

# 고주파 대역에서 Dielectric Rod Resonator 방법에 의한 저유전 손실 물질의 유전 특성 측정

(The Microwave Measurement of the Dielectric Properties of Low-Loss Materials by the Dielectric Rod Resonator Method)

金 根 永\*, 沈 和 燮\*, 安 哲\*, 張 益 洙\*

(Geun Young Kim, Hwa Sup Shim, Chul An, and Ik Soo Chang)

## 要 約

Dielectric rod resonator 방법을 이용하여 고주파 대역에서 낮은 유전 손실을 갖는 유전체의 유전 특성을 측정하는 이론과 실험결과를 보였다.

유전체 시편과 금속 도체판 사이에 존재하는 공기층 효과를 최소화하기 위해  $TE_{011}$  mode 공진 주파수를 이용하였다. 컴퓨터를 사용하여 공진 주파수와 시편 크기, 3-dB 대역폭으로부터 유전 특성을 계산하였다.

측정의 오차 범위는 유전 상수인 경우  $\pm 3\%$ , 유전 손실인 경우  $\pm 12\%$  이내였다.

## Abstract

Theory and experimental results of measuring the microwave dielectric characteristics of low-loss materials by using dielectric rod resonator method are presented.

The  $TE_{011}$  mode resonance frequency was adapted to minimize the effect of the air gap between the rod and the conducting plates. The dielectric properties were computed from the resonance frequency, sample geometry and 3 dB bandwidth.

The error of measurements was within  $\pm 3\%$  for dielectric constant and was within  $\pm 12\%$  for dielectric loss.

## I. 서 론

최근 들어 통신 시스템 및 고주파 집적 회로 등의 발달과 더불어 고주파 대역에서의 높은 유전상수 및 낮은 유전 손실을 갖는 세라믹 유전체가 요구되고 있다. 특히 유전 상수의 범위가 3~120이고, 유전손

실이  $5 \times 10^{-4}$  이내의 값을 갖는 유전체들은 고주파 대역의 회로 시스템, 여파기, 공진기, 증폭기 등에 널리 쓰이게 되었다.

따라서 이런 높은 유전 상수와 낮은 유전 손실을 갖는 유전체를 고주파 대역에서 유전 특성 ( $\epsilon_r, \tan\delta$ ) 을 정확하게 측정할 수 있는 방법이 요구되어진다. 그 중에서 많이 이용되어 온 것으로는 공진기 섭동 방법(cavity perturbation technology), 광학적 섭동 방법(optical method), 전성 선로에 의한 방법(transmission line technology) 및 공진 방법(resonance method) 등이 있으며, 이들 방법들은 물질의 유전 특성,

\*正會員, 西江大學校 理工大學 電子工學科  
(Dept. of Elec., College of Science & Eng., Sogang Univ.)

接受日字: 1990年 3月 29日

공진 주파수 대역, 측정하고자 하는 시편의 구조 및 사용하는 측정 장비등에 의해 결정된다.<sup>1)-3)</sup>

이러한 유전 특성 측정 방법 중에서 Hakki와 Coleman에 의해 제시되었고,<sup>4)</sup> Courtney에 의해 수정 보완된 dielectric rod resonator method는 공진에 의한 측정 방법으로 측정 장치의 제작이 편리하고 시편 고정 및 용이하여 널리 이용되고 있다.<sup>1)</sup>

이 방법은 두 개의 무한 도체판 사이에 원통형 유전체를 끼워 넣어 구성하며, 공진 특성이 시편의 물질에 의해 주로 나타나기 때문에 유전 특성을 정확하게 측정할 수 있다.

II. 이 론

두개의 무한 도체판 사이에 지름 D, 길이 L인 원통형 유전체를 끼워넣고, 이 유전체의 투자율(permeability)을 자유 공간과 같은  $\mu_0$ 라고 가정하였을때 유전 상수와 유전 손실에 대한 측정 방정식은 다음과 같다.

그림 1은 유전체 공진기내에서 측정에 사용되는 TE<sub>011</sub> mode의 장 분포로 선의 굵기는 장세기를 나타낸 것이다.

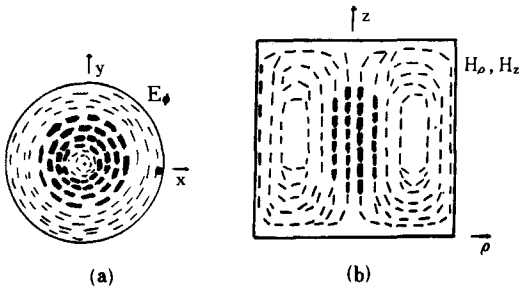


그림 1. TE<sub>011</sub> mode의 장 분포<sup>5)</sup>  
(a) 전기장 (b) 자기장

Fig. 1. Field distribution in TE<sub>011</sub>.  
(a) Electric field, (b) Magnetic field.

1. 유전 상수

등방성(isotropic) 물질인 원통형 유전체의 normal mode에서 특성 방정식은<sup>1)</sup>

$$\left[ \frac{\epsilon_r J_n(\alpha)}{\alpha J_n(\alpha)} + \frac{K_n(\beta)}{\beta K_n(\beta)} \right] \left[ \frac{J_n(\alpha)}{\alpha J_n(\alpha)} + \frac{K_n(\beta)}{K_n(\beta)} \right] = n^2 \left[ \frac{\epsilon_r}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} \right] \left[ \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} \right] \quad (1)$$

인데, TE<sub>0n1</sub> mode에서 동작하는 공진 구조에 대한 특성 방정식은 다음과 같다.

$$\alpha_{0n1} \frac{J_1(\alpha_{0n1})}{J_0(\alpha_{0n1})} + \beta_{0n1} \frac{K_0(\beta_{0n1})}{K_1(\beta_{0n1})} = 0 \quad (2)$$

여기서, J<sub>n</sub>( $\alpha$ )는 차수가 n인 Bessel 함수, K<sub>n</sub>( $\beta$ )는 수정된 n차 bessel 함수이다.

$\alpha_{0n1}$ 과  $\beta_{0n1}$ 는 유전체의 기하학적 구조, 공진 주파수 및 유전 성질에 의해 결정되는 특성 방정식의 근으로

$$\alpha_{0n1} = \frac{\pi f_{0n1} D}{c_0} \left[ \epsilon_r - \frac{p c_0}{2 L f_{0n1}} \right]^{1/2} \quad (3)$$

$$\beta_{0n1} = \frac{\pi f_{0n1} D}{c_0} \left[ \left[ \frac{p c_0}{2 L f_{0n1}} \right]^2 - 1 \right]^{1/2} \quad (4)$$

이다. c<sub>0</sub>는 자유 공간에서 빛의 속도, p는 원통 모양의 공진기에서 축방향으로의 field longitudinal variation number이다. 또한,  $\beta_{0n1}$ 은 r ≥ D/2일때 나타나는 radial wave number이고,  $\alpha_{0n1}$ 은 r ≤ D/2일때 시편에서 나타나는 radial wave number이다.

따라서 식(3), (4)을 TE<sub>0n1</sub> mode에서의 유전상수로 표현하면

$$\epsilon_r = 1 + \left[ \frac{c_0}{\pi D f_{0n1}} \right]^2 (\alpha_{0n1}^2 + \beta_{0n1}^2) \quad (5)$$

이 되며, TE<sub>0n1</sub> mode에서 공진 주파수와 시편의 구조를 알면 유전 상수의 실수부를 구할 수 있다.

2. 유전 손실

유전체 공진기의 3dB 대역폭  $\Delta f_{0n1}$ 과 공진 주파수 f<sub>0n1</sub>의 측정에 의하여

$$Q_1 = \frac{f_{0n1}}{\Delta f_{0n1}} \quad (6)$$

인데, TE<sub>0n1</sub> mode 공진에서 transmission factor |S<sub>12</sub>|을 고려하면 TE<sub>0n1</sub> 공진기에서 unloaded Q-factor는

$$Q_0 = \frac{Q_1}{1 - |S_{12}|} \quad (7)$$

이다.

Q<sub>0</sub>는 모든 손실 즉 (1) 금속 도체판에서 손실, (2) 유전 손실, (3) 시편 밖의 공기층에 의한 손실, (4) 복사파에 의한 손실 등을 포함하고 있는데, 순수한 유전 손실만을 얻기 위해서는 기생적인 손실들을 빼주어야 한다.<sup>5)</sup>

$$\frac{1}{Q_0} = \frac{A}{Q_0} - B - C - D \quad (8)$$

여기서 A는 mode factor로

$$A = 1 + \frac{F_{\text{onp}} G_{\text{onp}}}{\epsilon_r} \quad (9)$$

이며  $F_{\text{onp}}$ 와  $G_{\text{onp}}$ 는 각각

$$F_{\text{onp}} = \frac{J_1^2(\alpha_{\text{onp}})}{J_1^2(\alpha_{\text{onp}}) - J_0(\alpha_{\text{onp}}) J_2(\alpha_{\text{onp}})} \quad (10)$$

$$G_{\text{onp}} = \frac{K_0(\beta_{\text{onp}}) K_2(\beta_{\text{onp}}) - K_1^2(\beta_{\text{onp}})}{K_1^2(\beta_{\text{onp}})} \quad (11)$$

로 정의된다.

B는 양금속 도체판에 의한 손실부분으로

$$B = \frac{p^2 R_s}{2\pi \mu_0^2 \epsilon_0 \epsilon_r f_{\text{onp}}^3 L^3} \times [1 + F_{\text{onp}} G_{\text{onp}}] \quad (12)$$

이다. 이 때  $R_s$ 는 표면 저항으로

$$R_s = \left[ \frac{\mu_0 \pi f_{\text{onp}}}{\sigma} \right]^{1/2} \quad (13)$$

로 표현되어 결국 B는  $[p^2 \omega_{\text{onp}}^{-3/2} \sigma^{-1/2} L^{-3}]$ 에 비례하게 된다.  $\mu_0$ 는 자유공간에서 투자율이고,  $\sigma$ 는 금속 도체판의 도전율이다. TE<sub>onp</sub> mode에서 p=1인 기본 mode의 이용과 도전율이 큰 금속 도체판의 사용, 시편의 길이를 길게 하므로써 B의 영향을 감소시킬 수 있다.

C는 probe와 시편 사이에 존재하는 공기에 의해 손실되는 에너지의 요소로 습도가 50%를 넘지않는 건조한 분위기에서는 무시할 수 있으며, D의 영향은 복사 손실로써 금속 도체판 크기에 따라 이 영향을 고려해 주어야 한다. 보통 복사 에너지는 거리에 따라서 지수함수적으로 감소하기 때문에 금속 도체판 크기가 시편의 크기보다 크게 만들어 줌으로써 무시하게 된다. 이렇게 고려된 손실의 영향들을 제원시키면

$$\tan \delta = \frac{1}{Q} = \frac{A}{Q_0} - B \quad (14)$$

가 된다.

측정된 공진 주파수의 오차는 식 (14)에서  $\epsilon_r \gg 1$  이고, 도체판 손실을 무시하면

$$\tan \delta \approx \frac{1}{Q_0} \quad (15)$$

이다. 이 때 유전 손실과 공진 주파수와의 관계에서  $f_0$ 는 손실없는 구조에서의 공진 주파수라고 하면, 식 (6)과 식 (15)에서  $f \approx f_0$ 이므로

$$\left[ \frac{f}{f_0} \right]^2 \approx 1 + \left[ \frac{\tan \delta}{2} \right]^2 \quad (16)$$

따라서

$$f = f_0 [1 - (\tan \delta / 2)^2]^{1/2} \quad (17)$$

가 되고,  $(1/2 \tan \delta)^2 \ll 1$ 이기 때문에

$$f_0 \approx f [1 + 1/8 (\tan \delta)^2] \quad (18)$$

이다. 따라서  $\tan \delta = 0.1$ 일 때 공진 주파수는 약 0.1% 이동하는 결과를 이론적으로 구할 수 있다.

측정의 정확성은 원통형 유전체의 구조와 도체판의 표면 저항에 의해 제한되지만 유전 상수인 경우 약 0.1% 정도의 오차를 가지며, 유전 손실인 경우<sup>6</sup>

$$\Delta \tan \delta = -\frac{A}{Q_0} \frac{\Delta Q_0}{Q_0} + \frac{BR_s}{2} \frac{\Delta \sigma}{\sigma} \quad (19)$$

에 의해  $\tan \delta = 10^{-4}$ 이면 약 1.2%,  $\tan \delta = 10^{-5}$ 의 경우에는 약 12% 이내의 오차 범위를 갖는다. 특히 유전 손실이 작은 물질인 경우에는 훨씬 작은 오차를 보이며, 강유전체와 같은 비선형 유전 물질은 임피던스 정합(impedance matching)은 어렵지만 그 물질의 유전 상수와 유전 손실 측정이 가능하다.

### III. 측정 방법

본 논문에서 사용한 측정 장치의 구성은 그림 2(a)와 같으며, 시편의 고정장치는 TE<sub>011</sub> mode를 찾고 여러가지 길이의 시편을 측정하기 위해 그림 2(b)에서와 같이 상하로 움직일 수 있도록 제작하였다.

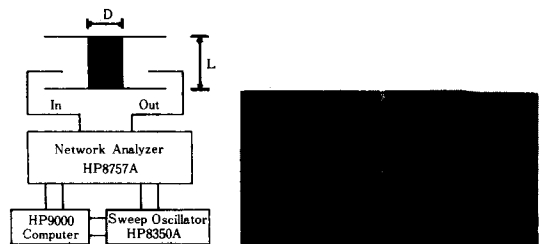


그림 2. 유전 특성 측정 장치  
(a) 측정 장치 구성도  
(b) 측정 시편 및 시편의 고정 장치

Fig. 2. Measurement instrument for measuring dielectric properties.  
(a) Block diagram,  
(b) Sample and sample holder (Courtney's method).

그림 2의 양 도체판은 원통형 유전체 전송선(dielectric rod transmission line)을 공진기 구조로 만드는 것으로 두 도체판의 표면 저항에 의한 유전 손실을 최소화 하기위해 잘 닦여진 구리판을 사용하였다.

또한 측정 mode를 TE<sub>011</sub> mode로 이용함으로써 유전체와 도체판사이의 접촉면에서 전장이 0이 되게 함으로써 유전체와 도체판사이의 공기층 효과(air gap effect)를 최소화 시켰다.

시편의 coupling은 semi-rigid 동축선로인 right-angle E-field probe를 사용하였으며, 복사 손실을 고려하여 시편은 가능한 중앙에 놓도록 하였다.

측정에 사용되는 TE<sub>011</sub> mode를 찾기위해 그림2의 중앙 금속 도체판을 상하로 이동시키면 금속판과 유전체 공진기 사이의 공기층에 의해 TM<sub>0np</sub> mode 공진 주파수는 변하지만 TE<sub>0np</sub> mode 공진 주파수는 거의 정체되어 있다.<sup>11)</sup> 이 때 정체되어있는 TE<sub>0np</sub> mode 공진 주파수와 유전체 공진기의 크기를 알면 mode 도표를 이용하여 TE<sub>011</sub> mode의 공진 주파수를 찾을 수 있다.

Mode 도표는 임의의 유전 상수값을 갖는 유전체의 mode를 찾기 위해 컴퓨터 프로그램을 만들었다. 이 프로그램을 사용하여 ε<sub>r</sub>=36인 유전체에 대한 mode 도표를 그린 것이 그림 3과 같으며, 이는 기존 문헌에서의 mode도 표와 일치하였다.<sup>17-8)</sup> λ<sub>0</sub>는 자유 공간에서의 파장이다.

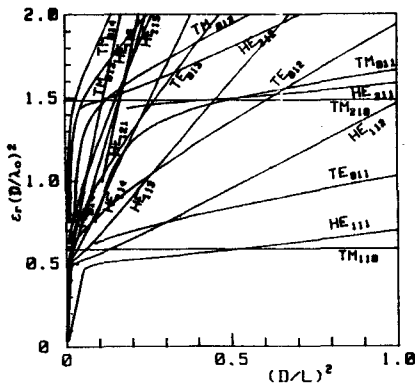


그림 3. (ZrSn)TiO<sub>3</sub>의 mode 도표 (ε<sub>r</sub>=36)  
Fig. 3. Mode chart for (ZrSn)TiO<sub>3</sub>. (ε<sub>r</sub>=36)

이 도표를 이용하여 찾은 TE<sub>011</sub> mode의 공진 주파수와 3dB 대역폭을 측정하여 시편의 구조와 함께 컴퓨터 프로그램에 입력하여 시편의 유전 상수와 유전 손실을 계산하였다.

측정에 사용된 시편은 원통형 sapphire, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, (Zr-Sn)TiO<sub>3</sub>, Ba(Zn<sub>1/3</sub>Nb<sub>2/3</sub>)O<sub>3</sub>, Sr(Zn<sub>1/3</sub>Nb<sub>2/3</sub>)O<sub>3</sub> 등 낮은 유전 손실을 갖는 물질을 이용하였는데, (Zr-Sn)TiO<sub>3</sub>, Ba(Zn<sub>1/3</sub>Nb<sub>2/3</sub>)O<sub>3</sub>, Sr(Zn<sub>1/3</sub>Nb<sub>2/3</sub>)O<sub>3</sub> 시편은 통상적인 세라믹 제조 방법을 이용하여 제조하였다.

IV. 결과 및 고찰

각 유전체 물질들의 측정 결과는 표 1에 나타나 있다.

표 1. 유전체 물질의 ε<sub>r</sub>과 Q  
Table 1. Values obtained for ε<sub>r</sub> and Q.

Sample	Diameter (mm)	Length (mm)	f <sub>0</sub> (GHz)	Δf (MHz)	ε <sub>r</sub>	Q
sapphire	19.74	8.14	7.7440	1.0987	9.423	54650
	10.98	10.19	9.0906	0.7311	9.466	37859
	10.98	6.23	11.445	1.8022	9.444	28982
	10.98	5.10	12.886	2.3511	9.446	26236
	10.98	3.14	18.068	5.4272	9.457	19231
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	12.67	6.24	10.618	2.6398	9.735	8805
	9.82	4.94	13.499	4.1246	9.777	6099
	10.00	3.62	16.419	6.1440	9.755	5836
ZST*	8.69	10.98	5.4107	1.6216	36.109	6377
BZN*	7.42	3.04	10.028	4.6312	40.438	5899
SZN <sup>+</sup>	7.41	3.08	10.331	6.8752	37.341	2699

\*: (ZrSn)TiO<sub>3</sub>, \*: Ba(Zn<sub>1/3</sub>Nb<sub>2/3</sub>)O<sub>3</sub>, +: Sr(Zn<sub>1/3</sub>Nb<sub>2/3</sub>)O<sub>3</sub>

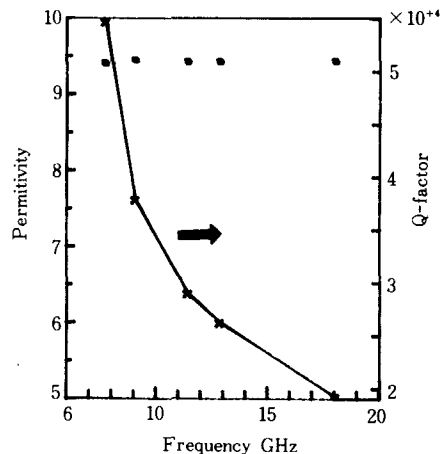


그림 4. Sapphire의 유전 상수와 Q  
Fig. 4. Permittivity and Q-factor of sapphire.

이 측정 결과의 오차 범위는 유전 상수인 경우  $\pm 0.3\%$ , 유전 손실인 경우에는  $\pm 12\%$  이내를 보임으로써 매우 정확한 측정 결과를 보였다. 이들 오차는 실험적인 rms 값에서 표준치와의 상대적인 차이이다.

그림 4는 sapphire의 유전 상수와 유전 손실을 측정된 결과로 주파수에 따른 유전 특성을 보인 것이다.

이상의 실험 결과들은 다른 측정방법에 의한 유전 특성의 보고 내용들과 거의 일치함을 알 수 있었다.<sup>[5][8-10]</sup>

측정의 정확도는 측정 공진기의 시편 구조에 따라 결정되는데 이는 유전 상수와 유전 손실의 계산식이 공진기의 구조를 완전 원통형이라는 가정하에 유도되었기 때문이다.

## V. 결 론

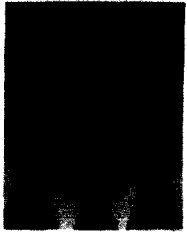
고주파 대역에서 유전 특성을 측정하는 많은 방법들 중에서 dielectric rod resonator method는 유전 상수의 경우  $\pm 0.3\%$  정도를, 유전 손실의 경우  $\pm 12\%$  정도의 오차 범위를 가지면서 정확하게 유전 특성을 측정해 낼 수 있음을 알 수 있다.

따라서 이 방법은 낮은 유전 상수에서 높은 유전 상수와 함께 낮은 유전 손실을 갖는 고주파용 유전체의 유전 특성을 쉽게 측정할 수 있는 장점이 있어 유전체의 유전 특성 측정에 매우 유리한 방법임을 알 수 있다.

## 참 고 문 헌

- [1] W.E. Courtney, "Analysis and evaluation of a method of measuring the complex permittivity and permeability of microwave insulators," *IEEE Tran. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-18, pp. 476-485, 1970.
- [2] Maria A. Rzepecka and M.A.K. Hamid, "Automatic digital method for measuring the permittivity of thin dielectric films," *IEEE Tran., Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-20, pp. 30-37, 1971.
- [3] Montgomery C.G., *Techniques of microwave measurements*, M.I.T. Radiation Lab. Series, McGraw-Hill, New York, 1947.
- [4] B.W. Hakki and P.D. Coleman, "A dielectric resonator method of measuring capacities in the millimeter range," *IRE Tran. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-8, pp. 402-410, 1960.
- [5] D. Hennigs and P. Schnabel, "Dielectric characterization of  $Ba_2Ti_2O_{20}$  type ceramics at microwave frequencies," *Philips J. Res.*, vol. 38, pp. 295-311, 1983.
- [6] Y. Kobayashi and M. Katoh, "Microwave measurement of dielectric properties of low-loss materials by the dielectric rod resonator method," *IEEE Tran. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-33, pp. 586-592, 1985.
- [7] Darko Kajfez and Pierre Cullon, ed., *Dielectric Resonators*, Artech House, Inc., Norwood, 1986.
- [8] Y. Kobayashi and S. Tanaka, "Resonant modes of a dielectric rod resonator shorted-circuited at both ends by parallel conducting plates," *IEEE Tran. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-28, pp. 1077-1085, 1980.
- [9] 日本セラミック協會編, *セラミック工學ハンドブック*, 技報堂出版株式會社, 東京, 1989
- [10] M.O. Onoda et al., " $Ba(Zn_{1-\beta}Nb_{2\beta})O_3-Sr(Zn_{1-\beta}Nb_{2\beta})O_3$  solid solution ceramics with temperature-stable high dielectric constant and low microwave loss," *Jpn. J. Appl. Phys.*, vol. 21, pp. 1707-1711, 1982.
- [11] P. Wheless, Jr. and D. Kajfez, "The use of higher resonant modes in measuring the dielectric constant of dielectric resonators," *IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Digest*, pp. 473-476, 1985.

著 者 紹 介



金 根 永(正會員)  
1966年 2日 9日生. 1988年 2月  
서강대학교 전자공학과 졸업. 1990  
年 2月 서강대학교 대학원 전자  
공학과 석사학위 취득. 1990年 3  
月~현재 서강대학교 대학원 전  
자공학과 박사과정. 주관심분야는

Electroceramics, Dielectric Measurement 등임.



沈 和 燮(正會員)  
1987年 8月 서강대학교 전자공학과 졸업. 1989年 8  
月 서강대학교 대학원 전자공학과 석사학위 취득. 현  
재 군복무중. 주관심분야는 Electroceramics, Dielec-  
tric Measurement 등임.

安 哲 (正會員) 第26卷 第9號 參照  
현재 서강대학교 전자공학과  
교수



張 益 洙 (正會員) 第25卷 第2號 參照  
현재 서강대학교 전자공학과  
교수