

왈쉬 급수를 이용한 새로운 PWM 인버터의 구현

(Realization of a New PWM Inverter Using Walsh Series)

趙 俊 翼*, 田 炳 實**

(Jun Ik Joe and Byoung Sil Chon)

要 約

PWM 인버터에서 임의로 선택한 5, 7, 11차 고조파를 제거할 때, 후리에 급수를 이용하여 비선형 연립방정식을 선형 연립방정식으로 바꾸어 점호각을 분석하던 기존의 방법으로부터 새로운 방법을 구현하였다. 후리에 급수를 이용하여 기억소자에 점호각을 look-up 포로 기억시키거나, 또는 점호각 계산 프로그램을 반복 수행하여 점호각에 트리거하던 기존의 방법으로는 실시간 제어가 곤란하였다.

본 논문에서는 제안된 왈쉬 급수를 이용하여 점호각을 계산하고 하드웨어로 구성하여 입력되는 클럭 주파수만 가변하면, 즉시로 가변된 주파수가 출력되므로 실시간 제어가 가능함을 밝혔다. 또한 Ordered orthogonal 함수를 이용하여 단상회로와 동일한 하드웨어 구성으로 3상 출력이 가능함을 실험을 통하여 확인하였다.

Abstract

This paper describes a new method to eliminate some selected harmonics (5, 7, 11th) in PWM waveforms using Walsh and related orthogonal functions. Previous analyses of PWM waveforms are based on the nonlinear equations requiring iterative solution methods which are not practical in real-time systems. In addition, synthesis of low harmonic waveforms at high power system is not easy to implement with power electronic hardware.

The goal of this paper is to achieve the harmonics elimination in a PWM waveform by replacing the nonlinear equations in Fourier analysis with linear algebraic equations resulting from the use of orthogonal Walsh equation. This paper also describes how to synthesize low ordered harmonic waveforms with practical power electronic hardware. Walsh and Radmacher functions are easily manipulated by Harmuth's array generator, and those algorithms are accurate, computationally efficient and faster than algorithm based on Fourier analysis.

In addition, this method is simulated to synthesize periodic PWM waveforms. From the experimental results, it is shown that single-phase PWM waveforms are identified with the proposed method. And these methods are also extended to three-phase PWM waveforms in this paper.

*正會員, 群山水産專門大學 電子科
(Dept. of Elec., Kunsan Nat'l Fisheries Junior Coll.)

**正會員, 全北大學校 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Chonbuk Nat'l Univ.)

接受日字: 1990年 1月 6日

(※ 이 연구는 1989년도 한국과학재단 연구비지원에 의한 결과임. 과제번호: 891-0804-013-1)

I. 서 론

교류 회전기기의 회전속도는 입력주파수에 정비례하므로 일반적으로 교류 회전기기의 속도제어에는 입력 주파수를 가변하여 회전속도를 제어해 왔다. 입력 주파수를 가변하는 방법으로는 직류전원을 주파수가 가변된 교류전원으로 변환하는 것이다. 그러나

이때 많은 고조파가 발생된다. 고조파 손실을 줄이기 위하여 PWM(pulse-width modulation)를 사용하여 임의로 선택된 고조파를 제거하는 방법이 사용됐는데, 이는 직류전원을 적절히 초핑(chopping) 함으로써 구형 펄스 열(square waveform pulse series)을 발생시킨다.

지금까지 임의의 고조파를 제거할 수 있는 점호각(notch angle)계산에 주로 후리에 급수(Fourier Series)를 사용하여 왔다. 그리고 임의로 선택한 조조파를 제거할 점호각을 미리 계산하여 메모리(ROM)에 look-up 표로 작성하거나, 또는 점호각 계산 프로그램을 반복 수행하여 스위칭 소자를 트리거하는 온-라인(on-line) 방법을 사용하여 왔다.

이와같은 연구는 1964년 F. G. Turnbull가^[1] 임의의 고조파 제거에 대한 방법을 제시한 이후 국내외에서 많은 연구가 진행되고 있다.^{[2][3]}

기존의 방법을 이용하여 PWM 인버터를 점호하면 가변 출력 주파수가 요구될 때에 실시간 제어(real time control)가 곤란하므로 본 논문에서는 왈쉬 급수(Walsh series)를 이용하여 고조파를 분석한다.

왈쉬 급수는 othogonal 함수이므로 라드 급수(Rademacher series)로부터 유도가 가능하다. 또한 왈쉬 급수파형으로 조합하여 임의의 고조파가 제거된 단상 PWM 인버터 출력파형을 발생한다. 그리고 단상과 동일한 회로를 구성하고, 입력 클럭펄스를 120°씩 천이(shift)시켜 간단히 하드웨어적으로 3상 PWM을 구현하며 실험을 통하여 이론을 확인한다.

II. PWM 인버터의 점호각 계산

그림 1과 같은 반 브리지 인버터 회로에서 스위치 M₁, M₂가 α₁, α₂...α_k의 점호시각에 교대로 온-오프를 반복하면 그림 2와 같은 단상 출력이 된다.

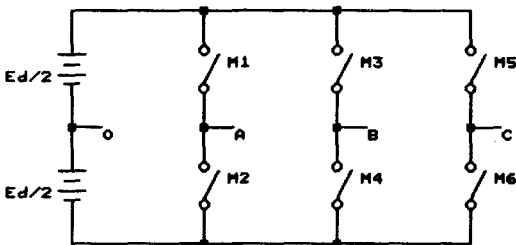


그림 1. PWM 인버터 기본회로
Fig. 1. Basic PWM inverter circuits.

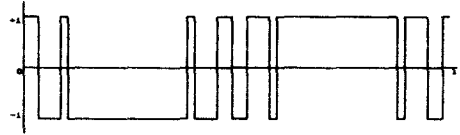


그림 2. PWM 인버터 출력파형
Fig. 2. PWM inverter output waveforms.

그림 2와 같은 구형파를 후리에 급수로 전개하면

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{SIN } n\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{COS } n\omega t \quad (1)$$

과 같은 식으로 표현된다. 그림 2는 반파대칭 기함수이므로 식(1)은

$$a_n = (1/n\pi) \{1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \text{SIN } n\alpha_k\} \quad (2)$$

가 된다.

또한 n가 2진수로 p비트이면 N=2^p가 되어 구형파는

$$f(t) = a_0 \text{WAL}(0, t) + \sum_{n=1}^{N-1} a_n \text{WAL}(n, t) \quad (3)$$

과 같은 왈쉬 급수식으로 표현된다. 출력파형이 반파대칭 기함수이므로

$$a_{2n-1} = \sum_{i=1}^{\infty} W_{4i-3} B_{2n-1} \text{WAL}(4i-3, t) \quad (4)$$

단, $W_{4i-3} = \int_0^1 f(t) \text{WAL}(4i-3, t) dt$

$$B_{2n-1} \text{WAL}(4i-3, t) = (8/\pi) \int_0^{1/4} \text{WAL}(4i-3, t) \cdot \text{SIN}(2n-1)t dt$$

가 된다.

n차 고조파 중에서 5, 7, 11차 고조파만 제거할 경우에 식(4)에 대입하여 정리하면^[2]

$$\begin{aligned} a_5 &= 10.6373 \alpha_1 - 15.6685 \alpha_2 + 6.7725 \alpha_3 + 0.2883 \\ a_7 &= 13.4552 \alpha_1 - 10.5347 \alpha_2 + 9.3448 \alpha_3 + 1.0909 \\ a_{11} &= 15.2154 \alpha_1 - 9.0748 \alpha_2 - 5.1322 \alpha_3 - 0.6328 \end{aligned} \quad (5)$$

와 같은 선형 연립방정식이 되며 식(5)의 해는 구하면 α₁=0.02612, α₂=0.09615, α₃=0.07640이다. 점호각 α₁, α₂, α₃로 점호한 출력 파형은 식(4)에서 WAL(4i-3, t)에 해당하는 왈쉬 급수의 진폭과 배율을 계산하여 표 1에 나타냈다.

표 1. PWM 파형의 왈쉬 급수 출력진폭과 배율값
 Table 1. Walsh series output magnitudes and multiplies of PWM waveforms.

Col.	Mag.	Mul.	Col.	Mag.	Mul.	Col.	Mag.	Mul.
1	-.73304	1	45	-.01696	43.2	89	-.08044	9.1
5	.26696	2.7	49	-.01696	43.2	93	-.08044	9.1
9	.15096	4.8	53	-.01696	43.2	97	.00164	446.9
13	.15096	4.8	57	.09904	7.4	101	.00164	446.9
17	.15096	4.8	61	.09904	7.4	105	.08044	9.1
21	.15096	4.8	65	-.08044	9.1	109	.08044	9.1
25	.26696	2.7	69	-.08044	0.1	113	.08044	9.1
29	.26696	2.7	73	-.00164	446.9	117	.08044	9.1
33	.09904	7.4	77	-.00164	446.9	121	.00164	446.9
37	.09904	7.4	81	-.00164	446.9	125	.00164	446.9
41	-.01696	43.2	85	-.00164	446.9			

Ⅲ. 왈쉬 급수 파형유도

라드 급수 RAD(m, t)는 폐구간[0, 1]에서 2^m개의 ±1의 진폭을 갖는 구형파로 m개의 가로축과의 교차수(zero crossing per second: Zps)를 가진다. 왈쉬 급수 WAL(9, t)에서 '9'의 그레이 코드값이 '1101'이므로 WAL(9, t)를 라드 급수로 나타내면

$$WAL(9, t) = RAD(4, t) \cdot RAD(3, t) \cdot RAD(1, t) \tag{6}$$

이다. 라드 급수의 진폭 '+1'과 '진폭 '-1'를 각각 '+'와 '-'라 할때 RAD(4, t), RAD(3, t), RAD(1, t)는

$$\begin{aligned} RAD(4, t) &= + - + - + - + - + - + - + - + - \\ RAD(3, t) &= + + - - + + - - + + - - + + - - \\ RAD(1, t) &= + + + + + + + + - - - - - - - - \end{aligned} \tag{7}$$

과 같다. 식(7)의 각 열을 배타적 논리합(XOR)을 하

$$WAL(9, t) = + - - + + - - + - - + + - - + + - \tag{8}$$

이 되어 WAL(9, t)의 파형을 구할 수 있다.^[2] 일반적으로 m=3인 왈쉬 급수의 Hadamard 행렬식은

$$H_w(3) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \tag{9}$$

이다. 식(9)의 제1행은 WAL(0, t)이고, 제8행이 WAL(7, t)가 된다. Hadamard 행렬식에서 u행 v열의 비트값이 U_i, V_i인 경우에 H_w(n)의 각 요소의 값 h_{uv}^(w)는

$$h_{uv}^{(w)} = (-1)^{\sum_{i=1}^{n-1} r_i(u) v_i} \tag{10}$$

단, u, v=0, 1, ..., N-1
 $r_0(u) = u_{n-1}$
 $r_1(u) = u_{n-1} + u_{n-2}$
 $r_2(u) = u_{n-2} + u_{n-3}$

와 같이 된다. 왈쉬 급수는 Hadamard 행렬식으로 표현할 때 각 요소의 값을 결정할 수 있다. 왈쉬 급수의 논리적 특성은^{[4]-[5]}

$$WAL(n, t) \cdot WAL(m, t) = WAL(n \oplus m, t) \tag{11}$$

과 같이 표현되며 ⊕는 XOR를 의미한다. 그러므로 라드 급수를 XOR하거나 왈쉬 급수를 XOR하면 어떠한 왈쉬 급수도 유도가 가능하다. 본 논문에서는 m=7로 하여 폐구간[0, 1]를 128등분함으로써 점호 각 오차를 최소화하였다.

3상 PWM 인버터 출력 파형은 RAD(7, t)에 입력되는 클럭펄스를 120°씩 천이시켜 단상과 똑같은 회로에 각 상별로 입력하여 3상 출력을 발생한다.

Ⅳ. 하드웨어 구현

라드 급수회로 RAD(7, t)에 입력되는 클럭펄스를 발생하기 위하여 555 타이머를 사용하지만 대칭성(duty cycle)을 이루기 위하여 플립-플롭을 이용하였다. 클럭펄스는 플립-플롭과 NAND 게이트를 통하여 120°씩 천이된 구형펄스를 발생한다. 1-2-4-8로 구성된 16분주기를 이용하여 라드 급수 RAD(7, t)~RAD(1, t)를 발생하였다. 라드 급수 RAD(7, t)~RAD(1, t)를 XOR하여 WAL(4i-3, t)를 구하는 회로 구성을 그림 3에 나타냈다. 왈쉬 급수를 표 1에 나타낸 배율기를 통하여 연산증폭기에 입력한다.

왈쉬 급수 구현회로는 실시간으로 출력을 발생시키기 위하여 온-라인으로 신호전달이 이루어져야 하므로 왈쉬 급수파형을 항상 일정하게 발생시키는 harmuth array generator(HAG)를 사용하였다.^{[4]-[5]}

HAG는 WAL(4i-3, t)에 해당하는 32개의 왈쉬 급수를 얻게 되며, 7비트로 표현이 가능하므로 2진분주기를 7개 사용하였다. 그림 3에 HAG회로를 나타냈다.

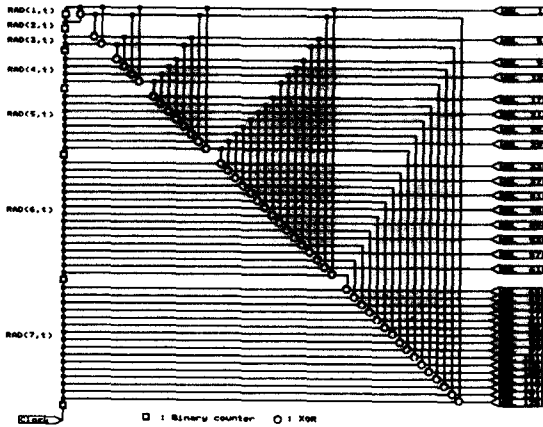


그림 3. HAG를 이용한 왈쉬 급수 발생회로
Fig. 3. Walsh series generator using Harmuth's array.

왈쉬 급수 기본파 WAL(1, t)의 진폭을 기준으로 하여 WAL(4i-3, t)의 왈쉬 급수는 표준화된 저항을 통하여 배율되도록 저항을 삽입하였다.

그림 4에 나타낸 바와 같이 저항값을 표준화하면 2.5kΩ, 4.8kΩ, 7.4kΩ, 43.2kΩ, 9.1kΩ, 446.9kΩ 등 7 종류의 저항값으로 나누어 진다.

표 1에서는 '+'와 '-'의 진폭값을 가진 왈쉬 급수를 구분하여 연산증폭기에 입력함으로써 출력파형

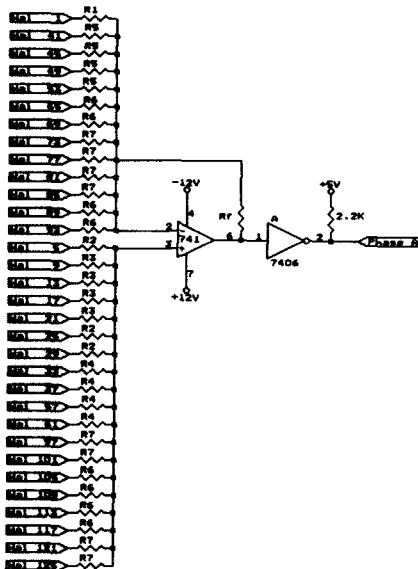


그림 4. 왈쉬 급수 파형 가감회로
Fig. 4. Walsh series waveform summing circuit.

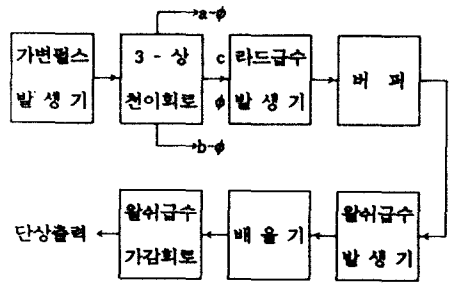


그림 5. 실험회로의 블록 다이어그램
Fig. 5. Block diagram of experimental circuits.

이 발생된다. 3상 PWM 인버터는 단상회로와 동일한 회로로 구성하고 클럭펄스를 120° 천이하여 각상에 입력한다.

3상 PWM 인버터 출력파형을 발생시키기 위한 전체적인 블럭 다이어그램은 그림 5와 같다.

V. 구현 결과 및 분석

왈쉬 및 후리에 급수를 이용하여 5, 7, 11차 고조파를 제거하는 점호각을 계산하여 스위칭할 경우의 각 고조파 성분을 분석하여 그림 6에 나타냈으며 어느 경우나 선택된 고조파는 제거되었다.

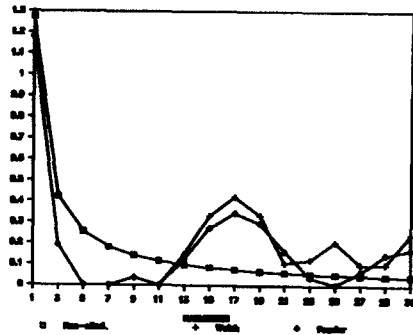


그림 6. 고조파 진폭 비교도
Fig. 6. Harmonic magnitude comparing map.

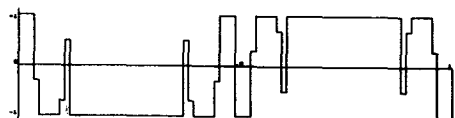
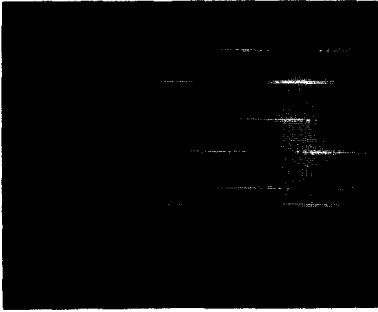


그림 7. 시뮬레이션한 출력파형
Fig. 7. Simulated output waveforms.



사 진 1. 3상 PWM 인버터 출력파형
 Photo.1. 3- ϕ PWM inverter output waveforms.



사 진 2. 출력파형의 고조파 진폭
 Photo.2. Output waveform's harmonic magnitudes.

또한 Walsh 급수로 계산된 점호각으로 시뮬레이션 한 출력파형은 그림 7 과 같은 파형이 출력되었다. 이 파형은 그림 2 에서 제안했던 PWM 출력 파형과 일치하는 반파대칭 기함수파형임을 알 수 있다.

식(6)~식(8)의 과정에서 알 수 있는 바와 같이 WAL(m, t)의 그레이 코드값에 해당하는 라드 급수 파형을 XOR함으로써 32개의 Walsh 급수 파형이 발생되었다.

3상 PWM 출력파형을 사진 1 에 나타냈다. Walsh 급수 출력파형을 표 1 에 나타난 저항 배울기를 통하여 그림 4 와 같은 연산증폭기의 가감회로에 입력하여 출력되는 파형을 open collector 형의 논리소자를 통해 출력된 파형은 그림 7 과 일치됨을 알 수 있으며, 또한 120°씩 천이된 것이 확인되었다.

사진 2 에는 고조파 제거전과 제거후의 고조파 진폭 스펙트럼을 나타냈다. 사진 2 에서 3배수 고조파 성분은 제거되지 않지만 부하를 3상으로 결선하면

3배수 고조파는 전부 상쇄(cophasal)되므로^[6] 본 실험에서는 제거하지 않았으며 임의로 선택한 고조파가 제거됨을 확인하였다.

V. 결 론

PWM 인버터의 출력파형이 반파대칭 기함수가 되고 임의로 선택한 5, 7, 11차 고조파를 제거시킨 파형을 후리에 급수로 분석하는 초월함수를 컴퓨터 프로그램으로 처리하는 경우에는 컴퓨터에 look-up 표로 저장하거나, 또는 임의로 선택한 고조파를 제거할 프로그램을 작성하여 반복 수행하면서 고조파를 제거할 시각에 트리거펄스를 온라인으로 접속하면 어느 경우나 컴퓨터를 PWM 인버터 제어전용으로 사용하게 되므로 비경제적이며, 또한 실시간 제어가 곤란하다.

본 논문에서는 Walsh 급수를 이용하여 점호각을 계산하였으며 3상 회로에 입력할 클럭펄스를 120°씩 천이하여 3상을 구현하였다. 2분주회로를 이용하여 라드 급수 파형을 얻고, 라드 급수 파형을 XOR하여 Walsh 급수 파형을 발생시켰다. Walsh 급수 파형을 저항배울기로 필요한 진폭을 얻어 연산증폭기의 가감회로에 입력함으로써 임의로 선택한 고조파가 제거된 출력파형을 발생시켰다.

본 논문에서 제시한 하드웨어를 이용하면 단상회로와 똑같은 회로를 이용하여 3상 출력을 발생시킬 수 있으며, 입력되는 클럭펄스의 주파수만 가변하면 즉시로 출력 주파수가 가변되므로 실시간 제어가 가능하였다. 또한 하드웨어적으로 구현하였으므로 제어 전용 컴퓨터가 별도로 필요치 않게 되어 보다 경제적이라고 추정된다.

앞으로 연구되어야 할 과제는, 본 실험회로가 논리소자로 구성되었으므로, 제어용 one-chip IC화 및 이의 실용화 방안이라 할 수 있다. 이러한 연구과제가 진행되기를 기대한다.

參 考 文 獻

- [1] F.G. Turnbull, "Selected harmonic reduction in static dc-ac inverter," IEEE Trans. Commun. Electron., vol. 83, pp. 374-378, 1964.
- [2] 조준익, 전병실, "PWM 인버터의 새로운 고조파 제거 방법에 관한 연구," 한국통신학회논문지, 제13권, 제 6 호, pp. 529-534, Dec. 1964
- [3] J.A. Asumadu and R.G. Hoft, "Microprocessor based sinusoidal waveform synthesis using Walsh and Related orthogonal functions," IEEE PESC '87, pp. 119-127, 1987.

[4] K.G. Beauchamp, "Walsh Functions and Their Applications," Academic Press, pp. 7-35, 1975.

[5] N. Ahmed and K.R. Rao, "Orthogonal Transforms for Digital Signal Processing,"

Springer-Verlag Berlin, pp. 85-98, 1975.

[6] J. H. Houldsworth and D.A. Grant, "The use of Harmonic Distortion increase the ouput voltage of a Three-phase PWM inverter," IEEE IA-20, no. 5, Sept. 1984.

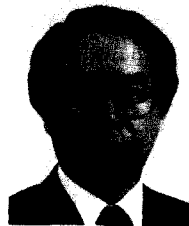
著 者 紹 介



趙 俊 翼 (正會員)

1952年 3月 19日生. 1979年 2月 전북대학교 졸업(공학사). 1983年 2月 전북대학교 졸업(공학석사). 1988年 2月 전북대학교 전자공학과 졸업(공학박사). 1990年 10月 현재 군산산업전문대학 전자과

부교수. 주관심분야는 전력전자 및 컴퓨터 응용 등임



田 炳 實 (正會員)

1945年 2月 14日生. 1967年, 70年 76年 전북대학교 전자공학과에서 공학사, 공학석사, 공학박사. 1979年 미국 Univ. of Notre-Dame 객원교수. 1971年~현재 전북대학교 교수. 1984年~1986年 전북대

학교 전자계산소장. 주관심분야는 Computer Network and Appuication 등임.