

45° 파동 방정식을 이용한 마이그레이션 실험

장 혁 준* · 양 승 진* · 신 창 수*

Numerical Experiment on Migration using 45° Wave Equation

Hyuk-Jun Jang*, Sung-Jin Yang* and Chang-Soo Shin*

ABSTRACT: This paper presents numerical experiments on migration of synthetic seismograms using by 45° wave equation. The seismograms used are zero-offset seismogram (corresponding to stacked section) on point reflectors, dipping plane reflector, faulted and folded layers. The seismograms are constructed by upward continuation of seismic source wavelets, exploding on subsurface reflection interfaces, to the earth surface. The synthetic seismograms are migrated by downward continuation and imaging. The upward and downward continuations are implemented by solving the 45° wave equation with the finite-difference method. Migration of the synthetic data used in this study results in relatively accurate reposition of subsurface structures while the synthetic sections are quite different from the structures.

서 언

탄성과 반사기록이 지하구조의 실제 모양을 나타내도록 하기 위한 구조보정, 즉, 마이그레이션(Migration)을 시행하는 데 있어서 반사파가 실제 진폭을 유지하게 하기 위해 파동 방정식의 해를 이용하는 방법(Mitchell, 1969; Boore, 1972)이 활용 되고 있다. 이 파동방정식 마이그레이션은 파동의 하향 연속과 영상화의 두 과정을 거쳐 수행되며, 하향연속을 위한 파동 방정식의 해를 구하는 방식에 따라 몇가지 방법으로 구분된다. 즉, 파동 방정식의 적분해를 구하는 Kirchhoff 마이그레이션법(Shneider, 1978)과 파동 방정식의 해를 주파수-파장수 영역에서 구하는 F-K법(Stolt, 1978; Gazdag, 1981)과 파동 방정식의 해를 유한차분법으로 구하는 유한차분 마이그레이션법(Claerbout, 1971, 1972, 1976) 등이 있다.

유한차분 마이그레이션은 일반적인 파동방정식을 편도파동방정식으로 근사시켜서 해를 주파수 영역에서 유한 차분법으로 구하며, 여기서 근사식이 급수 전개 2, 3, 5, 6 차

항을 내포하도록 하는 것을 각각 15°, 45°, 60°, 75° 파동방정식이라 칭하며, 많은 항을 내포시킬수록 급경사의 구조 보정이 효율적으로 수행될 수 있으나, 계산량이 증가하고 계산이 복잡해진다. 15° 파동 방정식에 의한 구조 보정 수행은 한국동력자원 연구소(구자학 등, 1983)에 의해 실시된 바 있다.

본문에서는 45° 편도 파동방정식을 이용한 구조 보정을 합성탄성과 기록에 대해 적용하여 그 효율성을 검토해 보려한다. 합성탄성과기록은 반사면에서의 전원을 상향연속하여 작성한 영주시 탄성파반사기록(중합단면도에 상당)이다. 지하의 산란파원인 점반사원, 경사 지층, 습곡 및 단층이 있는 지하구조에 대한 합성탄성과 기록을 작성하고, 이 기록을 하향 연속 및 영상화에 의해 마이그레이션시킴으로서 실제 지하구조 모양으로 구조 보정되는가를 검토해 보려한다.

기 본 원 리

2차원 파동방정식은

$$\frac{\partial^2 P}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial Z^2} = \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \quad (1)$$

* 한양대학교 자원 공학과 (Dept. of Mineral Resources Eng., Hanyang Univ., Seoul 133-791, Korea)

이며 여기서 X는 축선 방향의 수평 거리, Z는 수직 거리, t는 시간, V는 속도, P(x, z, t)는 압력장이다.

이 식은 주파수 ($\omega = 2\pi f$) 영역에서는

$$\frac{\partial^2 P}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial Z^2} = \frac{-\omega^2}{V^2} P \quad (2)$$

이며, 이 식은

$$\frac{\partial P}{\partial Z} = \pm i \left(\frac{\omega^2}{V^2} + \frac{\partial^2}{\partial X^2} \right)^{1/2} P \quad (3)$$

인 편도 파동방정식(Claerbout, 1976)으로 표현될 수 있다. 여기서 +는 하향 (+z방향)파, -는 상향파를 뜻한다. 본 논문에서는 하향파에 관해서만 기술한다. 위 식을 공간주파수, 즉, $K_x = \omega \sin \theta / V$, $K_z = \omega \cos \theta / V$ (θ 는 파선과 Z와의 각)영역으로 표시하면

$$K_z = \left(\frac{\omega^2}{V^2} - K_x^2 \right)^{1/2} \quad (4)$$

인 분산방정식이 된다.

이 식은 (3)식의 해가 $\exp(\pm iK_z Z)$ 일 때 성립됨을 고려할 때 (3)과 (4)식은 근본적으로 같은 식이다. (3)식을 직접 풀기가 곤란함으로 이를 급수 전개하여 3차항까지만 취하여 근사식으로 쓰면

$$\frac{\partial P}{\partial Z} = \frac{i\omega}{V} \left[1 + \frac{2(V^2/\omega^2) \cdot (\partial^2/\partial X^2)}{4 + (V^2/\omega^2)(\partial^2/\partial X^2)} \right] P \quad (5)$$

이다. (5)식과 (4)식의 차이를 보기위해 (5)식에 $\partial/\partial Z = iK_z$, $\partial^2/\partial X^2 = -K_x^2$ 를 치환하고, $\omega/V=1$ 인 경우를 도시하면 Fig. 1의 포물선과 같으며, 이는 (4)식에 의한 원과 차이(분산오차)가 생긴다. Fig. 2는 여러 ω/V 및 θ 값에 따른 분산오차를 나타낸 것이다. 여기서 주파수 (ω)가 작을수록 오차가 적고 θ 가 커질수록 오차가 커지나, $\theta \leq 45^\circ$ 에서는 오차가 비교적 작으며, $\theta > 45^\circ$ 에서는 오차가 급격히 커진다. 이 사실은 반사면의 경사가 45° 이하인 지층에 대한 수직 반사파 기록을 (5)식을 이용하여 마이그레이션 할 경우 오차가 적음을 의미한다.

(5)식의 P 대신 $P \cdot \exp(i\omega Z/V)$ 를 사용하면 (Robinson, 1983)

$$\frac{\partial P}{\partial Z} = \frac{i \cdot 2(V/\omega) \partial_{xx}}{4 + (V^2/\omega^2) \cdot \partial_{xx}} \cdot P \quad (6)$$

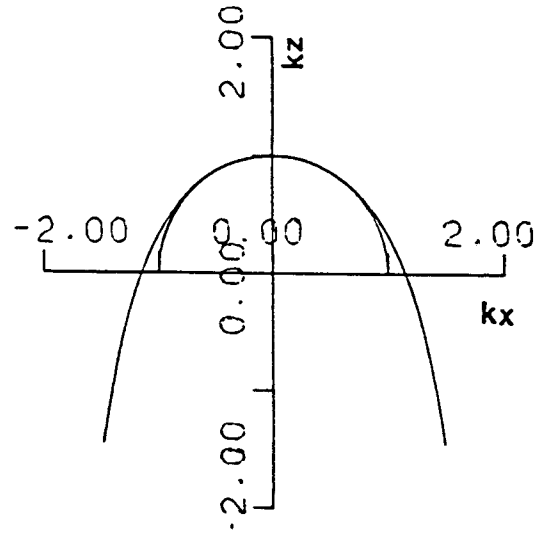


Fig. 1. Dispersion of 45° one-way wave equation for $\omega/v = 1$.

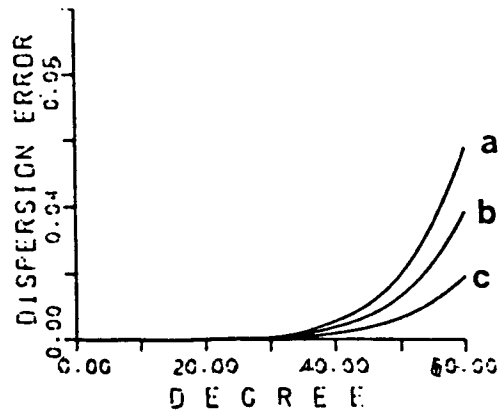


Fig. 2. Dispersion error of 45° one-way wave equation for ω/v of a) 1.5, b) 1.0, and c) 0.5.

이 된다. 위 식을 재 정리하면

$$\omega^2 \frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{V^2}{4} \frac{\partial^3 P}{\partial^2 X \partial Z} - \frac{i\omega V}{2} \frac{\partial^2 P}{\partial X^2} = 0 \quad (7)$$

이 된다.

또는 위 식에 $i\omega = \partial/\partial t$, $\omega^2 = -\partial^2/\partial t^2$ 을 대치하면 시간 영역의 식으로 표시될 수 있다. 이 식을 45°파동 방정식이라 칭한다.

이 식을 유한차분법으로 풀기 위해 Claerbout (1976)의 방법과 같이

$$\partial_{xx} = \frac{1}{\Delta X^2} \frac{\delta_{xx}}{1 + \beta \delta_{xx}} \quad (8)$$

$$\delta_{xx} = P(X + \Delta X) - 2P(X) + P(X - \Delta X)$$

$$\beta = 1/12 = 0.1487$$

로 대치하여 행렬식으로 표시하면(장혁준, 1990),

$$\begin{pmatrix} BB & AA \\ AA & BB & AA \\ & & \cdot \\ & & \cdot \\ & & \cdot \\ AA & BB \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P(0, Z) \\ P(\Delta X, Z) \\ \\ \\ P(N\Delta X, Z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B & A \\ A & B & A \\ & A & B & A \\ & & \cdot \\ & & \cdot \\ AB \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P(0, Z + \Delta Z) \\ P(\Delta X, Z + \Delta Z) \\ \\ \\ P(N\Delta X, Z + \Delta Z) \end{pmatrix}$$

$$A = \frac{-i}{2\Delta Zm} - \beta \frac{2im\Delta X^2}{\Delta Z} - \frac{1}{2}$$

$$B = \frac{1}{m\Delta Z} + (2\beta - 1) \frac{2im\Delta X^2}{\Delta Z} + 1 \quad (9)$$

$$AA = A + 1 \quad BB = B - 2$$

$$m = -\omega / V$$

이 된다.

이 식에 의해 $P(X, Z, \omega)$ 에서 $P(X, Z + \Delta Z, \omega)$ 의 값을 연속적으로 구하는 하향연속을 시행한다.

위 식을 풀 때 나타나는 경계조건으로는 흡수경계조건 (Clayton et al., 1977; Stolt, 1986) 을 적용하여 경계면에서의 반사계수를

$$R = \frac{V + 2\alpha \Delta X \omega}{V - 2\alpha \Delta X \omega}$$

로 한다. 여기서 α 는 파면의 기울기이며, 인위적 경계면에서의 반사계수는 0 으로 한다. 또는 투명 경계조건 (Reynold, 1978) 을 이용해도 좋다.

이상과 같은 방법으로 마이그레이션을 수행시 $K_x > \omega^2 / V^2$ 일 때 (4)식에서 K_z 가 허수가 되어 야기되는 소실파 (Evanescent wave: Robinson, 1983)와 주파수 영역에서 시간영역으로 변환할 때 생기는 두루마리 효과(Wrap-around error)등의 왜곡된 파가 발생한다.

본 문에서는 소실파를 제거하기 위해 수치점성계수 (Claerbout, 1976; Stolt, 1986)를 이용하여 주파수 성분 2

$\pi \Delta f / V$ 를 더함으로써 이를 여과시켰다. 그리고 두루마리 효과를 제거하기 위해 주파수성분의 허수부분에 실수값의 0.25%인 값을 부여하여 FFT(Fast Fourier transform)시 발생하는 주기성을 제거하였다.

위 방법에 의해 탄성파기록 $P(X, 0, t)$ 을 하향 연속시켜 $P(X, Z, t)$ 를 구한다. 단, 이렇게 구해진 $P(X, Z, t)$ 가 $t = 0$ 에서 음원 함수(초기 조건: $f(X, Z)\delta(t)$ 와 동일하게 되도록 초점을 맞춰 영상화한다.

모형실험

앞에서 기술한 기본원리를 이용하여 가정된 몇가지 지하 구조에서의 합성탄성과 반사기록을 작성하고, 이 기록에 대해 마이그레이션을 수행하여 지하구조가 원래의 형태로 나타나는가를 실험해 보기로 한다.

합성탄성과 기록은 지하의 반사면에서 Ricker wavelet의 파가 반사면에서 발사 되었다고 가정하고 이 파원을 지표까지 상향연속시킴으로서 작성하였다.

이때 ΔZ 는 60m로 하였고 ΔX 는 100m로 하였으며 수진점 간격도 100m로 하였다. 그리고 상향연속시 매질의 속도 V 를 $\frac{V}{2}$ 로 대치함으로써 편도주사가 왕복주사가 되도록 하였다.

이 수직 왕복주사기록은 영주시기록으로서 중합단면도에 상당한다.

Fig. 3은 속도가 2000m/sec인 지층내에 3개의 점 반사원으로 된 지하구조이며, Fig. 4는 이 구조에 대한 합성탄성과

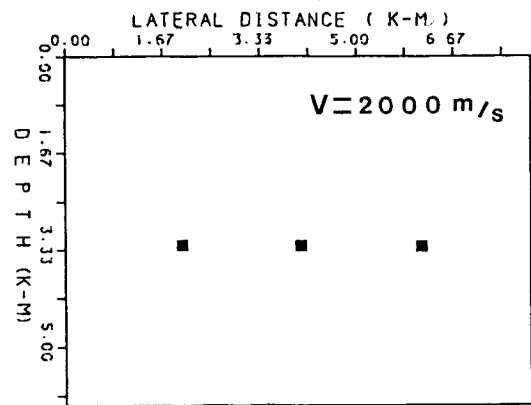


Fig. 3. Three point reflector intercalated in a homogeneous layer of $V = 2000$ m/sec.

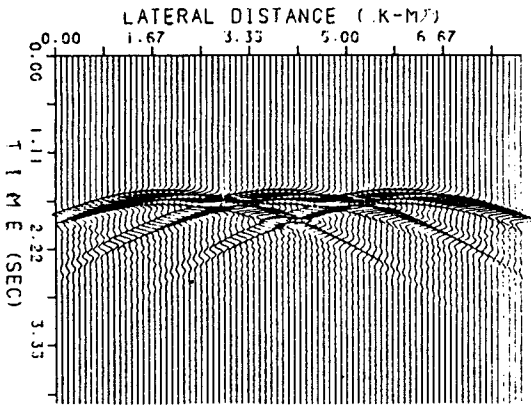


Fig. 4. Zero-offset synthetic seismogram on point reflector in Fig. 3.

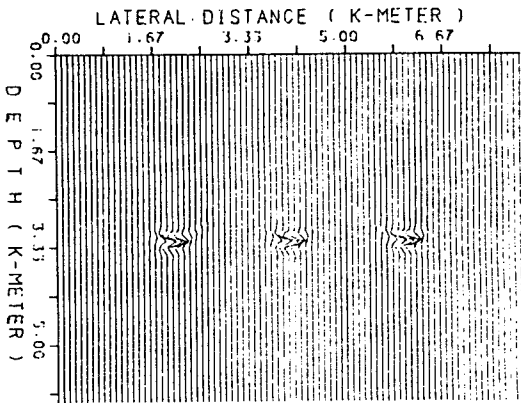


Fig. 5. Migrated depth section of the seismogram in Fig. 4.

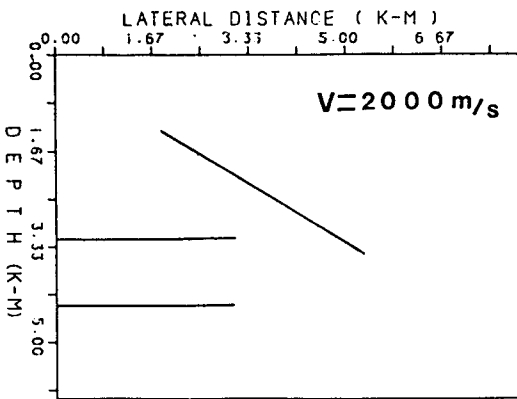


Fig. 6. Dipping and horizontal plane reflectors interbedded in a homogeneous medium.

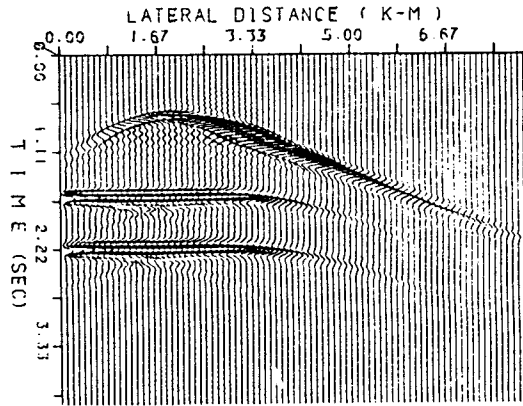


Fig. 7. Zero-offset synthetic seismogram for the plane reflectors in Fig. 6.

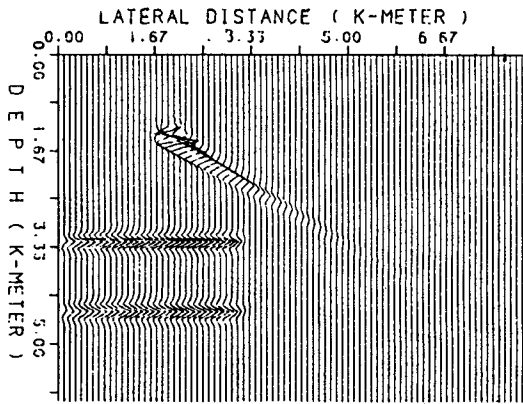


Fig. 8. Migrated depth section of the seismogram in Fig. 7.

기록이다. 그림에서 보듯이 탄성파기록은 산란파에 의해 포물선의 중첩으로 나타나서 마치 배사구조처럼 보이며, 실제 반사원과 아주 다르다. 이 기록에 대해 전술한 방법에 의해 마이그레이션을 수행한 결과는 Fig. 5와 같이 실제구조인 점반사원으로 구조보정이 됨을 보여 준다.

Fig. 6은 속도가 2000m/sec에 38° 경사의 반사층 및 그 하부에 수평한 반사면이 있는 구조이다. Fig. 7은 위 구조에 대한 영주시 반사기록이다. 여기서 보듯이 반사층의 경사가 다소 완만하게 나타나며 반사면 모서리에서 산란파가 발생하여 그 모양이 실제 지층모양과 다르다. Fig. 8은 Fig. 7에 대해 마이그레이션을 수행한 결과이다. 여기서 보듯이 마이그레이션에 의해 실제 경사로 보정되며 모서리의 산란파도 제거되어 실제 지층모양 (Fig. 6)과 같게 보정된다.

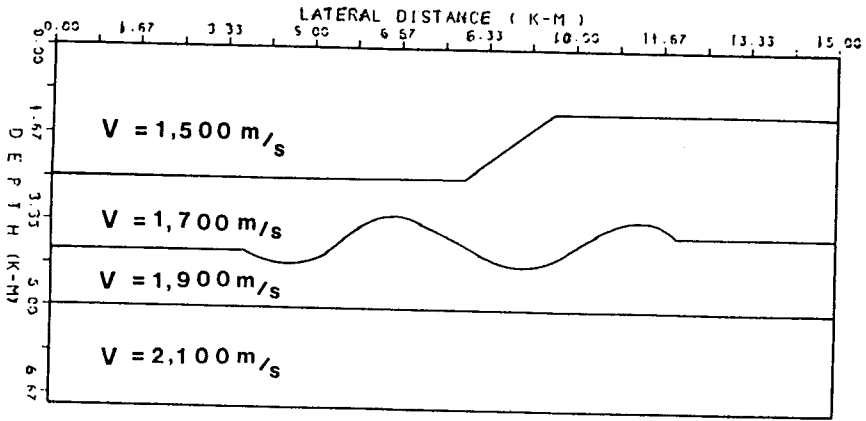


Fig. 9. Faulted and folded layers overlying a horizontal layer.

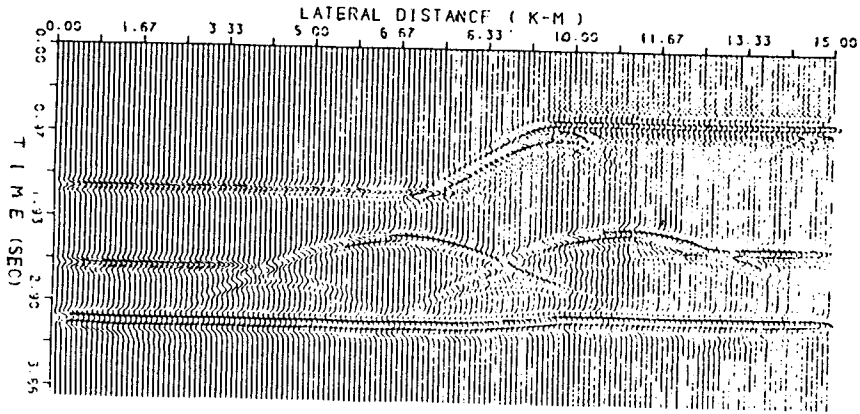


Fig. 10. Zero-offset seismicogram on the faulted and folded structure in Fig. 9.

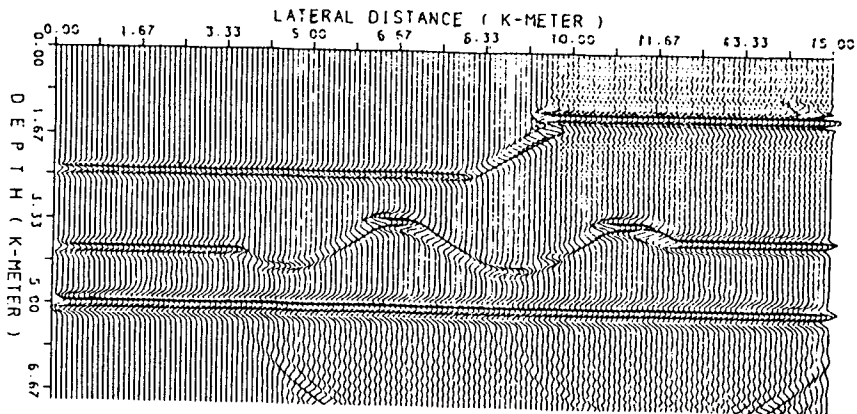


Fig. 11. Migrated depth section of the seismicograms in Fig. 10.

Fig. 9는 습곡 및 단층으로 구성된 3 층 구조이며, Fig. 10은 이에 대한 합성 탄성파기록이다. 여기서 보듯이 습곡의 향사구조가 실제의 구조와 다르게 나타나며, 단층모서리에서도 산란파 영향으로 기록이 실제구조와 다르게 나타난다. Fig. 11은 위 기록에 마이그레이션을 시행한 결과이며, 이것은 원래의 구조 (Fig. 9) 와 거의 같은 모양으로 구조보정 됨을 보여준다.

결 언

파동방정식을 45° 편도파동방정식으로 표현하고 이에 대한 해를 유한차분법으로 구하여 하향연속시킴으로서 합성 탄성파기록에 대한 마이그레이션을 수행해 보았다.

사용된 탄성파기록은 점 반사원과 경사층 구조와 습곡 및 단층으로 구성된 지층상의 진원을 지표로 상향연속시켜서 작성한 영주시 반사기록이다.

이들 기록은 실제 지층구조와 다른 형태이나 이를 마이그레이션시킨 결과 실제 지층구조와 거의 같은 형태로 보정 되었다.

이는 45° 파동방정식에 의한 마이그레이션이 상당히 효율적임을 의미한다. 단, 이 마이그레이션 방법은 45° 이상인 지층에 적용시 구조보정이 불완전하여 오차가 커진다.

참고문헌

구자학, 조동행, 서상용 (1983) 대륙붕 석유자원 탐사기술 자립화연구. 한국 동력자원연구소.

장혁준 (1990) 45° 파동방정식을 이용한 마이그레이션. 한양대학교 석사학위 논문.

Borre, D. M. (1972) Finite-difference methods for Seismic Wave Propagation in heterogeneous materials. Computational Physics, v. 12, New York Academic press.

Claerbout, J. F. (1971) Toward a unified theory of reflector mapping. Geophysics, v. 36, p. 467-481.

Claerbout, J. F. (1972) Downward continuation of moveout corrected seismograms. Geophysics, v. 37, p. 741-768.

Claerbout, J. F. (1976) Fundamentals of geophysical data processing, McGraw-Hill Book Company, p. 184-226.

Clayton, R. and Engquist, B. (1977) Absorbing boundary conditions for accurate and elastic wave equations. Bull. Seism. soc. Am., v. 67, p. 1529-1540.

Gazdag, J. (1981) Modeling of the acoustic wave equation with transform methods. Geophysics, v. 46, no. 6.

Mitchel, A. R. (1969) Computational methods in partial differential equations. New York, John Willey & Sons.

Robinson, E. A. (1983) Migration of geophysical data. International Human Resources Development, p. 63-123.

Reynolds, A. C. (1978) Boundary conditions for the numerical solution of wave propagation problems. Geophysics, v. 43.

Stolt, R. H. and Benson, A. K. (1986) Seismic migration, theory and practice. Geophysical Press, p. 87-134.

Stolt, R. H. and Benson, A. K. (1978) Migration by fourier transform. Geophysics, v. 43, p. 23-48.

Schneider, W. A. (1978) Integral formulation for migration in two and three dimensions. Geophysics, v. 43, p. 49-76.