Journal of the KSQC
Vol. 18, No. 2, Nov. 1990

1990년 11월 韓國品質管理學會誌 제18권 제2호

공구교체 횟수를 최소로 하는 가공방법의 선택문제
Optimal Selection of Process Plans for Minimization of the Number of Tool Switches

기 재 석*
강 맹 규**

ABSTRACT

This paper considers the selection of process plans for a flexible manufacturing machine. Most of the planning models for the automated manufacturing systems are based on the assumption that for each part there is only one process plan available. This paper considers that for each part a number of different process plans are available, each of which may require specific types of tools. If the requisite tools are not on the machine, one or more tool switches must occur before the process plan can be processed. This paper develops an optimal algorithm of branch and bound method for the selection of process plans to minimize the number of tool switches.

1. 서 론

본 연구에서는 수치제어(N/C) 기계에 의한 부품가공에서 발생하는 문제를 다룬다. 각 기계에는 한정된 공구 보유능력을 갖는 공구 매가진(tool magazine)에 보유된 공구에 의하여 부품을 가공한다. 가공될 부품이 바뀔 때 발생하는 공구교체의 횟수는 전체 공정 시간에 영향을 미치므로 부품변경시에 공구교체 횟수를 줄여 공정 시간을 단축해야 할 필요가 있다. 본 연구에서

* 한양대학교 산업공학과
**한양대학교 산업공학과 교수

는 복수 가공방법이 가능할 때 공구교체 횟수를 최소화하는 가공방법을 선택하는 앨고리듬을 제안한다.

본 연구에서는 다음의 상황을 가정한다. 모든 부품의 가공에 필요한 공구들은 공구 저장장소(tool storage)에 보관되어 있고, 각 기계는 공구매가진과 공구 저장장소 사이에 공구를 자동으로 교체하는 자동 교환장치를 갖는다. 주어진 날에 가공할 부품의 순서는 결정되어 있다. 각 부품을 가공하기 위해 복수의 가공방법 중 반드시 하나만을 선택해서 가공한다. 공구매가진에는 공구 보유능력과 상응하는 개수의 공구가 항상 보유되도록 한다. 그리고 모든 가공방법은 공구 매가진의 보유능력 이하의 공구만을 필요로 한다.

Tang과 Denardo[4,5]는 단일 가공방법만이 가능할 때 공구교체 횟수를 최소화하는 가공할 부품순서의 결정문제를 연구하였다. Kusiak과 Finke[2]는 단일 가공방법만이 가능할 때 특정 부품의 가공이 선행되어야 하는 제약조건하에서 공구교체 횟수를 최소화하는 부품의 가공순서 결정문제를 연구하였다. Kusiak과 Finke[3]는 복수 가공방법이 가능할 때 공구와 보조장치들의 사용개수를 최소로하는 연구를 발표하였다. 또한 Kusiak[1]은 복수 가공방법 중 기계 셀(machine cell)을 가장 효과적으로 구성할 수 있는 가공방법의 선택문제를 연구하였다.

본 연구에서는 먼저 3장에서 가공 할 부품의 교체시에 공구 매가진에 보유해야 할 공구와 빼내야 할 공구를 결정하여 공구교체 횟수를 구하는 앨고리듬을 살펴본다. 이를 이용하여 4장에서는 복수 가공방법 중 공구교체를 최소로하는 가공방법을 효과적으로 선택할 수 있도록 분지한계법(Branch and Bound method)의 앨고리듬을 제안한다.

2. 기호 정의

본 연구에서 사용하는 기호는 다음과 같다.

시점 n : 가공할 부품순서에서 n번째 부품 가공이 끝난 직후의 시점이며 $n+1$ 번째의 부품가공을 위한 공구교체가 이루어지기 직전의 시점

M : 총 공구 개수, 각 공구에 1에서 M까지 번호를 붙임

N : 가공할 부품의 총 가공방법 개수, 가공방법에는 1에서 N까지 번호를 붙임

C : 공구 매가진의 공구 보유능력

P : 주어진 날에 가공할 부품의 개수, 가공할 순서에 따라 1부터 P까지 번호를 붙임

A : $M\times1$ 백터이며 요소 A_i는 공구 i가 임의의 시점에서 기계에 보유되어 있을 때 1이고 그렇지 않으면 0임

R_j : 가공방법 j에 사용되는 공구를 나타내는 $M\times1$ 공구 백터이며, 요소 R_{ij}는 가공방법 j에서 공구 i가 필요하면 1이고 그렇지 않으면 0임

X_i : 공구 i가 필요한 가공방법을 나타내는 $1\times P$ 백터이며, 요소 X_{ij}는 공구 i가 j번째 부품가공에서 필요하면 1이고 그렇지 않으면 0임

J_k : 부품 k의 가중치로 정의함, 부품 k가 k번째에 가공될 부품임을 나타낼 수 있는 임의의 수치로 본 연구에서는 다음과 같이 정함

$J_k=2J_{k+1}\quad k=1,2,\cdots,P-1$ 단, $J_P=1$

J : $P\times1$ 백터로 요소 J_k는 부품 k의 가중치, $J=[J_1\ J_2\ \cdots\ J_P]^T$

T_i : 공구 i의 우선도로 정의함, 공구 i가 몇 번째 부품에서 필요한 것인지 구분할 수

있는 수치로 백터 X_i와 J의 곱으로 구함

W : $1 \times M$ 백터로 요소 T_i는 공구 i의 우선도, $W=[T_1\ T_2 \cdots T_M]$

L : 임의의 시점 n에서 $n+1$번째 이후의 부품가공에 필요한 공구 수

h : 공구교체 횟수

D_k : 복수 가공방법의 경우 부품 k를 가공할 수 있는 가공방법의 집합

3. 공구교체 횟수의 계산문제

공구교체 횟수의 계산문제는 가공할 부품의 순서가 정해져 있고 각 부품을 가공하는 가공방법이 선택된 상황에서 최소의 공구교체 횟수를 계산하는 문제이다.

Tang과 Denardo[4]는 2가지 원칙에 의해 최소의 공구교체 횟수를 구하는 KTNS(Keep Tool Needed Soonest)앨고리듬을 개발하였다. 즉, (1) 임의의 어떤 시점에서도 다음 작업에서 필요하지 않는 공구는 삽입하지 않는다. (2) 공구가 삽입되어야 한다면 가장 나중에 사용될 공구를 빼낸다. 이 2가지 원칙을 적용해서 최적해를 구하기 위해 KTNS 앨고리듬은 공구 백터 $[R_{ij}]$를 통해 각 시점 n에서 공구 i가 사용될 시점을 찾고, 찾은 값에서 가장 최근에 사용 할 시점을 구하여 공구 교체를 결정했다. 본 연구에서는 각 시점 n에서 공구 i가 사용될 시점을 공구 백터 $[R_{ij}]$를 통해 찾는 대신에 공구 i가 사용될 시점에 관한 정보를 갖는 공구 i의 우선도 T_i를 계산하여 공구 i의 가장 최근에 사용될 시점을 찾아 공구 교체를 결정한다. 또한 KTNS 앨고리듬에서는 공구교체가 더 이상 필요하지 않을 경우에도 최종부품의 가공까지 앨고리듬을 진행해야 하는데, 본 연구에서는 주어진 날에 가공할 부품 중 가공이 안된 부품의 가공에 공구교체가 더 이상 필요하지 않을 경우에는 앨고리듬을 진행하지 않고 종료할 수 있도록 KTNS 앨고리듬을 개선한다.

개선된 앨고리듬의 단계는 다음과 같으며 최적성에 대한 증명은 부록의 정리 1에서 보인다.

단계 0. 백터 W와 L값을 구한다.

단계 1. • T_i값 중 최대값을 갖는 C개의 i에 대하여 $A_i=1$로 한다. 최대가 되는 같은 값이 여러개 있으면 임의로 선택한다. 나머지 $M-C$개의 공구 i에 대해서는 $A_i=0$으로 한다.

• $k=1$, $h=0$으로 한다.

단계 2. $S_k=A$로 한다. $k=p$이면 종료한다.

단계 3. • $T_i \geq J_k$를 만족하는 각 i에 대하여 $T_i=T_i-J_k$로 치환하여 $W_k=W$로 한다. 이 때 $T_i=0$가 되는 i의 개수를 L에서 뺀다.

• $L \leq C$이면 단계 7로 간다.

단계 4. $T_i \geq J_{k+1}$를 만족하는 각 i에 대하여 $A_i=1$이면 $k=k+1$로 두고, 단계 2로 간다.

단계 5. $T_i \geq J_{k+1}$이면서 $A_i=0$인 i를 선택해서 $A_i=1$로 한다.

단계 6. $T_i < J_{k+1}$이며 $A_i=1$을 만족하는 i중 T_i를 최소로 하는 i에 대하여 $A_i=0$로 한다. $h=h+1$로 하고 단계 4로 간다.

단계 7. $T_i \geq 1$을 만족하고 $A_i=0$인 i를 선택하여 $A_i=1$로 한다.

단계 8. $T_i=0$이면서 $A_i=1$인 i를 선택하여 $A_i=0$로 한다. $h=h+1$로 한다.

$T_i \geq 1$을 만족하는 모든 i가 $A_i=1$이면 종료한다. 그렇지 않으면 단계 7로 간다.

가공해야 할 부품의 수(P)가 5이고, 공구의 보유능력(C)이 4인 경우를 개선된 KTNS 앨고리듬으로 풀면 다음과 같다. 5개의 부품가공에 필요한 공구 백터가 그림 1에 표시되어 있다.

공구(i)	부품(j)				
	1	2	3	4	5
1	0	0	0	1	0
2	1	0	1	0	0
3	0	1	0	0	0
4	1	0	0	0	0
5	0	1	1	1	1
6	0	0	0	0	0
7	0	1	0	0	0
8	0	0	0	0	1
9	0	0	0	1	0

그림 1. 5개 부품가공을 위한 공구 벡터[R_{ij}]

단계 0. 백터 W를 구한다. 각 공구의 T_i값을 계산하여 백터 W를 구한다. $J_5=1$, $J_4=2$, $J_3=J_4+J_5+1=4$, $J_2=J_3+J_4+J_5+1=8$, $J_2=2$ $J_1=16$ 이므로 $J=[16\ 8\ 4\ 2\ 1]^T$이 된다. 그런데 $X_1=[0\ 0\ 0\ 1\ 0]$ 이므로 부품 1의 우선도는 $T_1=0\times16+0\times8+0\times4+1\times2+0\times1=2$가 된다. 같은 방법으로 나머지 T_i를 구하여 백터 W를 구하면 $W=[T_1\ T_2 \cdots T_M]=[2\ 20\ 8\ 16\ 15\ 0\ 8\ 1\ 2]$이다. 이 때 공구 $i=6$ 하나가 $T_i=0$로 되므로 $L=9-1=8$이 된다.

단계 1. $C(=4)$개의 i를 선택하면 $i=2,3,4,5$가 된다. 즉, $A_2=A_3=A_4=A_5=1$이 되고 나머지 A_i는 모두 0이 된다.

단계 2. $S_1=A=[0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0]^T$

단계 3. $T_i \geq J_1(=16)$인 $i=2,4$에 대하여 T_i를 구하면 $T_2=20-16=4$, $T_4=18-16=2$이므로 $W=[2\ 4\ 8\ 0\ 15\ 0\ 8\ 1\ 2]$가 된다. 공구 $i=4$ 하나가 $T_i=0$로 되므로 $L=8-1=7$이 된다.

단계 4. $T_i \geq J_2(=8)$을 만족하는 $i=3,5,7$ 중에서 $A_7=0$이므로 다음 단계로 간다.

단계 5. $A_7=1$로 한다.

단계 6. $T_i<J_2$이며 $A_i=1$인 $i=2,4$중에서 T_i값이 최소인 i는 $i=4$이므로 $A_4=0$로 한다. 공구교체가 한 개 발생하므로 $h=1$이 된다.

단계 4. $k=k+1=2$

단계 2. $S_2=[0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0]^T$

단계 3. $T_i \geq J_2(=8)$를 만족하는 $i=3,5,7$에 대하여 T_i를 구하면 $T_3=8-8=0$, $T_5=15-8=7$, $T_7=8-8=0$이 된다. 공구 $i=3,7$에서 $T_i=0$이 되므로 $L=7-2=5$로 된다.

같은 방법으로 계산을 진행하면 시점 2에서는 $T_i \geq J_3(=4)$를 만족하는 $i=2,5$가 모두 $A_i=1$이므로 공구교체가 발생하지 않는다. 시점 3에서는 $L=4(=C)$가 되어 단계 7,8에 의해 $T_i \geq 1$이면서 $A_i=0$인 $i=1,8,9$ 3개의 공구를 선택한 후 종료한다. 따라서 시점 3에서 교체된 3개의 공구를 합치면 최소 총 공구교체 횟수는 $h=4$가 된다. 본 예를 기존의 KTNS로 풀면 시점 4까지 단계를 진행하여야 하나 개선된 앨고리듬에서는 시점 3에서 최적해가 구해짐을 알 수 있다.

4. 복수 가공방법에서 최적 가공방법 선택문제

본 장에서는 각 부품을 가공하는데 복수 가공방법이 가능한 공정에서 공구교체 횟수를 최소로 하는 가공방법 선택을 위한 앨고리듬을 제안한다. 제안하는 앨고리듬을 설명하기 전에 먼저 복수 가공방법의 공정을 그림 2를 예로 들어 설명한다.

그림 2에서 부품 1을 만들기 위해서 가공방법 1, 2, 3 3가지가 가능하다. 또한 부품 2를 만들기 위해서 가공방법 4와 5 2가지가 가능하다. 각

부품의 가공방법 집합을 기호로 나타내면 $D_1=\{1,2,3\}$, $D_2=\{4,5\}$, $D_3=\{6,7,8\}$, $D_4=\{9,10\}$과 같다. 그림 2의 각 요소는 R_{ij}값이며 R_j는 $R_1=[1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1]^T$, $R_2=[1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0]^T, \cdots, R_{10}=[1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]$로 나타낼 수 있다.

부품		1			2		3			4	
가공방법		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
공	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1
	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
	3	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
	4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	5	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0
	6	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
구	7	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0
	8	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0
	9	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0

그림 2. 복수 가공방법에서의 공구 백터 $[R_{ij}]$

본 연구에서는 각 부품의 가공방법 집합 D_1, D_2, D_3, D_4 각각에서 공구교체 횟수가 최소가 되도록 가공방법을 하나씩 선택할 수 있는 앨고리듬을 제안한다.

복수 가공방법의 공정에서 공구교체를 최소로 하는 가공방법을 선택하기 위해서는 각 부품을 가공할 수 있는 가공방법 개수의 곱만큼 공구교체 횟수를 계산해야 한다. 그림 2를 예로 들면 $3\times2\times3\times2=36$ 가지의 경우가 존재한다. 이를 그래프로 나타내면 그림 3과 같다. 여기서 각 교점(node)은 가공방법을 나타내며, 각 가지(arc)는 작업간의 교체를 의미한다. 공구교체는 작업간의 교체시에 발생한다.

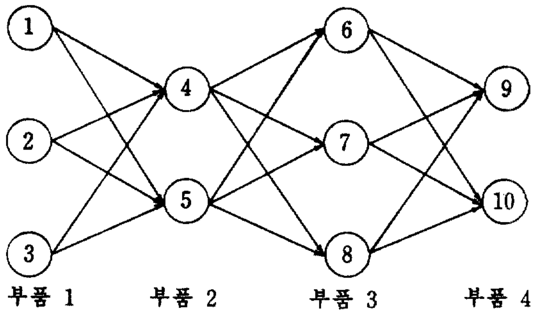


그림 3. 그림 2를 나타낸 그래프

그림 3에서 최적해를 구하기 위해서는 부품 1에서 부품 4로 가는 36가지의 경우에 대해서 개선된 KTNS 앨고리듬을 적용하여 각 경우의 공구교체 횟수를 구해야 한다. 그러나 가공해야 할 부품의 가지 수가 많고 각 부품에 대한 가공방법도 많아지면 계산량이 증가하여 계산하기가 어려워 진다. 본 연구에서는 효율적인 해를 위해 분지 한계법의 최적화 앨고리듬을 제안한다.

제안하는 앨고리듬에서 사용하는 용어를 다음과 같이 정의한다. 경로는 2개 이상의 교점을 갖으며, 각 교점은 서로 다른 부품 가공방법 집합에서 하나씩 선택한다. 경로길이는 경로내에 속한 교점의 개수로 정의한다. 그리고 경로값은 해당 경로내에 속한 작업을 수행하기 위해 필요한 최소 공구교체 횟수로 정의한다. 경로값이 P가 되는 경로를 완전경로라 정의하며 완전경로 중 최소의 공구교체가 되는 경로를 찾는 것이 본 앨고리듬의 목적이다.

제안한 앨고리듬의 단계는 다음과 같으며 최적성에 대한 증명은 부록의 정리 3에서 보인다. 전개된 경로값은 본 연구에서 개선한 KTNS 앨고리듬으로 구한다. 이에 대한 타당성 증명은 부록의 정리 2에서 보인다.

단계 1 : [초기경로 결정]

· 부품1의 가공방법에서 부품2의 가공방법으로의 모든 경로의 경로값을 계산하여 최소값을 갖는 경로를 $P(1)$에 둔다.

· $S=0$로 한다.

단계2 : [경로의 전개]

선택된 경로 $P(1)$의 끝 교점에서 다음 부품의 교점에 대하여 전개한다. $S=0$이면 전개 가능한 경로를 모두 전개한다. 전개된 모든 경로값을 계산하여 이 중 최소값을 갖는 경로를 $P(1)$로 한다. $S=1$이면 경로를 전개할 때마다 경로값을 현재 $P(1)$의 경로값과 비교한다. 경로 $P(1)$의 경로값과 동일한 경로가 발견되면 그 경로를 최적경로로 두고, 종료한다.

단계 3 : [전개할 경로 선택]

$P(1)$로 선택된 경로를 제외한 전개된 나머지 경로값 중 최소값을 찾는다. 이 경로를 $P(2)$로 한다. $P(2)$에 해당되는 경로가 여러 개 있으면 경로의 길이가 긴 경로를 우선 선택한다. 다음 경우에 따라 전개할 경로를 선택한다.

경우 1. $P(1)>P(2)$인 경우 $P(2)$가 완전경로이면 $P(2)$를 최적경로로 두고 종료한다. 그렇지 않으면 $P(2)$를 $P(1)$으로 한다.

경우 2. $P(1)\leq P(2)$인 경우 $S=1$이면 $P(1)$을 최적경로로 두고 종료한다.

단계 4 : [S값 결정]

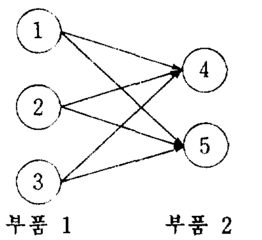
선택된 경로길이가 $P-1$이면 $S=1$, 그렇지 않으면 $S=0$로 한다. 단계2로 간다.

본 앨고리듬에서는 전개할 경로를 결정하기 위해 전개된 경로 중 경로 값이 최소인 경로를 $P(1)$로 하고, $P(1)$에서 전개한 경로 이외의 경로 중 경로값이 최소인 경로를 $P(2)$로 한다. 또한 S는 효율적으로 앨고리듬을 종료할 수 있도록 하기 위하여 현재의 경로길이를 조사하는 값이다. $S=1$이면 현재의 경로길이가 $P-1$임을 나타낸다. 즉, 경로길이가 $P-1$인 경로를 전개하면 완전경로가 된다. 최적경로는 모두 완전경로이므로 경로길이가 $P-1$인 경로에서 전개할 때에는 최적경로의 유무를 확인해야 한다. 따라서 $S=1$일 때는 최적해 유무 확인이 필요하다.

5. 제안한 앨고리듬의 예제

그림 2의 예제에 본 연구에서 제안한 앨고리듬을 적용하면 다음과 같다.

단계 1. $D_1=\{1,2,3\}$에서 $D_2=\{4,5\}$ 간의 모든 경로에 대하여 경로값을 구한다.



경 로	경 로 값
1 - 4	1
1 - 5	1
2 - 4	0
2 - 5	0
3 - 4	0
3 - 5	0

경로값이 0인 4개의 경로 중 임의로 2-4를 $P(1)$로 선택한다. $S=0$로 한다.

단계 2. $P(1)$에서 경로를 다음 부품으로 전개하여 새로운 $P(1)$을 찾는다.

경 로	경 로 값
2-4-6	0
2-4-7	1
2-4-8	1

전개된 경로 중 경로값이 최소인 경로 2-4-6을 $P(1)$로 한다.

단계 3. $P(1)$로 지정된 경로 이외의 전개된 경로 중에서 최소의 경로를 선택하여 $P(2)$로 한다. $P(2)$의 값도 현재의 $P(1)$과 같은 0이므로 그대로 $P(1)$을 전개할 경로로 한다.

단계 4. $P(1)$의 경로 2-4-6의 길이는 3 즉, $P-1$이므로 $S=1$로 하고 단계 2로 간다. 즉, $S=1$인 경로에서 전개를 하면 완전경로가 되므로 전개시에 최적경로 유무를 확인해야 한다.

단계 2. $S=1$이므로 2-4-6에서 교점 9로 전개한 후 현재의 $P(1)$ 경로값과 비교한다. 전개한 경로 2-4-6-9의 경로값은 0이므로 현재의 $P(1)$의 경로값과 동일하다. 따라서 다른 경로값을 구할 필요 없이 경로 2-4-6-9가 최적경로가 되며 최적경로의 경로값 즉, 최소 공구교체 횟수는 0이 된다.

경 로	경 로 값
2-4-6-9	0
2-4-6-10	

6. 결 론

지금까지의 공구교체 횟수를 최소로하는 연구는 각 부품의 가공방법이 하나인 경우이다. 그러나 현실적으로 각 부품의 가공방법이 복수 개인 경우가 가능하므로 이에 대한 연구가 필요하다. 본 연구는 복수의 가공방법이 가능한 생산시스템에서 공구의 교체 횟수를 최소로 하는 가공방법을 선택하기 위한 앨고리듬을 제안하였다.

본 연구에서는 다음의 상황을 가정했다. 주어진 날에 가공할 부품의 순서는 결정되어 있고, 각 부품의 가공을 위해 복수의 가공방법 중 반드시 하나만의 가공방법을 선택해야 한다. 공구매가진에는 공구 보유능력과 상응하는 개수의 공구가 항상 보유되도록 한다.

본 연구에서 제안한 앨고리듬은 분지 한계법의 최적화 앨고리듬이다. 전개된 경로의 경로값 즉, 공구교체 횟수의 계산은 기존의 KTNS 앨고리듬을 개선하여 이용하였다. 제안한 앨고리듬을 통해 구해진 작업방법은 공구교체를 최소화하여 가공할 부품의 전체 가공시간을 줄인다. 그러므로 공구교체의 횟수가 전체 가공시간에 영향이 클 수록 연구의 중요성이 크다.

參 考 文 獻

1. Kusiak, A. (1987), "*The generalized Group Technology Concept*", Int. J. Prod. Res., Vol. 25, No. 4, pp. 561-569.
2. Kusiak, A. and G. Finke, (1987), "*Modeling and Solving the Flexible Forging Module Scheduling Problem*", Engineering Optimization, Vol. 12, No. 3, pp. 1-12.
3. Kusiak, A. and G. Finke, (1988), "*Selection of Process Plans in Automated Manufacturing Systems*", IEEE Journal of Robotics and Automation, Vol. 4, No. 4, pp. 397-402.
4. Tang, C. S. and E. V. Denardo, (1988), "*Models Arising from a Flexible Manufacturing Machine, Part I : Minimization of the Number of Tool Switches*", Operations Research, Vol. 36, No. 5, pp. 767-777.
5. Tang, C. S. and E. V. Denardo, (1988), "*Models Arising from a Flexible Manufacturing Machine, Part II : Minimization of the Number of Switching Instants*", Operations Research, Vol. 36, No. 5, pp. 778-784.