2절점이 있다. 이 절점의 위치는 광학계가 공기중에 놓여 있는 통상적인 경우에 주점의 위치와 일치하게 되므로 이 성질을 이용하여 주점의 위치를 구하거나 초점거리를 측정하는 데 이용된다.

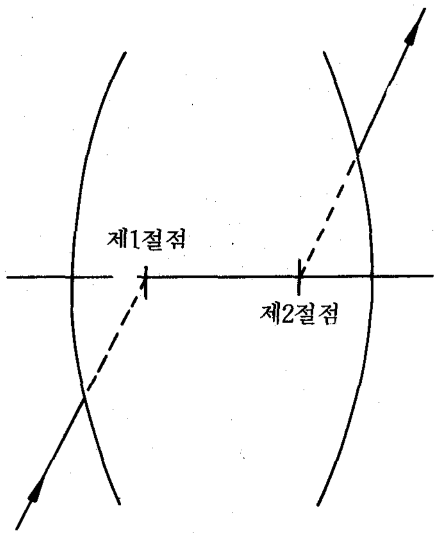


그림 15-3 절점

⑥ 초점거리(focal length) : 해당 주점에서 해당 초점까지의 거리를 초점거리라 한다. 즉, 제1초점거리는 제1주점에서 제1초점까지의 거리를, 제2초점거리는 제2주점에서 제2초점까지의 거리를 나타낸다. 광학계가 수렴계이면 초점거리가 양의 값을 갖게 되며, 발산계이면 음의 값을 갖는다.

⑦ 유효초점거리(EFL : effective focal length) : 렌즈가 공기중(또는 진공중)에 놓여 있을 때의 초점거리를 특히 강조하여 유효초점거리라 한다. 수중 촬영용 렌즈 등에서는 초점거리와 유효초점거리가 다르게 되지만 통상적인 렌즈계에서는 이 두 값이 같다. 통상적으로 초점거리라 할 때에는 이 유효초점거리를 나타낸다.

⑧ 후초점거리(BFL : back focal length) : 렌즈계

의 마지막 광학면 정점(頂點)으로부터 제2 초점까지의 거리를 후초점거리라 한다.

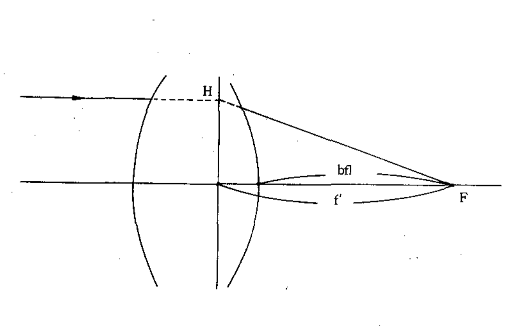


그림 15-4 초점거리와 후초점거리

⑨ 조리개 : 광학계를 지나가는 광속(光束)을 제한하는 역할을 한다. 통상적으로 이러한 조리개는 광량을 조절하기 위한 목적으로 사용되므로 그 크기를 변화시킬 수 있게 만들어진 가변조리개(iris diaphragm)가 사용된다.

⑩ 주광선(principal ray) : 조리개의 중심을 지나가는 광선을 주광선이라 하며, 이 광선이 수차 계산시에 기준으로서 사용된다.

⑪ 자오면(tangential plane) : 주광선과 광축을 포함하는 평면을 자오면이라한다. 또한, 이 자오면내에서 추적되는 광선을 자오광선(tangentialray)이라 한다.

⑫ 구결면(sagittal plane) : 주광선을 포함하고 자오면에 수직한 평면을 구결면이라 한다. 또한, 이 구결면내에서 추적되는 광선을 구결광선(Sagittal ray) 이라 한다.

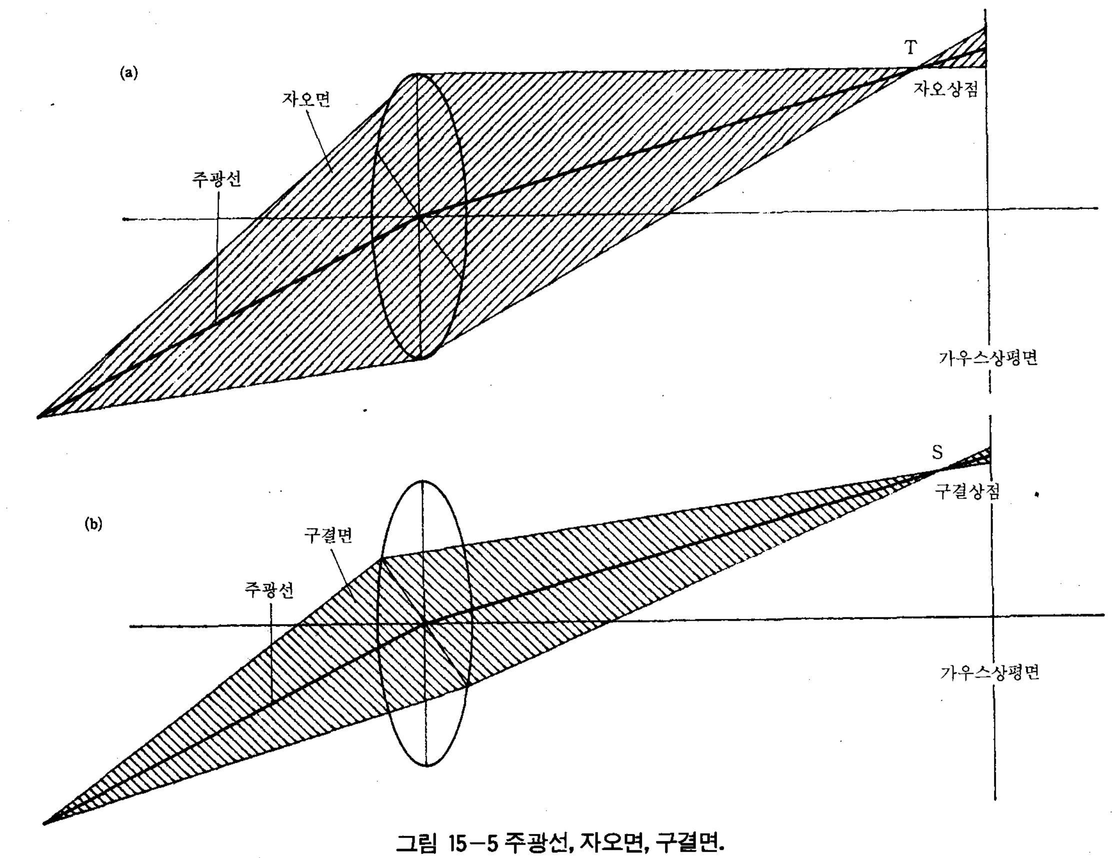


그림 15-5 주광선, 자오면, 구결면.

15.2 유한광선추차

15. 2. 1. 구면수차

그림 15−6에 나타낸 바와 같이 먼저 근축광선을 추적하여(이 말은 가우스 광선추적을 한다는 의미가 아니라 단순히 입사고가 충분히 작은 광선을 추적한다는 의미이다), 광축과 만나는 점(결국 초점)에 상평면을 세운다. 이 상평면은 유한광선수차를 계산하는 기준 상면이 되는데, 이를 가우스 상평면이라고도 한다. 그 다음 구면수차를 계산하고자하는 입사고에 해당하는 광축과 평행한 광선을 추적하여 이 광선이 광축 및 가우스 상평면과 만나는 점을 구하고, 이 점들을 각각 Al과 At라 하자. 이때. 가우스 상점(像點)을 O′이라 하면 $\overline{O'Al}$이 종구면수차(longitudinal spherical aberration)가 되며, $\overline{O'At}$가 횡구면수차(transverse spherical aberration)가 된다.

횡구면수차는 유한광선추적에 의해 추적된 광선의 가우스 상면에서의 교점으로 바로 주어지게 되며, 종구면수차는 수차를 계산하고자 하는 임의의 광선과 근축광선간의 후초점거리의 차로 정의되므로 유한광선추적에 의해 추적된 광선의 데이터로부터 다음과 같이 구할 수 있다. 종구면수차를 l. a. 라 하면,

$$\text{l.a.}=(\text{임의 광선의 BFL})-(\text{근축광선의 BFL})$$

$$=\left(\frac{y\cdot N}{M}+Z\right)-(\text{BFL}) \qquad (15-1)$$

로 주어진다. 이때, y와 Z는 광학계의 마지막 광학면과 광선의 교점이 갖는 좌표값이며, M과 N은 최종광선의 광학적 방향여현(optical directional cosine)이다.

15. 2. 2 코마

어떤 광학계에서 코마가 없을 조건은 이른바 사인조건(sine condition)으로 나타내어진다. 이것을 수식으로 나타내어 보면 다음과 같다.

$$n\cdot\sin\theta\cdot y=\eta'\cdot\sin\theta'\cdot\eta' \qquad (15-2)$$

이 식을 살펴보면 라그랑쥬 불변량(Lagrange invariant)의 유한광학적 표현임을 알 수 있다. 이제 이 식을 변형시켜보면,

$$\frac{\eta}{n'\sin\theta'}=\frac{\eta'}{n\sin\theta} \qquad (15-3)$$

이 되며, 렌즈가 공기중에 놓여 있는 경우라면(n′=1)이 되어 $\eta/(n'\sin\theta)$은 그 광학계의 초점거리가 됨을 알 수 있다. 결국 사인 조건이 만족되면 그 광학계의 초점거리가 보존됨을 알 수 있다.

이러한 결과에 기초하여 코마는 통상적으로 코마가 없을 조건, 즉, 사인 조건에서 벗어난 정도를

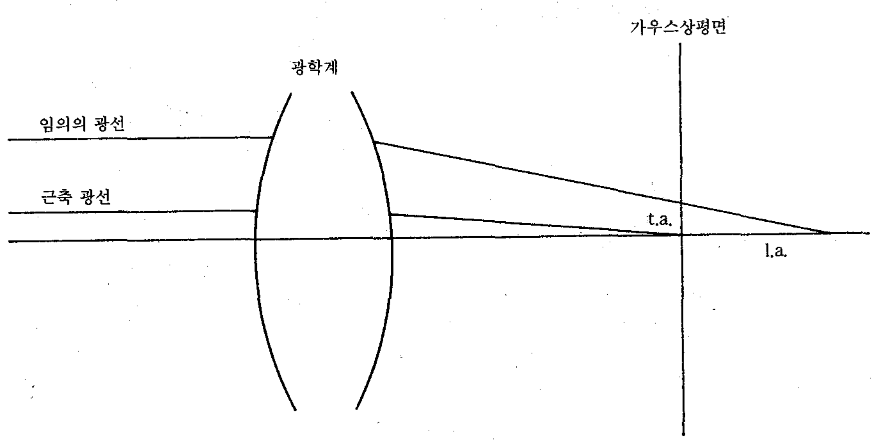


그림 15−6 구면수차

가지고 나타내주게 되는데, 이를 줄여서 OSC (offense against the sine condition)이라 한다. 이 OSC값은 유한광선추적의 결과로부터 다음과 같은 식에 의해서 구해진다.

$$\mathrm{OSC}=\frac{yo}{M}-f \qquad (15-4)$$

이때 yo는 광축에 평행하게 광학계에 입사하는 광선의 입사고이며, M은 최종광선의 광학적 방향여현 값이다.

15. 2. 3 비점수차

비점수차를 계산하려면 먼저 임의의 시계각 (field angle) β에 대해서 주광선을 추적하고 그 광선이 가우스 상평면과 만나는 점을 구해 놓는다. 그 다음 주광선을 중심으로 작은 간격을 갖고, 주광선에 평행하게 광학계에 입사하는 자오광선과 구결광선을 추적하여 이들이 상공간(image space)에서 주광선과 만나는 점을 각각 T와 S라 하자. 이때 비점수차는 이 두 점간의 간격으로서 주어진다.

가우스 상점으로부터 주광선을 따라 T점과 S점까지의 거리를 각각 구해보면 다음과 같다.

$$l_T=\frac{\dfrac{(y_T-y_p)}{N_p}}{\dfrac{M_T}{N_T}-\dfrac{M_p}{N_p}} \qquad (15-5)$$

$$l_s=\frac{\sqrt{1-L_s^2}}{L_s}\,x_s \qquad (15-6)$$

따라서 비점수차는

$$(\text{비점수차})=l_T-l_s \qquad (15-7)$$

로 주어지며, 각 식에서 T,P,S의 첨자는 각각 tangential, principal, sagittal ray에 관한 양들임을 의미한다.

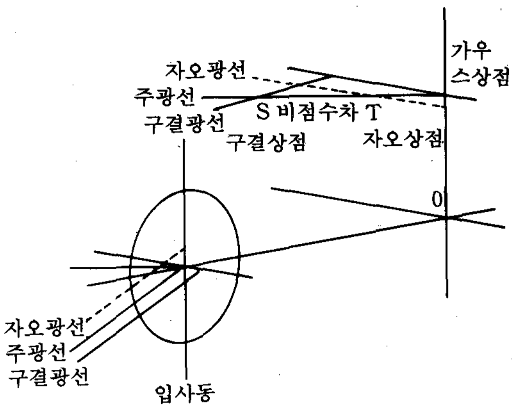


그림 15-8 비점수차

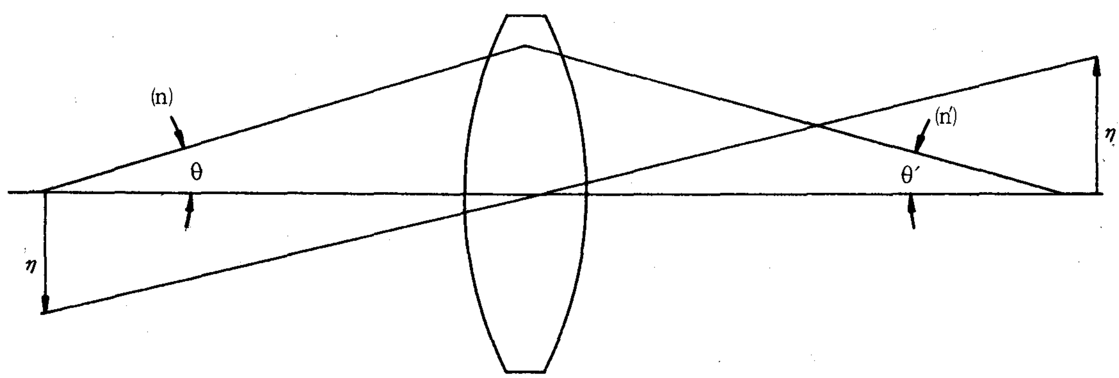


그림 15-7 사인 조건

15. 2. 4 상면만곡

상면만곡에 대해서는 13장에서 이미 언급한 바 있는 페쯔발의 합(Petzval sum)을 사용한다. 즉,

$$P=\sum(-\frac{1}{r})\triangle(\frac{1}{n})$$
$$=\sum(-c)\triangle(\frac{1}{n}) \qquad (15-8)$$

이 사용된다.

엄밀한 의미에서의 유한광선적 상면만곡은 해당 시계각에 대하여 유한한 입사고를 갖는 자오광선과 구결광선을 추적하여 이들이 형성하는 최적 상점들로 이루워지는 곡면이지만 이 작업이 매우 번거롭기 때문에 페쯔발의 합으로 만족하는 경우가 많다. 이 페즈발의 합은 광축 주변에서의 상면만곡의 3차항(가장 낮은 차수임)을 나타낸다.

반도체 제조장비인 스텝퍼(stepper)에 들어가는 렌즈와 같이 아주 고성능을 요구하는 렌즈계에서는 엄밀한 의미의 유한광선적 상면만곡이 계산되기도 하지만 이는 예외라 할 수 있다.

15. 2. 5 왜곡수차

다른 수차들이 빛이 어떠한 상점(흔히 주광선에 의한 상점)주위에 퍼져있는 정도를 나타내는데 대하여, 왜곡수차는 광학계를 지나가는 광속(光束)을 대표하는 주광선이 상면에 도달하는 위치와 이상적인 상점의 위치간의 차이를 나타내는 값이다. 따라서 왜곡수차를 구하기 위해서는 β의 시계각을 갖는 주광선을 추적하여 가우스 상평면과 만나는 점을 O′이라 하고, 이 광선의 좌표값을 구한다. 그 다음 가우스 상점(이것이 이상적인 경우의 상점이다)를

$$\overline{OG'}=f\cdot\tan\beta \qquad (15-9)$$

의 식을 이용하여 구한다. 이 두 결과로부터 왜곡수차는 다음과 같이 백분율로 구해진다.

$$\text{왜곡수차}=\frac{\overline{OG'}-\overline{OG'}}{\overline{OG'}}\times100(\%) \qquad (15-10)$$

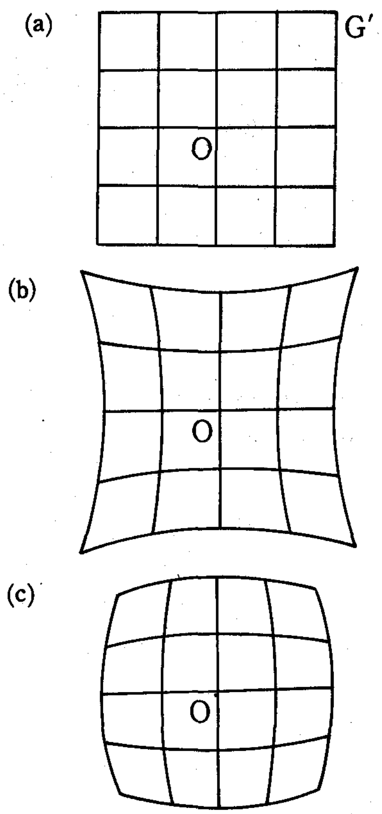


그림 15-9 왜곡수차

15. 2. 6 색수차

색수차의 경우도 구면수차와 같이 종색수차와 횡색수차가 존재하는데, 종색수차의 경우는 원하는 각 파장별로 광선을 추적하여 이들간의 BFL의 차이를 구해주게 된다. 이때 사용하는 파장은 통상 망원경과 같이 눈으로 관찰하는 기기에 대해서는 F′, C′, e선이 카메라와 같이 필름 등의 기록매체에 기록되는 기기에 대해서는 F, C, d선이 사용된다.

횡색수차는 파장별로 배율이 달라지는 현상을 의미한다. 이 경우에는 주광선을 각 파장별로 추적하여 가우스 상평면 위에서의 높이 y를 구해주게 된다.

15. 3 기타의 상평가 수단

15. 3. 1 Ray Fan

앞의 절에서 설명한 유한광선수차는 한 광학계의 수차를 여러개의 독립된 수차로 나누어서 나타내고 있으므로 분석에는 편리하지만, 실제의 상면에서 광선들이 어떤 분포 형태를 나타낼 것인가를 알기에는 불편하다.

상평면에서의 광선들의 분포 형태를 종합적으로 파악하기 위해서는 ray fan이 사용된다. 즉, 자오면과 구결면 위에서 입사고가 서로 다른 여러개의 광선들을 나란하게 추적하여 가우스 상평면에서의 교점을 구하여 이것을 곡선으로 연결하여 나타낸

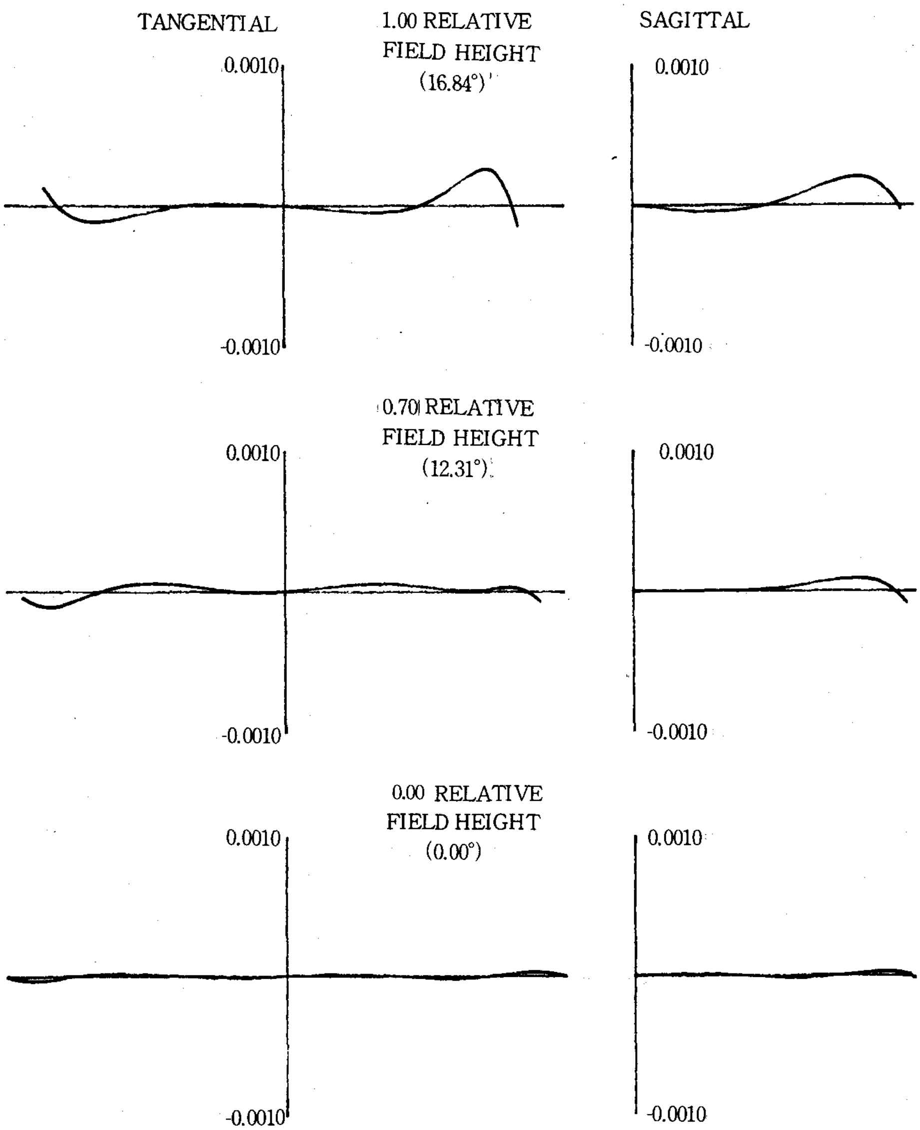


그림 15-10 Ray fan

것이 ray fan이다. 이때, 회전 대칭성이 있는 광학계의 경우 자오면에 대해서는 전체 개구(aperture)에 대해서 추적해주며, 구결면에 대해서는 광축에 대해서 대칭성을 가지므로 전체 개구의 절반에 대해서만 광선을 추적해주게 된다.

파장에 따른 효과를 보기 위해서는 각 파장별로 광선들을 동일한 방식으로 추적하여 하나의 ray fan 그래프에 함께 그려주므로써 비교가 가능하다. 또한, 이러한 ray fan을 각 시계각별로 그려주므로써 전체 광학계를 평가할수 있다.

이 ray fan의 형태에 따라서, ray fan이 포물선 형태를 나타내면 코마를, 원점에서의 기울기는 defocus를, 시계각에 따른 원점에서의 기울기 변화는 상면만곡등으로 분석할 수 있다.

15. 3. 2 Spot Digram

유한광선수차나 ray fan은 광학계를 지나가는 수없이 많은 광선중에서 대표성을 갖는 소수의 광선만을 추적하여 광학계의 성능을 대략적으로 판단하는 수단이다. 보다 더 정확히 광학계의 성능을 파악하고자 할 때에는 개구상에서 일정한 양의 에너지를 대표하는 다수의 광선들(즉, 개구를 동일한 면적과 형태로 나눈 각 부분의 중심을 지나는 광선들)을 추적하여 이 광선들이 가우스 상평면이나 그밖의 지정된 상평면위에서 만나는 점들을 그림으로 나타낸 spot diagram을 사용하게 된다.

이러한 spot diagram의 예를 그림 15-11에 보였다.

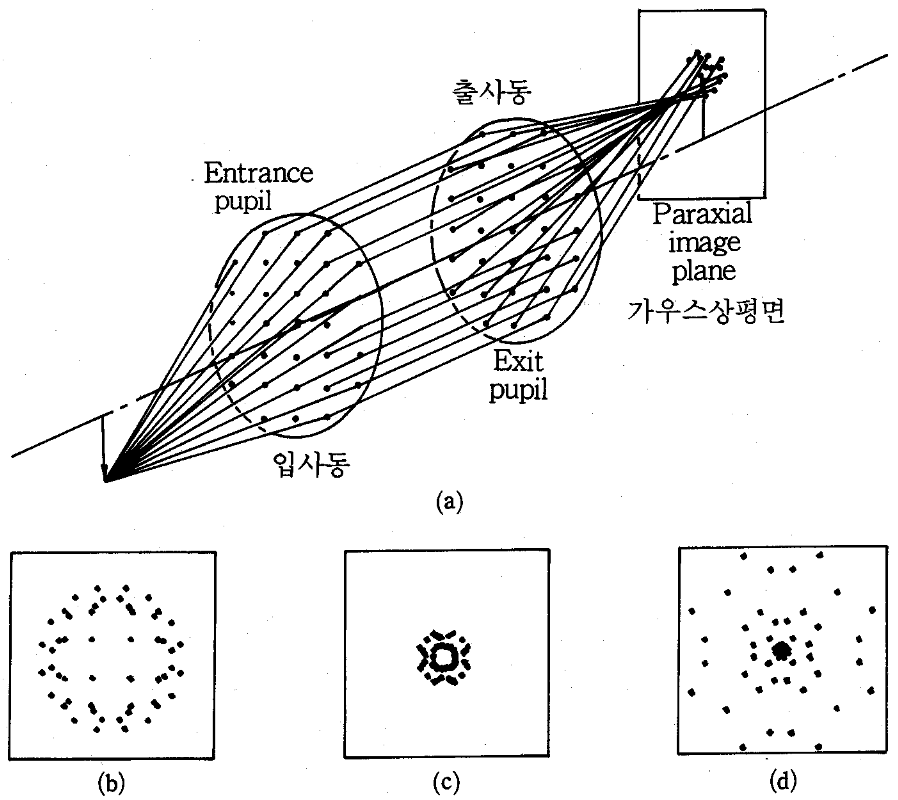


그림 15-11 Spot diagram (a) Spot diagram 을 만드는 방법 (b) 렌즈와 최적 상점 사이에서의 spot diagram (b) 최적 상점에서의 spot diagram (c) 근축광학에 의한 상점에서의 spot diagram

15.3.3 RMS Spot Radius

Spot diagram은 상면에서의 전반적인 광선의 분포를 알 수 있다는 장점이 있으나 수학적인 처리가 어렵고(렌즈의 자동 설계에서는 수학적인 처리가 꼭 필요하다), 일일이 그림으로 그려야만 되는 불편이 있다. 따라서 하나의 물체점에 대응하는 상점에서의 광선분포를 수치로 나타내기 위하여 다음과 같이 정의되는 rms spot radius를 사용하게 된다.

rms spot radius=

$$\Sigma\frac{\sqrt{(x_i-x)+(y_i-y)}}{N} \qquad (15-11)$$

여기에서 N은 추적된 광선의 총수, X_i, Y_i는 i번째 광선의 상면에서의 x, y좌표, $\overline{x}$, $\overline{y}$는 x와 y좌표의 평균값 등을 의미한다.

이러한 rms spot radius는 최적화 설계시에 그 목적함수(object function)으로 널리 사용되는데, 이때에 주의할 점은 이러한 rms spot radius 이외에 왜곡수차의 허용범위를 속박조건(constraint)으로 반드시 주어야 한다.

15.3.4 TV distortion

광학적인 왜곡수차가 이상적인 상점과 실제 상점과의 차이를 이상적인 상점을 기준으로 하여 그 백분율로 나타낸 것인데 비하여 TV distortion은 그림 15-12에 나타낸 바와 같이 실제의 상에서 나타나는 직선의 휘어진 정도로서 나타낸다. 즉,

$$\text{TV distortion}=\frac{(L_2-L_1)}{L_1}\times 100(\%)$$

로 나타내진다.

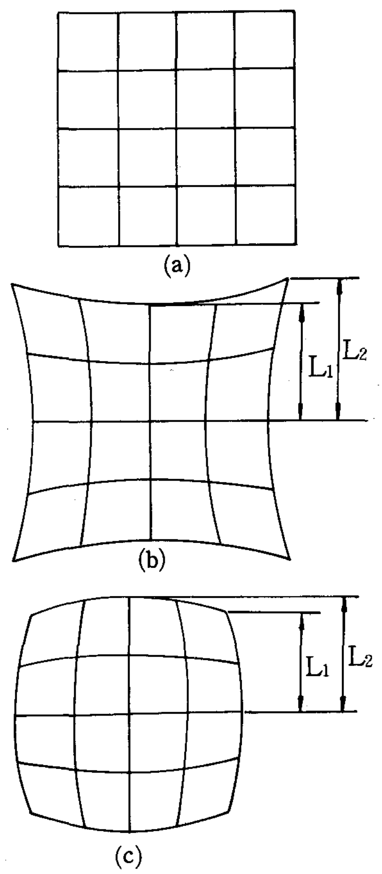


그림 15-12 TV distortion.