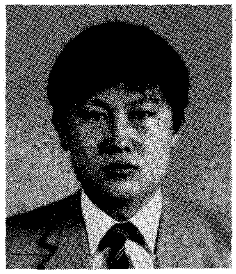
광학개론(7)

〈근축광학〉



정 해 빈
삼양광학공업주식회사 부설연구소

10. 부호에 관한 규약

기하광학에서는 빛을 입자로 보고 굴절 및 반사의 법칙을 써서 이 입자가 지나가는 경로를 추적하게 된다. 이때, 이 빛의 경로를 수학적으로 나타내기 위해서는 그 광선이 갖는 여러가지 물리량들에 대해서 부호를 약속해 주어야만 누가 보더라도 그 수치들을 보고 빛의 경로를 이해할 수 있다. 이러한 부호에 관한 규약에는 여러가지 종류가 있는데, 여기에서는 근축량에 대해서는 W.T.Welford가 지은 Geometrical Optics에 있는 규약을, 유한광선에 관한 양에 대해서는 R.E.Hopkins 편저의 Military Standardization Handbook Optical Design, MIL-HDBK-141에 있는 규약을 사용하도록 하겠다. 그 내용을 적어보면 다음과 같다.

A. 광학계에 대한 도면을 그릴 때, 빛은 최초에 왼쪽에서 오른쪽으로 진행하도록 그린다.

B. 하나의 광학계는 물체면(object plane)에서 시작하여 상면(image plane)에서 끝나는 일련의 면들로 하며, 각 면의 번호는 물체면을 0으로 하여 차례로 매겨나가며 상면에서 k로 끝난다. 이때, 일반적인 면은 첨자 j로 나타내어진다.

C. 면과 면 사이의 양에 대해서는 바로 앞의 면의 번호를 붙인다.

D. 좌표계는 각 면의 정점을 원점으로 하는 우수계(右手系 ; right-handed coordinates)를 사용한다.

E. r_j는 j번째 면의 곡률반경이며, 곡률중심이 면의 오른쪽에 있을 때를 양으로 잡는다. c_j는 곡률이며, r_j의 역수이다.

F. d_j는 j번째와 $(j+1)$번째 면 사이의 거리이며, $(j+1)$번째 면이 j번째 면보다

오른쪽에 있을때 양이다.

G. η_j는 굴절률이며, 광선이 오른쪽으로 진행할 때 양이며, 왼쪽으로 진행할때 음이다.

H. L_j, M_j, N_j는 j번째와 $(j+1)$번째 면 사이에서의 광선의 x, y, z축에 대한 광학적 방향여현이다. 이때, 광학적 방향여현이란 굴절률에 방향여현을 곱해준 양이다.

I. x_j, y_j, z_j는 광선과 j번째 면과의 교점의 좌표이다.

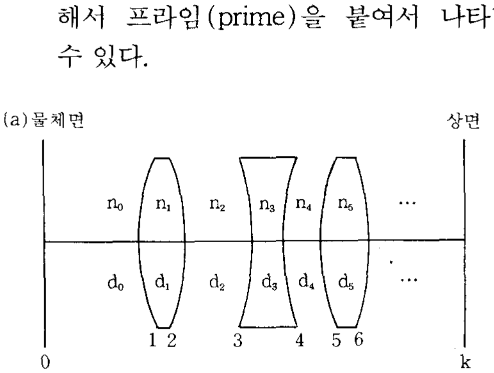
J. 근축광선과 관련된 양들은 그림 10-1의 (b)와 (c)에 나타낸 바와 같다. 거리 l은 렌즈에서 물체까지의 거리이며, 그림에 나타낸 l 값은 음이며, l'값은 양이다.

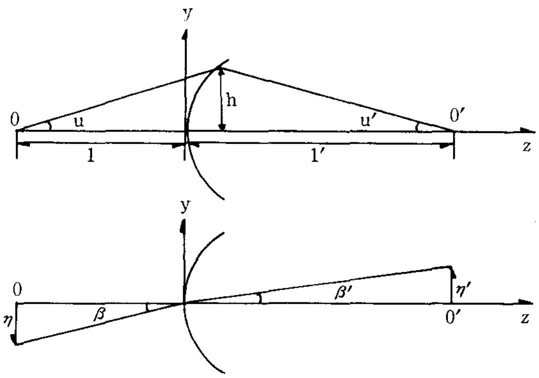
K. h는 입사고이며, 그림에 나타낸 h값은 양이다.

L. 광선과 광축이 이루는 각도 u는 근축각(paraxial angle)으로 h/l로 정의된다. 그림에 나타낸 u값은 음이며, u'값은 양이다.

M. η는 광축에서부터 잰 물체의 크기이며, η'은 광축에서부터 잰 상의 크기이다. β는 시야각(field angle)으로 η/l로 정의된다. 그림의 η와 η'은 모두 양이다.

N. 식을 쓰는데 있어서 혼동이 일어나지 않을 때는 첨자 j를 생략하고 나타낼 수 있다. 또한, 굴절 또는 반사후의 양에 대해서 프라임(prime)을 붙여서 나타낼 수 있다.





〈그림 10-1〉 부호에 관한 규약

11. 가우스 광선추적(Gaussian Ray Tracing)

기하광학의 이론중에서 특별히 광선이 광축에 근접해서 작은 각도를 이루며 입사할 때에 적용할 수 있는 근사적인 광학 이론을 근축광학(paraxial optics) 또는 가우스광학(Gaussian optics)이라 한다. 이 이론의 출발점은 스넬의 법칙

$$n' \sin i' = n \sin i \quad \cdots\cdots (11\text{-}1)$$

에서 각도 i의 값이 충분히 작아(약 5도이내) $\sin i \simeq i$로 근사할 수 있을 때이다. $\sin i$의 값을 급수로 전개해보면

$$\sin i = i - \frac{i^3}{3!} + \frac{i^5}{5!} + \frac{i^7}{7!} + \cdots\cdots \quad (11\text{-}2)$$

이 되는데, 여기에서 i에 대해 1차항까지만 취해서 $\sin i = i$를 사용하므로 일차광학(first order optics)이라고도 부른다. 이러한 근축광학에 의해 계산되는 광학적 양들은 렌즈계의 불완전성 때문에 생기는 이른바 수차라는 결함이 전혀 없는 이상적인 렌즈계에 대한 값들이 된다.

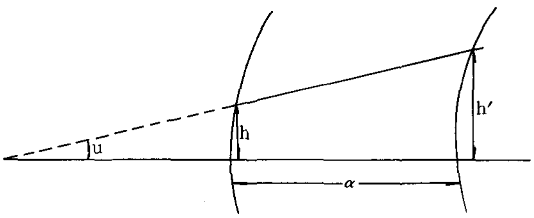
이러한 근축광학을 이용하여 광선을 추적하는 방법을 근축광선추적 또는 가우스광선추적

이라 한다. 광선추적은 동일한 매질내에서 광선의 이동에 관한 식(translation equation)과 두 매질의 경계면에서 굴절 또는 반사된 후의 각도를 결정해주는 굴절에 관한 식(refraction equation)의 두 식으로 이루워져 있다. 또한, 이 방법은 광학계에서 가장 많이 사용되는 구면(평면도 곡률 반경이 무한대인 구면으로 간주한다)에 대해서 성립하며, 회전대칭성이 있는 비구면의 경우에는 그 정점에서 그 비구면에 접하는 구면의 곡률 반경이 비구면에 대한 곡률 반경으로서 사용된다.

이동에 관한 식은 그림 11-1에서 보는 바와 같이 j면과 $(j+1)$면 사이에서 광선이 광축과 이루는 각도가 u이고, j면에서의 입사고가 h일때 $(j+1)$면에서의 입사고 h'을 구하는 식이다. 이때 j면과 $(j+1)$면 사이의 거리를 d라 하면, h'은 이들의 양으로부터 다음과 같이 구해낼 수 있다.

$$h' = h - du \qquad (11\text{-}3)$$

이때, h 다음에 오는 부호가 (−)가 됨에 유의해야 한다.



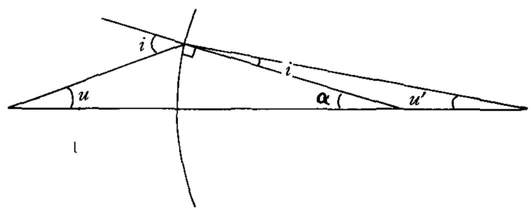
〈그림 11-1〉 같은 매질에서의 광선의 이동

(11-3)식을 통해서 j번째 매질을 통해 j면에서 $(j+1)$면으로 이동한 빛은 $(j+1)$면에서 굴절하여 $(j+1)$번째 매질로 굴절되어 들어간다. 이때의 광선이 굴절된 후의 각도 u'은 다음과 같이 유도된다.

그림 11-2에서 삼각형의 내각의 합은 외각과 같으므로

$$i' + u' = \alpha \qquad (11\text{-}4)$$

$$\alpha - u = i \qquad (11\text{-}5)$$



〈그림 11-2〉 매질과 매질의 경계면에서의 광선의 굴절

이때, (11-5)식에서 u 자체가 음이므로 앞에 (−)부호가 붙게됨에 유의해야 한다. 근축광학에서의 스넬의 법칙은

$$n'i' = ni \qquad (11\text{-}6)$$

이므로, (11-4)식과 (11-5)식을 (11-6)식을 대입하면,

$$n'(\alpha - u') = n(\alpha - u) \qquad (11\text{-}7)$$

$$n'\alpha - n'u' = n\alpha - nu \qquad (11\text{-}8)$$

$$n'u' = (n' - n)\alpha + nu \qquad (11\text{-}9)$$

이때, $\alpha = \frac{h}{r}$ 이므로,

$$n'u' = (n' - n)\frac{h}{r} + nu. \qquad (11\text{-}10)$$

이때, $(n' - n)\frac{1}{r}$ 은 빛의 경로를 꺾는 능력이라고 볼 수 있으므로 굴절능(refractive power)이라 부르며 k로 나타낸다. 또한, 이 k값은 초점거리의 역수이다. 즉,

$$k = \frac{1}{f} = (n' - n) \cdot \frac{1}{r} = (n' - n)c \qquad (11\text{-}11)$$

이 k값을 써서 (11-10)식을 다시 써주면,

$$n'u' = k \cdot h + nu \qquad (11\text{-}12)$$

따라서

$$u' = \frac{k \cdot h + nu}{n'} \qquad (11\text{-}13)$$

이 된다. 이 (11-13)식이 굴절에 관한 식이다.

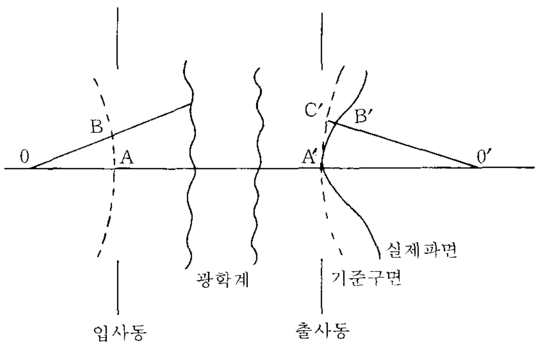
12. 자이델 수차(Seidel Aberration)

앞 장에서 이미 언급한 바와 같이 sin$i$의 값을

$$\sin i = i - \frac{i^3}{3!} + \frac{i^5}{5!} + \frac{i^7}{7!} + \cdots\cdots \qquad (12\text{-}1)$$

로 근사할 수 있는데, 여기에서 i의 3차항까지를 $\sin i$의 근사값으로 취하는 광학을 삼차광학(third order optics)이라 한다. 이 삼차광학에서 계산되는 수차가 자이델 수차이다. 이 자이델 수차는 렌즈 설계의 초기단계에서 많이 이용되는데, 그 이유는 각 면에서의 각 수차들의 기여분을 독립적으로 계산해낼 수 있으므로 수차 보정에 있어서 각 면의 역할을 알 수 있다는데 있다. 한편 i의 5차항 이상의 고차항들을 근사값에 포함시키는 광학을 고차광학(higher order optics)이라 하며, 이러한 고차광학에 의해서 계산되는 수차항들을 고차수차항(高次數差項)이라 한다.

이러한 자이델 수차는 파면수차항중에서 낮은 차수의 수차항들인데, 그림 12-1을 써서 파면수차를 설명해보자.



〈그림 12-1〉 파면수차

물점(物点) O에서 출발한 광선은 수차를 계산하고자 하는 광학계를 지나 상점(像点) O'에 결상하게 된다. 이때 입사동의 한 점 A점과 동일한 파면위에 있는 B점은 서로 같은 위상(phase)이 된다. 마찬가지로 출사동에서 실제 파면상에 있는 A'점과 B'점(이 점들은 각각 A점과 B점에 공액(conjugate)인 점이다)도 서로 같은 위상을 갖게 된다. 만일 이 파면이 완전한 상을 상점 O'에 맺게 한다면, O'을 중심으로 하고 반경이 A'O'인 구면위에 놓이게 된다. 이 구면을 기준구면(reference sphere)이라 하는데, 이 기준구면과 실제 파면 사이의 광로정의 차(optical path difference) 가 파면수차로 정의된다. 즉, 그림 12-1에서 C'B'이 파면수차이다. 다시 말하면,

$$[A\cdots\cdots A'] = [B\cdots\cdots B'] = [B\cdots\cdots\cdots C'] + [C'B'] \qquad (12\text{-}2)$$

이므로 파면수차 W는

$$W = [C'B'] = [A\cdots\cdots A'] - [B\cdots\cdots C'] \qquad (12\text{-}3)$$

이다. 이러한 파면수차에 대해서 영향을 미치는 각 변수들에 살펴보면 파면수차 함수 W는 물체의 크기 η, 렌즈의 반지름 ρ, 방위각 ϕ의 함수임을 알 수 있다. 즉,

$$W = W(\eta,\ \rho,\ \phi) \qquad (12\text{-}4)$$

이다. 이때 η, ρ, ϕ를 규격화해주면

$$\sigma = \frac{\eta}{\eta_{max}} \qquad (12\text{-}5)$$

$$r = \frac{\rho}{\rho_{max}} \qquad (12\text{-}6)$$

$$\phi \qquad (12\text{-}7)$$

이 된다. σ와 r은 각각 η와 ρ의 규격화된 값이다. 따라서 파면수차 W는 σ, r, ϕ의 함수로 주어지게 된다.

$$W = W(\sigma,\ r,\ \phi) \qquad (12\text{-}8)$$

우리가 다루고자 하는 광학계는 광축을 대칭축으로 하는 축대칭성을 가지므로 이 함수 $W(\sigma,\ r,\ \phi)$는 다음과 같은 특성들을 갖게 된다.

(1) σ가 $-\sigma$로 바뀌어도 W의 값은 바뀌지 않는다. 따라서 W는 σ보다는 σ^2의 함수이다.

(2) r이 $-r$로 바뀌어도 W의 값은 바뀌지 않는다. 따라서 W는 r보다는 r^2의 함수이다.

(3) ϕ에서 $-\phi$로, ϕ에서 $\pi-\phi$로 바뀌어도 W의 값은 바뀌지 않는다. 따라서 W는 $\sigma r\cos\phi$의 함수이다.

이러한 성질들을 이용하여 W를 다시 써보면

$$W=W(\sigma^2, r^2, \sigma r\cos\phi) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (12\text{-}9)$$

이 된다. 이 식에서 $\sigma=0$, $r=0$, $\phi=0$일 때가 광축상의 물체에 대해 기준이 되는 광선에 해당하므로 $W(0, 0, 0)=0$가 된다. 따라서 함수 $W(\sigma^2, r^2, \cos\phi)$를 이 점 부근에서 테일러 급수(Taylor series)로 전개해주면

$$\begin{aligned} &W(\sigma^2, r^2, \sigma r\cos\phi) \\ &\quad=[C_{020}r^2+C_{111}\sigma r\cos\phi+C_{200}\sigma^2] \\ &\quad+[C_{040}r^4+C_{131}\sigma r^3\cos\phi+C_{222}\sigma^2r^2\cos^2\phi \\ &\quad+C_{220}\sigma^2r^2+C_{311}\sigma^3r\cos\phi+C_{400}\sigma^4] \\ &\quad+\cdots\cdots \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (12\text{-}10) \end{aligned}$$

이때, 점선으로 나타낸 고차항들을 무시하면 자이델 수차항들이 된다. 이때, 어떤 특정 시야각에 대해서는 주광선에서 $r=0$, $\phi=0$가 되므로,

$$W(\sigma^2, 0, 0)=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (12\text{-}11)$$

이 된다. 따라서 C_{220}과 C_{400}은 0이 되어야 한다. (12-10)식을 다시 써주면,

$$\begin{aligned} &W(\sigma^2, r^2, \sigma r\cos\phi) \\ &\quad=[C_{020}r^2+C_{111}\sigma r\cos\phi] \\ &\quad+[C_{040}r^4+C_{131}\sigma r^3\cos\phi+C_{222}\sigma^2r^2\cos\phi \\ &\quad+C_{220}\sigma^2r^2+C_{311}\sigma^3r\cos\phi] \\ &\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (12\text{-}12) \end{aligned}$$

이 된다. 이 각각의 항들은 다음과 같이 불리운다.

$C_{020}r^2$: 종초점이동수차항

$C_{111}\sigma r\cos\phi$: 횡초점이동수차항

$C_{040}r^4$: 구면수차항

$C_{131}\sigma r^3\cos\phi$: 코마항

$C_{222}\sigma^2r^2\cos^2\phi$: 비점수차항

$C_{220}\sigma^2r^2$: 상면만곡

$C_{311}\sigma^3r\cos\phi$: 왜곡수차항

이러한 항들에 의해 나타나는 수차들의 특성을 간략히 살펴보자.

종초점이동수차와 횡초점이동수차는 각각 광축 방향과 광축에 수직한 방향으로 기준이 되는 상점의 위치를 잘못 잡았을때 생기는 항들이므로 원칙적으로는 수차라 할 수 없다. 이 항들은 렌즈계의 조립시 나타나는 조립오차를 계산하기 위해서 필요하다.

구면수차는 렌즈계가 구면으로 이루어지기 때문에 생기는 수차이다. 어떤 광선이 광학계에 입사할 때 입사고에 따라 초점거리가 달라지기 때문에 생기는 현상으로 이상적(理想的)인 상점 주위에 원형으로 빛이 퍼져 있는 형태를 가진다. 이 수차가 크면 상면이 전반적으로 뿌옇게 되어 상이 선명하지 못하게 된다.

코마는 광축밖에 있는 물체에 대해서 물체의 광축으로부터의 거리(결국 시야각)에 따라 배율이 달라지게 되므로 상면위에 마치 혜성과 같이 꼬리가 달린 모양으로 빛이 퍼지게 된다. 또한 자오면상에 있는 광선들이 형성하는 초점의 위치와 구결면상에 있는 광선들이 형성하는 초점의 위치가 서로 다르게 되는데, 여기서 이 두 초점간의 거리가 비점수차로서 정의된다.

물체가 평면상에 있는 경우 광학계가 이상적이라면 그 상점들도 동일 평면상에 있게 되나 실제의 광학계에서는 평면이 아닌 곡면위에 상이 맺게 된다. 이 곡면을 페쯔발 면(Petzval surface)이라 하며, 이 곡면과 이상적인 상평면 사이의 간격이 만곡수차가 된다.

상평면상의 여러 위치에 대한 배율이 각각 달라 직선인 물체의 상이 휘어져서 나타나는 현상을 왜곡수차라 한다. 이 수차는 다른 수차와 같이 어떤점(통상은 상평면 위에서의 주광선의 위치)의 주위로 빛이 퍼지는 현상으로 나타나지 않고 직선이 휘는 것과 같은 현상으로 나타나므로 상 자체의 선명도에는 영향을 미치지 않는다. 이러한 왜곡수차에는 술통형과 실패형의 2종류가 있다.

이러한 수차계수들을 실제 계산하는 방법에 대해서는 다음 호에서 다루도록 하겠다.