

불확실한 연속형 및 이산형 시스템에서의 이상검출법

(A Fault Detection Method for Uncertain Continuous- and Discrete-Time Systems)

黃寅九*, 權五圭**

(In Koo Hwang and Oh Kyu Kwon)

要 約

이 논문은 비선형성, 모델링오차 그리고 잡음입력이 존재하는 선형 및 비선형시스템에서의 모델에 근거한 이상검출방법을 제시한다. 대상 시스템은 연속형이나 이산형 모두에 적용할 수 있도록 통합연산자(unified operator)^[5]로써 표시한다. 이 논문에서 제시되는 이상검출법은 잡음과 모델의 부정합과 비선형성을 고려한 것이다. 모델링 오차는 더하기꼴로 나타내며 계수추정에서 불확실성의 한계를 정량화시키기 위해 공칭모델 분모는 사전실험을 통해 고정시키는 것으로 한다. 공칭모델의 분자 계수들은 최소자승법으로 추정한다. 컴퓨터 모의실험을 추정하여 이 논문에서 제시한 방법이 기존의 방법보다 우수한 성능을 지니고 있음을 보인다.

Abstract

This paper proposes a model-based fault detection method for linear/nonlinear systems having modelling errors, nonlinearities and measurement noise. The system model is represented by the unified operator [5] in order to apply to both the continuous-time and discrete-time problems. The fault detection method suggested here accounts for the effects of noise, model mismatch and nonlinearities. Modelling errors are depicted by additive forms and the nominal model denominator is fixed via prior experiments in order to quantify the uncertainty bound on the parameter estimation. The least square method is used to estimate the numerator parameters of the nominal model. A computer simulation shows that the fault detection method suggested in this paper has better performance than traditional methods.

*正會員, 韓國原子力研究所

(Korea Atomic Energy Research Institute)

**正會員, 仁荷大學校 電氣工學科

(Dept. of Electrical Eng., Inha Univ.)

接受日字: 1990年 7月 11日

(※ 이 논문은 1990년도 문교부 지원 한국학술진흥재단의 자유공모과제 학술연구조성비에 의하여 연구되었음.)

I. 서 론

이상(fault)은 부과된 목적을 수행하기 어려운 정도로 시스템의 특성이 변하는 것을 뜻한다. 최근의 공정감시 계통에서는 이상검출(fault detection), 이상진단(fault diagnosis), 이상평가(evaluation) 및 조치결정(decision) 등에 대한 관심이 증대되고 이에 대한 여러가지 방법들이 개발되고 있다. 이중에서 이상검

출은 측정가능변수의 측정값이나 측정불가변수의 추정값등을 얻어내어 정상허용치의 초과여부로서 판단한다. 초기에 사용되어온 이상검출 방법은 출력이 어느 설정치 이상 증가 혹은 감소하는가의 여부로써 이상을 판별하는 단순한 것이 대부분이었으나, 최근에는 보다 개선된 방법으로 수학적 모델링, 신호의 예측, 공정상태변수 혹은 계수의 추정 등에 의한 이상검출법이 제시되고 있다.^{[1],[9],[10]}

그러나 지금까지 제시된 이상검출법에서 대부분의 경우 대상 시스템의 모델은 완전하다고 가정하고 모델링에서 발생하는 오차는 무시되거나 측정잡음으로 간주하여왔다. 그렇지만 모델링 오차는 최근에 제어, 추정 및 시스템 동정 등의 분야에서 중요한 문제로서 인식되고 있으며, 문제해결을 위한 여러가지 방법들이 제안되고 연구가 진행되고 있다.^{[11]-[13]}

이상 검출 분야에서 모델링오차를 고려한 연구로는 Weiss,^[2] Horak,^[12] Carlsson 등^[3]이 제시한 것이 있으나 적용범위가 잡음이 없는 저차의 간단한 시스템에만 적용되는 제약성이 있다. Emami-Naeini 등^[4]은 모델링 오차와 잡음이 공존하는 시스템에서의 이상 검출법을 제안하였는데, 이 방법은 주로 선형시스템에서 센서의 이상 검출에만 적용될 수 있으며, 공정 동특성상의 이상이나 비선형 시스템에는 적용되기 어렵다. 이러한 문제점들을 극복하기 위해 Kwon 등^[4]은 모델링오차와 잡음은 물론이고 비선형성까지 내포된 시스템에서 센서나 동특성상의 이상을 검출하는 방법을 제시하였다. 그러나 이 방법은 이산형 시스템을 대상으로 하고 있으며 대상 시스템이 연속형일 경우에 이산화 과정에서 생기는 수치오차의 문제가 처리되지 않고 있다.

이 논문에서는 통합변환(unified transform)^[5]으로 대상 시스템을 표시하고 문제를 해석함으로써 Kwon 등^[4]이 제시한 이상검출법을 연속형이나 이산형시스템에 모두 적용할 수 있도록 확장한다. 통합변환은 대상 시스템이 연속형일 때에는 라플라스 변환과 같고, 이산형일 때에는 델타 변환과 같다. 이 중에 델타변환은 연속형 시스템을 이산화시키는 경우에 샘플링 주기를 고려한 변환으로서, 샘플링 주파수가 나이퀴스트 주파수보다 크기만 하면 이산화 시스템의 주파수 응답 특성이 주파수 대역 범위 내에서 연속형 시스템과 거의 일치하여 이산화 과정에서 생기는 수치오차의 문제를 해소시킨다.^[6] 따라서 이 논문에서 제시하는 이상검출법은^[4]의 결과를 포함하는 일반적인 것이며, 또한 수치오차의 문제가 해소되는 보다 정확한 방법이다.

이 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 통합

연산자로서 대상 시스템을 표시하고 공칭모델의 계수를 추정한다. 3장에서는 추정계수의 추정오차 상한을 모델링오차와 잡음의 영향을 고려하여 산출하고, 이것을 근거로 하여 계수공간과 주파수 영역에서의 이상검출법을 제시한다. 그리고 비선형 시스템에 확장 적용하는 방법도 제시한다. 4장에서는 모의 시험을 수행하여 기존의 이상검출법과 성능 비교를 하였으며 5장에서 결론을 맺는다.

II. 시스템의 표현 및 계수추정법

1. 시스템 표현

불확정 시스템에서 모델의 불확실성을 묘사하는 방법에는 여러가지가 있다.^[11] 이 논문에서는 대상 시스템의 공칭모델을 전달함수로 표시하고, 모델의 불확실성은 더하기꼴 모델링오차로써 표현하기도 한다.

이러한 대상 시스템을 블록선도로 나타내면 그림 1과 같다.

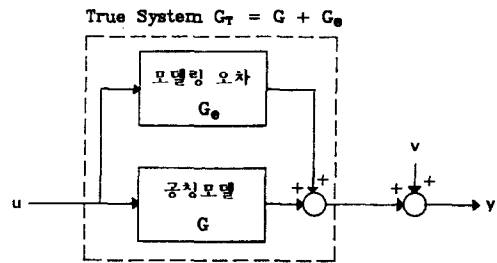


그림 1. 더하기꼴 모델링오차에 의한 대상 시스템의 표현

Fig. 1. System representation using additive modelling error.

그림 1에서 G_T, G, G_e 는 각각 실제 시스템, 공칭모델, 모델링오차에 대응되는 전달함수 들이다. 그리고 G_T 와 G 는 안정하고 인과적(causal)이며, 측정잡음 v 는 평균치가 0이고 스펙트럼의 최대치가 σ_v^2 인 신호로 가정한다.

공칭모델은 연속형과 이산형 시스템에 모두 적용할 수 있도록 통합변환^[5]을 사용하여 표현하면 아래와 같다.

$$G(\gamma^{-1}, \theta) = \frac{B(\gamma^{-1}, \theta, n^b)}{F(\gamma^{-1}, n_r)} \quad (1)$$

$$B(\gamma^{-1}, \theta, n^b) \equiv b_1 \gamma^{-1} + b_2 \gamma^{-2} + \dots + b_{n^b} \gamma^{-n^b}$$

$$F(\gamma^{-1}, n_r) \equiv 1 + f_1 \gamma^{-1} + f_2 \gamma^{-2} + \dots + f_{n_r} \gamma^{-n_r}$$

$$\theta \equiv [b_1, b_2, \dots, b_{n^b}]^T$$

식(1)에서 γ 는 통합변환변수로서 연속형일 때에는 라플라스 변환 변수와 같고($\gamma=s$), 이산형으로서 샘플링 주기가 Δ 일 때에는 z 변환변수와 $\gamma=z-1/\Delta$ 의 관계를 갖는다. 공칭모델의 분모 다항식 $F(\gamma^{-1}, n_f)$ 는 사전에 근사모델의 파라미터 추정이나, 지배극점의 근사치로부터 미리 고정시키는 것으로 한다. 어떠한 선형시스템도 안정하기만 하면, 식(1)에 의해 분모와 분자의 차수 n_f, n_b 를 조절함으로써 적절히 근사화시킬 수 있다.^[10]

그림1로 표시된 시스템에서 입출력의 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} y(t) &= G_T(\rho^{-1}, \theta)u(t) + v(t) \\ &= G(\rho^{-1}, \theta)u(t) + G_e(\rho^{-1})u(t) + v(t) \\ &= B(\rho^{-1}, \theta, n_b)u_r(t) + \eta(t) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 ρ 는 통합연산자로서 연속형일 때에는 미분연산자와 같고($\rho=d/dt$), 이산형일 때에는 델타연산자와 같다. ($\rho=\delta=(q-1)/\Delta$, q 는 지연연산자) 그리고

$$\begin{aligned} u_r(t) &\equiv \frac{1}{F(\rho^{-1}, n_f)} u(t) \\ \eta(t) &\equiv G_e(\rho^{-1})u(t) + v(t) \end{aligned} \quad (3)$$

이다.

2. 계수 추정법

계수추정을 위해 식(2)를 회귀형(regression from)으로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} y(t) &= \phi^T(t)\theta + \eta(t) \\ \phi(t) &\equiv [\rho^{-1}, \rho^{-2}, \dots, \rho^{-n_b}]^T u_r(t) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서

$$\begin{aligned} \rho^{-1}u_r(t) &= S_0^{-\Delta}u_r(t) \\ \rho^{-2}u_r(t) &= S_0^{-\Delta} S_0^{-\Delta} u_r(t) \end{aligned}$$

이고 S 는 연속형일 때에는 적분연산을($S=\int$), 이산형일 때에는 합산 연산을($S=\Delta\Sigma$) 나타내는 부호이다.

구간 $[0, T]$ 의 데이터가 주어질때, 식(4)의 계수 θ 에 대한 최소자승 추정자는 다음과 같이 정의된다.

$$\hat{\theta} \equiv \arg \min \int_0^T [y(t) - B(\rho^{-1}, \theta, n_b)u_r(t)]^2 dt \quad (5)$$

식(5)는 형태상 출력입차 최소화 문제에 해당된다. 일반적으로 출력오차 최소화 문제는 최대경사법 등과 같은 비교적 복잡한 방법으로써 해를 구하게 되

어 있으나[8, 13], 식(5)의 문제에서는 식(1)과 같은 특수한 형태의 공칭모델을 쓰게 되어 최소자승 추정법에 의해 다음과 같이 간단한 형태로 해를 구할 수 있다.

$$\hat{\theta} = P[S_0^T \phi(\tau)y(\tau) d\tau] \quad (6)$$

$$P \equiv [S_0^T \phi(\tau)\phi^T(\tau) d\tau]^{-1} \quad (7)$$

여기에서 P 는 정칙행렬로 가정하지만, 특이행렬일 경우에도 비슷한 꼴로 해를 구할 수 있다.^[8]

계수추정오차는 식(6)과 식(4)으로부터 다음과 같이 구해진다.

$$\tilde{\theta} \equiv \hat{\theta} - \theta = P[S_0^T \phi(\tau)\eta(\tau) d\tau] \quad (8)$$

모델링 오차 G_e 에 대한 임펄스 응답을 $\{h(\cdot)\}$ 라 하고 $u(t)=0, t \leq 0$ 로 가정하면 식(3)은 아래와 같이 표시된다.

$$\eta(t) = S_0^T h(\tau)u(t-\tau) d\tau + v(t) \quad (9)$$

이상의 과정들은 대상 시스템이 연속형이거나 이산형일 때 모두 적용되는데, 대상 시스템이 이산형일 경우에는 식(6)~(9)는 다음과 같이 전개된다.

$$\hat{\theta} = [\Phi^T \Phi]^{-1} \Phi^T Y \quad (10)$$

$$\tilde{\theta} = [\Phi^T \Phi]^{-1} \Phi^T S \quad (11)$$

$$\eta(k) = \Delta \sum_{i=0}^{N-1} h(i)u(k-i) + v(k) \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \Phi &\equiv [\phi(1), \phi(2), \dots, \phi(N)]^T \\ Y &\equiv [y(1), y(2), \dots, y(N)]^T \\ S &\equiv [\eta(1), \eta(2), \dots, \eta(N)]^T \end{aligned} \quad (13)$$

여기에서 N 은 구간 $[0, T]$ 를 이산화시켰을 때 데이터의 갯수이며, t 는 k 번째 데이터에 해당된다. 그리고 $k \leq 0$ 일때 $u(k)=0$ 로 가정한다. 식(12)로부터 식(13)식은 행렬형태로 다음과 같이 표시된다.

$$S = \Phi H + V \quad (14)$$

$$\Phi \equiv \begin{bmatrix} u(1) & 0 & 0 \\ u(2)u(1) & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & 0 \\ u(N) & \dots & u(1) \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} H &\equiv \Delta [h(0), h(1), \dots, h(N-1)]^T \\ V &\equiv [v(1), v(2), \dots, v(N)]^T \end{aligned} \quad (16)$$

여기서, 모델링오차 G_e 에 대한 임펄스 응답 $\{h(\cdot)\}$ 는 계수추정에 따라 매번 그 값이 확률적으로 변하므로 확률과정으로 볼 수 있다. 또한 잡음도 확률과

정이므로 오차항 $\{\eta(\cdot)\}$ 나 S도 확률과정이다. 따라서 $\{\eta(\cdot)\}$ 나 S를 확률적으로 구할 수는 없으나 사전의 실험음으로 $\{h(\cdot)\}$ 와 잡음 v 에 대한 확률통계적 성질을 알고 있다고 가정하면 이로부터 $\{\eta(\cdot)\}$ 와 S의 통계적 분포를 유추할 수 있다. 이에 대한 것은 다음 절에서 다루기로 한다.

III. 이상 검출 방법

1. 계수 공간에서의 이상검출법

$\hat{\theta}_n$ 를 시스템이 정상적인 상태에서 추정한 계수값이고 미지상태에서 추정한 계수값을 $\hat{\theta}_r$ 라 하면 각 경우의 추정 전달함수는 다음과 같이 된다.

$$G(\gamma^{-1}\hat{\theta}) = \begin{bmatrix} \hat{G}_n(\gamma^{-1}) = G(\gamma^{-1}, \hat{\theta}_n) \\ \hat{G}_r(\gamma^{-1}) = G(\gamma^{-1}, \hat{\theta}_r) \end{bmatrix}$$

\hat{G}_n : 정상상태에서 추정한 전달함수

\hat{G}_r : 미지상태에서 추정한 전달함수

이 논문에서 제시하는 이상검출법은 추정계수 혹은 추정전달함수들의 비교를 통해 그 차이가 어느 한계를 넘는가의 여부로써 이상 유무를 판별하는 것이다. 이를 위해 이 논문에서는 추정계수 편차 ($\hat{\theta}_n - \hat{\theta}_r$) 상호분산 혹은 추정전달함수 편차 ($\hat{G}_n - \hat{G}_r$)의 상호분산을 이상판별의 수단으로 하며, 모델링오차의 임펄스 응답 $\{h(\cdot)\}$ 를 영평균에 상호분산이 $E\{h(t)h(s)\} = r(t)\delta(t-s)$ 인 확률과정으로 가정한다.

[정리 1] 그림 1의 시스템에서 이상이 없을때 ($\theta_n - \theta_r$)의 상호분산은 다음과 같은 상한을 갖는다.

$$C = \text{Cov}(\hat{\theta}_n - \hat{\theta}_r) = E\{[\hat{\theta}_n - \hat{\theta}_r][\hat{\theta}_n - \hat{\theta}_r]^T\} \leq \bar{C} \\ \bar{C} = S_n^T S_n^T u_i(\tau - \alpha) r(\alpha) [Q_n(\alpha) - Q_r(\alpha)]^T \alpha^2 \\ + [P_n + P_r] \sigma_v^2 \quad (18)$$

여기에서

$$Q_i(\alpha) \equiv P_i S_n^T \phi_n(\tau) u_i(\tau - \alpha) d\tau, \quad i = n, r$$

이고, P_i 는 i 시행에서 식(7)에 대응되는 행렬이며, σ_v^2 은 영평균 측정잡음 $\{v(\cdot)\}$ 의 스펙트럼의 상한이다. [증명] 식(8)에서 $E[\hat{\theta}_i] = E[\hat{\theta}_i - \theta] = 0, i = n, r$ 이므로 $E[\hat{\theta}_n - \hat{\theta}_r] = E[\hat{\theta}_n] - E[\hat{\theta}_r] = 0$ 이며, $\hat{\theta}_n - \hat{\theta}_r$ 의 상호분산은 다음과 같이 전개된다.

$$\text{Cov}(\hat{\theta}_n - \hat{\theta}_r) = E\{[\hat{\theta}_n - \hat{\theta}_r][\hat{\theta}_n - \hat{\theta}_r]^T\} \\ = E\{[\hat{\theta}_n - \theta + \theta - \hat{\theta}_r][\hat{\theta}_n - \theta + \theta - \hat{\theta}_r]^T\} \\ = E[\hat{\theta}_n \hat{\theta}_n^T] + E[\hat{\theta}_r \hat{\theta}_r^T] - E[\hat{\theta}_n \hat{\theta}_r^T] \\ - E[\hat{\theta}_r \hat{\theta}_n^T] \quad (19)$$

그런데 식(8), (9)로부터

$$E[\hat{\theta}_i \hat{\theta}_j^T] = E\{P_i [S_n^T \phi_n(\tau) \eta_i(\tau) d\tau] [S_n^T \phi_n(\tau) \eta_j(\tau) d\tau]^T P_j^T\} \\ = P_i S_n^T S_n^T \phi_n(\tau) E\{\eta_i(\sigma)\} \phi_n^T(\sigma) d\sigma \tau P_j^T \\ , \quad i, j = n, r \quad (20)$$

$$E\{\eta_i(\tau) \eta_j(\sigma)\} = S_n^T S_n^T u_i(\tau - \alpha) E\{h(\alpha)h(\beta)\} u_j(\sigma - \beta) d\beta d\alpha + \\ E\{v_i(\tau)v_j(\sigma)\} \\ = S_n^T S_n^T u_i(\tau - \alpha) r(\alpha) \delta(\alpha - \beta) u_j(\sigma - \beta) d\beta d\alpha + E\{v_i(\tau)v_j(\sigma)\} \\ \leq S_n^T u_i(\tau - \alpha) r(\alpha) u_j(\sigma - \alpha) d\alpha + \sigma_v^2 \delta(\tau - \sigma) \delta_{ij} \\ , \quad i = n, r \quad (21)$$

이므로 식 (20), (21)를 식 (19)에 대입하여 정리하면 식 (18)가 유도된다.

$$\text{Cov}(\hat{\theta}_n - \hat{\theta}_r) \leq S_n^T [Q_n(\alpha) - Q_r(\alpha)] r(\alpha) [Q_n(\alpha) - Q_r(\alpha)]^T \alpha^2 \\ + P_n [S_n^T \phi_n(\tau) \phi_n^T(\tau) d\tau] P_n \sigma_v^2 + P_r [S_n^T \phi_r(\tau) \phi_r^T(\tau) d\tau] P_r \sigma_v^2 \\ = S_n^T [Q_n(\alpha) - Q_r(\alpha)] r(\alpha) [Q_n(\alpha) - Q_r(\alpha)]^T \alpha^2 + [P_n + P_r] \sigma_v^2$$

식 (18)와 (21)에서 등식은 측정잡음 v 가 백색 잡음일 때 성립한다. 정리 1은 연속형 및 이산형 시스템 모두가 적용되는데, 대상 시스템이 이산형일 때에는 식 (18)의 추정오차 상한이 다음과 같이 더 간단한 형태로 정리된다.⁴⁾

$$\bar{C} \equiv [\bar{Q}_n - \bar{Q}_r] R [\bar{Q}_n - \bar{Q}_r]^T + [\bar{P}_n + \bar{P}_r] \sigma_v^2 \quad (22)$$

여기에서

$$\bar{Q}_i \equiv \bar{P}_i \phi_i^T \phi_i \\ \bar{P}_i \equiv [\phi_i^T \phi_i]^{-1}, \quad i = n, r \\ R \equiv E\{H H^T\}$$

이며 ϕ_i 와 H 는 식 (15), (16)과 같다.

식 (18)식과 식 (22)의 첫째항은 모델링오차와 입력신호의 차이에 의해 결정되는 항이다. 만일 모델링 오차가 없거나 ($r=0, R=0$), 입력신호가 완전히 일치한다면 ($Q_n=Q_r, \bar{Q}_n=\bar{Q}_r$) 이 항은 0이 된다. 두번째 항은 측정잡음에 의한 항으로서 잡음과 입력의 크기에 따라 달라진다. 데이터 구간 T 나 데이터 갯수 N 이 커지면 식 (18)과 식 (19)의 둘째 항은 크기가 줄어들지만 첫째항의 크기는 T 와 N 의 크기에 대해 거의 무관한 것은 주목할 만하다. 이것은 계수 추정시 데이터 갯수가 많아질수록 잡음보다 모델링 오차가 계수 추정 오차에 더 큰 영향을 미친다는 것을 뜻한다.

식 (18)에서 계산된 C 와 추정계수들 $\hat{\theta}_n, \hat{\theta}_r$ 로부터 이상검출을 위한 시험변수를 다음과 같이 구성할 수 있다.

$$T_1 = [\hat{\theta}_n - \hat{\theta}_r]^T C^{-1} [\hat{\theta}_n - \hat{\theta}_r] \quad (23)$$

$$T_2 = [\hat{\theta}_n - \hat{\theta}_r]^T [\text{diag}(C)]^{-1} [\hat{\theta}_n - \hat{\theta}_r] \quad (24)$$

위의 시험변수들은 모두 계수추정치들의 차 ($\hat{\theta}_n - \hat{\theta}_r$)와 기대치간의 비교를 의미한다. 어느 한계 이상으

로 T_1, T_2 가 커지면 계수가 변한 것으로, 즉 이상이 발생한 것으로 판단할 수 있다. 이 중에 시험변수 T_2 는 계수들 간의 상관관계가 작을때에 사용할 수 있다.

2. 주파수영역에서의 이상검출법

정리 1은 추정계수간 편차의 상한을 제시하고 있는데, 이로부터 다음과 같이 주파수 영역에서의 추정전달함수 편차의 한계를 유도할 수 있다.

[정리 2] 정리 1과 같은 조건하에서 추정전달함수간 편차의 상호분산은 다음과 같이 구해진다.

$$D(\omega, N) = E\{\Delta \hat{G}(\omega, \bar{N}) \Delta \hat{G}(\omega, \bar{N})^* \} = V(\omega, \bar{N}) C V(\omega, \bar{N})$$

$$\Delta \hat{G}(\omega, \bar{N}) \equiv [\hat{G}_n((e^{j\omega_1 \Delta} - 1)/\Delta) - \hat{G}_r((e^{j\omega_1 \Delta} - 1)/\Delta), \dots$$

$$\dots \hat{G}_n((e^{j\omega_N \Delta} - 1)/\Delta) - \hat{G}_r((e^{j\omega_N \Delta} - 1)/\Delta)]^T$$

$$V(\omega, \bar{N}) \equiv \frac{\partial}{\partial \theta} [\hat{G}((e^{j\omega_1 \Delta} - 1)/\Delta, \theta), \hat{G}((e^{j\omega_2 \Delta} - 1)/\Delta, \theta),$$

$$\dots \hat{G}((e^{j\omega_N \Delta} - 1)/\Delta, \theta)]^T$$

$$\omega \equiv [\omega_1 \ \omega_2 \ \dots \ \omega_N]^T$$

위에서 \bar{N} 은 관심 주파수들의 갯수, Δ 는 샘플링 주기, $*$ 는 공액복소전치(conjugate transpose)를 뜻한다. 위의 결과는 [4]에 제시된 절차와 비슷한 방법으로 유도된다. 대상 시스템이 연속형일 때에는 위의 식에서 샘플링 주기를 $\Delta \rightarrow 0$ 으로 취하면 된다.

식 (25)를 이용하여 주파수 영역에서의 이상검출을 위한 시험변수는 다음과 같이 구성할 수 있다

$$T_{\mathcal{N}} \equiv \Delta G(\omega, N)^* D(\omega, N)^{-1} \Delta G(\omega, N), \quad N \leq n_0 \tag{26}$$

$$T_{\mathcal{R}} \equiv \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |G_n(\frac{e^{j\omega_i \Delta} - 1}{\Delta}) - G_r(\frac{e^{j\omega_i \Delta} - 1}{\Delta})| D_{ii}(\omega, N) \tag{27}$$

위의 시험변수들은 추정전달함수들의 차와 그 기대치간의 비교에 근거한 것들이다. 시험변수 $T_{\mathcal{N}}$ 에서 N 는 분자계수의 갯수 n_0 보다 클 수 없으며 $N = n_0$ 이면 $T_{\mathcal{N}}$ 은 식 (19)의 시험변수 T_1 과 같게 된다.⁽⁴⁾ $T_{\mathcal{R}}$ 에서는 $N > n_0$ 일 수도 있는데, 이것은 주파수 영역 시험변수 $T_{\mathcal{R}}$ 가 계수공간 시험변수 T_1 이나 T_2 보다 더 많은 자유도를 지니고 있음을 뜻한다.

3. σ_v^2 과 R의 계산

앞 절에서 제시한 시험변수들을 산출하기 위해서는 (18)식과 식 (22)에서 σ_v^2 과 r 또는 R의 값을 알아야 한다. 이 두 값들은 대상시스템이 정상적인 상태에서 사전실험에 의해 구해질 수 있다. σ_v^2 은 잡음의 최대 스펙트럼이므로 정상상태에서 입력을 고정시키고 출력을 측정하여 출력의 분산을 구하면 얻을 수

있다.

r이나 R의 계산은 모델링 오차 G_e 에 대한 임펄스 응답이 지수함수적으로 나타난다는 가정으로부터 수행할 수 있다. 최근의 적응제어분야에서와 같이 이 논문에서도 모델링 오차의 임펄스 응답이 아래와 같은 성질을 지니는 것으로 가정한다.^(6,7)

$$E\{h(t)h(s)\} = r(t)\delta(t-s)$$

$$r(t) = \sigma_0^2 \exp(-\beta_0 t) \tag{28}$$

식 (28)에서 $2/\beta_0$ 는 모델링 오차부의 평균 시정수로 볼 수 있으며, 이 값은 모델링 오차를 더하기말로 가정하였기 때문에 공칭모델의 시정수와 같은 값을 지니는 것으로 볼 수 있다. 따라서 β_0 는 공칭모델의 시정수로부터 구할 수 있다.

σ_0^2 은 식 (25)의 $D(\omega, N)$ 과 계수추정 사전실험에서의 실험적 산술평균치와의 근사관계식으로부터 추정해낼 수 있다. 편의상 이산형일 때의 결과만 살펴보면 다음과 같다.

$$D(\omega, \bar{N}) = V(\omega, \bar{N}) [Q_n - Q_r] R [Q_n - Q_r] V(\omega, \bar{N})^* + V(\omega, N) \sigma_v^2 [P_n + P_r] V(\omega, N)^*$$

$$\approx \frac{1}{N} \sum_{sk=1}^{Ns} \Delta \hat{G}_k(\omega, N) \Delta \hat{G}_k(\omega, \bar{N})^* \tag{29}$$

식 (29)에서 N_s 는 계수 추정사전 실험의 시행 횟수 ΔG_k 는 k번째 시행에서의 전달함수 추정오차를 의미한다. 식 (28)의 가정에 따라

$$R = \text{diag}[r(0), r(1), \dots, r(N-1)]$$

$$= \sigma_v^2 \text{diag}[1, e^{-\beta_0}, \dots, e^{-\beta_0(N-1)}]$$

이므로 식 (29)의 근사식으로부터 σ_0^2 를 산출하여 R을 추정할 수 있다.

4. 비선형 시스템에 대한 확장

대상시스템이 비선형일 경우에, 입력력관계식은 동작점 근방에서 Taylor 급수전개에 의하여 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$y(t) = G(\rho^{-1}, \theta)u(t) + G_e(\rho^{-1})u(t) + G_n(\rho^{-1})u^2(t) + v(t) \tag{30}$$

식 (30)에서 G_e 는 선형 모델링 오차를, G_n 는 선형화 오차에 대응되는 전달함수들이며, u와 y는 동작점으로부터의 섭동(perturbation)을 뜻한다. Hammerstein 모델⁽¹³⁾에서와 같이, 입·출력단에 정적 비선형성을 갖는 대상 시스템의 경우에는 u와 y가 입·출력 신호를 나타내게 된다.

식 (30)에 대하여 앞 절에서와 같은 방법을 적용하

면 계수 추정 오차 상호분산의 상한은 다음과 같이 구해진다. 편의상 이산형일 경우의 결과만 제시한다.

$$\bar{C} = [\bar{Q}_n - \bar{Q}_f] R [\bar{Q}_n - \bar{Q}_f]^T + [Q_{nn} - Q_{nf}] R_n [Q_{nn} - Q_{nf}]^T + [\bar{P}_n + \bar{P}_f] \sigma_v^2 \quad (31)$$

여기서

$$Q_{ni} \equiv \bar{P}_i \quad \mathbf{V}_{ni}, \quad i = n, f$$

$$\mathbf{V}_{ni} \equiv \begin{bmatrix} u^2(1), & 0 & \cdots & 0 \\ u^2(2), & u^2(2), & 0 & \cdots \\ \vdots & \vdots & & 0 \\ u^2(N), & u^2(N-1), & \cdots & u^2(1) \end{bmatrix}$$

$$R_n \equiv E\{H_n H_n^T\}$$

$$H_n \equiv \Delta [h_n(0), h_n(1), \dots, h_n(N-1)]^T \quad (32)$$

$\{h_n(k)\}$ 는 G_n 에 대한 임펄스 응답이며, 나머지 변수들의 정의는 앞 절에서와 같다. $\{h_n(\cdot)\}$ 도 영평균 확률과정으로서 다음과 같은 성질을 지니는 것으로 가정한다.

$$E\{h_n(t)h_n(s)\} = r_n(t)\delta(t-s)$$

$$r_n(t) = \sigma_n^2 \exp(-\beta_n t) \quad (33)$$

식 (33)의 가정을 하게 되면 식 (16)의 R_n 은 대각선 행렬이 된다.

$$R_n = \text{diag}[r_n(0), r_n(1), \dots, r_n(N-1)] = \sigma_n^2 \text{diag}[1, e^{-\beta_n}, \dots, e^{-\beta_n(N-1)}].$$

IV. 모의실험

이 논문에서 제시된 방법의 유용성을 확인하기 위해 모의실험을 수행하기로 한다. 대상시스템으로 그림 1과 같이 입력에 비선형항을 포함하는 hammerstein 모델⁽¹³⁾을 택하기로 한다.

그림 2에서 f 및 G_T 는 다음과 같다.

$$f(u) = u + \alpha u^2 \text{sign}(u), \quad \alpha = 0.1 \quad (34)$$

$$G_T(s) = \frac{K}{(1+K_1s)(1+K_2s)(1+K_3s)} \quad (35)$$

$$K=10, K_1=0.1, K_2=1.0, K_3=10$$

대상시스템을 이산화시키기 위해 델타변환을 이용하며, 샘플링 주기는 $\Delta=0.1$ 로 하였다. 그리고 v 는 영평균 정규 백색 잡음으로 분산이 $\sigma_v^2=0.1$ 이며, 입력 u 는 차단주파수 범위 내의 다양한 주파수 성분을 갖는 신호로서, 영평균에 분산이 1인 정규 백색 잡음으로부터 저역필터를 통해 구성하였다.

위의 시스템에서 입력에 대한 비선형성이 없다고 가정하고 식 (34)의 두째항을 무시, 시스템을 2 차로

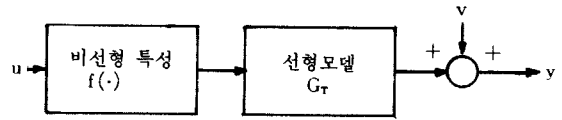


그림 2. 모의실험 대상시스템

Fig. 2. System under consideration for simulation.

모델링하게 되면, 이 경우에 모델링된 시스템은 모델링 오차와 비선형 오차를 지니게 된다. 이 때의 공칭 모델은 다음과 같다.

$$G(\gamma^{-1}, \theta) = \frac{B(\gamma^{-1}, \theta, n_b)}{F(\gamma^{-1}, n_f)} = \frac{b_1 \gamma^{-1} + b_2 \gamma^{-2}}{1 + f_1 \gamma^{-1} + f_2 \gamma^{-2}} \quad (36)$$

위의 식에서 최소자승 추정에 의해 사전에 $f_1=0.38, f_2=0.034$ 로 고정시켰다. 그리고 사전실험으로 다음과 같은 계수값을 얻었다.

$$\beta_0 = \beta_n = 0.229, \sigma_0^2 = 0.0339, \sigma_n^2 = 0.125, \sigma_v^2 = 0.1$$

이상검출 모의실험은 표 1과 같이 하였다. 이상발생은 실제 시스템 G_T 의 시정수 중에서 K_2 를 0.5로 바꿈으로써 나타내었다. 계수추정시 잡음의 영향을 줄이기 위해 전단 저역필터를 사용하였고, 입·출력 정보 갯수는 $N=500$, 차단주파수는 12.5(rad/sec), 주파수 포인트는 $\bar{N}=12$ 를 취하였다. 모의실험은 100회를 시행하였으며 프로그램은 Matlab S/W tool을 이용하여 작성하였다.

표 1. 이상검출 모의실험

Table 1. Fault detection simulation.

경우	시행 n			시행 f		
	K_2	N	입력차단주파수	K_2	N	입력차단주파수
1	1	500	12.5 rad/sec	1	500	12.5 rad/sec
2	1	500	12.5	0.5	500	12.5
3	1	500	12.5	1	500	12.5
4	1	500	12.5	0.5	500	12.5
5	1	300	12.5	1	300	12.5
6	1	300	12.5	0.5	300	12.5

시험변수로는 이 논문에서 제시한 식 (23)과 (27)의 T_1, T_2 와 기존의 시험변수로는 잡음 입력의 영향만을 고려한 T_n 과 아래식으로 표현되는 교차 평가 시험의 시험변수 $\tau^{(6)}$ 를 택하였다.

$$\tau \equiv \|Y_n - \Phi_n \theta_f\|_2^2 - \|Y_n - \Phi_n \theta_n\|_2^2 \quad (37)$$

표 2는 모의실험 결과를 요약한 것이고, 그림 3는 모의실험 중에서 경우1,2에 해당하는 경과를 나타낸 것이다. 이 결과들이 보여주듯이, 이 논문에서 제시한 시험변수 T_1, T_{r2} 는 정상상태의 경우 이상상태의 값보다 훨씬 작은 값을 나타내므로 이상검출을 정확히 해낼 수 있다. 특히 시험변수 T_{r2} 는 T_1 보다 편차가 작아 더욱 우수한 이상검출 능력을 나타냈다. 이것은 T_{r2} 의 자유도가 $\bar{N}=12$ 로서 T_1 의 자유도 $n_b=2$ 보다 크기 때문인 것으로 유추된다. 반면에 기존의 시험변수 τ 와 T_n 은 차이를 구분하기 힘들어 이상검출 수행이 어려움을 알 수 있다.

표 2. 모의실험 결과 요약
Table 2. Summary of simulation results.

	T_1	T_{r2}	T_n	τ
1	1.23 ± 0.8	0.55 ± 0.3	140 ± 87	0.48 ± 0.03
2	6.95 ± 2.1	5.0 ± 1.0	147 ± 78	0.54 ± 0.03
3	1.60 ± 0.9	0.7 ± 0.3	151 ± 91	0.52 ± 0.04
4	7.2 ± 2.1	5.6 ± 1.0	168 ± 83	0.59 ± 0.03
5	1.55 ± 1.4	0.1 ± 0.14	141 ± 65	0.69 ± 0.04
6	6.1 ± 2.8	2.6 ± 2.8	142 ± 57	0.76 ± 0.05

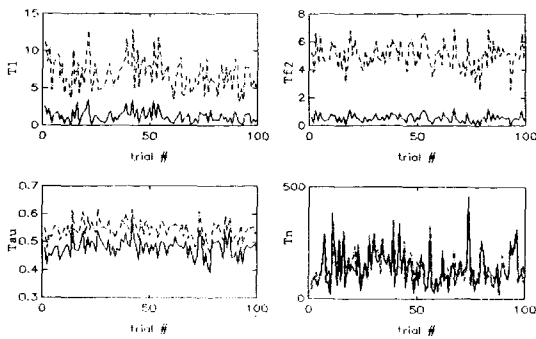


그림 3. 모의실험 결과
(— 경우1, 정상; --- 경우2, 이상)

Fig. 3. Simulation results.
(— case1, nonfaulty case; --- case2, faulty case)

그림 4는 식 (35)의 연속형 시스템을 z변환을 써서 이산화시키고 이상검출 모의실험을 수행한 것으로서 [4]에 제시된 결과이다. 이 결과와 그림 3의 결과를

비교해 보면 이 논문에서 제시한 방법이 더 우수한 성능을 보이고 있음을 알 수 있다. 특히 주파수영역 시험변수인 T_{r2} 의 경우에 [4]의 방법으로는 오검출 횟수가 100회 시행에 8-10회 인데 비해 이 논문의 방법으로는 100회 시행에 전혀 오검출이 없어 훨씬 더 우수한 성능을 지니고 있음을 알 수 있다. 이러한 결과가 나타나는 까닭은 [4]의 방법에서는 연속형 시스템을 이산화시키는 과정에 z변환을 썼기 때문에 수치오차에 의한 오검출이 생긴 것이고, 이 논문에서는 이산화과정에 수치오차가 매우 작은 델타변환^[5]을 사용했기 때문에 제한한 이상검출법이 정확한 검출성능을 발휘한 것으로 생각된다.

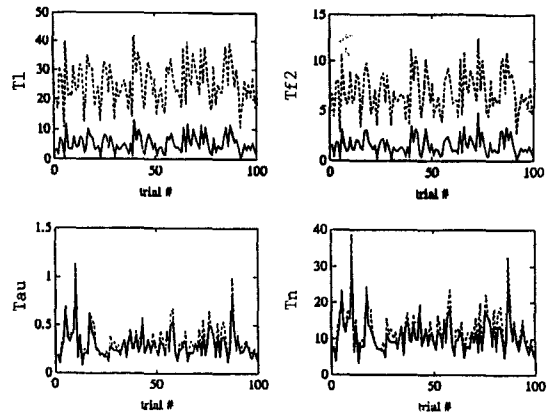


그림 4. 수치오차를 고려하지 않은 경우의 결과[4]
Fig. 4. Simulation results without consideration of the discretization error.

V. 결 론

이 논문에서는 모델링 오차를 고려한 견실한 이상검출법을 제시하였다. 제시한 이상검출법은 모의 실험을 행한 결과, 기존의 방법들에 비해 우수한 검출 능력을 나타냈다. 이 논문에서는 대상 시스템을 통합변환으로써 표시하고 해석하였기 때문에 대상 시스템이 연속형일 경우에도 그대로 적용할 수 있으며, 이산화 과정에서의 수치오차의 문제를 해소할 수 있다. 시험변수의 분포는 데이터수와 입력에 의해 영향을 받으므로 이들을 적절하게 선정하는 것이 필요하다. 그리고 모델의 불확실성이 너무 크면, 큰 고장 외에는 이상검출이 어려워지므로 공칭모델의 차수를 적절하게 조정해야 하며, 이에 대한 연구는 계속 진행 중이다.

參 考 文 獻

[1] R. Isermann, "Process fault detection based on modelling and estimation methods-A survey," *Automatica*, vol. 20, pp. 387-404, 1984.

[2] J.L. Weiss, "Threshold computation for detection of failures in SISO systems with transfer function errors," *Proc. of Amer. Contr. Confr.*, pp. 2213-2218, 1988.

[3] B. Carlsson, "Digital differentiating filters and model based fault detection," *Ph.D. Dissertation*, Department of Technology, Uppsala University, Sweden, 1989.

[4] O.K. Kwon and G.C. Goodwin, "A fault detection method for uncertain systems with unmodelled dynamics, linearization errors and noise input," *Proc. 11th IFAC World Congress*, vol. 8, Aug. 1990.

[5] R.H. Middleton and G.C. Goodwin, *Digital Control and Estimation-A Unified Approach* Prentice-Hall Inc., 1990.

[6] R.H. Middleton, G.C. Goodwin, D.Q. Mayne and D.J. Hill, "Design issues in adaptive control," *IEEE Trans. Automat. Control*, vol. 33, pp. 50-58, 1988.

[7] C.E. De Souza, G.C. Goodwin and D.Q. Mayne, "An adaptive control algorithm for linear systems having unknown time delay," *Automatica*, vol. 24, pp. 327-341, 1988.

[8] T. Soderstrom and K. Kumamaru, "On the use of kullback discrimination index for model validation and fault detection," *Report UPTEC 8520R*, Uppsala University, Sweden.

[9] M. Basseville, "Detection of change in signals and systems-A survey," *Automatica*, vol. 24, pp. 309-326, 1988.

[10] M.E. Salgado, "Issues in robust identification," *Ph.D. Dissertation*, Dept. of Electrical Engr. and Computer Science, Univ. of Newcastle, Australia, 1989.

[11] P. Dorato ed., *Robust Control*, *IEEE Press*, NY, 1987.

[12] G.C. Goodwin and M.E. Salgado, "Quantification of uncertainty in estimation using an embedding principle," *Int. J. of Adaptive Control and Signal Processing*, To appear.

[13] L. Ljung, *System Identification: Theory for the User*, *Prentice Hall Inc.*, NJ, 1987.

[14] A. Emami-Naeini, M.D. Akhter and S.M. Rock, "Effect of model uncertainty on failure detection: The threshold selector," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 33, pp. 1106-1115, 1988.

[15] D.T. Horak, "Failure detection in dynamic systems with modelling errors," *J. of Guidance*, vol. 11, pp. 508-516, 1988.

[16] P.M. Frank, "Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy-A survey and some new results," *Automatica*, vol. 26, pp. 459-474, 1990.

著 者 紹 介



權 五 圭 (正會員)

1952年 11月 14日生. 1978年 서울대학교 공과대학 전기공학과 졸업. 1980년 동대학원 졸업. 1985년 동대학원 제어계측공학과 졸업(공학박사). 1984년 인하대학교 공과대학 전기공학과 조교수.

1987~1989년 호주 뉴캐슬대학교 전기·전산공학과 객원교수. 1988년~현재 인하대학교 공과대학 전기공학과 부교수. 주관심분야는 추정 및 신호처리, 이상검출 및 진단, 비행체의 디지털 제어 등임.



黃 寅 九 (正會員)

1959년 1월 5日生. 1986년 인하대학교 공과대학 전기공학과 졸업. 1990년 동대학원 졸업(공학석사). 1986년~현재 한국 원자력연구소 연구원. 주관심분야는 이상검출 및 진단, 신호검증 등임.